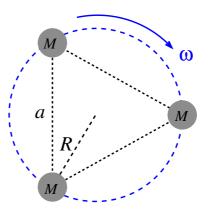
## $\mathbf{Q.}$ 1 [mcPT1a]

Uma configuração central é aquela em que a atração gravitacional mútua de vários corpos resulta numa força total sobre cada um deles que aponta para o centro de massa do sistema. A configuração central ilustrada na figura, descrita por Lagrange, permite que três corpos de massas iguais a M girem com velocidade angular  $\omega$  em órbita circular de raio R em torno do centro do triângulo equilátero de lado  $a=\sqrt{3}R$ . Qual deve ser a velocidade de revolução  $\omega$  desses corpos para que eles permaneçam em órbita circular em torno do centro do triângulo?

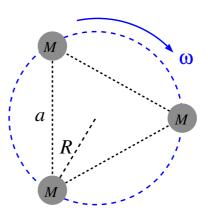


$$\begin{array}{|c|c|} \hline \textbf{C} & \omega = \sqrt{\frac{\sqrt{3}GM}{a^3}} \\ \hline \textbf{D} & \omega = \sqrt{\frac{2GM}{3a^3}} \\ \end{array}$$

$$\boxed{\mathrm{E}} \ \omega = \sqrt{\frac{GM}{3a^3}}$$

## $\mathbf{Q.}$ 2 [mcPT1b]

Uma configuração central é aquela em que a atração gravitacional mútua de vários corpos resulta numa força total sobre cada um deles que aponta para o centro de massa do sistema. A configuração central ilustrada na figura, descrita por Lagrange, permite que três corpos de massas iguais a M girem com velocidade angular  $\omega$  em órbita circular de raio R em torno do centro do triângulo equilátero de lado  $a=\sqrt{3}R$ . Qual deve ser o comprimento a do lado do triângulo para que esses corpos permaneçam em órbita circular em torno do centro do triângulo?



$$\mathbf{B} \ a = \left(\frac{3GM}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

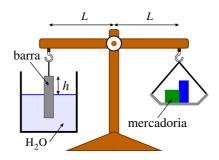
$$\mathbf{B} \ a = \left(\frac{3GM}{2\omega^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ a = \left(\frac{\sqrt{3}GM}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\begin{array}{c}
\boxed{D} \ a = \left(\frac{2GM}{3\omega^2}\right)^{\frac{1}{3}} \\
\boxed{E} \ a = \left(\frac{GM}{3\omega^2}\right)^{\frac{1}{3}}
\end{array}$$

## Q. 3 [mcPT2a]

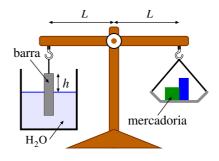
A figura ilustra uma balança de braços de comprimento  $L=30~\rm cm$ , uma barra homogênea de densidade  $\rho=5.0~\rm g/cm^3$  e de massa  $M=5.0~\rm kg$  e um balde grande para armazenar água (cuja densidade é  $1.0~\rm g/cm^3$ ). Movendo-se o balde para cima ou para baixo até que os braços da balança fiquem perfeitamente horizontais, e então medindo o comprimento emerso h da barra, pode-se obter a massa da mercadoria. Qual o intervalo de massas que pode ser medido com essa balança?



- Entre 4,0 e 5,0 kg.
- B Entre 0,0 e 5,0 kg.
- C Entre 0,0 e 15 kg.
- D Entre 1,0 e 5,0 kg.
- E Não há dados suficientes. Precisa-se do comprimento da barra.

## **Q.** 4 [mcPT2b]

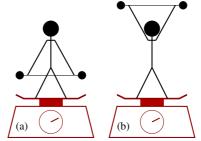
A figura ilustra uma balança de braços de comprimento  $L=40~\rm cm$ , uma barra homogênea de densidade  $\rho=3.0~\rm g/cm^3$  e de massa  $M=6.0~\rm kg$  e um balde grande para armazenar água (cuja densidade é  $1.0~\rm g/cm^3$ ). Movendo-se o balde para cima ou para baixo até que os braços da balança fiquem perfeitamente horizontais, e então medindo o comprimento emerso h da barra, pode-se obter a massa da mercadoria. Qual o intervalo de massas que pode ser medido com essa balança?

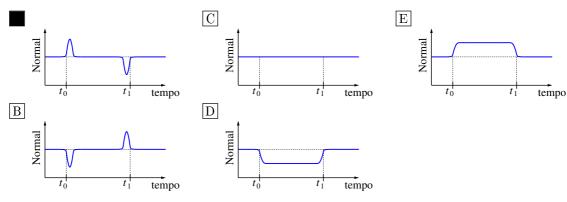


- Entre 4,0 e 6,0 kg.
- B Entre 0,0 e 6,0 kg.
- C Entre 0,0 e 2,4 kg.
- D Entre 2,0 e 6,0 kg.
- E Não há dados suficientes. Precisa-se do comprimento da barra.

## $\mathbf{Q.~5}$ [mcPT3a]

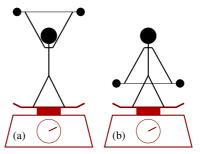
Uma pessoa carregando uma barra com pesos encontra-se sobre os pratos de uma balança de precisão, como ilustrado na figura (a). No instante  $t_0$ , a pessoa inicia o levantamento do peso terminando de erguê-lo no instante  $t_1$ , como ilustra a figura (b). Qual das alternativas abaixo melhor representa a magnitude da força normal entre a pessoa e a balança?

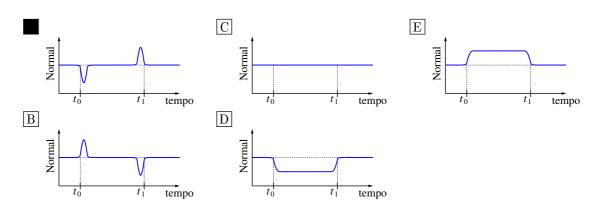




## Q. 6 [mmPT3b]

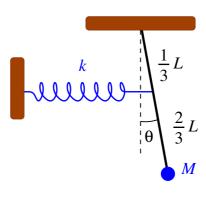
Uma pessoa carregando uma barra com pesos encontra-se sobre os pratos de uma balança de precisão, como ilustrado na figura (a). No instante  $t_0$ , a pessoa inicia o abaixamento do peso terminando de fazê-lo no instante  $t_1$ , como ilustra a figura (b). Qual das alternativas abaixo melhor representa a magnitude da força normal entre a pessoa e a balança?





## $\mathbf{Q.7}$ [mcPT4a]

O pêndulo da figura, formado por uma barra rígida de massa desprezível e comprimento L com uma massa pontual M suspensa, está ligado a uma mola horizontal e longa de massa desprezível e constante de mola k a uma distância L/3 de seu eixo de rotação. A mola está relaxada quando o pêndulo se encontra na posição vertical de equilíbrio  $\theta=0$ . Sendo g a aceleração da gravidade, considere as seguintes afirmações tendo em mente o regime de pequenas oscilações, ou seja, pequenas amplitudes de oscilação em torno do equilíbrio  $\theta\ll 1$ , onde  $\cos\theta\approx 1-\frac{1}{2}\theta^2$  e  $\sin\theta\approx \theta$ .



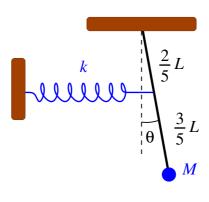
- I. A energia potencial gravitacional é conservada durante o movimento.
- II. A energia mecânica do sistema é  $E=\frac{1}{2}ML^2\left[\dot{\theta}^2+\left(\frac{g}{L}+\frac{k}{9M}\right)\theta^2\right]$
- III. A frequência de oscilação é  $\omega = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{k}{9M}}$

Qual das alternativas abaixo é a verdadeira?

- Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.
- B Nenhuma das outras alternativas.
- C Apenas a afirmação I é verdadeira.
- D Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
- [E] A afirmação I é verdadeira e a afirmação II é falsa.

#### Q. 8 [mcPT4b]

O pêndulo da figura, formado por uma barra rígida de massa desprezível e comprimento L com uma massa pontual M suspensa, está ligado a uma mola horizontal e longa de massa desprezível e constante de mola k a uma distância 2L/5 de seu eixo de rotação. A mola está relaxada quando o pêndulo se encontra na posição vertical de equilíbrio  $\theta=0$ . Sendo g a aceleração da gravidade, considere as seguintes afirmações tendo em mente o regime de pequenas oscilações, ou seja, pequenas amplitudes de oscilação em torno do equilíbrio,  $\theta\ll 1$  onde  $\cos\theta\approx 1-\frac{1}{2}\theta^2$  e  $\sin\theta\approx \theta$ .



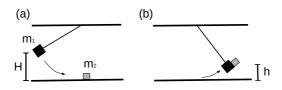
- I. A energia potencial elástica é conservada durante o movimento.
- II. A energia mecânica do sistema é  $E = \frac{1}{2}ML^2 \left[\dot{\theta}^2 + \left(\frac{g}{L} + \frac{4k}{25M}\right)\theta^2\right]$ .
- III. A frequência de oscilação é  $\omega = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{4k}{25M}}.$

Qual das alternativas abaixo é a verdadeira?

- Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.
- B Nenhuma das outras alternativas.
- C Apenas a afirmação I é verdadeira.
- D Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
- |E| A afirmação I é verdadeira e a afirmação II é falsa.

## Q. 9 [mcPT5a]

Um sistema composto por um pêndulo simples de massa  $m_1 = 2M$  é solto do repouso a partir de uma altura H em relação ao solo, conforme ilustrado na figura (a). Ao passar pelo ponto mais baixo de sua trajetória, a partícula de massa  $m_1$ colide com outra partícula de massa  $m_2 = M$ , que está em repouso no solo. Após a colisão, as duas partículas se movem juntas, formando um novo pêndulo, como mostrado na figura (b).



Qual é a altura máxima h que as duas massas subirão após a colisão, em termos de H? Considere que a resistência o ar e o atrito da massa  $m_2$  com o solo são desprezíveis.

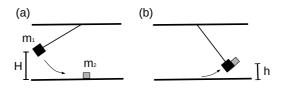
$$h = \frac{4}{9}H$$

$$h = \frac{2}{3}H$$

$$\begin{array}{|c|} \hline C & h = \frac{1}{3}H \\ \hline D & h = \frac{1}{9}H \\ \end{array}$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ h = \frac{8}{9}H$$

Um sistema composto por um pêndulo simples de massa  $m_1 = 3M$  é solto do repouso a partir de uma altura H em relação ao solo, conforme ilustrado na figura (a). Ao passar pelo ponto mais baixo de sua trajetória, a partícula de massa  $m_1$ colide com outra partícula de massa  $m_2 = M$ , que está em repouso no solo. Após a colisão, as duas partículas se movem juntas, formando um novo pêndulo, como mostrado na figura (b).



