Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра системного анализа

Отчет по компьютерному практикуму к курсу

«Стохастический анализ и моделирование»

Студент 415 группы
А. А. Владимиров

Руководитель практикума
к.ф.-м.н., доцент С. Н. Смирнов

Москва, 2021

Содержание

1 Задание 1 **3**
1.1 Реализация схемы Бернулли и биномиального распределения 3
1.2 Геометрическое распределение 4

1 Задание 1

Считается доступным лишь генератор равномерно распределенной на отрезке $[0,1]$ случайной величины $\eta \sim \mathrm{Uni}(0,1)$. Требуется:

1. Реализовать генератор схемы Бернулли с заданной вероятностью успеха p. На основе генератора схемы Бернулли построить датчик для биномиального распределения.

2. Реализовать генератор геометрического распределения. Проверить для данного распределения свойство отсутствия памяти.

3. Рассмотреть игру в орлянку — бесконечную последовательность независимых испытаний с бросанием правильной монеты. Выигрыш S_n определяется как сумма по всем n испытаниями 1 и -1 в зависимости от выпавшей стороны. Проиллюстрировать (в виде ломанной) поведение нормированной суммы $Y(i) = S_i/\sqrt{n}$, как функцию от номера испытания $i = 1, \ldots, n$ для одной отдельно взятой траектории. Дать теоритическую оценку для $Y(n)$ при $n \to \infty$.

1.1 Реализация схемы Бернулли и биномиального распределения

Чтобы практически реализовать схему Бернулли нужно получить н.о.р.с.в. $\xi_i \sim \mathrm{Bern}(p), i = 1, \ldots, n$. Для этого достаточно выразить ξ_i через η следующим образом: $\xi_i = \mathbb{I}(\eta < p) + \mathbb{I}(\eta \geqslant p)$, т.е.

$$\xi_i = \begin{cases} 1, & \eta < p, \\ 0, & \eta \geqslant p. \end{cases}$$

В свою очередь $\beta \sim \mathrm{Bin}(n,p)$ можно представить как $\beta = \sum\limits_{i=1}^{n} \xi_i$.

Программа, по описанной выше схеме моделирующая $\mathrm{Bin}(16, 0.5)$, дает следующий результат (рис. 1).

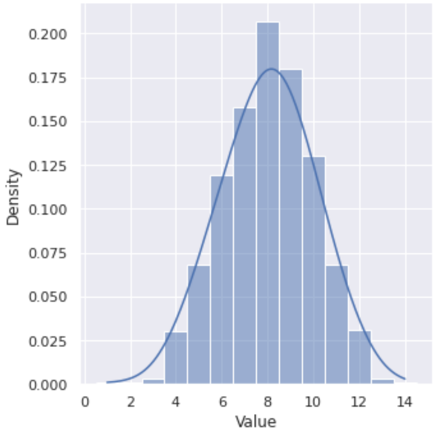

Рис. 1: Биномиальное распределение (размер выборки — 1000)

1.2 Геометрическое распределение

Случайная величина $\gamma \sim \text{Geom}(p)$ представима как $\gamma = \min\{i \in \mathbb{N} : \xi_i = 1\}$.

Геометрическое распределение обладает свойством отсутствия памяти, т.е. $\mathbb{P}(\gamma > m + n \mid \gamma \geqslant m) = \mathbb{P}(\gamma > n), \forall m, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.