Курсовая работа (часть 2)

Исследование нелинейных динамических систем на плоскости

В каждом из представленных вариантов №1-№13 необходимо:

1. Дать биологическую интерпретацию характеристик системы (хищник-жертва, характеристика трофической функции, очистка воды)

2. Ввести новые безразмерные переменные, максимально уменьшив число входящих параметров. Выбрать два свободных параметра. Если число параметров больше двух, то считать остальные параметры фиксированными.

3. Найти неподвижные точки системы и исследовать их характер в зависимости от значений параметров. Результаты исследования представить в виде параметрического портрета системы.

4. Для каждой характерной области параметрического портрета построить фазовый портрет. Дать характеристику поведения системы в каждом из этих случаев.

5. Исследовать возможность возникновения предельного цикла. В положительном случае найти соответствующее первое ляпуновское число. Исследовать характер предельного цикла (устойчивый, неустойчивый, полуустойчивый).

6. Дать биологическую интерпретацию полученным результатам.

Варианты

Если нет дополнительных ограничений, то все входящие параметры считаются положительными.

Системы №1-№16 рассматриваются в областях $\mathbb{R}^2_+$ и $\mathbb{R}^3_+$ соответственно.

1. $\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{ax^2}{N+x} - bxy, \\ \dot{y} = -cy + dxy, \end{cases} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2_+;$

2. $\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{ax^2}{1+x} - \dfrac{bxy}{1+Ax}, \\ \dot{y} = -cy + \dfrac{dxy}{1+Ax}, \end{cases} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2_+;$

3. $\begin{cases} \dot{x} = ax(K-x) - \dfrac{bxy}{1+Ax}, \\ \dot{y} = -cy + \dfrac{dxy}{1+Ax}, \end{cases} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2_+;$

4. $\begin{cases} \dot{x} = ax(K-x) - \dfrac{bx^2y}{1+Ax^2}, \\ \dot{y} = -cy + dxy, \end{cases} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2_+;$

5. $\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{ax(K-x)}{K} - bxy, \\ \dot{y} = -cy + \dfrac{dxy^2}{1+Ay}, \end{cases} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2_+;$

6. $\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{ax^2(K-x)}{K(N+x)} - bxy, \\ \dot{y} = -cy + dxy, \end{cases} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2_+;$

7. $\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{ax(K-x)}{x} - \dfrac{bxy}{N+x}, \\ \dot{y} = dxy - \dfrac{cy^2}{N+y}, \end{cases} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2_+;$

8. $\begin{cases} \dot{x} = rx(b - \ln x) - \dfrac{bxy}{1+x}, \\ \dot{y} = -cy + dxy, \end{cases} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2_+;$

9. $\begin{cases} \dot{x} = rx(b - \ln x) - bxy, \\ \dot{y} = \dfrac{dxy}{N+y} - cy, \end{cases} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2_+;$

Системы №10-№12 («очистка сточных вод с учётом аэрации»): u — загрязнение, v — биологически активная среда, q — концентрация кислорода.

$$10.\ \begin{cases} \dfrac{du}{dt} = a - bu - \dfrac{cuv}{1+u}, \\ \dfrac{dv}{dt} = duvq - ev, \\ \dfrac{dq}{dt} = R - fq, \end{cases} \qquad (u, v, q) \in \mathbb{R}^3_+;$$

$$11.\ \begin{cases} \dfrac{du}{dt} = a - bu - \dfrac{cuv}{A+u}, \\ \dfrac{dv}{dt} = d\dfrac{uvq}{1+u} - ev, \\ \dfrac{dq}{dt} = R - fq, \end{cases} \qquad (u, v, q) \in \mathbb{R}^3_+;$$

$$12.\ \begin{cases} \dfrac{du}{dt} = a - bu - \dfrac{cuv}{A+u}, \\ \dfrac{dv}{dt} = duvq - ev, \\ \dfrac{dq}{dt} = R - fq - hqv, \end{cases} \qquad (u, v, q) \in \mathbb{R}^3_+.$$

Системы №13-№15 («больные клетки — здоровые клетки — лекарство»): u — больные клетки, v — здоровые клетки, h — лекарство.

$$13.\ \begin{cases} \dfrac{du}{dt} = r_1 u(A_u - u) - k_1 uh, \\ \dfrac{dv}{dt} = r_2 v(A_v - v) - k_2 uh, \\ \dfrac{dh}{dt} = -\gamma h + R, \\ v(0) = 10, h(0) = 0, u(0) = 10^3, \end{cases} \qquad (u, v, h) \in \mathbb{R}^3_+;$$

$r_1 = 0.012$, $r_2 = 0.006$, $A_u = 10^{12}$, $A_v = 10^{10}$, $k_2 = 10^{-6}$, $k_1 = 4.25k_2$, $\gamma = 0.001$.

Найти значение параметра R при котором $v(t) \geqslant 10^5$.

14. $$\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = r_1 u(A_u^* - \ln u) - k_1 uh, \\ \dfrac{dv}{dt} = r_2 - k_2 uh, \\ \dfrac{dh}{dt} = -\gamma h + R, \\ v(0) = 10^5, h(0) = 0, u(0) = 10^3, \end{cases} \qquad (u, v, h) \in \mathbb{R}_+^3;$$

$r_1 = 0.012$, $r_2 = 2$, $A_u^* = 12$, $\gamma = 0.001$, $k_2 = 10^{-4}$.

Найти соотношения между r_2 и R, при которых $v(t) \geqslant 10^3, t \geqslant 0$

15. Исследовать систему «брюсселятор» Пригожина—Лефевра:

$$\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = 1 + (b+1)u + au^2 v, \\ \dfrac{dv}{dt} = bu - au^2 v, \end{cases} \qquad (u, v) \in \mathbb{R}_+^2, \qquad a, b > 0.$$