

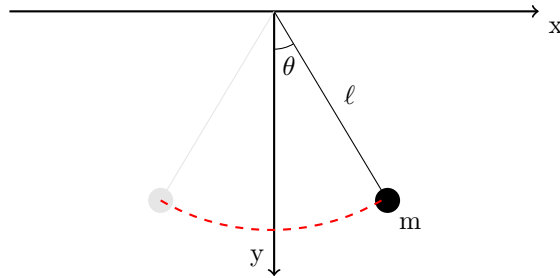
DM4 : Oscillateur harmonique

Gabriel PEREIRA DE CARVALHO

Dernière modification 16 décembre 2023

Exercice 1

D'abord, faisons un diagramme du problème.



Alors, calculons l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de la masse

$$\begin{cases} T &= \frac{m\ell^2\dot{\theta}^2}{2} \\ V &= -mg\ell \cos \theta \end{cases} \quad (1)$$

Exercice 2

On a le Lagrangien

$$\mathcal{L} = T - V = \frac{m\ell^2\dot{\theta}^2}{2} + mg\ell \cos \theta \quad (2)$$

Exercice 3

Par l'équation d'Euler-Lagrange, on a

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \mathcal{L} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta} \mathcal{L} \iff m\ell^2\ddot{\theta} = -mg\ell \sin \theta \iff \ddot{\theta} = -\frac{g}{\ell} \theta \quad (3)$$

Alors utilisons l'approximation pour des petits angles $\sin \theta \approx \theta$ et posons $\omega^2 = \frac{g}{\ell}$, on a

$$\ddot{\theta} = -\omega^2 \theta \quad (4)$$

l'équation pour un oscillateur harmonique classique.