Qual é a altura máxima h que as duas massas subirão após a colisão, em termos de H? Considere que a resistência do ar e o atrito da massa  $m_2$  com o solo são desprezíveis.

$$h = \frac{9}{16}H$$

$$\boxed{C} h = \frac{1}{4}H$$

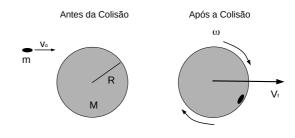
$$\boxed{\mathrm{E}} \ h = \frac{3}{16}H$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ h = \frac{3}{4}H$$

$$\begin{array}{|c|c|}
\hline C & h = \frac{1}{4}H \\
\hline D & h = \frac{1}{16}H
\end{array}$$

## **Q. 11** [ mcPT6a]

Um projétil de massa m e velocidade de módulo  $v_0$  move-se em direção a um disco homogêneo de massa  $M\gg m$  e raio R, que está em repouso sobre uma superfície sem atrito, conforme ilustrado na figura (visto de cima). O projétil colide inelasticamente com o disco, ficando alojado na sua periferia a uma distância  $r\approx R$  do centro do disco. Com isso, o sistema "disco + projétil" adquire um movimento combinado de translação, com velocidade linear de módulo  $V_f$ , e de rotação em torno do centro de massa, com velocidade angular  $\omega$ .



Assumindo que o centro de massa do sistema "disco + projétil" após a colisão está aproximadamente no centro do disco, quais são os valores de  $V_f$  e  $\omega$ ? Assuma também que  $(M+m)\approx M$  e que o momento de inércia do sistema "disco + projétil" é aproximadamente o momento de inércia do disco em relação ao centro de massa, i.e.,  $I\approx I_{CM}=\frac{MR^2}{2}$ .

$$V_f = \frac{m}{M} v_0 \in \omega = 2 \frac{m}{M} \frac{v_0}{R}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} V_f = \frac{m}{M} v_0 \ \mathbf{e} \ \omega = \frac{1}{2} \frac{m}{M} \frac{v_0}{R}$$

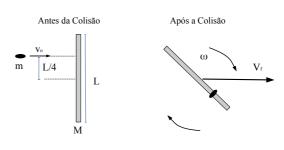
$$C$$
  $V_f = \frac{m}{M} v_0 \in \omega = \frac{m}{M} \frac{v_0}{R}$ 

$$D V_f = \frac{1}{2} \frac{m}{M} v_0 \in \omega = \frac{m}{M} \frac{v_0}{R}$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ V_f = \sqrt{\frac{m}{M}} v_0 \ \mathbf{e} \ \omega = \frac{m}{M} \frac{v_0}{R}$$

## Q. 12 [mcPT6b]

Um projétil de massa m e velocidade de módulo  $v_0$  move-se em direção a uma barra delgada homogênea de massa  $M\gg m$  e comprimento L, que está em repouso sobre uma superfície sem atrito, conforme ilustrado na figura (visto de cima). O projétil colide inelasticamente com a barra, ficando alojado a uma distância L/4 do seu centro. Com isso, o sistema "barra + projétil" adquire um movimento combinado de translação, com velocidade linear de módulo  $V_f$ , e de rotação em torno do centro de massa, com velocidade angular  $\omega$ .



Assumindo que o centro de massa do sistema "barra + projétil" após a colisão está aproximadamente no centro da barra, quais são os valores de  $V_f$  e  $\omega$ ? Assuma também que  $(M+m)\approx M$  e que o momento de inércia do sistema "barra + projétil" é aproximadamente o momento de inércia de uma barra delgada homogênea em relação ao centro de massa, i.e.  $I \approx I_{CM} = \frac{ML^2}{12}$ .

$$\boxed{\mathbf{B}} V_f = \frac{m}{M} v_0 \in \omega = 12 \frac{m}{M} \frac{v_0}{L}$$

$$\boxed{\mathbb{C}} \ V_f = \frac{m}{M} v_0 \in \omega = 6 \frac{m}{M} \frac{v_0}{L}$$

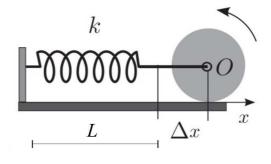
$$\boxed{\mathbf{D}} V_f = \frac{1}{2} \frac{m}{M} v_0 \in \omega = 3 \frac{m}{M} \frac{v_0}{L}$$

$$\boxed{\mathrm{E}} \ V_f = \frac{1}{2} \frac{m}{M} v_0 \in \omega = \sqrt{\frac{12m}{M}} \frac{v_0}{L}$$

# Q. 13 [mcPT7a

# Questão anulada

A figura mostra um sistema composto por uma mola de massa desprezível, constante elástica k e comprimento relaxado L, com uma das extremidades presa a uma parede fixa e a outra ligada ao centro de um disco homogêneo de massa M e raio R. Sabendo que o disco rola sem deslizar sobre uma superfície horizontal rugosa (i.e., sob a ação de atrito estático), determine a frequência angular  $\omega_0$  de oscilação do sistema disco-mola no regime de pequenas oscilações ( $\Delta x \ll L$ ). O momento de inércia do disco em relação ao eixo perpendicular a ele que passa por seu centro é  $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$ .



 $oxed{\mathrm{E}} \; \omega_0 = \sqrt{2rac{k}{M}}$ 

$$\omega_0 = \sqrt{rac{2}{3}rac{k}{M}}$$

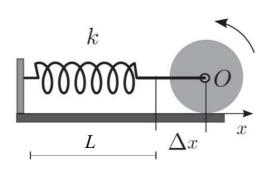
$$oxed{ ext{C}} \; \omega_0 = \sqrt{rac{3}{2}rac{k}{M}}$$

$$oxed{\mathrm{B}} \; \omega_0 = \sqrt{rac{k}{M}}$$

$$\boxed{\mathrm{D}} \ \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{k}{M}}$$

# Q. 14 [mcPT7b] Questão anulada

A figura mostra um sistema composto por uma mola de massa desprezível, constante elástica k e comprimento relaxado L, com uma das extremidades presa a uma parede fixa e a outra acoplada a um eixo leve que passa pelo centro de uma esfera maciça homogênea de massa M e raio R. Sabendo que a esfera rola sem deslizar sobre uma superfície horizontal rugosa (i.e., sob a ação de atrito estático), determine a frequência angular  $\omega_0$  de oscilação do sistema esfera-mola no regime de pequenas oscilações ( $\Delta x \ll L$ ). O momento de inércia da esfera em relação ao eixo é  $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$ .



$$\omega_0=\sqrt{rac{5}{7}rac{k}{M}}$$

$$oxed{ ext{C}} \; \omega_0 = \sqrt{rac{7}{5}rac{k}{M}}$$

$$oxed{\mathrm{B}} \; \omega_0 = \sqrt{rac{k}{M}}$$

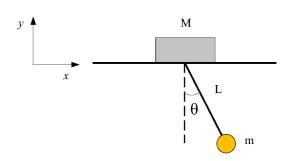
$$\boxed{\mathrm{D}} \; \omega_0 = \sqrt{rac{5}{2}rac{k}{M}}$$

$$\boxed{\mathrm{E}} \; \omega_0 = \sqrt{rac{2}{5}rac{k}{M}}$$

as questões foram anuladas porque o momento de inércia fornecido para a esfera na versão B ficou inadvertidamente igual ao da versão A, embora na versão em inglês ambas as versões estajam corretas. Todos os alunos receberam os pontos dessa questão.

## Q. 15 [mcPT8a]

Um bloco de massa M é confinado a se movimentar sobre um trilho de ar com atrito desprezível, sua posição sendo descrita pela coordenada x (y = 0). Preso a esse bloco, há uma haste de massa desprezível e comprimento L, com uma partícula de massa m presa na outra extremidade, sob a ação da força gravitacional. A massa m pode oscilar no plano xy, fazendo um ângulo  $\theta$  com a vertical, como ilustrado na figura. Expressando a lagrangiana  $\mathcal{L}$  do sistema em termos de  $(x, \theta, \dot{x}, \dot{\theta})$ , encontre o momento canônico  $p_x = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}}$ .



$$p_x = (m+M)\dot{x} + mL\dot{\theta}\cos\theta.$$

$$\boxed{\mathbf{B}} p_x = (m+M)\dot{x}.$$

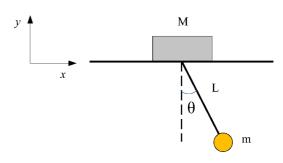
$$\boxed{\mathbf{C}} p_x = (m+M)\dot{x} + mL\dot{\theta}\sin\theta.$$

$$\boxed{\mathbf{D}} p_x = (m+M)\dot{x} - mL\dot{\theta}\sin\theta.$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ p_x = (m+M)\dot{x} - mL\dot{\theta}\cos\theta.$$

## Q. 16 [mcPT8b]

Um bloco de massa M é confinado a se movimentar sobre um trilho de ar com atrito desprezível, sua posição sendo descrita pela coordenada x(y = 0). Preso a esse bloco, há uma haste de massa desprezível e comprimento L, com uma partícula de massa m presa na outra extremidade, sob a ação da força gravitacional. A massa m pode oscilar no plano xy, fazendo um ângulo  $\theta$  com a vertical, como ilustrado na figura. Expressando a lagrangiana  $\mathcal{L}$  do sistema em termos de  $(x, \theta, \dot{x}, \dot{\theta})$ , encontre o momento canônico  $p_{\theta} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}$ .



$$\boxed{\mathbf{B}} \ p_{\theta} = mL^2\dot{\theta}.$$

$$\boxed{\mathbf{C}} p_{\theta} = mL^2\dot{\theta} + mL\dot{x}\sin\theta.$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ p_{\theta} = mL^2\dot{\theta} - mL\dot{x}\cos\theta.$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ p_{\theta} = mL^2\dot{\theta} - mL\dot{x}\sin\theta.$$

Um isolante cilíndrico de raio R, infinitamente longo, possui uma distribuição Q. 17 [emPT1a] uniforme de cargas com densidade volumétrica  $\nu > 0$ . Qual é o módulo do campo elétrico  ${\bf E}$  a uma distância  $\rho < R$  do eixo de simetria do cilindro?

$$E = \frac{\nu \rho}{2\epsilon_0}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \quad E = \frac{\nu \rho}{4\epsilon_0}$$

$$E = \frac{2\nu \rho}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \quad E = \frac{\nu R^2}{\epsilon_0 \rho}$$

$$E = rac{
u
ho}{2\epsilon_0}$$
  $E = rac{
u
ho}{4\epsilon_0}$   $E = rac{
u
ho}{\epsilon_0}$   $E = rac{
u R^2}{\epsilon_0
ho}$ 

