

CSP2023模拟赛

题目名称	棋盘	随机图生成器	魔法阵	猫
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
可执行文件名	chessboard	random	magic	cat
输入文件名	chessboard.in	random.in	magic.in	cat.in
输出文件名	chessboard.out	random.out	magic.out	cat.out
每个测试点时限	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒	2.0 秒
内存限	512 MiB	512 MiB	512 MiB	512 MiB
子任务/测试点数目	4	20	10	5
是否等分	否	是	是	否

提交源文件程序名

对于C++语言	chessboard.cpp	random.cpp	magic.cpp	cat.cpp
---------	----------------	------------	-----------	---------

编译选项

对于C++语言	-lm -O2 -std=c++17
---------	--------------------

注意事项(请仔细阅读)

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C/C++中函数main()的返回类型必须是int，程序正常结束时返回值必须是0。
3. 选手提交的程序代码文件请在**个人目录下以及子文件夹内各放一份**。
4. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
5. 选手提交的程序源文件必须不大于100KB。
6. 程序可使用的栈空间内存限制于题目的内存限制一直。
7. 使用std::deque等STL容器时，请注意其内存空间消耗。
8. 评测时采用的机器配置为 AMD Ryzen 7 5800H with Radeon Graphics，内存16GiB。上述时限以此配置为准。
9. 评测在Windows 10下进行，使用LemonLine进行评测。

棋盘 (chessboard)

有一个 $n \times m$ 的 01 矩阵，其中一些位置已确定。你需要给所有未确定的位置填上 0 或 1，使得不存在以下两种 2×2 的子矩形：

0 1	1 0
1 0	0 1

注：这里的 2×2 子矩形指的是所有由 $(x, y), (x, y + 1), (x + 1, y), (x + 1, y + 1)$ 组成的矩形 ($1 \leq x < n, 1 \leq y < m$)。

如果有解，你需要输出任意一种解，否则输出无解。

【输入格式】

第一行两个正整数 n, m 。
接下来 n 行，每行一个长为 m 的字符串，依次表示矩阵的每一行。其中 0, 1 表示已确定的位置，? 表示未确定的位置。

【输出格式】

如果无解，在第一行输出 No。
否则在第一行输出 Yes，接下来 n 行，每行输出一个长为 m 的 01 串，表示你构造的矩阵。

【输入输出样例1】

chessboard.in	chessboard.out
3 3	Yes
010	010
1?1	111
010	010

【输入输出样例2】

chessboard.in	chessboard.out
3 3	No
01?	
1?0	
?01	

【数据规模与约定】

对于所有测试数据，保证 $2 \leq n, m \leq 2 \times 10^3$ 。

子任务编号	子任务分值
1	5
	10

子任务编号	$n, m \leq$	子任务分值
2	16	20
3	50	30
4	2×10^3	40

随机图生成器 (random)

【题目描述】

阿绫最近有了一个随机图生成器，这个生成器可以随机生成 n 阶有向图，即结点数为 n 的有向图。

经过阿绫的研究，该随机图生成器的原理如下：

- 接受一个 n 阶有向图 G_0 作为输入， G_0 应满足任意两点 u, v 之间最多只有一条边，且没有自环；
- 对于 G_0 中每一对结点 u, v ，若 u, v 之间没有边相连，则生成一条连接结点 u, v 且方向随机的边，即生成边 (u, v) 和边 (v, u) 的概率相等；
- 返回在 G_0 中加入所有新生成的边得到的图 G 。

现在阿绫构造了一个 n 阶有向图 G_0 作为该随机图生成器的输入，设输出的图 G 中三元环的个数为 x ，他想知道， x 的期望值 $E(x)$ 是多少？

三元环指由图中三个结点 a, b, c 构成的三元组 (a, b, c) ，满足 a 到 b 的边、 b 到 c 的边、 c 到 a 的边均在图中。**注意：** (a, b, c) 、 (b, c, a) 、 (c, a, b) 被认为是同一个三元环。

