

PC8 : Mécanique hamiltonienne (24/01/2024)

Notions : Formalisme canonique de Hamilton, espace des phases, *Systèmes hamiltoniens simples*, *Utilisation des transformations canoniques et des crochets de Poisson (lois de conservation, oscillateur harmonique...)*, *Remarques élémentaires sur les systèmes dynamiques et le chaos (cf problème sur les points de Lagrange)*

Exercice à rendre pour le 29/01/2024 : Pendule double

On considère un double pendule en mouvement sans frottement dans un plan vertical, constitué de deux masses m_1 et m_2 (cf Figure 1) : la première fixée par une tige de masse négligeable à un axe fixe O , et la deuxième reliée à la première par une seconde tige de masse négligeable. Les masses m_1 et m_2 , ainsi que O , restent dans un même plan vertical. On note l_1 et l_2 les distances respectives entre O et m_1 , et entre m_1 et m_2 ; et θ_1 et θ_2 les angles respectifs entre l'axe vertical et la tige Om_1 , et entre l'axe vertical et la tige m_1m_2 .

1. Ecrire le Lagrangien du système et en déduire les équations du mouvement.
2. Quelles sont les quantités conservées ? Le mouvement peut-il être chaotique ?

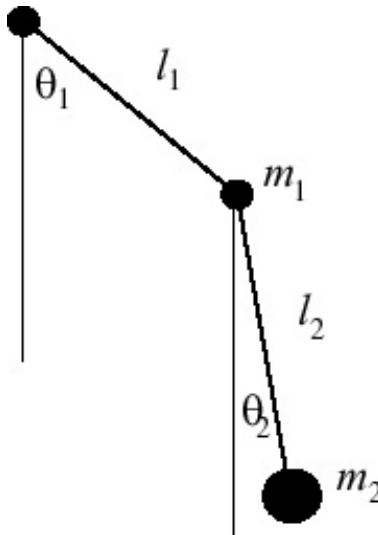


FIGURE 1 – Pendule double (Crédit : https://fr.wikipedia.org/wiki/Pendule_double)