Um isolante cilíndrico de raio R, infinitamente longo, possui uma distribuição uniforme de cargas com densidade volumétrica  $\nu > 0$ . Qual é o módulo do campo elétrico **E** a uma distância  $\rho > R$  do eixo de simetria do cilindro?

$$E = \frac{\nu R^2}{2\epsilon_0 a}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \quad E = \frac{\nu R^2}{4\epsilon_0 \rho}$$

qual instante t o capacitor terá um terço de sua carga inicial?

$$C$$
  $E = \frac{\nu_I}{\epsilon_0}$ 

$$E = \frac{\nu R^2}{2\epsilon_0 \rho}$$
 
$$E = \frac{\nu R^2}{4\epsilon_0 \rho}$$
 
$$C E = \frac{\nu \rho}{\epsilon_0}$$
 
$$D E = \frac{\nu \rho^2}{2\epsilon_0 R}$$
 
$$E E = \frac{\nu \rho^2}{4\epsilon_0 R}$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \quad E = \frac{\nu \rho^2}{4\epsilon_0 R}$$

Q. 19 [emPT2a] Num determinado instante, um capacitor de capacitância C, totalmente carregado com uma carga  $Q_0$ , começa a descarregar através de um resistor de resistência R. Em qual instante t o capacitor terá a metade de sua carga inicial?

$$t = RC \ln 2$$

 $\mathbf{Q.}$   $\mathbf{20}$   $\left[ \mathsf{emPT2b} \right]$ 

$$\boxed{\mathrm{E}} t = 2RC \ln 3$$

$$\boxed{\mathrm{B}} t = RC \ln 3$$

$$\overline{D}$$
  $t = \frac{1}{2}RC \ln 3$ 

Num determinado instante, um capacitor de capacitância C, totalmente carregado com uma carga  $Q_0$ , começa a descarregar através de um resistor de resistência R. Em

$$t = RC \ln 3$$

$$\boxed{\mathbb{C}} \ t = \frac{1}{2}RC\ln 3$$

$$\boxed{\mathrm{E}} t = 3RC \ln 3$$

$$\boxed{\mathbf{B}} t = RC \ln 2$$

$$\boxed{D}$$
  $t = \frac{1}{2}RC \ln 2$ 

Q. 21 emPT3a Um cabo coaxial é constituído por um cilindro condutor interno de raio aenvolto por uma casca cilíndrica externa condutora fina, coaxial ao cilindro interno e de raio b>a. O cilindro interno é percorrido por uma corrente I uniformemente distribuída em sua seção reta. O cilindro externo é percorrido por uma corrente de mesma intensidade, uniformemente distribuída na sua superfície, mas que flui em sentido oposto à corrente no cilindro interno. Considerando que o eixo de simetria do cabo coaxial é o eixo z, qual é o campo magnético  ${\bf B}$  na região  $0 < \rho < a$ , no interior do condutor interno?

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I \rho}{2\pi a^2} \hat{\varphi}$$

$$\mathbf{B} \quad \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I \rho}{4\pi a^2} \hat{\varphi}$$

$$\begin{array}{c}
\boxed{\mathbf{C}} \ \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I \rho^2}{2\pi a^3} \hat{\varphi} \\
\boxed{\mathbf{D}} \ \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi \rho^2} \hat{\varphi}
\end{array}$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ \mathbf{B} = \frac{\mu_0 Ia}{4\pi\rho^2} \hat{\varphi}$$

$$\mathbf{B} \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I \rho}{4\pi a^2} \hat{\varphi}$$

$$\mathbf{D} \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi \rho^2} \hat{\varphi}$$

 $\mathbf{Q.}$   $\mathbf{22}$  [emPT3b] Um cabo coaxial é constituído por um cilindro condutor interno de raio a envolto por uma casca cilíndrica externa condutora fina, coaxial ao cilindro interno e de raio b>a. O cilindro interno é percorrido por uma corrente I uniformemente distribuída em sua seção reta. O cilindro externo é percorrido por uma corrente de mesma intensidade, uniformemente distribuída na sua superfície, mas que flui em sentido oposto à corrente no cilindro interno. Considerando que o eixo de simetria do cabo coaxial é o eixo z, qual é o campo magnético  ${f B}$  na região  $a < \rho < b$  entre os condutores?

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \hat{\varphi}$$

$$\mathbf{B} \quad \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho} \hat{\varphi}$$

$$\begin{array}{c}
\boxed{\mathbf{C}} \ \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi \rho^2} \hat{\varphi} \\
\boxed{\mathbf{D}} \ \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi \rho^2} \hat{\varphi}
\end{array}$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi a \rho} \hat{\varphi}$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho} \hat{\varphi}$$

$$\mathbf{D} \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi \rho^2} \hat{\varphi}$$

 $\mathbf{Q.}$  23 [emPT4a] Em uma determinada região do espaço o campo elétrico é dado, em coordenadas esféricas, por  $\mathbf{E} = \kappa r^2 \hat{r}$ , onde  $\kappa$  é uma constante. Qual é a densidade de carga  $\rho$  na região?

$$\rho = 4\kappa\epsilon_0 r$$

$$\begin{array}{|c|c|}
\hline C & \rho = 4\pi \kappa \epsilon_0 r \\
\hline D & \rho = \kappa \epsilon_0 r
\end{array}$$

$$[E] \rho = \pi \kappa \epsilon_0 r$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \rho = 2\pi\kappa\epsilon_0 r$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \rho = \kappa \epsilon_0 r$$

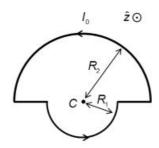
**Q. 24** [emPT4b] Em uma determinada região do espaço o campo elétrico é dado, em coordenadas esféricas, por  $\mathbf{E} = \kappa r^3 \hat{r}$ , onde  $\kappa$  é uma constante. Qual é a densidade de carga  $\rho$  na região?

$$\begin{array}{|c|c|}\hline C & \rho = 10\kappa\epsilon_0 r^2\\ \hline D & \rho = 10\pi\kappa\epsilon_0 r^2\\ \end{array}$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ \rho = 4\pi\kappa\epsilon_0 r^2$$

## $\mathbf{Q.}$ 25 [emPT5a]

Uma espira situa-se no plano xy e é formada por dois arcos de circunferência centrados na origem C de raios  $R_1$  e  $R_2 > R_1$  conectados por segmentos retos (ver figura). A corrente elétrica na espira é  $I_0$  e tem sentido anti-horário no arco de maior raio  $(R_2)$  quando vista de cima (z>0). O campo magnético  $\mathbf B$  na origem C é dado por



$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I_0}{4} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) \hat{z}$$

$$|\mathbf{B}||\mathbf{B} = 0$$

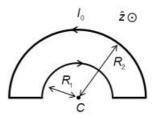
$$\mathbf{C}$$
  $\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 I_0}{4} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) \hat{z}$ 

$$\mathbf{D} \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I_0}{4} (\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}) \hat{z}$$

$$\mathbf{E} \ \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I_0}{4} (\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}) \hat{z}$$

# $\mathbf{Q.}$ **26** [emPT5b]

Uma espira situa-se no plano xy e é formada por dois arcos de circunferência centrados na origem C de raios  $R_1$  e  $R_2 > R_1$  conectados por segmentos retos (ver figura). A corrente elétrica na espira é  $I_0$  e tem sentido anti-horário no arco de maior raio  $(R_2)$  quando vista de cima (z>0). O campo magnético  ${\bf B}$  na origem C é dado por



$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I_0}{4} (\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}) \hat{z}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \mathbf{B} = 0$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I_0}{4} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \hat{z}$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I_0}{4} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) \hat{z}$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ \mathbf{B} = -\frac{\mu_0 I_0}{4} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) \hat{z}$$

#### Q. 27 [emPT6a]

O potencial vetor de certa distribuição de corrente elétrica em uma região do espaço é dado, em coordenadas cilíndricas, por  $\mathbf{A}(\rho,\varphi,z) = \frac{1}{2}C_0\rho\hat{\varphi}$ , com  $C_0$  constante. i) Calcule o campo magnético  $\mathbf{B}(\rho,\varphi,z)$ ; ii) Em que região espacial próxima a qual distribuição de corrente elétrica pode-se observar esse campo magnético?

$$\mathbf{B}(\rho,\varphi,z)=C_0\hat{z};$$
 interior de um solenoide longo

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \mathbf{B}(\rho,\varphi,z) = \frac{1}{4}C_0\rho^2\hat{z};$$
 proximidades de um fio retilíneo longo

$$\boxed{\mathbf{C}} \ \mathbf{B}(\rho,\varphi,z) = C_0\hat{\varphi};$$
 interior de um solenoide longo

$$\boxed{\mathbf{D}} \ \mathbf{B}(\rho,\varphi,z) = \frac{1}{2}C_0\hat{\varphi};$$
 ao longo do eixo de uma espira circular

## $\mathbf{Q.}$ 28 [emPT6b]

O potencial vetor de certa distribuição de corrente elétrica em uma região do espaço é dado, em coordenadas cilíndricas, por  $\mathbf{A}(\rho,\varphi,z) = -C_0 \ln{(\rho/a)}\hat{z}$ , com  $C_0$  e a constantes. i) Calcule o campo magnético  $\mathbf{B}(\rho,\varphi,z)$ ; ii) Em que região espacial próxima a qual distribuição de corrente elétrica pode-se observar esse campo magnético?

- $\mathbf{B}(\rho,\varphi,z) = \frac{C_0}{\rho}\hat{\varphi}$ ; proximidades de um fio retilíneo longo
- $\boxed{\mathbf{B}} \ \mathbf{B}(\rho,\varphi,z) = C_0(\frac{a}{\rho})\hat{\varphi};$  proximidades de um fio retilíneo longo
- $\boxed{\mathbf{C}} \ \mathbf{B}(\rho, \varphi, z) = \frac{C_0}{\rho} \hat{\varphi};$ ao longo do eixo de uma espira circular
- $\boxed{\mathbf{D}} \ \mathbf{B}(\rho,\varphi,z) = C_0(\frac{a}{\rho})\hat{z};$  interior de um solenoide longo
- $\boxed{\mathbf{E}} \ \mathbf{B}(\rho,\varphi,z) = C_0 \rho \hat{z}$ ; interior de um solenoide longo

# Q. 29 [emPT7a]

Uma onda eletromagnética plana propaga-se ao longo da direção  $\hat{z}$  num meio dielétrico, não magnético ( $\mu=\mu_0$ ), homogêneo e isotrópico. O campo elétrico da onda é dado, em notação complexa, por  $\mathbf{E}(z,t)=E_0\exp[i(kz-\omega t)](\hat{x}+3\hat{y})$ , com  $k=1,8\times 10^7~\mathrm{m}^{-1}$ ,  $\omega=3,6\times 10^{15}~\mathrm{Hz}$  e  $E_0$  constante. Calcule: i) a velocidade de fase  $v_f$  da onda; ii) o índice de refração n do meio dielétrico; iii) o campo magnético  $\mathbf{B}(z,t)$  da onda. A velocidade da luz no vácuo é  $c=3,0\times 10^8~\mathrm{m/s}$ .