【输入格式】

第一行包含一个正整数 n ，表示图 G_0 的阶数，图 G_0 的结点以 $1, 2, \dots, n$ 编号。

接下来 n 行，每行一个长度为 n 的 01 串，描述了图 G_0 的邻接矩阵：第 i 行第 j 个字符 $e_{i,j}$ 表示是否存在从结点 i 到结点 j 的边， $e_{i,j} = 1$ 表示存在， $e_{i,j} = 0$ 表示不存在。保证 $e_{i,j} + e_{j,i} \leq 1$ 。

【输出格式】

输出一行一个数，表示 G 中三元环个数 x 的期望值 $E(x)$ 。为了避免精度误差，设 m 为随机图生成器中新生成的边数（显然 m 是确定的），你只需输出 $E(x) \cdot 2^m \bmod 998244353$ 的结果即可。

【输入输出样例1】

random.in	random.out
4 0100 0010 0000 1000	12

【输入输出样例 1 说明】

在随机图生成器中，以下 8 种情况各有 $\frac{1}{8}$ 的概率发生（这里 (u, v) 表示 u 到 v 的边）：

1. 生成边 $(1, 3), (2, 4), (3, 4)$ ，此时 G 有 2 个三元环；
2. 生成边 $(1, 3), (2, 4), (4, 3)$ ，此时 G 有 1 个三元环；
3. 生成边 $(1, 3), (4, 2), (3, 4)$ ，此时 G 有 2 个三元环；
4. 生成边 $(1, 3), (4, 2), (4, 3)$ ，此时 G 有 0 个三元环；
5. 生成边 $(3, 1), (2, 4), (3, 4)$ ，此时 G 有 2 个三元环；
6. 生成边 $(3, 1), (2, 4), (4, 3)$ ，此时 G 有 2 个三元环；

7. 生成边 $(3, 1), (4, 2), (3, 4)$, 此时 G 有 2 个三元环;

8. 生成边 $(3, 1), (4, 2), (4, 3)$, 此时 G 有 1 个三元环。

因此三元环个数的期望值 $E(x) = 1.5$, 由于 $m = 3$, 应输出 $1.5 \times 2^3 \bmod 998244353 = 12$ 。

【数据规模与约定】

下发的样例2 ~ 5 数据范围分别等同第 8, 11, 12, 13 个测试点。

测试点编号	n	特殊性质 A	特殊性质 B
1	≤ 4		
2	≤ 5		
3	≤ 6		
4	≤ 10	有	
5	≤ 10		
6	≤ 50		
7	≤ 100		有
8	≤ 100		
9	≤ 500		有
10	≤ 500		
11	≤ 1000	有	
12	≤ 1000		有
13	≤ 1000		
14	≤ 1000		
15	≤ 2000	有	
16	≤ 2000		有
17	≤ 2000		
18	≤ 4000		有
19	≤ 4000		
20	≤ 4000		

- 特殊性质 A： G_0 中没有边。
- 特殊性质 B： G_0 中任意两点间有边。

魔法阵 (magic)

【题目描述】

击败虫群女王之后，小 A 的目标定在了魔王军第二天王。第二天王统御魔王军的暗部，擅长刺杀，正面对敌能力偏弱，与他的小队一起行动。众所周知，*Caster* 才能够克制 *Assassin*。因此，小 A 决定布下可以分割战场的法阵，随后刺杀第二天王。在一个峡谷内，小 A 找到了一个残破的法阵。

这个残破的魔法阵由 N 个小型法阵以及其内部的魔术回路组成。每一个小型法阵内部有四颗宝石，位于四个魔术节点上，在这 $4N$ 个节点上恰有 $2N$ 种宝石，每种宝石两颗。相同类型的宝石可以不通过小型法阵直接形成魔术回路。

