

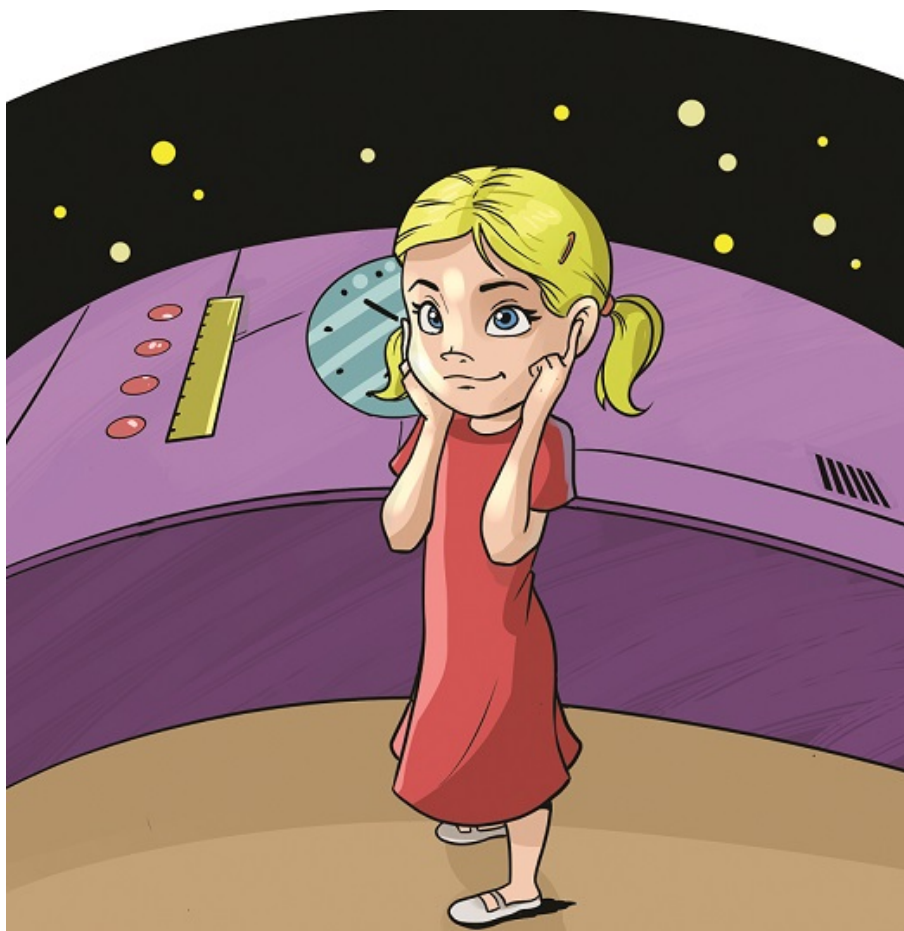
Opowieść o Głębokiej Symetrii Świata:

Dlaczego elektron i pozyton mają przeciwne znaki?

Arkadiusz Okupski

27 listopada 2025

„Science is the belief in the ignorance of experts”. — R. P. Feynman



Streszczenie

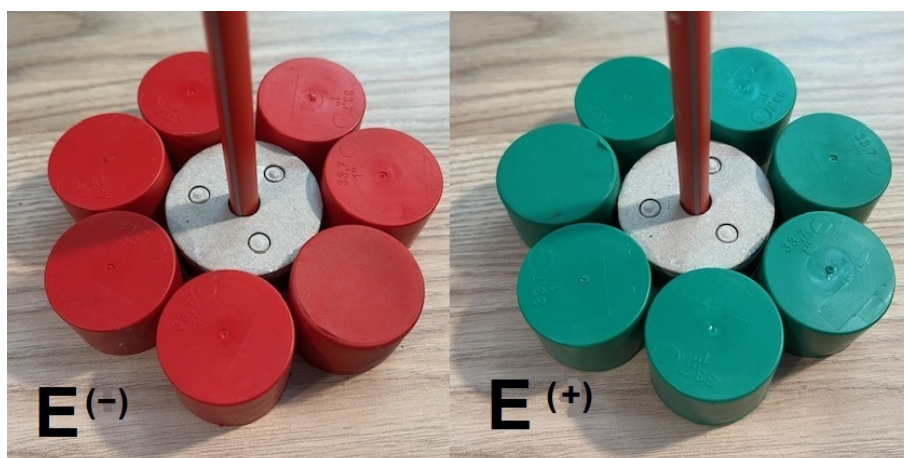
Przedstawiam geometryczny model elektronu i pozytonu w kontekście symetrycznych światów I i II. Model opiera się na koncepcji wewnętrznej dynamiki określonej