- $v_f = 2.0 \times 10^8 \text{ m/s}; n = 1.5; \mathbf{B}(z,t) = -\frac{kE_0}{\omega} \exp[i(kz \omega t)](3\hat{x} \hat{y})$
- B  $v_f = 2.0 \times 10^8 \text{ m/s}; n = 1.5; \mathbf{B}(z,t) = \frac{kE_0}{\omega} \exp[i(kz \omega t)](3\hat{x} + \hat{y})$
- C  $v_f = 5.0 \times 10^8 \text{ m/s}; n = 6.0; \mathbf{B}(z,t) = -\frac{kE_0}{\omega} \exp[i(kz \omega t)](3\hat{x} \hat{y})$
- D  $v_f = 5.0 \times 10^8 \text{ m/s}; \ n = 6.0; \ \mathbf{B}(z,t) = \frac{kE_0}{\omega} \exp[i(kz \omega t)](3\hat{x} + \hat{y})$
- E  $v_f = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}; \ n = 2.0; \ \mathbf{B}(z,t) = \frac{kE_0}{\omega} \exp[i(kz \omega t)](\hat{x} 3\hat{y})$

## $\mathbf{Q.~30}$ [emPT7b]

Uma onda eletromagnética plana propaga-se ao longo da direção  $\hat{z}$  num meio dielétrico, não magnético ( $\mu = \mu_0$ ), homogêneo e isotrópico. O campo elétrico da onda é dado, em notação complexa, por  $\mathbf{E}(z,t) = E_0 \exp[i(kz-\omega t)](2\hat{x}-\hat{y})$ , com  $k=1,2\times 10^7 \ \mathrm{m}^{-1}$ ,  $\omega=3,0\times 10^{15} \ \mathrm{Hz}$  e  $E_0$  constante. Calcule: i) a velocidade de fase  $v_f$  da onda; ii) o índice de refração n do meio dielétrico; iii) o campo magnético  $\mathbf{B}(z,t)$  da onda. A velocidade da luz no vácuo é  $c=3,0\times 10^8 \ \mathrm{m/s}$ .

$$\mathbf{W}_f = 2.5 \times 10^8 \text{ m/s}; \ n = 1.2; \ \mathbf{B}(z,t) = \frac{kE_0}{\omega} \exp[i(kz - \omega t)](\hat{x} + 2\hat{y})$$

B 
$$v_f = 2.5 \times 10^8 \text{ m/s}; n = 1.2; \mathbf{B}(z,t) = \frac{kE_0}{\omega} \exp[i(kz - \omega t)](\hat{x} - 2\hat{y})$$

$$\boxed{\mathbb{C}} \ v_f = 4.0 \times 10^8 \ \text{m/s}; \ n = 7.5; \ \mathbf{B}(z,t) = -\frac{kE_0}{\omega} \exp[i(kz - \omega t)](\hat{x} + 2\hat{y})$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ v_f = 4.0 \times 10^8 \ \text{m/s}; \ n = 7.5; \ \mathbf{B}(z,t) = -\frac{kE_0}{c} \exp[i(kz - \omega t)](\hat{x} - 2\hat{y})$$

**E** 
$$v_f = 7.5 \times 10^8 \text{ m/s}; n = 4.0; \mathbf{B}(z,t) = \frac{kE_0}{\omega} \exp[i(kz - \omega t)](2\hat{x} + \hat{y})$$

#### Q. 31 [emPT8a]

Uma espira condutora quadrada de lado D encontra-se no interior de um solenoide longo de comprimento L e de secção reta circular de raio a ( $a \ll L$ ). O plano da espira é perpendicular ao eixo do solenoide. O número total de voltas do solenoide é N e a corrente elétrica que nele circula é dada por  $I(t) = I_0 \cos \omega t$ . Qual é a força eletromotriz  $\varepsilon$  induzida na espira?

$$\varepsilon = \frac{\omega \mu_0 I_0 N D^2}{L} \sin \omega t$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \varepsilon = \frac{\omega \mu_0 I_0 N D^2}{L} \cos \omega t$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ \varepsilon = \frac{\mu_0 I_0 N^2 D^2}{L^2} \sin \omega t$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ \varepsilon = \frac{\mu_0 I_0 N(\pi a^2)}{I_0} \cos \omega t$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ \varepsilon = \frac{\mu_0 I_0 N^2 (\pi a^2)}{L^2} \sin \omega t$$

## Q. 32 [emPT8b]

Uma espira condutora quadrada de lado C encontra-se no interior de um solenoide longo de comprimento L e de secção reta circular de raio b ( $b \ll L$ ). O plano da espira é perpendicular ao eixo do solenoide. O número total de voltas do solenoide é N e a corrente elétrica que nele circula é dada por  $I(t) = I_0$  sen  $\omega t$ . Qual é a força eletromotriz  $\varepsilon$  induzida na espira?

$$\varepsilon = -\frac{\omega \mu_0 I_0 N C^2}{L} \cos \omega t$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \varepsilon = \frac{\omega \mu_0 I_0 N C^2}{L} \sin \omega t$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ \varepsilon = -\frac{\mu_0 I_0 N^2 C^2}{L^2} \cos \omega t$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ \varepsilon = \frac{\mu_0 I_0 N(\pi b^2)}{L} \sin \omega t$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ \varepsilon = -\frac{\mu_0 I_0 N^2 (\pi b^2)}{L^2} \cos \omega t$$

Q. 33 [tePT1a] Considere um mol de um gás ideal, cuja capacidade térmica a volume constante é  $C_v$ , inicialmente em equilíbrio térmico à temperatura  $T_0$ . O gás é colocado em contato com um reservatório térmico a uma temperatura  $T_R=T_0/2$ , estando isolado o sistema formado pelo gás mais o reservatório térmico. Após o contato, por meio de um processo em que não há troca de matéria nem variação de volume, o sistema evolui para um novo estado de equilíbrio. A variação total de entropia nesse processo é

$$\Delta S = C_v (1 - \ln 2).$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \Delta S = C_v \ln 2.$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \Delta S = 0.$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \Delta S = C_v.$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline C & \Delta S = C_v \ln 2. \\ \hline D & \Delta S = C_v (1 + \ln 2). \end{array}$$

Q. 34 [tePT1b] Considere um mol de um gás ideal, cuja capacidade térmica a volume constante é  $C_v$ , inicialmente em equilíbrio térmico à temperatura  $T_0$ . O gás é colocado em contato com um reservatório térmico a uma temperatura  $T_R=2T_0$ , estando isolado o sistema formado pelo gás mais o reservatório térmico. Após o contato, por meio de um processo em que não há troca de matéria nem variação de volume, o sistema evolui para um novo estado de equilíbrio. A variação total de entropia nesse processo é

$$\Delta S = C_v \left( \ln 2 - \frac{1}{2} \right).$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \Delta S = \frac{C_v}{2}.$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ \Delta S = C_v \left( \ln 2 + \frac{1}{2} \right).$$

$$\begin{array}{c}
\boxed{\mathbf{B}} \ \Delta S = \frac{C_v}{2}. \\
\boxed{\mathbf{C}} \ \Delta S = C_v \ln 2.
\end{array}$$

$$\boxed{\mathrm{E}} \Delta S = 0.$$

Q. 35 [tePT2a] Um certo gás real ocupa um recipiente com paredes adiabáticas a uma temperatura  $T_0$  com volume molar  $v_0$ . Uma descrição aproximada é tratá-lo como um gás de van der Waals, cuja energia interna por mol é dada por

$$u = RcT - \frac{a}{v},$$

onde R, a e c são constantes. O gás realiza uma **expansão livre** entre os volumes molares  $v_0$  e  $v_f=2v_0$ , atingindo dessa forma a temperatura fi $\overline{\mathrm{nal}\ T_f}$ . O trabalho W realizado pelo gás neste processo e a temperatura final  $T_f$  são

$$W = 0 \ e \ T_f = T_0 - \frac{a}{2v_0Rc}$$

$$B W = 0 e T_f = T_0 + \frac{a}{2v_0 R_c}$$

$$\boxed{\mathbb{C}} \ W = RT \ln \left( \frac{2v_0 - b}{v_0 - b} \right) + \frac{a}{2v_0} \ \mathbf{e} \ T_f = T_0.$$

$$\boxed{\mathbb{D}} \ W = 0 \ \mathrm{e} \ T_f = T_0.$$

$$E W = RT \ln \left( \frac{2v_0 - b}{v_0 - b} \right) + \frac{a}{2v_0} e T_f = T_0 - \frac{a}{2v_0 Rc}.$$

**Q. 36** [tePT2b] Um certo gás real ocupa um recipiente com paredes adiabáticas a uma temperatura  $T_0$  com volume molar  $v_0$ . Uma descrição aproximada é tratá-lo como um gás de van der Waals, cuja energia interna por mol é dada por

$$u = RcT - \frac{a}{v},$$

onde R, a e c são constantes. O gás realiza uma expansão livre entre os volumes molares  $v_0$  e  $v_f=3v_0$ , atingindo dessa forma a temperatura final  $T_f$ . O trabalho W realizado pelo gás neste processo e a temperatura final  $T_f$  são

$$W = 0 \text{ e } T_f = T_0 - \frac{2a}{3v_0Rc}$$

B 
$$W = 0 e T_f = T_0 + \frac{2a}{3v_0Rc}$$

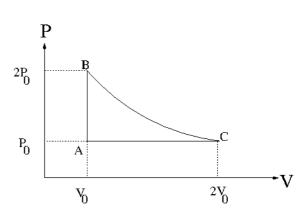
$$CW = RT \ln \left( \frac{3v_0 - b}{v_0 - b} \right) + \frac{2a}{3v_0} \in T_f = T_0.$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ W = 0 \ \mathbf{e} \ T_f = T_0.$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ W = RT \ln \left( \frac{3v_0 - b}{v_0 - b} \right) + \frac{2a}{3v_0} \ \mathbf{e} \ T_f = T_0 - \frac{2a}{3v_0 Rc}.$$

