

## **TS 225 – Projet Image**

Rectification d'image par homographie  
Application à la construction d'une mosaïque d'images

---

# 1) Préambule

## 1.1) Objectifs

Les applications concernant des images ou de la vidéo sont extrêmement nombreuses. De manière générale, elles sont également relativement complexes à mettre en œuvre. Le projet a pour but d'appliquer les enseignements fondamentaux de traitement des images vus au cours du semestre dans un contexte applicatif réel et non trivial.

## 1.2) Mode d'évaluation

Le projet sera effectué en binôme (en cas d'imparité du nombre total d'étudiants, un trinôme sera formé) pendant 13h20 et sera mené sous *Matlab*.

L'évaluation du travail comporte deux volets : travail continu et rapport de 10 à 15 pages.

Le rapport doit être rendu dans un format pdf. Il est important de faire figurer les différentes images de la chaîne complète de traitement. Les images accompagnant les commentaires des résultats doivent notamment être choisies et présentées de sorte à mettre en évidence les phénomènes mentionnés (prendre garde au choix de la palette et des échelles de couleurs, aux grandissements, aux graphiques en surimpression, aux légendes, etc.). Les équations doivent être générées avec un éditeur d'équations, en utilisant une police de caractères homogène avec le reste du document, et être numérotées afin d'être référencées dans le texte. Les commentaires doivent être pertinents et tout résultat doit être justifié. Les programmes seront mis en annexe en double colonne en utilisant une police de caractères relativement petite tout en restant suffisamment lisible. Le rapport devra également comporter un bilan de l'organisation et du déroulement du projet qui comprendra, en particulier, la liste des tâches entreprises avec une évaluation du temps passé par chacun des membres du groupe lors de chaque séance et, le cas échéant, entre les séances.

La qualité du code produit et une bonne organisation seront des points pris en compte pour la note de travail continu.

Une interface *Matlab* peut également être proposée et sera comptabilisée en tant que bonus.

## 1.3) Contact

Le projet est encadré par M. Donias (Bureau S222, mél : [marc.donias@enseirb-matmeca.fr](mailto:marc.donias@enseirb-matmeca.fr)).

## 2) Recalage d'images et construction d'une mosaïque

### 2.1) Contexte

Une mosaïque d'images résulte de la combinaison de plusieurs images « recouvrantes » (voir figure 1) représentant chacune partiellement une même scène observée sous des angles de vues différents.

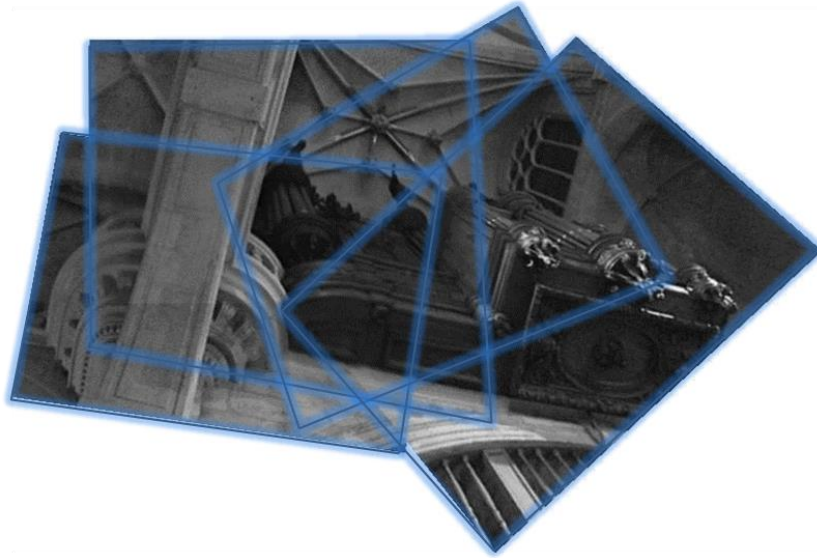


Figure 1 – Exemple de mosaïque d'images.