przez kierunek obrotu (dK: o+ lub o-) oraz wariant spinowy (Sp1 lub Sp2). Demonstruję lustrzane powiązania między cząstkami w obu światach oraz konsekwencje tych symetrii dla procesów anihilacji i quasi-anihilacji. Praca stanowi kontynuację *Opowieści o Symetrii Świata*[1], w której opisano geometryczną naturę protonu.

Prolog: Dwie Strony Tej Samej Monety

W głębi każdego atomu, w niewyobrażalnie małej skali, rozgrywa się cicha rewolucja. Elektron – ten niepozorny tancerz okrążający jądro – skrywa jedną z największych tajemnic fizyki. Jego partner, pozyton, jest niemal identyczny, a jednak fundamentalnie różny. Przez sto lat fizycy opisują ich równaniami. A gdyby można było ich... **dotknąć**?

1 Model elektronu - “Wir–Sprzężenie–Brzeg”



1.1 Elementy modelu

- **O (Ołówek)** – oś kwantyzacji – kierunek, wzdłuż którego projektuje się spin.
- **dK (Duże kółko)** – jądro elektronu, platforma relacji 2:1.
- **G (Gumka)** – sprzężenie Möbiusa, silnik topologiczny.
- **K (Małe kółka)** – stany brzegowe, granica cząstki.
- **ST (Strzałka)** – znacznik stanu kwantowego.

Szczegółowy opis znajduje się w pracy [2].

2 Relacja fundamentalna między modelem symbolicznym a formalizmem matematycznym

Wprowadzony model wykorzystuje symbole (Sp1, Sp2, dK, K) jako analogie struktur matematycznych znanych z teorii grup, spinorów i reprezentacji SU(2). Poniżej przedstawiono hybrydowy zapis, który jednoznacznie łączy te dwa poziomy opisu.

2.1 Odpowiedniki symboli w języku matematycznym

$$\text{Sp1} \longleftrightarrow |\psi_1\rangle \in \mathbb{C}^2 \quad (\text{pierwsza składowa spinora}) \quad (1)$$

$$\text{Sp2} \longleftrightarrow |\psi_2\rangle \in \mathbb{C}^2 \quad (\text{druga składowa spinora}) \quad (2)$$

$$\text{dK} \longleftrightarrow \sigma_z \quad (\text{operator zmiany fazy / "ładunku"}) \quad (3)$$

$$\text{K} \longleftrightarrow R(\theta) = e^{-i\theta \vec{n} \cdot \vec{\sigma}/2} \quad (\text{pełny operator obrotu SU(2)}) \quad (4)$$

gdzie $\vec{\sigma}$ oznacza wektor macierzy Pauliego, zaś $|\psi\rangle$ to wektor spinorowy opisujący stan obiektu.

2.2 Relacja fundamentalna

W modelu przyjęto, że *dwa obroty dK odpowiadają jednemu pełnemu obrotowi K*. W formalizmie matematycznym odpowiada to klasycznej własności spinorów: dopiero obrót o 4π przywraca stan do siebie.

$$2 \times \text{obróć dK} = 1 \times \text{obróć K} \quad (5)$$

$$R(4\pi) |\psi\rangle = + |\psi\rangle \quad (6)$$

Obrót o 2π daje fazę ujemną:

$$R(2\pi) |\psi\rangle = - |\psi\rangle \quad (7)$$

2.3 Interpretacja

- ψ w powyższych równaniach oznacza **spinor**, czyli obiekt matematyczny, który reprezentuje stan cząstki o spinie $1/2$.
- Obrót dK pełni rolę *połówkowego kroku fazowego*.
- Obrót K działa jak pełny generator SU(2).
- Zależność:

$$2 \times \text{dK} = \text{K}$$

jest dokładnym odpowiednikiem faktu:

dwa obroty spinora ($2\pi + 2\pi$) = (4π) jeden pełny powrót.