## Q. 37 [tePT3a]

Considere um mol de um gás ideal monoatômico ( $C_V = \frac{3R}{2}$ ) que realiza um processo cíclico quase-estático A-B-C-A, conforme ilustra a figura. A etapa A-B é isocórica, a etapa B-C é isotérmica e a etapa C-A é isobárica. O trabalho realizado pelo gás ao longo do ciclo é



$$W_{ciclo} = P_0 V_0 (\ln 4 - 1).$$

B 
$$W_{ciclo} = P_0 V_0 (\ln 4 + 1).$$

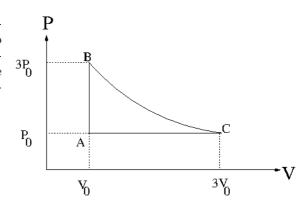
$$C$$
  $W_{ciclo} = P_0 V_0 (\ln 4 - 2).$ 

$$\boxed{\mathbf{D}} \ W_{ciclo} = P_0 V_0.$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ W_{ciclo} = -P_0 V_0.$$

## $\mathbf{Q.~38}~[\text{tePT3b}]$

Considere um mol de um gás ideal monoatômico  $(C_V = \frac{3R}{2})$  que realiza um processo cíclico quase-estático A-B-C-A, conforme ilustra a figura. A etapa A-B é isocórica, a etapa B-C é isotérmica e a etapa C-A é isobárica. O trabalho realizado pelo gás ao longo do ciclo é



- $W_{ciclo} = P_0 V_0 (\ln 27 2).$
- B  $W_{ciclo} = P_0 V_0 (\ln 27 + 2)$
- $\boxed{\mathbf{C}} \ W_{ciclo} = P_0 V_0 (\ln 9 2).$
- $D W_{ciclo} = 2P_0V_0.$
- $\boxed{\mathrm{E}} W_{ciclo} = -2P_0V_0.$

Q. 39 [tePT4a] Considere um certo gás realizando um processo de compressão adiabática quase-estática (em que não há trocas de calor) indo de uma pressão inicial  $P_0$  a uma pressão final  $P_f > P_0$ . Se N,V são o número de mols e volume, respectivamente, e S, U, F e H os potenciais termodinâmicos entropia, energia interna, energia livre de Helmholtz e entalpia, respectivamente, a quantidade física que caracteriza a variação de temperatura ao longo deste processo é dada por:

 $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_{S,N}$ 

- $\boxed{\mathbb{C}} \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_{U.N}$ .
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_{H,N}$

 $\boxed{\mathbf{B}} \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_{V,N}$ 

 $\boxed{\mathbf{D}} \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_{F,N}$ 

Q. 40 [tePT4b] Considere um certo gás realizando um processo de expansão adiabática quase-estática (em que não há trocas de calor) indo de um volume inicial  $V_0$  a um volume final  $V_f > V_0$ . Se N,P são o número de mols e pressão, respectivamente, e S, U, F e H os potenciais termodinâmicos entropia, energia interna, energia livre de Helmholtz e entalpia, a quantidade física que caracteriza a variação de temperatura ao longo deste processo é dada por:

 $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{S,N}$ 

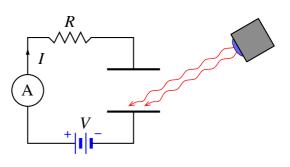
- $\boxed{\mathbf{C}} \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_{U,N}.$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{H,N}$

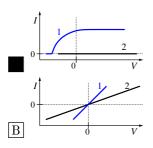
 $\boxed{\mathbf{B}} \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_{P,N}$ 

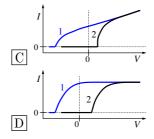
 $D \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_{F,N}$ 

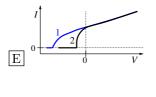
## Q. 41 [fmPT1a]

A figura ilustra um circuito RC no vácuo conectado a uma bateria de diferença de potencial V. Sobre uma das placas do capacitor metálico (anodo) incide um feixe de luz gerado por uma fonte que emite uma taxa constante de N fótons por segundo de frequência fixa. Considere dois valores distintos de frequências  $f_1 > f_2$ , tais que as energias desses fótons são, respectivamente, maior e menor que a função trabalho do anodo. Qual dos gráficos abaixo melhor representa o valor da corrente estacionária I atravessando o amperímetro como função de V?



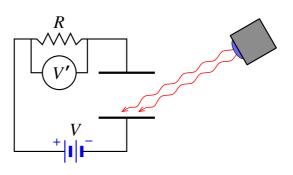


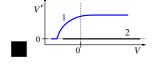


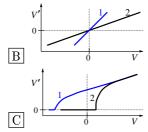


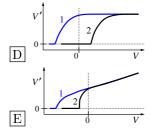
## Q. 42 [fmPT1b]

A figura ilustra um circuito RC no vácuo conectado a uma bateria de diferença de potencial V. Sobre uma das placas do capacitor metálico (anodo) incide um feixe de luz gerado por uma fonte que emite uma taxa constante de N fótons por segundo de frequência fixa. Considere dois valores distintos de frequências  $f_1 > f_2$ , tais que as energias desses fótons são, respectivamente, maior e menor que a função trabalho do anodo. Qual dos gráficos abaixo melhor representa o valor da diferença de potencial V' no voltímetro como função de V?









**Q. 43** [fmPT2a] Uma bomba de massa de repouso m explode e se fragmenta em três pedaços cujas massas de repouso são  $m_1 = \frac{1}{4}m$ ,  $m_2 = \frac{4}{9}m$  e  $m_3 = \frac{11}{36}m$ . As velocidades dos fragmentos 1 e 2 no referencial da bomba imediatamente após a explosão são iguais a  $\mathbf{v}_1 = \frac{4}{5}c\hat{x}$  e  $\mathbf{v}_2 = -\frac{3}{5}c\hat{x}$ , respectivamente, onde c é a velocidade da luz no vácuo. Qual é a velocidade do terceiro fragmento?



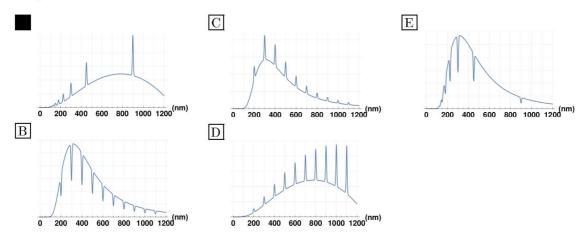
$$\boxed{\mathbf{C}} \ \mathbf{v}_3 = \frac{12}{55}c\hat{x}$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \quad \mathbf{v}_3 = -\frac{2}{5}c\hat{x}$$

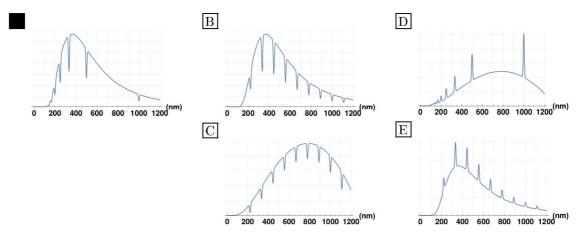
$$\boxed{\mathbf{E}} \mathbf{v}_3 = \frac{1}{5}c\hat{x}$$

**Q.** 44 [fmPT2b] Uma bomba de massa de repouso m explode e se fragmenta em três pedaços cujas massas de repouso são  $m_1 = \frac{5}{9}m$ ,  $m_2 = \frac{5}{16}m$  e  $m_3 = \frac{19}{144}m$ . As velocidades dos fragmentos 1 e 2 no referencial da bomba imediatamente após a explosão são iguais a  $\mathbf{v}_1 = \frac{3}{5}c\hat{x}$  e  $\mathbf{v}_2 = -\frac{4}{5}c\hat{x}$ , respectivamente, onde c é a velocidade da luz no vácuo. Qual é a velocidade do terceiro fragmento?

Q. 45 [fmPT3a] Um conjunto de partículas não interagentes estão confinadas em um potencial do tipo oscilador harmônico isotrópico. O sistema que as contém é então excitado e mede-se a luz emitida proveniente. O espectro da radiação emitida pelas partículas confinadas difere de um espectro contínuo apenas por um certo conjunto discreto de frequências características. Qual das figuras abaixo melhor ilustra o espectro de emissão em função do comprimento de onda da luz correspondente?



Q. 46 [fmPT3b] Um conjunto de partículas não interagentes estão confinadas em um potencial do tipo oscilador harmônico isotrópico. O sistema que as contém é então iluminado e mede-se a luz transmitida. O espectro da radiação absorvida pelas partículas confinadas difere de um espectro contínuo apenas por um certo conjunto discreto de frequências características. Qual das figuras abaixo melhor ilustra o espectro de absorção em função do comprimento de onda da luz correspondente?



Q. 47 [fmPT4a] Em uma sauna, a temperatura do ambiente é de 45°C. Qual é a ordem de grandeza da potência de calor absorvida por irradiação por uma pessoa cuja área superficial é de 2,1 m²? Considere o ambiente e a pessoa como corpos negros perfeitos.

$$lacksquare$$
 10<sup>3</sup> W  $lacksquare$  B 10<sup>2</sup> W  $lacksquare$  C 10<sup>1</sup> W  $lacksquare$  D 10<sup>0</sup> W  $lacksquare$  E 10<sup>-1</sup> W

Q. 48 [fmPT4b] Em uma sauna, a temperatura do ambiente é de 47°C. Qual é a ordem de grandeza da potência de calor absorvida por irradiação por uma pessoa cuja área superficial é de 1,9 m²? Considere o ambiente e a pessoa como corpos negros perfeitos.
$lacksquare$ $10^3  \mathrm{W}$ $lacksquare$ $B$ $10^2  \mathrm{W}$ $lacksquare$ $C$ $10^1  \mathrm{W}$ $D$ $10^0  \mathrm{W}$ $E$ $10^{-1}  \mathrm{W}$
Q. 49 [fmPT5a] Para um observador no referencial $S$ , duas bombas nas posições $x=-a$ e $x=+a$ no eixo $x$ explodem no mesmo instante. Um observador $S'$ , por sua vez, move-se ao longo do eixo $x$ de $S$ com velocidade constante $v$ na direção de $x$ crescente. Indique a alternativa correta sobre as seguintes observações de $S'$ :
I. O intervalo de tempo entre as explosões depende da posição de S'.

1. O intervalo de tempo entre as explosões depende da posição de S'.

II. A distância entre as bombas é  $2a/\sqrt{1-v^2/c^2}$ , onde c é a velocidade da luz.

III. A bomba em x = +a explode antes da bomba em x = -a.

Apenas a afirmação III está correta.

B Apenas as afirmações II e III estão corretas.

C Apenas a afirmação I está correta.

D Apenas a afirmação II está correta.

E As afirmações I e II estão corretas.

## Q. 50 [fmPT5b]

Para um observador no referencial S, duas bombas nas posições x = -a e x = +a no eixo x explodem no mesmo instante. Um observador S', por sua vez, move-se ao longo do eixo x de S com velocidade constante v na direção de x crescente. Indique a alternativa correta sobre as seguintes observações de S':

I. O intervalo de tempo entre as explosões depende da posição de S'.

II. A distância entre as bombas é  $2a\sqrt{1-v^2/c^2}$ , onde c é a velocidade da luz.

III. A bomba em x = +a explode antes da bomba em x = -a.

Apenas as afirmações II e III estão corretas.