Une telle représentation, plus compacte que l'ensemble des images originales tout en conservant la majeure partie de l'information portée par celles-ci, a pour application principale de produire une vue unifiée, agrandie ou panoramique. Par exemple, en télédétection, plusieurs vues satellitaires ou aériennes sont recalées et fusionnées pour former une carte couvrant une région. En pratique, une mosaïque d'image trouve également sa place dans d'autres contextes :

- en compression, le stockage et la transmission peuvent être réalisés à travers une mosaïque d'images couplée à des images de différences et des paramètres indiquant la posture de chaque image originale.
- en indexation multimédia, une courte séquence vidéo est efficacement résumée par une image unique.

A partir d'un ensemble d'images, la construction d'une mosaïque nécessite, dans un premier temps, d'estimer les paramètres de transformations géométriques liant les différentes prises de vues à un espace commun et, dans un second temps, de recalcr ou de rectifier chacune des images dans cet espace. Les problématiques concernent la détermination d'un espace commun adéquat, la nature des transformations géométriques et l'estimation de leurs paramètres, les techniques de rectification et d'interpolation, ou encore la stratégie de combinaison ou de fusion des parties communes ou redondantes.

### 2.2) Algorithmique

La méthode développée dans ce projet vise à produire une mosaïque d'images en tenant compte des hypothèses ou contraintes suivantes :

- les images traitées sont reliées 2 à 2 par une transformation géométrique de type « homographie » (restriction à des scènes « lointaines », ne présentant pas d'occultations ou de distorsion radiale, etc.),

- des ensembles de points composées au minimum de quatre points sont connus dans chacune des images, tout ensemble de points d'une image ayant au moins un ensemble de points correspondant dans une autre image (démarche supervisée nécessitant une connaissance a priori),
- un temps de calcul relativement faible par image à traiter (calculs matriciels requis sous *Matlab*).

### 2.2.1) Homographie

Du fait de la prise de vue, un objet rectangulaire (une feuille de papier, un livre, une fenêtre, une porte, etc.) apparaît souvent quadrangulaire dans une photographie numérique : ses angles peuvent ne pas être droits et ses côtés opposés deux à deux ne sont pas nécessairement parallèles. Les transformations affines (translation, rotation, homothétie, symétrie centrale ou axiale) ne sont alors pas adaptées pour rectifier de telles images de sorte à restaurer une géométrie rectangulaire. D'une manière générale, elles ne permettent également pas de rectifier deux prises de vues distinctes afin de réconcilier leurs géométries et de former une mosaïque d'images.

Le terme « homographie » désigne une application projective du plan définie par un quotient de deux fonctions affines qui permet de transformer un quadrangle quelconque en un autre quadrangle quelconque. Cette transformation convient pour la rectification qui nous intéresse dans ce projet car elle inclut l'aspect projectif d'une prise de vue induit par un appareil photographique plan et, en particulier, inclut les transformations affines. Une homographie est définie par une matrice  $H$  à 9 coefficients :

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

La relation qui lie un point initial  $M_1 = (x_1, y_1)$  à un point transformé  $M_2 = (x_2, y_2)$  par l'homographie  $H$  s'écrit :

$$\underline{M}_2 = H \underline{M}_1 \quad (2)$$

où  $\underline{M} = \begin{bmatrix} M \times s \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \times s \\ y \times s \\ s \end{bmatrix}$  désigne l'extension en coordonnées homogènes.

Développée, cette relation donne :

$$\begin{cases} x_2 = \frac{h_{11}x_1 + h_{12}y_1 + h_{13}}{h_{31}x_1 + h_{32}y_1 + h_{33}} \\ y_2 = \frac{h_{21}x_1 + h_{22}y_1 + h_{23}}{h_{31}x_1 + h_{32}y_1 + h_{33}} \end{cases}. \quad (3)$$

De manière évidente, une homographie est définie à un coefficient multiplicateur près et le paramètre  $h_{33}$  peut toujours être fixé à 1. Par conséquent, les paramètres d'une homographie peuvent être déterminés de manière exacte, c'est-à-dire unique et non ambiguë, dès lors que 4 paires différentes de points appariés  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$ , images l'un de l'autre au sens de la transformation géométrique, sont connus :

$$AX = B \quad (4)$$

où  $X = [h_{11} \dots h_{32}]^T$  est un vecteur formé des 8 inconnues de  $H$ ,  $A$  et  $B$  sont réciproquement une matrice de taille  $8 \times 8$  et un vecteur de longueur 8 constitués de combinaisons des points  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$ , obtenues en réécrivant l'équation (2) pour tous les points appariés.

