Solution

初始之路(path)

签到 dp。

容易发现每一个额定功率一定是攻击了一个区间的史莱姆。倒过来推，如果我们确定了某一次变换后攻击的区间，我们使用的功率就是这个区间的最大值了。直接区间 dp 即可。

$$f_{i,j} = \min\{f_{k,j-1} + \max\{a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_i\} \times (i-k) - (sum_i - sum_k)\}$$

时间复杂度为 $O(N^2K)$。

星锚 （gaze）

之前我们天天统计联通块个数，用的都是点减边。这里我们换一种方式，对于两个相邻的元素 $a, b(a \le b)$，不妨假设 $x > a$ 时会在二者之间生成一条分界线，$x \ge b$ 时会删除这一条分界线。

那么加上可能的区间左右端点的分界线，联通块的总数就是 $\frac{\text{分界线数量}}{2}$。

直接线段树维护所有 X 的答案，一对相邻的点就变成了区间加操作。时间复杂度为 $O(n \log n)$。

疯癫兄弟 (crazy)

做法 1

直接 bfs 即可，时间复杂度 $O(\alpha 2^n)$ ，其中 $\alpha = 18+16+14+10+8+4+2=72$ 为转移的方案数

做法 2

因为区间互不相交，所以只能在 0 的位置操作

根据哥德巴赫猜想，任意一个 ≥ 6 的偶数一定能拆成两个奇质数的和，这个猜想在 10^7 内被证明是正确的

所以长度为奇质数的一段需要操作 1 次，长度为偶数的一段需要操作 2 次，长度为非奇质数的一段要操作 3 次

找出所有连续段累加答案即可，时间复杂度线性

做法 3

手玩发现答案就是 k ，注意当 $k=2$ 是答案为 4

做法 4

手玩发现若存在 S 段连续段，则答案就是 $2S$

做法 5

每次操作是把原本的 01 的一个长为奇质数的区间全部异或 1

考虑求原序列的差分序列，那么一次操作在差分序列上的影响就是使两个相差为奇质数的位置同时异或 1 ，目的就是使得差分序列全 0

增加 1 的个数一定不优，那么我们需要做的就是找到一种代价最小的匹配方案使差分数组上所有 1 两两匹配，其中两个相差奇质数长度的 1 的匹配代价为 1 ，两个相差偶数长度的 1 的匹配代价为 2，两个相差非质奇数长度的 1 的匹配代价为 3 。可以证明，最优方案一定是奇质数的匹配最多的方案

因此只要最大化奇质数的匹配即可。发现匹配的双方一定是一个奇数和一个偶数，可以根据奇偶性建立二分图，使用 Hungary 算法即可，时间复杂度 $O(k^3)$

做法 6

使用 Dinic 求最大匹配，时间复杂度 $O(k^{2.5})$

辉辉咖啡(envelope)

设 $sum_i=\sum_{j=1}^{i}a_j$，则前 n 个限制 $\sum_{j=i}^{p_i}a_j\ge b_i$ 等价于 $sum_{i-1}-sum_{p_i}\le -b_i$，可以运用差分约束系统建图 $(p_i,i-1,-b_i)$，那么这是一棵 $n+1$ 个点的以 n 为根的外向树。

后 m 个限制 $\sum_{j=x_i}^{y_i}a_j\le c_i$ 等价于 $sum_{y_i}-sum_{x_i-1}\le c_i$，可以建边 (x_i-1,y_i,c_i)，由于题目保证了存在一个正整数，使得 $[x_i,y_i]$这个区间可以恰好被分成 k 个形如 $[s_i,p_{s_i}](i=1,2...k)$ 的区间，所以建出的边一定是连向自己的祖先。

所以产生的负环只可能是树上节点 u 到 u 的子树内的节点 v 的链加上 v 到 u 的非树边，称 u 到 v 的链为“负环链”，v 为下端点，u 为端点。

我们要做的就是花费最小的代价使每条“负环链”至少被断掉一条边。

设 $link_x$ 为以节点 x 为下端点的“负环链”的上端点的最大深度（n 的深度为 1），若不存在则为 0。

设 w_x 为断开 (fa_x,x) 的代价，$f_{x,i}$ 为两个端点都在 x 子树内的“负环链”以及下断点在 x 子树内且上端点深度大于 i 的“负环链”都至少被断开一条边的最小代价，转移如下：