B Apenas a afirmação I está correta.

C Apenas a afirmação II está correta.

D Apenas a afirmação III está correta.

E As afirmações I, II e III estão corretas.

## Q.51 [fmPT6a]

Radiação eletromagnética com comprimento de onda de 3 pm incide em elétrons estacionários. A interação da radiação com um dos elétrons resulta em um fóton espalhado que é detectado a  $60^{\circ}$  da direção da radiação incidente. Qual foi, aproximadamente, a energia transferida para o elétron? (Observação: considere h/mc=2 pm, onde h é a constante de Planck, m é a massa do elétron e c é a velocidade da luz no vácuo.)

100 keV B 10 keV C 50 keV D 70 keV E 300 keV

#### Q. 52 [fmPT6b]

Radiação eletromagnética com comprimento de onda de 2 pm incide em elétrons estacionários. A interação da radiação com um dos elétrons resulta em um fóton espalhado que é detectado a 60° da direção da radiação incidente. Qual foi, aproximadamente, a energia transferida para o elétron? (Observação: considere h/mc=2 pm, onde h é a constante de Planck, m é a massa do elétron e c é a velocidade da luz no vácuo.)

lacksquare 200 keV lacksquare B 10 keV lacksquare C 50 keV lacksquare D 70 keV lacksquare 300 keV

## Q. 53 [fmPT7a]

De acordo com o modelo de Bohr, qual é a razão entre os raios da primeira órbita do elétron em um átomo de hidrogênio,  $r_{\rm H}$ , e em um íon de hélio simplesmente ionizado,  $r_{\rm He^+}$ , ou seja,  $r_{\rm H}/r_{\rm He^+}$ ? (Observação: o número atômico do hélio é 2.)

В 1 |C| 4

1/4

3

## Q. 54 [fmPT7b]

De acordo com o modelo de Bohr, qual é a razão entre os raios da primeira órbita do elétron em um íon de hélio simplesmente ionizado,  $r_{\rm He^+}$ , e em um átomo de hidrogênio,  $r_{\rm H}$ , ou seja,  $r_{\rm He^+}/r_{\rm H}$ ? (Observação: o número atômico do hélio é 2.)

1/2

|D| 1/4

3

## Q. 55 [fmPT8a]

Um fóton de comprimento de onda de 121,6 nm é emitido por um átomo de hidrogênio. As energias do átomo de hidrogênio são dadas por  $E_n = -13.6 \text{ eV}/n^2$ , onde n é o número quântico principal do estado em que o elétron se encontra. Qual é o valor de n do estado em que o elétron se encontrava antes da emissão do fóton?

2

 $|\mathbf{B}|$ 

|D| 1

 $\mathbf{E}$ 5

## Q. 56 [fmPT8b]

Um fóton com um comprimento de onda de 102,6 nm é emitido por um átomo de hidrogênio. As energias do átomo de hidrogênio são dadas por  $E_n=-13.6~{\rm eV}/n^2,$  onde n é o número quântico principal do estado em que o elétron se encontra. Qual é o valor de n do estado em que o elétron se encontrava antes da emissão do fóton?

3

 $\mathbf{B}$  2

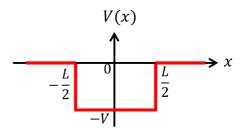
 $\Box$ 

 $\boxed{\mathrm{D}}$  1

 $\mathbf{E}$ 5

## Q. 57 [mqPT1a]

Uma partícula quântica está submetida a um poço de potencial unidimensional V(x) de largura L e profundidade -V, representado na figura. O poço é suficientemente profundo para que existam estados ligados. Se E representa um possível auto-valor da energia da partícula, determine se cada afirmativa abaixo é verdadeira (V) ou falsa (F) e indique a alternativa que contém a sequência correta.



- E > 0 pertence à parte discreta do espectro de energias e E < 0 à parte contínua.
- ) Se E < 0, a função de onda da partícula só pode ser nula para valores discretos de x na região |x| < L/2, mas decai exponencialmente a zero com a distância às bordas do poço na região |x| > L/2.
- ) Se E < 0, a função de onda da partícula é estritamente confinada à região |x| < L/2, isto é, ela é zero nas bordas e fora do poço.
- ) Se E>0, a função de onda da partícula é estendida ao longo de todo o eixo x.

F, V, F, V.

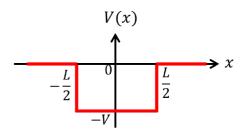
C V, F, V, F.
D V, F, V, V.

E V, F, F, V.

B F, V, F, F.

## Q. 58 [mqPT1b]

Uma partícula quântica está submetida a um poço de potencial unidimensional V(x) de largura L e profundidade -V, representado na figura. O poço é suficientemente profundo para que existam estados ligados. Se E representa um possível auto-valor da energia da partícula, determine se cada afirmativa abaixo é verdadeira (V) ou falsa (F) e indique a alternativa que contém a sequência correta.



- ( ) E < 0 pertence à parte discreta do espectro de energias e E > 0 à parte contínua.
- ( ) Se E>0, a função de onda da partícula é estendida ao longo de todo o eixo x.
- ( ) Se E < 0, a função de onda da partícula é estritamente confinada à região |x| < L/2, isto é, ela é zero nas bordas e fora do poço.
- ( ) Se E < 0, a função de onda da partícula só pode ser nula para valores discretos de x na região |x| < L/2, mas decai exponencialmente a zero com a distância às bordas do poço na região |x| > L/2.

$$\boxed{\mathbf{C}}$$
 F, F, V, F.

- **Q. 59** [mqPT2a] Sejam  $\{|A\rangle, |B\rangle\}$  e  $\{|1\rangle, |2\rangle\}$  duas bases ortonormais do espaço de estados bidimensional de um sistema quântico, com a seguinte transformação entre as bases:  $|A\rangle = [|1\rangle + |2\rangle]/\sqrt{2}$  e  $|B\rangle = [-|1\rangle + |2\rangle]/\sqrt{2}$ . Supondo que, em um dado instante, o sistema esteja no estado **normalizado**  $|\Psi\rangle = a|A\rangle + b|B\rangle$ , onde a e b são números reais, as probabilidades de que o sistema se encontre nos estados  $|A\rangle$ ,  $|B\rangle$ ,  $|1\rangle$ , e  $|2\rangle$  neste instante são, respectivamente,
  - $a^2$ ,  $b^2$ , 1/2 ab, e 1/2 + ab.
  - $\boxed{\mathbf{B}} \ a^2, \ b^2, \ 1/2 + ab, \ \mathbf{e} \ 1/2 + ab.$
  - $C a^2, b^2, -ab, e + ab.$
  - $\boxed{\mathbf{D}} \ a^2 + b^2, \ a^2 + b^2, \ 1/2 ab, \ \mathbf{e} \ 1/2 + ab.$
  - $oxed{E}$   $a^2$ ,  $b^2$ , 1/2, e 1/2.
- **Q. 60** [mqPT2b] Sejam  $\{|C\rangle, |D\rangle\}$  e  $\{|1\rangle, |2\rangle\}$  duas bases ortonormais do espaço de estados bidimensional de um sistema quântico, com a seguinte transformação entre as bases:  $|C\rangle = [|1\rangle + |2\rangle]/\sqrt{2}$  e  $|D\rangle = [-|1\rangle + |2\rangle]/\sqrt{2}$ . Supondo que, em um dado instante, o sistema esteja no estado **normalizado**  $|\Psi\rangle = c|C\rangle + d|D\rangle$ , onde c e d são números reais, as probabilidades de que o sistema se encontre nos estados  $|C\rangle$ ,  $|D\rangle$ ,  $|1\rangle$ , e  $|2\rangle$  neste instante são, respectivamente,

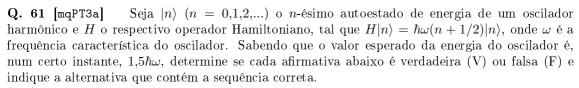
$$c^2$$
,  $d^2$ ,  $1/2 - cd$ , e  $1/2 + cd$ .

B 
$$c^2$$
,  $d^2$ ,  $1/2 + cd$ , e  $1/2 + cd$ .

$$\boxed{\mathbf{C}}$$
  $c^2$ ,  $d^2$ ,  $-cd$ ,  $\mathbf{e}$   $+cd$ .

$$\boxed{\mathbf{D}} \ c^2 + d^2, \, c^2 + d^2, \, 1/2 - cd, \, \mathbf{e} \, \, 1/2 + cd.$$

$$\boxed{\mathbf{E}}$$
  $c^2$ ,  $d^2$ ,  $1/2$ , e  $1/2$ .



) O oscilador pode estar no autoestado com n=1.

) O oscilador está, com certeza, no autoestado com n=1.

) O oscilador pode estar no estado  $(1/\sqrt{2})|0\rangle + (1/\sqrt{2})|2\rangle$ .

) O oscilador está no estado fundamental.

V, F, V, F.

C F, V, F, F.D V, V, V, F.

E F, F, F, V.

B V, F, F, F.

**Q. 62** [mqPT3b] Seja  $|n\rangle$  (n = 0,1,2,...) o n-ésimo autoestado de energia de um oscilador harmônico e H o respectivo operador Hamiltoniano, tal que  $H|n\rangle = \hbar\omega(n+1/2)|n\rangle$ , onde  $\omega$  é a frequência característica do oscilador. Sabendo que o valor esperado da energia do oscilador é, num certo instante,  $1.5\hbar\omega$ , determine se cada afirmativa abaixo é verdadeira (V) ou falsa (F) e indique a alternativa que contém a sequência correta.

) O oscilador não pode estar no autoestado com n=1.

) O oscilador está, com certeza, no autoestado com n=1.

) O oscilador pode estar no estado  $(1/\sqrt{2})|0\rangle + (1/\sqrt{2})|2\rangle$ .

) O oscilador não está no estado fundamental.

F, F, V, V.

C F, F, V, F.D F, F, F, V.

E V, V, V, F.

B V, F, V, V.

Q. 63 [mqPT4a] As matrizes  $S_{\alpha}$  ( $\alpha = x,y,z$ ), que representam as componentes do operador de spin  ${f S}$  de uma partícula de spin 1/2, são dadas, na representação em que  $S_z$  é diagonal, por  $S_{\alpha}=(\hbar/2)\sigma_{\alpha}$ , onde  $\sigma_{\alpha}$  são as matrizes de Pauli, dadas no Formulário. Suponha que uma partícula de spin 1/2 esteja submetida a um campo magnético constante e uniforme que aponta na direção z. O estado de spin da partícula, como função do tempo t, na mesma representação, é

$$\frac{1}{2} \left( \begin{array}{c} e^{i\omega t/2} \\ \sqrt{3} e^{-i\omega t/2} \end{array} \right),$$

onde  $\omega$  é proporcional ao campo magnético. Obtendo os valores esperados das componentes x e zdo spin,  $\langle S_x \rangle$  e  $\langle S_z \rangle$ , respectivamente, identifique a opção correta dentre as afirmativas abaixo.