Si moins de points appariés sont connus, la matrice  $H$  admet une infinité de valeurs possibles tandis que si davantage de points appariés sont connus, les paramètres de  $H$  sont déterminés aux sens des moindres carrés :

$$\hat{X} = \arg \min_x \|AX - B\|^2. \quad (5)$$

D'une manière générale, la matrice  $H$  s'obtient par le calcul d'une pseudo-inverse :

$$\hat{X} = (A^T A)^{-1} A^T B. \quad (6)$$

### 2.2.2) Principes généraux de la construction d'une mosaïque

Les paramètres de l'homographie liant deux images étant estimés, il est possible de les rectifier c'est-à-dire de les placer dans un référentiel commun et de les fusionner afin de construire une image « étendue ». La formation d'une mosaïque d'images consiste alors à itérer ce processus autant de fois que nécessaire en fonction du nombre d'images disponibles. Plusieurs stratégies sont possibles selon l'ordre de traitement des images ou la technique choisie pour fusionner les parties communes.

Une image numérique de taille  $W \times H$  est une matrice de taille  $H \times W$  représentant une partie bornée, définie par une « boîte englobante »  $[x_{\min}, x_{\max}] \times [y_{\min}, y_{\max}]$ , et échantillonnée d'une fonction continue bidimensionnelle. Le cas le plus basique consiste à considérer un pas d'échantillonnage égal à 1 et des coordonnées  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$ ,  $y_{\min}$ ,  $y_{\max}$  entières telles que  $W = x_{\max} + 1 - x_{\min}$  et  $H = y_{\max} + 1 - y_{\min}$ . De manière évidente, toute transformation géométrique non basique (rotations, changements d'échelle, homothéties, homographies, etc.) conduit à une nouvelle image numérique dont un nombre très variable de points d'échantillonnage ne sont pas définis (voir figures 2a et 2b) et inscrite dans une boîte englobante plus grande.

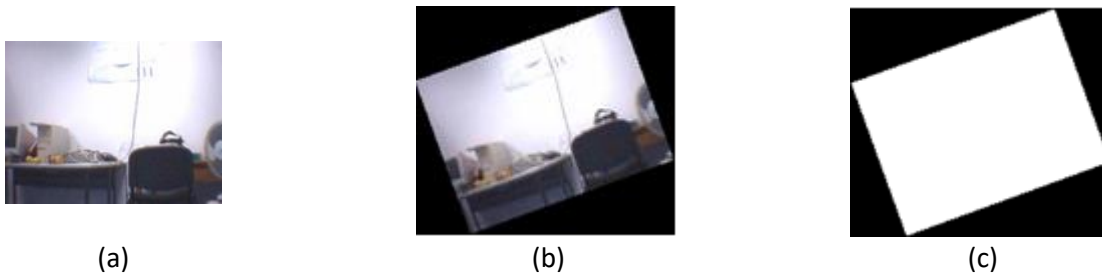


Figure 2 – (a) Image initiale, (b) Image obtenue par rotation (points non définis en noir), (c) Masque binaire définissant le domaine de validité

L'utilisation conjointe d'un domaine de validité (voir figure 2c) sous la forme d'un masque noté  $m$ , par exemple binaire (par convention, une valeur de masque de 1 indiquera un point valide et pourra être représenté en blanc tandis qu'une valeur de masque égale à 0 indiquera un point non défini et pourra être représenté en noir), facilite la gestion des images numériques lors de transformations géométriques, de combinaisons logiques ou arithmétiques.

Ainsi, l'application de la transformation géométrique  $T$  à l'image  $f_1$  qui conduit à l'image  $f_2$  nécessite, tout d'abord, d'établir la boîte englobante de l'image transformée  $f_2 = T(f_1)$  et, ensuite, de former les matrices « image » et « masque » en échantillonnant la boîte englobante, en calculant les points initiaux associés par transformation géométrique inverse  $T^{-1}$  et en déterminant leurs valeurs par interpolation (plus proche voisin, bilinéaire, cubique, etc.) : un point de l'image « masque » est mis à 1 seulement si le point initial associé est dans le domaine de validité de l'image  $f_1$  (0 dans le cas contraire) et la valeur de la matrice « image » est déterminée uniquement dans ce cas (valeur arbitraire 0 dans le cas contraire).