2.4 Znaczenie dla modelu lustrzanego

Ponieważ zmiana "ładunku" lustrzanego odbywa się poprzez zmianę polaryzacji dK, jej matematyczny odpowiednik to multiplikacja spinora operatorem σ_z :

$$|\psi\rangle \longrightarrow \sigma_z |\psi\rangle \quad (8)$$

co zmienia znak jednej ze składowych spinora, analogicznie do zmiany:

$$\text{dK: } + \leftrightarrow -.$$

"Lustrzaność" odpowiada natomiast działaniu operatora parzystości w przestrzeni spinowej.

3 Generowanie Ładunku w świetle I lub II: Dwa potencjalne mechanizmy

3.1 Mechanizm I: Różne Kształty

Elektron (e^-) : Kształt “0” \Rightarrow K i dK obracają się w tę samą stronę

Pozyton (e^+) : Kształt “8” \Rightarrow K i dK obracają się w przeciwne strony

3.2 Mechanizm II: Różne Sposoby Sklejania

Sposób 1 (Sp.1) : Prawy koniec przekładany ZA taśmę

Sposób 2 (Sp.2) : Prawy koniec przekładany PRZED taśmę

Tabela 1: Porównanie własności elektronu i pozytonu w świetle I (naszym)

Właściwość	Elektron (E^-)	Pozyton (E^+)
Geometria (G)	G0 (kształt “0”)	G0 (kształt “0”)
Sposób sklejenia	Sp1 (koniec ZA taśmą)	Sp2 (koniec PRZED taśmą)
Kierunek $K \leftrightarrow dK$	Zawsze zgodny (G0)	Zawsze zgodny (G0)
Polaryzacja dK	$dK(o^+)$	$dK(o^+)$
Ładunek elektryczny	-1	+1
Energia spoczynkowa	$0.511 \text{ MeV}/c^2$	$0.511 \text{ MeV}/c^2$
Relacja spinorowa	2:1 (obrót dK : obrót K)	2:1 (obrót dK : obrót K)
Stan po anihilacji	RKP rozprostowana (bez skreślenia)	
Stabilność	Stabilna konfiguracja	Stabilna konfiguracja

Tabela 2: Porównanie własności lustrzanego elektronu i lustrzanego pozytonu w świetle II

Właściwość	Lustrzany elektron (E^+)	Lustrzany pozyton (E^-)
Geometria (G)	G0 (kształt “0”)	G0 (kształt “0”)
Sposób sklejenia	Sp1' (geometria jak Sp1)	Sp2' (geometria jak Sp2)
Kierunek $K \leftrightarrow dK$	Zawsze zgodny (G0)	Zawsze zgodny (G0)
Polaryzacja dK	$dK(o^-)$	$dK(o^-)$
Ładunek elektryczny	+1	-1
Energia spoczynkowa	$0.511 \text{ MeV}/c^2$	$0.511 \text{ MeV}/c^2$
Relacja spinorowa	2:1 (obrót dK : obrót K)	2:1 (obrót dK : obrót K)
Stan po anihilacji	RKP rozprostowana (bez skreślenia)	
Stabilność	Stabilna konfiguracja	Stabilna konfiguracja

4 Konsekwencje Energetyczne

4.1 Mechanizm I

$$m_{e^+} > m_{e^-} \quad (\text{z powodu bardziej złożonej topologii}) \quad (9)$$

4.2 Mechanizm II

$$m_{e^+} = m_{e^-} \quad (\text{przy skręcie Sp.2}) \quad (10)$$

5 Dokładność pomiarowa jako test modelu geometrycznego

Precyzja współczesnych pomiarów

Współczesna fizyka eksperymentalna osiągnęła niezwykłą precyzję w wyznaczaniu fundamentalnych stałych:

- **Masa/energia spoczynkowa elektronu:**

$$m_e c^2 = 0.51099895000(15) \text{ MeV}$$

$$\text{Niepewność względna: } \sim 3 \times 10^{-11}$$

- **Testy symetrii CPT dla pozytonu:**

$$\frac{|m_{e^+} - m_{e^-}|}{m_e} < 8 \times 10^{-9}$$

Różnica mas jest niemal nieodróżnialna od zera

Implikacje dla modelu geometrycznego

Ta niezwykła precyzja pomiarowa stanowi naturalny test dla proponowanego modelu geometrycznego:

