## Cours de Relativité et principes variationnels (PHY 431) Ecole polytechnique – Ingénieur – 2ème année Année 2023-2024 Pr. Sylvain Chaty

## PC3: Espace-temps de Minkowski (06/12/2023)

Notions : Introduction au calcul tensoriel en relativité, Géométrie de Minkowski, Genre d'un quadri-vecteur, Intervalle d'espace-temps, Quadrivitesse, Quadriaccélération, Mouvement uniformément accéléré

## Exercice à rendre pour le 11/12/2023 : Non-commutativité des transformations de Lorentz

Vérifions que les transformations de Lorentz, en tant que rotations dans l'espace quadri-dimensionnel de Minkowski, ne sont en général pas commutatives.

- Ecrire sous forme matricielle la transformation de Lorentz, mettant en jeu deux référentiels  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$ , avec  $\mathcal{R}'$  en translation uniforme par rapport à  $\mathcal{R}$ , à la vitesse  $\vec{v_1} = v_1 \vec{e_x}$ , en notant  $\Lambda(\vec{v_1})$  la matrice de passage de  $\mathcal{R}$  à  $\mathcal{R}'$ .
- Ecrire sous forme matricielle la transformation de Lorentz pour les référentiels  $\mathcal{R}'$  et  $\mathcal{R}''$ , avec  $\mathcal{R}''$  en translation uniforme par rapport à  $\mathcal{R}'$ , à la vitesse uniforme  $\vec{v_2} = v_2 \vec{e_y}$ , en notant  $\Lambda(\vec{v_2})$  la matrice de passage de  $\mathcal{R}'$  à  $\mathcal{R}''$ .
- Etablir la matrice de passage de la transformation composée. Montrer que cette matrice dépend de l'ordre dans lequel on effectue les transformations, i.e.  $\Lambda(\vec{v_1})\Lambda(\vec{v_2})$  vs  $\Lambda(\vec{v_2})\Lambda(\vec{v_1})$ .