Par ailleurs, la combinaison  $f_3$  définie par la moyenne de deux images  $f_1$  et  $f_2$  s'écrit simplement à l'aide de leurs masques binaires respectifs  $m_1$  et  $m_2$  :

$$f_3(x, y) = \begin{cases} \frac{f_1(x, y)m_1(x, y) + f_2(x, y)m_2(x, y)}{m_1(x, y) + m_2(x, y)} & \text{si } m_1(x, y) + m_2(x, y) \neq 0 \\ \text{non défini} & \text{si } m_1(x, y) + m_2(x, y) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

tandis que le masque  $m_3$  associé à  $f_3$  s'exprime par :

$$m_3(x, y) = \max(m_1(x, y), m_2(x, y)) \quad (7)$$

Avant toute combinaison, les matrices masques et images des différentes images doivent être complétées de sorte à être définies sur des boîtes englobantes identiques d'un même référentiel.

Il est à noter qu'une image originale de taille  $W \times H$  peut être initialement représentée par une boîte englobante  $[1, W] \times [1, H]$ , une matrice  $f$  codant l'intensité de chaque point et un masque  $m$  « plein » correspondant à une matrice uniquement composée de valeurs égales à 1.

### 3) Travail à réaliser

Il s'agit d'implémenter la technique proposée sous *Matlab* et de justifier de son fonctionnement correct à travers, par exemple, les étapes des sections suivantes.

#### 3.1) Homographie

Au sein d'une image, choisir quatre points qui définissent les sommets d'un quadrangle.

Identifier les paramètres de l'homographie liant ce quadrangle à un rectangle quelconque.

Appliquer une transformation homographique de sorte à former l'image qui correspondrait à une grille d'échantillonnage régulière plaquée sur le quadrangle (mode « extraction ») ou de sorte à remplacer la partie de l'image correspondant au quadrangle par un autre contenu (mode « projection »).

#### 3.2) Mosaïque constituée de deux images

A partir d'une image initiale de taille suffisamment importante, extraire deux imageries « quadrangulaires » recouvrantes par la technique vue précédemment.

Au sein de chacune des imagerie obtenues, identifier deux ensembles de 4 points correspondants aux même sites de la scène observée.

Calculer les paramètres de l'homographie liant les deux quadrangles dans les deux sens possibles.

Rectifier la première imagerie de sorte à la projeter dans la deuxième imagerie, avec et sans élargissement, avec et sans combinaison des parties communes.

Faire de même en inversant le rôle des deux imagerie.

Rectifier les deux imagerie au sein d'un espace rectangulaire commun « élargi » englobant l'espace des deux imagerie. Vérifiez que la fusion obtenue est indépendante de l'ordre des deux images traitées

### 3.3) Mosaïque constituée de plusieurs images

Etendre le procédé précédent au cas de plusieurs imagerie : des ensembles de 4 points dans chacune des imagerie traitées se correspondant 2 à 2 seront supposés connus et des stratégies séquentielle ou parallèle seront mises en œuvre. Bruiter les imagerie traitées de sorte à comparer les différentes implémentations.

Vérifier que l'ordre de traitement des images n'influe pas sur le résultat. Le cas échéant, proposer une stratégie conduisant au résultat attendu.

Valider la construction de la mosaïque sur le jeu de test fourni.

Appliquer la démarche à des images réelles en prenant garde à la mise en concordance de dynamiques d'intensité éventuellement différentes.

### 3.4) Améliorations

Proposez une méthode pour éviter l'apparition de discontinuités à l'intérieur de la mosaïque (dans le cas, par exemple, où les bords des images d'origine sont plus sombres ou clairs que leurs parties centrales). Identifiez d'autres raisons justifiant cette amélioration.

**Bonus** : rendez l'approche entièrement automatique en calculant des points remarquables (algorithmes SIFT, SURF, ORB, BRIEF, etc.) et en identifiant des paires de points correspondants par une approche robuste (RANSAC).

**Bonus** : implémentez une interface graphique mettant en œuvre l'ensemble des traitements.

### 3.5) Contexte

Faites une recherche de logiciels utilisant la technique des mosaïques d'images en présentant l'application visée (contexte, intérêt, etc.). Précisez notamment leurs différences avec l'implémentation réalisée.