- **Mechanizm I (różne kształty):**
 - Konfiguracja “ósemka” vs “zero”
 - Oczekiwana różnica energii $\gtrsim 10^{-6}$
 - **Potencjalnie wykrywalna** w najnowszych eksperymentach
- **Mechanizm II (tylko różne skręcenia):**
 - Ta sama geometria “zero”, różne sposoby skręcenia Sp.1/Sp.2
 - Oczekiwana różnica energii $\lesssim 10^{-10}$
 - **Zgodna z obecnymi pomiarami**

Przewidywania i falsyfikowalność

Model geometryczny generuje konkretne, falsyfikowalne przewidywania:

$$\frac{m_{e^+} - m_{e^-}}{m_e} = \begin{cases} > 10^{-8} & \text{Mechanizm I (ósemka vs zero)} \\ < 10^{-10} & \text{Mechanizm II (tylko różne skręcenia)} \end{cases} \quad (11)$$

Obecny stan wiedzy ($< 8 \times 10^{-9}$) **wskazuje na preferencję dla Mechanizmu II**, gdzie elektron i pozyton różnią się wyłącznie sposobem skręcenia wstęgi Möbiusa, zachowując identyczną geometrię podstawową.

6 Anihilacja Geometryczna

6.1 Wynik Anihilacji

- Mechanizm I: RKP ze skretem Möbiusa
Mechanizm II: RKP rozprostowana, bez skretn

7 Elektron i pozyton w swiatach I i II

7.1 Świat I (nasz)

- Elektron $E(-)$: (Sp1, dK: o+, G=0)
- Pozyton $E(+)$: (Sp2, dK: o+, G=0)

7.2 Świat II (lustrzany)

- Lustrzany elektron $E(+)$: (Sp1, dK: o-, G=0)
- Lustrzany pozyton $E(-)$: (Sp2, dK: o-, G=0)

7.3 Lustrzane powiazania elektron-pozyton

- Elektron $E(-)$ w swiecie I jest lustrzanie rownowazny z pozytonem $E(-)$ w swiecie II.
- Lustrzany elektron $E(+)$ w swiecie II jest lustrzanie rownowazny z pozytonem $E(+)$ w swiecie I.

7.4 Uwagi dotyczace klasyfikacji

- Topologia G8 zostala pominieta, poniewaz jest mniej korzystna energetycznie i nie wystepuje w stabilnych konfiguracjach.
- Kluczowe dla rozroznienia ladunku sa wariant spinowy (Sp1 lub Sp2); kierunek obrotu dK oraz topologia G=0 pozostaja niezmiennie w ramach danego swiata.
- Masa elektronow i pozytonow pozostaje identyczna w obu swiatach.

8 Anihilacja w swiecie I

8.1 Mechanizm anihilacji

Po anihilacji par $E(-)$ i $E(+)$ w swiecie I powstaje fotonowa energia bez pozostalosci skretu wstegi Möbiusa, poniewaz konfiguracje Sp1 i Sp2 neutralizuja sie.

8.2 Energetyka w swiecie I

Energia spoczynkowa elektronow i pozytonow jest identyczna, co zapewnia stabilnosc ukladu i symetrie w procesach anihilacji.

9 Anihilacja i redukcja topologii

W modelu dyskretnym stan cząstki elementarnej określają trzy niezależne inwarianty:

$$(\text{Sp}, dK, G),$$

gdzie:

- $\text{Sp} \in \{\text{Sp1}, \text{Sp2}\}$ jest dyskretnym wariantem spinowym (nośnikiem znaku ładunku),
- $dK \in \{o^+, o^-\}$ jest lokalną orientacją cyklu dynamicznego,
- $G \in \{0, 8\}$ jest globalną klasą topologiczną; w stabilnych konfiguracjach fizycznych przyjmujemy $G = 0$.

9.1 Reguła ładunku i warunek anihilacji

Ładunek elektryczny definiujemy jako funkcję wariantu spinowego:

$$Q(\text{Sp1}) = -1, \quad Q(\text{Sp2}) = +1.$$

Kierunek dK i klasa topologiczna G nie niosą ładunku i nie ulegają zmianie w trakcie anihilacji.

