Calcula

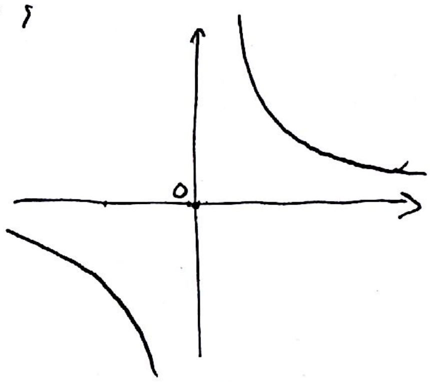
$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2+3}{x^3}-\frac{1}{x}\right) \qquad \lim_{x\to 1}\left[\frac{2}{(x-1)^2}-\frac{1}{x(x-1)}\right]$$

a) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2+3}{x^3}-\frac{1}{x}\right)=\frac{3}{0}-\frac{1}{0}=\{\infty-\infty\}=$

$=\lim_{x\to 0}\frac{x^2+3-x^2}{x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{3}{x^3}=\frac{3}{0}=\infty$

OJO: si $\lim_{x\to x_0} f(x)=\pm\infty$ con x_0 finito $\Rightarrow$

estudiar límites laterales



$x\to 0^-$: $\lim_{x\to 0^-}\frac{3}{x^3}=\frac{3}{0^-}=-\infty$ $\qquad 0^-<0$, $0^-\simeq 0$

$x\to 0^+$: $\lim_{x\to 0^+}\frac{3}{x^3}=\frac{3}{0^+}=+\infty$ $\qquad 0^+>0$, $0^+\simeq 0$

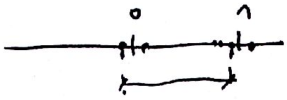
Como $\lim_{x\to 0^-} f(x)\neq \lim_{x\to 0^+} f(x) \Rightarrow$ No existe límite

b) $\lim_{x\to 1}\left[\frac{2}{(x-1)^2}-\frac{1}{x(x-1)}\right]=\frac{2}{0}-\frac{1}{1\cdot 0}=\{\infty-\infty\}=$

$=\lim_{x\to 1}\frac{2x-(x-1)}{(x-1)^2\cdot x}=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{(x-1)^2\cdot x}=$

$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{(x-1)^2\cdot x}=\frac{2}{0\cdot 1}=\infty$

OJO: comprobar límites laterales



$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x+1}{(x-1)^2\cdot x} = \frac{1^- + 1}{(\cancel{x}1^- - 1)^2\cdot 1^-} = \frac{2}{(0^-)^2\cdot 1} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{x+1}{(x-1)^2\cdot x} = \frac{1^+ + 1}{(1^+ - 1)^2\cdot 1^+} = \frac{2}{(0^+)^2\cdot 1} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

como $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \Rightarrow$

$\Rightarrow \lim_{x\to 1} f(x) = \infty$