(1) $link_x=0$:$f_{x,i}=\min\sum_{y\in son_x}f_{y,i},w_x+\sum_{y\in son_x}f_{y,deep_x+1}$

(2) $link_x>0$:

$$\begin{cases}f_{x,i}=\min\sum_{y\in son_x}f_{y,i},w_x+\sum_{y\in son_x}f_{y,deep_x+1} & i\ge deep_x\\ f_{x,i}=w_x+\sum_{y\in son_x}f_{y,deep_x+1} & i<deep_x\end{cases}$$

线段树合并维护即可。

彩色挂饰 (colorful)

算法一：$k=2, n\le 20$

直接枚举颜色，然后求同色连通块数，时间复杂度 $O(k^n m)$. 期望得分 10 分。

分析

每个点双连通分量（简称点双）都同属于一个星座。所以每个点双大小都不超过 s. 反过来，每个点双作为一个星座是一组合法的划分，所以点双的大小最大可达 s.

算法二：$s=2$

该图是树。树形DP即可。期望得分 20 分。

仔细分析

注意到，不同点双之间影响是较小的。所以首先建广义圆方树，不妨设根为圆点 1.

我们让一个圆点代表自己，方点代表其对应的点双连通分量。对于广义圆方树的结点 u, 称 u 的内部图为 u 在广义圆方子树内所有点所代表的子图。

记 $f(u,c)$ 表示圆点 u 的颜色或方点 u 的父结点颜色为 c 时，其内部图的最小同色连通块数。因此所求即 $\min\{f(1,c)\}$.

对于圆点 u, 考虑它的子结点的子图如何合并。这些子图两两具有唯一公共点 u. 如果它们分别有 $x_1, x_2, \dots, x_d$ 个同色连通块，则 u 子树子图的连通块数为 $(x_1-1)+(x_2-1)+\cdots+(x_d-1)+1$. 列成转移式，就是

$f(u,c)=1+\sum_{\langle u,v\rangle\in T}(f(v,c)-1)$

对于方点 u, 设其代表的结点为 $v_0, v_1, \dots, v_m$, 其中 v_0 是 u 的父结点。假设这些结点的颜色已知，可设它们构成了 t 个同色连通块；如果它的子结点的子图分别有 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 个同色连通块，由于这些子图两两不相交，且都和该点双连通分量有唯一公共点，可得 u 子树子图的连通块数为 $(x_1-1)+(x_2-1)+\cdots+(x_m-1)+t$.

算法三：$s=3$

每个点双要么是边要么是三角形，枚举每条边两端是否同色来转移。

算法五：$k\le 3$

方点枚举颜色转移。时间复杂度 $O(nk3^s)$, 空间复杂度 $O(nk)$. 期望得分 80 分。

算法六：无特殊限制

对于 $v_0, v_1, \dots, v_m$ 的每个非空子集 S, 我们处理出其是否连通。如果用压位预处理出 A_i 表示 v_i 的邻域，则可列式

$$\begin{aligned} &C(S)=\text{True} && |S|\le 1\\ &C(S)=\bigvee_{x\in S}\left(C(S\setminus\{x\})\wedge(S\cap A_x\ne\emptyset)\right) && |S|\ge 2\end{aligned}$$

考虑连通集 S 作为一个颜色为 c 的同色连通块时对答案的最小贡献（贡献即 $1+\sum_{i\in S}(x_i-1)$），可以令

$g(S,c)=1+\sum_{i\in S}(f(i,c)-1)$

特别地，对于不连通集 $S, g(S,c) = \infty$. 考虑到任意选择其颜色，可再令

$G(S) = \min\{g(S,c)\}$

然后考虑合并，即记 $h(S)$ 表示将 S 分成若干个同色连通块的最小贡献，即

$$h(\emptyset) = 0$$
$$h(S) = \min\{h(T) + G(S \setminus T) \mid T \subsetneq S\}$$

最后，转移就写出来了：$f(u,c) = \min\{g(S,c) + h(\bar{S}) \mid v_0 \in S\}$

时间复杂度：$O(n(3^s + 2^s k))$; 空间复杂度：$O((n + 2^s)k)$.

算法四：$n \leq 4000$

正解退化了。