Warunkiem anihilacji jest więc złożenie dwóch stanów o przeciwnym ładunku:

$$(\text{Sp1}, dK, G = 0) + (\text{Sp2}, dK, G = 0).$$

9.2 Mechanizm zniknięcia ładunku

Ponieważ warianty spinowe są dyskretne, suma konfiguracji

$$\text{Sp1} + \text{Sp2}$$

nie definiuje nowego wariantu; zamiast tego para przeciwnych stanów tworzy układ topologicznie neutralny. Formalnie zapisujemy:

$$(\text{Sp1}, dK, 0) \oplus (\text{Sp2}, dK, 0) \longrightarrow (\text{Brak defektu}, dK, 0).$$

W rezultacie zanika stopień swobody odpowiedzialny za ładunek (antagonistyczna para wariantów spinowych), a pozostająca część konfiguracji staje się topologicznie trywialna.

9.3 Redukcja geometrii wewnętrznej

Topologia $G = 0$ jest addytywnie stabilna:

$$0 \oplus 0 = 0,$$

co oznacza, że złożenie dwóch stanów nie generuje żadnego nowego globalnego skrętu ani defektu. Ponieważ także orientacja dK jest taka sama dla obu cząstek, lokalna struktura dynamiczna ulega geometrycznej kompensacji i nie pozostawia resztkowej krzywizny.

9.4 Finalny stan po anihilacji

Po złożeniu dwóch stanów przeciwnie naładowanych:

$$E(-) = (\text{Sp}1, o^+, 0), \quad E(+) = (\text{Sp}2, o^+, 0),$$

otrzymujemy:

$$E(-) + E(+) \longrightarrow \text{konfiguracja topologicznie trywialna.}$$

W języku fizycznym odpowiada to emisji kwantów pola (elektromagnetycznego lub grawitacyjnego), natomiast w języku modelu oznacza całkowite wygaszenie defektu niosącego ładunek.

Zatem anihilacja polega nie na destrukcji obiektów, lecz na neutralizacji dyskretnych stopni swobody $\text{Sp}1$ i $\text{Sp}2$ przy zachowaniu globalnej topologii $G = 0$.

10 Quasi-anihilacja światów I i II z użyciem wariantów primowanych

W modelu zakładamy istnienie dwóch równoległych porządków geometrycznych:

$$\text{Świat I (nasz)}, \quad \text{Świat II (lustrzany)}.$$

Świat II powstaje poprzez odbicie lustrzane cyklu dynamicznego dK :

$$o_I^+ \longleftrightarrow o_{II}^-,$$

natomiast geometria wariantów spinowych pozostaje identyczna. Jednakże interpretacja ładunku w świecie II jest odwrócona, dlatego wprowadzamy oznaczenia primowane: $\text{Sp}1'$ i $\text{Sp}2'$.

10.1 Lustrzane odpowiedniki elektronów

W świecie I obowiązuje konwencja:

$$E(-)_I = (\text{Sp}1, o^+, G = 0), \quad E(+)_I = (\text{Sp}2, o^+, G = 0).$$

Po odbiciu lustrzanym otrzymujemy stany w świecie II:

$$E(+)_II = (\text{Sp}1', o^-, G = 0), \quad E(-)_II = (\text{Sp}2', o^-, G = 0),$$

gdzie apostrof sygnalizuje odwrócenie interpretacji ładunku, a nie zmianę geometrii.

10.2 Warunek quasi-anihilacji

Rozważamy proces złożenia:

$$E(-)_I = (\text{Sp}1, o^+, 0) \oplus E(+)_II = (\text{Sp}1', o^-, 0).$$

Stany te nie są odwrotnościami topologicznymi (jak para $\text{Sp}1$ i $\text{Sp}2$ w zwykłej anihilacji w świecie I). Mają identyczną geometrię, lecz przeciwną orientację dK , a znak ładunku różni się wyłącznie interpretacyjnie.

10.3 Mechanizm wygładzania struktury dynamicznej

Kluczową rolę odgrywa neutralizacja orientacji:

$$o_I^+ \oplus o_{II}^- \longrightarrow o^0,$$

gdzie o^0 oznacza brak cykliczności. Proces:

$$(\text{Sp}1, o^+, 0) \oplus (\text{Sp}1', o^-, 0)$$

nie prowadzi do emisji energii (brak pary Sp1–Sp2), lecz do relaksacji geometrii i wygaszenia lokalnej krzywizny dK .