- O valor esperado do spin,  $\langle S \rangle$ , precessiona em torno da direção do campo magnético, mantendo um ângulo constante com essa direção, isto é, com  $\langle S_z \rangle$  constante.
- B O valor esperado do spin,  $\langle S \rangle$ , precessiona em torno do eixo x, mantendo um ângulo constante com a direção x, isto é, com  $\langle S_x \rangle$  constante.
- $\boxed{\mathbb{C}}$  O valor esperado do spin,  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , precessiona em torno da direção do campo magnético, com  $\langle S_z \rangle$  oscilando entre  $-\hbar/2$  e  $+\hbar/2$ .
- D O valor esperado do spin,  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , é independente do tempo e tem módulo  $+\hbar/2$  ao longo da direção do campo magnético.
- |E| O valor esperado do spin,  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , é independente do tempo e tem módulo  $+\hbar/2$  ao longo do eixo x.

Q. 64 [mqPT4b] As matrizes  $S_{\alpha}$  ( $\alpha=x,y,z$ ), que representam as componentes do operador de spin S de uma partícula de spin 1/2, são dadas, na representação em que  $S_z$  é diagonal, por  $S_{\alpha}=(\hbar/2)\sigma_{\alpha}$ , onde  $\sigma_{\alpha}$  são as matrizes de Pauli, dadas no Formulário. Suponha que uma partícula de spin 1/2 esteja submetida a um campo magnético constante e uniforme que aponta na direção z. O estado de spin da partícula, como função do tempo t, na mesma representação, é

$$\frac{1}{2} \left( \begin{array}{c} \mathrm{e}^{i\omega t/2} \\ \sqrt{3} \, \mathrm{e}^{-i\omega t/2} \end{array} \right)$$

onde  $\omega$  é proporcional ao campo magnético. Obtendo os valores esperados das componentes y e z do spin,  $\langle S_y \rangle$  e  $\langle S_z \rangle$ , respectivamente, identifique a opção correta dentre as afirmativas abaixo.

- O valor esperado do spin,  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , precessiona em torno da direção do campo magnético, mantendo um ângulo constante com essa direção, isto é, com  $\langle S_z \rangle$  constante.
- B O valor esperado do spin,  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , precessiona em torno do eixo y, mantendo um ângulo constante com a direção y, isto é, com  $\langle S_y \rangle$  constante.
- $\boxed{\mathbb{C}}$  O valor esperado do spin,  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , precessiona em torno da direção do campo magnético, com  $\langle S_z \rangle$  oscilando entre  $-\hbar/2$  e  $+\hbar/2$ .
- $\boxed{\mathrm{D}}$  O valor esperado do spin,  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , é independente do tempo e tem módulo  $+\hbar/2$  ao longo da direção do campo magnético.
- $oxed{E}$  O valor esperado do spin,  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , é independente do tempo e tem módulo  $+\hbar/2$  ao longo do eixo y.

## Q.65 [mqPT5a]

Considere um sistema quântico cujo espaço de estados é bidimensional. Seja  $\{|1\rangle,|2\rangle\}$  uma base ortonormal nesse espaço, nessa ordem. Um observável  $\hat{O}$  é representado nessa base pela matriz

$$O = s \left( \begin{array}{cc} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{array} \right),$$

onde s é uma constante. Se, em um certo instante, o sistema se encontra no estado  $|\psi\rangle=\sqrt{\frac{1}{2}}\left(|1\rangle-|2\rangle\right)$ , os possíveis resultados de uma medida desse observável são

- -2s com probabilidade 1.
- $\boxed{\mathrm{B}}$  -2s com probabilidade 1/2 e 2s com probabilidade 1/2.
- $\boxed{\mathbb{C}}$  -2s com probabilidade 2/3 e 2s com probabilidade 1/3.
- $\boxed{\mathrm{D}}$  2s com probabilidade 1.
- $\boxed{\mathrm{E}}$  -2s com probabilidade 3/4 e 2s com probabilidade 1/4.

#### **Q. 66** [mqPT5b]

Considere um sistema quântico cujo espaço de estados é bidimensional. Seja  $\{|1\rangle,|2\rangle\}$  uma base ortonormal nesse espaço, nessa ordem. Um observável  $\hat{O}$  é representado nessa base pela matriz

$$O = s \left( \begin{array}{cc} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{array} \right),$$

onde s é uma constante. Se, em um certo instante, o sistema se encontra no estado  $|\psi\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(|1\rangle + |2\rangle)$ , os possíveis resultados de uma medida desse observável são

- 2s com probabilidade 1.
- B 2s com probabilidade 1/2 e -2s com probabilidade 1/2.
- $\boxed{\mathbb{C}}$  2s com probabilidade 2/3 e -2s com probabilidade 1/3.
- $\boxed{\mathrm{D}}$  -2s com probabilidade 1.
- $\boxed{\mathrm{E}}$  2s com probabilidade 3/4 e -2s com probabilidade 1/4.

## Q.67 [mqPT6a]

Uma partícula de massa m move-se em uma dimensão sob a ação de um potencial V(x). Esse potencial é do tipo caixa, sendo zero no intervalo  $-a/2 \le x \le a/2$  e infinito fora dele. A função de onda dessa partícula é

$$\psi(x,t) = \begin{cases} N \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{-iEt/\hbar}, & -a/2 \le x \le a/2, \\ 0, & |x| > a/2. \end{cases}$$

Aqui, x é a posição da partícula, E é a energia da partícula, t é o tempo e N é uma constante de normalização da função de onda. Quais são os valores de N e E?

$$N = \sqrt{2/a} \ e \ E = 2\hbar^2 \pi^2 / ma^2$$

$$\boxed{\mathrm{B}} \ N = 2/a \ \mathrm{e} \ E = 2\hbar^2\pi^2/ma^2$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ N = \sqrt{2/a} \ \mathrm{e} \ E = \hbar^2 \pi^2 / ma^2$$

D 
$$N = 2/\sqrt{a} \ e \ E = \hbar^2 \pi^2 / ma^2$$
.

E 
$$N = \sqrt{2/a} \ e \ E = \hbar^2 \pi^2 / 2ma^2$$
.

## Q. 68 [mqPT6b]

Uma partícula de massa m move-se em uma dimensão sob a ação de um potencial V(x). Esse potencial é do tipo caixa, sendo zero no intervalo  $-a/2 \le x \le a/2$  e infinito fora dele. A função de onda dessa partícula é

$$\psi\left(x,t\right) = \left\{ \begin{array}{cc} N\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)e^{-iEt/\hbar}, & -a/2 \leq x \leq a/2, \\ 0, & |x| > a/2. \end{array} \right.$$

Aqui, x é a posição da partícula, E é a energia da partícula, t é o tempo e N é uma constante de normalização da função de onda. Quais são os valores de N e E?

$$N = \sqrt{2/a} \ e \ E = \hbar^2 \pi^2 / 2ma^2$$

B 
$$N = 2/a \ e \ E = \hbar^2 \pi^2 / 2ma^2$$

C 
$$N = \sqrt{2/a} \ e \ E = \hbar^2 \pi^2 / ma^2$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ N = 2/\sqrt{a} \ \mathrm{e} \ E = 2\hbar^2 \pi^2/ma^2.$$

$$\fbox{E}\ N=\sqrt{2/a}$$
 e  $E=2\hbar^2\pi^2/ma^2.$ 

## Q.69 [mqPT7a]

Supondo que seja possível determinar que o módulo do momento angular orbital do elétron em um átomo de hidrogênio, em um dado instante de tempo, seja  $L=\sqrt{2}\hbar$ , quais seriam os resultados possíveis de uma medição imediatamente posterior de  $L_z$ , a componente z de  $\vec{L}$ ?



$$\boxed{\mathbb{C}}$$
 0,  $\hbar$ .

$$\boxed{\mathrm{E}}$$
  $-2\hbar$ ,  $-\hbar$ ,  $0$ ,  $\hbar$ ,  $2\hbar$ .

 $\overline{\mathbf{B}}$  0.

 $\boxed{ D} \ 0, \ \hbar, \ 2\hbar.$ 

## Q. 70 [mqPT7b]

Supondo que seja possível determinar que o módulo do momento angular orbital do elétron em um átomo de hidrogênio, em um dado instante de tempo, seja  $L=\sqrt{6}\hbar$ , quais seriam os resultados possíveis de uma medição imediatamente posterior de  $L_z$ , a componente z de  $\vec{L}$ ?

$$\boxed{C}$$
 0,  $3\hbar$ .

$$\boxed{\mathrm{E}} -\hbar, 0, \hbar.$$

 $\boxed{\mathbf{B}}$  0.

 $\boxed{D}$  0,  $\hbar$ ,  $2\hbar$ ,  $3\hbar$ .