同时，在每一个魔法阵内，第一个节点上的宝石和第二个节点上的宝石会被连接形成魔术回路，第三个节点上的宝石和第四个节点上的宝石会被连接形成魔术回路。

为了使得这个魔法阵重新正常工作，小 A 可以重新排列各个魔术节点上的宝石，改变各个节点之间魔术回路的连接情况。

你的任务是使得任意两个魔术节点均可以通过魔术回路直接或间接连接。改变重排魔法阵 i 上的宝石的代价为 c_i 。

你需要计算最少需要花费多少代价可以使得这个魔法阵重新正常工作。输入保证存在合法解。

【输入格式】

第一行输入一个正整数 N ，含义见题面。

接下来的 N 行，每行五个用空格分开的整数 $c_i, p_{i,1}, p_{i,2}, p_{i,3}, p_{i,4}$ ，分别表示重新排列该魔法阵上的宝石需要的代价以及该魔法阵内四个节点上宝石的编号，输入数据保证所有编号在 $1 \sim 2N$ 内的宝石会出现且仅会出现两次。

【输出格式】

输出一行一个正整数，表示最小的使得所有魔术节点互相连通的代价。

【输入输出样例1】

magic.in	magic.out
5 10 1 4 8 9 11 1 2 5 6 12 9 10 2 3 3 4 3 6 7 15 10 8 7 5	13

【输入输出样例1说明】

重新排列魔法阵 1 和 4，使其宝石排列变成 $[1, 9, 4, 8]$, $[7, 4, 6, 3]$ 。代价为 13，可以证明这是最少的花费。

【数据规模与约定】

对于所有数据，保证 $2 \leq N \leq 10^5, 1 \leq c_i \leq 10^3, 1 \leq p_{i,j} \leq 2N$ 。

- 存在 10% 的测试数据， $N \leq 20$
- 另有 30% 的测试数据，满足对于所有的 i ， $c_i = 1$ 。

猫 (cat)

【题目描述】

给定一个 $n \times n$ 的矩阵，第 i 行第 j 列的格子写了一个字符 $d_{i,j} \in \{L, R, U, D\}$ 以及一个数字 $a_{i,j}$ 表示它的价值。

两个格子 $(i_1, j_1), (i_2, j_2)$ 能匹配成一对当且仅当 $i_1 = i_2, j_1 < j_2, d_{i_1, j_1} = R, d_{i_2, j_2} = L$ 或 $i_1 < i_2, j_1 = j_2, d_{i_1, j_1} = D, d_{i_2, j_2} = U$ 。一组匹配由若干对匹配组成，使得任意一个格子至多在一个匹配里，这组匹配的价值即为所有有匹配的格子的价值之和。

求所有不同的匹配的价值之和，两组匹配不同当且仅当一对匹配存在于一组匹配中，而不存在于另一组匹配中。答案对 998244353 取模。

【输入格式】

第一行一个正整数 n 。

接下来 n 行每行一个长度为 n 的字符串，其中第 i 行第 j 列的字符表示 $d_{i,j}$ 。

接下来 n 行每行 n 个整数，其中第 i 行第 j 列的数表示 $a_{i,j}$ 。

【输出格式】

一行一个整数，表示答案对 998244353 取模的值。

【输入输出样例1】

cat.in	cat.out
4 RRRD RULL DULU URUL 1 2 2 2 1 2 2 1 2 1 2 1 2 2 2 1	160

【数据规模与约定】

本题采用捆版测试。对于所有测试数据，满足

$2 \leq n \leq 500, d_{i,j} \in \{L, R, U, D\}, 0 \leq a_{i,j} < 998244353$ 。

子任务编号	$\overline{\mathfrak{A}}$	特殊限制	子任务分值
1	4		10
2	50		20
3	500	$d_{i,j} \in \{L, R\}$	30

子任务编号	$n \leq$	特殊限制	子任务分值
4	500	$a_{i,j=1}$	20
5	500		20