10.4 Interpretacja fenomenologiczna

Proces ten nazywamy **quasi-anihilacją**, ponieważ:

- nie zachodzi emisja energii (brak „anty-stanu” geometrycznego),
- zanika różnica orientacji cyklu dynamicznego,
- geometria przechodzi w stan bardziej gładki: $o^+ \oplus o^- \rightarrow o^0$,
- globalna topologia $G = 0$ pozostaje niezmienną,
- zmiana ładunku między światami wynika wyłącznie z konwencji ($\text{Sp}1 \leftrightarrow \text{Sp}1'$), nie z innej geometrii.

10.5 Konkluzja

Quasi-anihilacja światów I i II ma charakter *czysto geometryczno-semantyczny*:

$$\boxed{(\text{Sp}1, o^+) \oplus (\text{Sp}1', o^-) \longrightarrow (\text{konfiguracja bez cykliczności } dK, G = 0)}$$

Jest to geometryczny odpowiednik wyrównania faz w dwóch odwróconych układach, a nie klasyczna anihilacja cząstka–antycząstka.

11 Odwzorowanie dawnych znaczników z *Opowieści o Symetrii Wszechświata* na nowy formalizm (Sp, dK)

Niniejsza sekcja stanowi uzupełnienie i doprecyzowanie wcześniejszej pracy *Opowieść o Symetrii Wszechświata*, w której szczegółowo opisano strukturę protonu oraz procesu jego rozpakowania i ponownego zapakowania w światach I i II. W tamtej narracji pojawiały się znaczniki

$$K_{\text{Red}}, \quad K_{\text{Gren}}, \quad \text{ZKP}(+), \quad \text{ZKP}(-),$$

służące do kodowania ładunku i lokalnej polaryzacji topologicznej. Model ten był kompletny dla protonu, lecz brakowało mu odpowiadającej konstrukcji dla elektronu, co uniemożliwiało opis pełnego, stabilnego obiektu „atomowego” (np. wodoru).

W obecnym opracowaniu wprowadzono zatem spójny model elektronu i pozytonu, a wraz z nim — uproszczoną i bardziej jednoznaczną parametryzację topologiczną w postaci pary:

$$(Sp, dK), \quad Sp \in \{\text{Sp}1, \text{Sp}2\}, \quad dK \in \{o^+, o^-\}.$$

Nowe odwzorowanie dawnych znaczników

1. Polaryzacja: Dawne lokalne znaczniki skrętu

$$\text{ZKP}(+) \quad \text{oraz} \quad \text{ZKP}(-)$$

przechodzą bezpośrednio na polaryzację lokalnego skrętu:

$$\text{ZKP}(+) \longleftrightarrow dK(o^+), \quad \text{ZKP}(-) \longleftrightarrow dK(o^-).$$

2. Znacznik ładunku (kolor): W *Opowieści* znacznik ładunku sygnalizowały etykiety

$$K_{\text{Red}}, \quad K_{\text{Gren}}.$$

W nowym formalizmie ich rolę przejmują warianty spinowe:

$$K_{\text{Gren}} \longleftrightarrow Sp1, \quad K_{\text{Red}} \longleftrightarrow Sp2.$$

3. Reguła ładunku: Zmiana znaku ładunku odbywa się teraz wyłącznie poprzez

$$Sp1 \leftrightarrow Sp2,$$

nie zaś poprzez zmianę polaryzacji dK . Oznacza to, że ładunek elektryczny został powiązany z *globalnym* wariantem spinowym, a nie z lokalną strukturą skrętu.

Interpretacja i powiązanie z konstrukcją wodoru

W pierwotnej *Opowieści* opisano pełen cykl transformacji protonu (zapakowanie–wygładzenie–rozpakowanie) w obu światach, lecz elektron nie miał odpowiedniej, równoległej konstrukcji topologicznej. Wprowadzenie parametrów (Sp, dK) pozwala na:

- zdefiniowanie elektronu i pozytonu w sposób analogiczny do protonu i antyprotonu,
- jednoznaczne zakodowanie ładunku poprzez Sp ,
- zachowanie polaryzacji poprzez dK ,
- powiązanie obu obiektów w stabilną konfigurację proton–elektron, co umożliwia opis topologicznego modelu atomu wodoru.