## Q.71 [mqPT8a]

Considere um sistema quântico cujo espaço de estados é tridimensional. Seja  $\{|a\rangle,|b\rangle,|c\rangle\}$  uma base ortonormal nesse espaço. O Hamiltoniano do sistema é

$$H = \hbar\omega \left( |a\rangle\langle a| - |b\rangle\langle b| + 2|c\rangle\langle c| \right).$$

Suponha que, no tempo t=0, o sistema se encontre no seguinte estado

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|a\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|b\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|c\rangle.$$

O estado do sistema em um tempo t > 0 será

$$|\psi(t)\rangle = \left(e^{-i\omega t}|a\rangle + e^{i\omega t}|b\rangle + e^{-2i\omega t}|c\rangle\right)/\sqrt{3}.$$

$$\boxed{\mathbf{B}} |\psi(t)\rangle = \left(e^{i\omega t}|a\rangle + e^{-i\omega t}|b\rangle + e^{2i\omega t}|c\rangle\right)/\sqrt{3}.$$

$$\boxed{C} |\psi(t)\rangle = \left(e^{-i\omega t}|a\rangle - e^{i\omega t}|b\rangle + e^{-2i\omega t}|c\rangle\right)/\sqrt{3}.$$

$$\boxed{\mathbf{D}} |\psi(t)\rangle = \left(e^{i\omega t}|a\rangle - e^{-i\omega t}|b\rangle + e^{2i\omega t}|c\rangle\right)/\sqrt{3}.$$

$$\boxed{\mathrm{E}} |\psi(t)\rangle = \left(e^{i\omega t}|a\rangle - e^{i\omega t}|b\rangle + e^{2i\omega t}|c\rangle\right)/\sqrt{3}.$$

## Q. 72 [mqPT8b]

Considere um sistema quântico cujo espaço de estados é tridimensional. Seja  $\{|a\rangle,|b\rangle,|c\rangle\}$  uma base ortonormal nesse espaço. O Hamiltoniano do sistema é

$$H = \hbar\omega \left( |a\rangle\langle a| + 2|b\rangle\langle b| - 2|c\rangle\langle c| \right).$$

Suponha que no tempo t=0 o sistema se encontre no seguinte estado

$$|\psi\left(0\right)\rangle=\frac{1}{\sqrt{3}}|a\rangle+\frac{1}{\sqrt{3}}|b\rangle+\frac{1}{\sqrt{3}}|c\rangle.$$

O estado do sistema em um tempo t > 0 será

$$|\psi(t)\rangle = \left(e^{-i\omega t}|a\rangle + e^{-2i\omega t}|b\rangle + e^{2i\omega t}|c\rangle\right)/\sqrt{3}.$$

$$\boxed{\mathbf{B}} |\psi(t)\rangle = \left(e^{i\omega t}|a\rangle + e^{2i\omega t}|b\rangle + e^{-2i\omega t}|c\rangle\right)/\sqrt{3}.$$

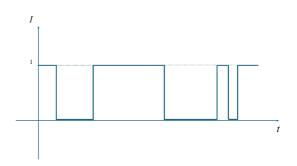
$$\boxed{\mathbb{C}} \ |\psi\left(t\right)\rangle = \left(e^{-i\omega t}|a\rangle + e^{-2i\omega t}|b\rangle - e^{2i\omega t}|c\rangle\right)/\sqrt{3}.$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ |\psi\left(t\right)\rangle = \left(e^{i\omega t}|a\rangle + e^{2i\omega t}|b\rangle - e^{-2i\omega t}|c\rangle\right)/\sqrt{3}.$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ |\psi\left(t\right)\rangle = \left(e^{i\omega t}|a\rangle + e^{2i\omega t}|b\rangle - e^{2i\omega t}|c\rangle\right)/\sqrt{3}.$$

## Q. 73 [fePT1a]

O ruído "flicker" ocorre em dispositivos semicondutores, como transistores CMOS (Complementary Metal-Oxide-Semiconductor), devido a captura e emissão de elétrons por armadilhas na interface entre o óxido e o silício. A figura ilustra o efeito típico causado por uma dessas armadilhas, onde a alternância de um elétron capturado e um elétron emitido pode ser representada por uma variável aleatória I.



O valor dessa variável binária é 0 quando o elétron está capturado e 1 quando ele é emitido. O valor esperado da k-ésima potência de I é

$$\langle I^k \rangle = \sum_I I^k P(I),$$
 (1)

onde a probabilidade de I assumir o valor 1 é P(1) = q enquanto a probabilidade de I assumir o valor 0 é o complementar P(0) = 1 - q, com 0 < q < 1. Para essa única armadilha, a dispersão  $\sqrt{\left\langle I^{2}\right\rangle -\left\langle I\right\rangle ^{2}}$ será igual ao valor esperado $\left\langle I\right\rangle$ se:

$$q = \frac{1}{2}$$
.

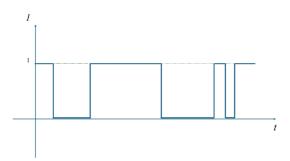
$$\boxed{ ext{C}}$$
  $q = \frac{2}{3}$ 

$$\boxed{\mathbf{D}} \quad q = \frac{4}{5}.$$

$$\overline{\mathrm{E}}$$
  $q=1$ 

## Q. 74 [fePT1b]

O ruído "flicker" ocorre em dispositivos semicondutores, como transistores CMOS (Complementary Metal-Oxide-Semiconductor), devido a captura e emissão de elétrons por armadilhas na interface entre o óxido e o silício. A figura ilustra o efeito típico causado por uma dessas armadilhas, onde a alternância de um elétron capturado e um elétron emitido pode ser representada por uma variável aleatória I.



O valor dessa variável binária é 0 quando o elétron está capturado e 1 quando ele é emitido. O valor esperado da k-ésima potência de I é

$$\langle I^k \rangle = \sum_I I^k P(I),$$
 (2)

onde a probabilidade de I assumir o valor 1 é P(1) = q enquanto a probabilidade de I assumir o valor 0 é o complementar P(0) = 1 - q, com 0 < q < 1. Para essa única armadilha, a dispersão  $\sqrt{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}$  será igual à metade do valor esperado  $\langle I \rangle$  se:

$$q=rac{4}{5}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \quad q = \frac{2}{3}.$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \quad q = \frac{1}{2}$$

$$q=rac{4}{5}.$$
 B  $q=rac{2}{3}.$  C  $q=rac{1}{2}.$  D  $q=rac{1}{4}.$  E  $q=1.$ 

$$\boxed{\mathrm{E}}$$
  $q=1.$ 

Q. 75 [fePT2a] Uma estrela composta essencialmente de hidrogênio está a uma temperatura T. Os níveis de energia do átomo de hidrogênio são dados por:

$$E_n = -\frac{\alpha}{n^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$
 (3)

A degenerescência do nível n é  $g_n=2n^2$ . A razão entre o número de átomos no segundo estado excitado (n=3) e aqueles no estado fundamental (n=1) é

- $9e^{-\frac{8\alpha}{9k_BT}}$
- $\boxed{\mathbf{B}} \ 3e^{-\frac{4\alpha}{5k_BT}}.$
- $\boxed{\mathsf{C}} \ 6e^{-\frac{2\alpha}{9k_BT}}.$
- $\boxed{\mathrm{D}} 4e^{-\frac{\alpha}{2k_BT}}$ .
- $\boxed{\mathrm{E}} \ 2e^{-\frac{8\alpha}{3k_BT}}$ .

Q. 76 [fePT2b] Uma estrela composta essencialmente de hidrogênio está a uma temperatura T. Os níveis de energia do átomo de hidrogênio são dados por:

$$E_n = -\frac{\alpha}{n^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$
 (4)

A degenerescência do nível n é  $g_n=2n^2$ . A razão entre o número de átomos no primeiro estado excitado (n=2) e aqueles no estado fundamental (n=1) é

- $4e^{-\frac{3\alpha}{4k_BT}}$
- $\boxed{\mathrm{B}} \ 8e^{-\frac{2\alpha}{5k_BT}}$
- $\boxed{\mathbb{C}} \ 3e^{-\frac{2\alpha}{3k_BT}}$
- $\boxed{\mathbf{D}} \ 2e^{-\frac{5\alpha}{6k_BT}}.$
- $\boxed{\mathrm{E}} e^{-\frac{\alpha}{k_B T}}$ .

**Q. 77** [fePT3a] Considere um sistema de 2 átomos. Cada átomo pode estar em um de três estados quânticos com energias 0,  $\varepsilon$  e  $2\varepsilon$ . O sistema está em contato com um reservatório térmico a uma temperatura T. Supondo que os átomos sejam férmions sem spin, a função de partição canônica do sistema é

- $e^{-\frac{\varepsilon}{k_BT}} + e^{\frac{-2\varepsilon}{k_BT}} + e^{\frac{-3\varepsilon}{k_BT}}$
- $\boxed{\mathbf{B}} \ 1 + e^{\frac{-\varepsilon}{k_B T}} + e^{\frac{-2\varepsilon}{k_B T}}.$
- $\boxed{\mathbf{C}} e^{\frac{-\varepsilon}{k_B T}} + e^{\frac{-2\varepsilon}{k_B T}}.$
- $\boxed{\mathbf{D}} \ 1 + e^{-\frac{2\varepsilon}{k_B T}} + e^{\frac{-3\varepsilon}{k_B T}}.$
- $\boxed{\mathbf{E}} \ 1 + e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}}.$

Q. 78 [fePT3b] Considere um sistema de 2 átomos. Cada átomo pode estar em um de dois estados quânticos com energias 0 e  $\varepsilon$ . O sistema está em contato com um reservatório térmico a uma temperatura T. Supondo que os átomos sejam bósons sem spin, a função de partição canônica do sistema é

- $1 + e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} + e^{-\frac{2\varepsilon}{k_B T}}.$
- $\boxed{\mathbf{B}} \ 1 + e^{-\frac{2\varepsilon}{k_B T}} + e^{-\frac{3\varepsilon}{k_B T}}.$
- $\boxed{\mathbb{C}} e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} + e^{-\frac{2\varepsilon}{k_B T}} + 2e^{-\frac{3\varepsilon}{k_B T}}$
- $\boxed{\mathbf{D}} \ 1 + e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}}.$
- $\boxed{\mathrm{E}} e^{-\frac{2\varepsilon}{k_BT}} + e^{-\frac{3\varepsilon}{k_BT}} + e^{-\frac{4\varepsilon}{k_BT}}.$

Q. 79 [fePT4a] Em primeira aproximação, a atmosfera terrestre pode ser tratada como um gás ideal (essencialmente nitrogênio) mantido a uma temperatura constante T. Desprezando a curvatura da Terra e a variação da força gravitacional com a altura, as partículas do gás, todas de massa m, estão sob a ação do potencial gravitacional

$$U = mgz$$

onde z é a coordenada na direção vertical. Qual é a altura média das partículas? Integrais úteis:

$$\int_0^\infty e^{-ax} dx = \frac{1}{a}, \qquad \qquad \int_0^\infty x e^{-ax} dx = \frac{1}{a^2}.$$

$$\int_0^\infty xe^{-ax}dx = \frac{1}{a^2}.$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \langle z \rangle = \frac{k_B T}{2mg}.$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ \langle z \rangle = \frac{3k_BT}{mg}$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \langle z \rangle = \frac{3k_B T}{2mg}.$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \langle z \rangle = 0.$$

Q. 80 [fePT4b] Em primeira aproximação, a atmosfera terrestre pode ser tratada como um gás ideal (essencialmente nitrogênio) mantido a uma temperatura constante T. Desprezando a curvatura da Terra e a variação da força gravitacional com a altura, as partículas do gás, todas de massa m, estão sob a ação do potencial gravitacional

$$U = mqz$$

onde z é a coordenada na direção vertical. Qual é a energia potencial média por partícula? Integrais úteis:

$$\int_0^\infty e^{-ax} dx = \frac{1}{a}, \qquad \qquad \int_0^\infty x e^{-ax} dx = \frac{1}{a^2}.$$

$$\langle U \rangle = k_B T.$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \langle U \rangle = k_B T / 2.$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \langle U \rangle = 3k_BT.$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \langle U \rangle = 3k_B T/2.$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \langle U \rangle = 0.$$