

Solution

十一之争(yo)

签。

设 $f(i, j)$ 表示考虑到了第 i 位, 当前的 $x \bmod 11$ 为 j 时, yoimiya 能够获胜。

转移的时候根据是 yoimiya 还是 oimiya 来讨论即可。

实在不行就跑记忆化搜索。

环球旅行(journey)

CF685E Travelling Through the Snow Queen's Kingdom

时间只会在边内流逝，考虑对于一组询问，我们实际上询问的就是是否存在一条从 l 到 r 的路径，其边权单调不降，且边权在 $[s, t]$ 内。

我们直接离线，考虑按边权从大到小加入图中，每次维护 $dis_{i,j}$ 表示从 i 到 j 的所有路径中，最大边权最小的路径的边权大小。判断是否 $dis_{i,j} \leq r$ 即可。

乍一看无法暴力维护，然而实际上我们每一次加入的边一定是边权最小的，也就是只能作为起点的，因此加入一条边 (u, v, i) 时。 $dis_{x,y}$ 会被更新当且仅当 $x = u$ 或者 $x = v$ 。这样的 $dis_{x,y}$ 只有 $O(n)$ 个，逐个枚举暴力更新即可。

时间复杂度为 $O(nm + q)$ 。

双倍经验(double)

翻译一下题面：有一棵树，每个结点有芒、荒两种形态，每次会花费 w_i 进行切换，同时边也有芒荒两态，每次询问从 x 的某形态到 y 的某形态的最小代价。

求树上路径的问题基本上需要考虑倍增，我们考虑 $f(x, i, 0/1, 0/1)$ 表示从 x 的 $0/1$ 状态向上 2^i 层节点的 $0/1$ 态的最小代价，合并非常简单。

然而这样的倍增要求最短路径不能往回走。大部分时候是不可能往回走的，但是当你的目的地是从 x_0 到 x_1 时就不一样了，有可能存在你向下到节点 y ，切换状态再回到 x 会比从 x 直接切换状态更加优秀，因此我们需要更新所有的 w_i 。注意到显然我们的路径只可能是到达某一节点，切换，然后回来。

树形 dp 换根即可解决，首先记 f_x 表示从 x 到 x 的子树中某一结点切换再回到 x 的最小代价。这个直接 dp 即可。我们记 g_x 表示切换形态的最小代价。对于根节点 $g_x = \min(f_x, w_x)$ 。然后换根，对于每一个节点，求出其子树的 f_x 的前缀最小值和后缀最小值即可，假设父亲给的最优解为 s ， $g_x = \min(f_x, s_x, w_x)$ 。

时间复杂度 $O((q + n) \log n)$

封印(seal)

JOISC 2015 Day2 Keys

我们首先将所有人进入和离开的时间 a_i, b_i 混在一起排序，容易发现，相邻两个时刻的一段只跟这两个人的决策有关。

我们分类讨论相邻两个人的离开回来情况计算代价，假设 i, j 是此时讨论的相邻的两个人。

- i 回来, j 出去, 此时我们可以让 i 无条件直接关门, 答案直接加上这段区间的贡献即可。
- i 回来, j 回来, 只有 j 是大魔法师的情况下才能让 i 关门, 产生贡献, 我们将其记在 j 上, 代表 j 是大魔法师的贡献。
- i 出去, j 出去, 只有在 i 是大魔法师的情况下 i 才能够关门, 我们将贡献记在 i 上
- i 出去, j 回来, 此时必须 i, j 同时是大魔法师才有贡献, 我们将 i, j 之间连边, 对于每一个 j 这种情况只会出现一次, 所以我们不妨将贡献哦那个另一个数组记在 j 上。

显然我们最终连出来的是若干条链, 我们可以将这些链串成一个大链, 可以直接 DP , 我们记 $f(i, j, 0/1)$ 表示前 i 个人有 j 位大魔法师的最大贡献, dp 即可, 时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

金坷垃(fert)

Luogu P9544 [湖北省选模拟 2023] 调和 / conduct

高中数学题的数据结构应用。

注意到 $C = A_N + A_P + A_K = B_{N,i} + B_{P,i} + B_{K,i}$ 故 $\sum a_i = 1$ 。并且只要满足 $A_N = \sum a_i B_{N,i}$ 以及 $A_P = \sum a_i B_{P,i}$ 就可以保证 $A_K = \sum a_i B_{K,i}$ 。

通过高中数学向量知识，我们可以知道 $a\vec{AB} + b\vec{AC}$ 在 $a + b = 1$ 的情况下，可以取到 BC 上任意一点。

本题中对于所有的点，保留 $(B_{N,i}, B_{P,i})$ ，拓展到多个点即可轻松发现，满足条件的点就是所构成凸包内的所有点，问题变成了求最小的联通块，使其内部点构成凸包包含给定点。

显然凸包可以做三角剖分，因此实际上就是找三个点即可。

再根据三角剖分的方案不唯一，可以知道，任选一个点 A ，一定存在一种三角剖分方案，使得给定的点所在的三角形以点 A 为一个端点。

再再分析可以知道，答案的联通块一定是一条链(在此不做证明，大家可以自己想一下，想不出来去看 luogu 题解)。

树上找链，点分治。进一步，看三个点组成三角形包含原点的条件，之前我们说可以任选一个点，不妨选择分治重心，并以原点到分治中心为 0 度，按照 $\angle YOX$ 排序，变成二位偏序维护一下即可。直接做 $O(N \log^2 N)$ ，有一只 \log 的做法(5e4 其实没啥必要)，去看洛谷题解吧。