Zgodne odwzorowanie dawnych znaczników na parę (Sp, dK) czyni zatem wcześniejszy model protonowy i nowy model elektronu częścią jednej, spójnej struktury, w której oba obiekty opisuje się tym samym zestawem inwariantów.

12 Zmiana ładunku między światami I i II

W modelu istnieją dwa równoległe porządki geometryczne:

$$\text{Świat I (nasz)}, \quad \text{Świat II (lustrzany)}.$$

Transformacja między nimi składa się z dwóch elementów:

1. **Odbicia kierunku obrotu** cyklu dynamicznego:

$$o_I^+ \longleftrightarrow o_{II}^-,$$

2. **Odwrócenia interpretacji wariantów spinowych** poprzez wprowadzenie oznaczeń primowanych:

$Sp1' \equiv$ „interpretacyjny odpowiednik $Sp1$ w świecie II”, $Sp2' \equiv$ „interpretacyjny odpowiednik

Geometria wariantów spinowych pozostaje identyczna w obu światach — zmienia się wyłącznie *interpretacja znaku ładunku*. Dlatego w świecie II:

$$Q(Sp1') = +1, \quad Q(Sp2') = -1.$$

12.1 Lustrzane odpowiedniki elektronów

W świecie I obowiązuje konwencja:

$$E(-)_I = (Sp1, o^+, G = 0), \quad E(+)_I = (Sp2, o^+, G = 0).$$

Po transformacji lustrzanej otrzymujemy:

$$E(+)_II = (Sp1', o^-, G = 0), \quad E(-)_II = (Sp2', o^-, G = 0).$$

Znak ładunku zmienia się wyłącznie dlatego, że praktyka interpretacyjna w świecie II jest odwrócona — geometria pozostaje ta sama.

12.2 Mechanizm zmiany ładunku

Transformacja między światami można zapisać symbolicznie jako:

$$(Sp, o^+)_I \xrightarrow{\text{lustro}} (Sp', o^-)_{II},$$

gdzie apostrof oznacza:

„tę samą geometrię, lecz przeciwną interpretację ładunku”.

W szczególności:

$$Sp1 \rightarrow Sp1', \quad Sp2 \rightarrow Sp2'.$$

12.3 Interpretacja geometryczno–spinorowa

Transformacja $o^+ \leftrightarrow o^-$ jest odwzorowaniem kierunku obrotu i odpowiada odbiciu lustrzanemu. W języku spinorowym jest to działanie macierzą:

$$\sigma_z |\psi\rangle,$$

co zmienia znak jednej składowej spinora.

Natomiast transformacja

$$Sp1 \leftrightarrow Sp1', \quad Sp2 \leftrightarrow Sp2'$$

ma charakter interpretacyjny i odpowiada temu, co w QFT nazywa się „charge conjugation semantics”:

„append apostrophe, flip interpretation, zachowując geometrię”.

12.4 Wniosek

Pełna zmiana ładunku między światami I i II wynika z kombinacji:

$$o^+ \rightarrow o^- \quad (\text{odbicie geometrii}),$$

$$\text{Sp} \rightarrow \text{Sp}' \quad (\text{odwrócenie interpretacji}).$$

Geometria cząstki pozostaje ta sama, a zmienia się jedynie kontekst światowy, w którym odczytywany jest znak ładunku.

UWAGA. Praca ta jest dość złożona i autor nie ma pewności, czy całość jest wewnętrznie spójna i logiczna. Raczej tak i starałem się o to. Nawet jeśli pojawiają się nieścisłości, to sam fundament tego **opracowania** jest solidny. Praca jest kontynuacją dyskusji z klockami, puzzłami i piórnikami, a co to znaczy, wyjaśniłem w pracy [2].

Literatura

- [1] A. Okupski. *A Tale of Deep Symmetry in the World Version 2.0*. Zenodo, 2025. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17566899>.
- [2] A. Okupski. *How Toys Predicted the End of the Accelerating Universe*. Zenodo, 2025. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17665571>.
- [3] A. Okupski. *Gravitomagnetism as an Emergent Geometric Phenomenon*. Zenodo, 2025. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17508247>