

# Modélisation mathématique par les graphes

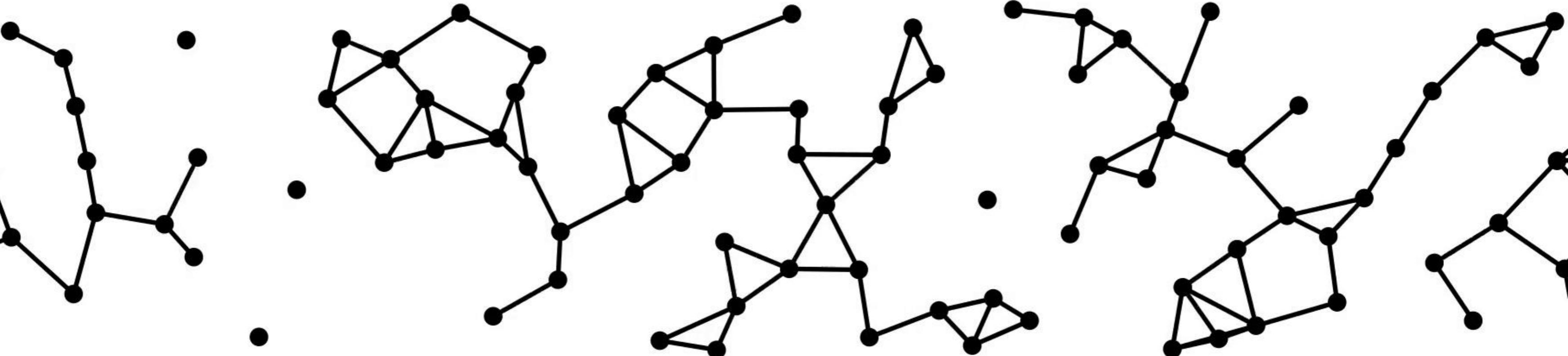
Benjamin Peyrille

Laboratoire G-SCOP, Université Grenoble Alpes

# Modélisation mathématique par les graphes

Benjamin Peyrille

Laboratoire G-SCOP, Université Grenoble Alpes



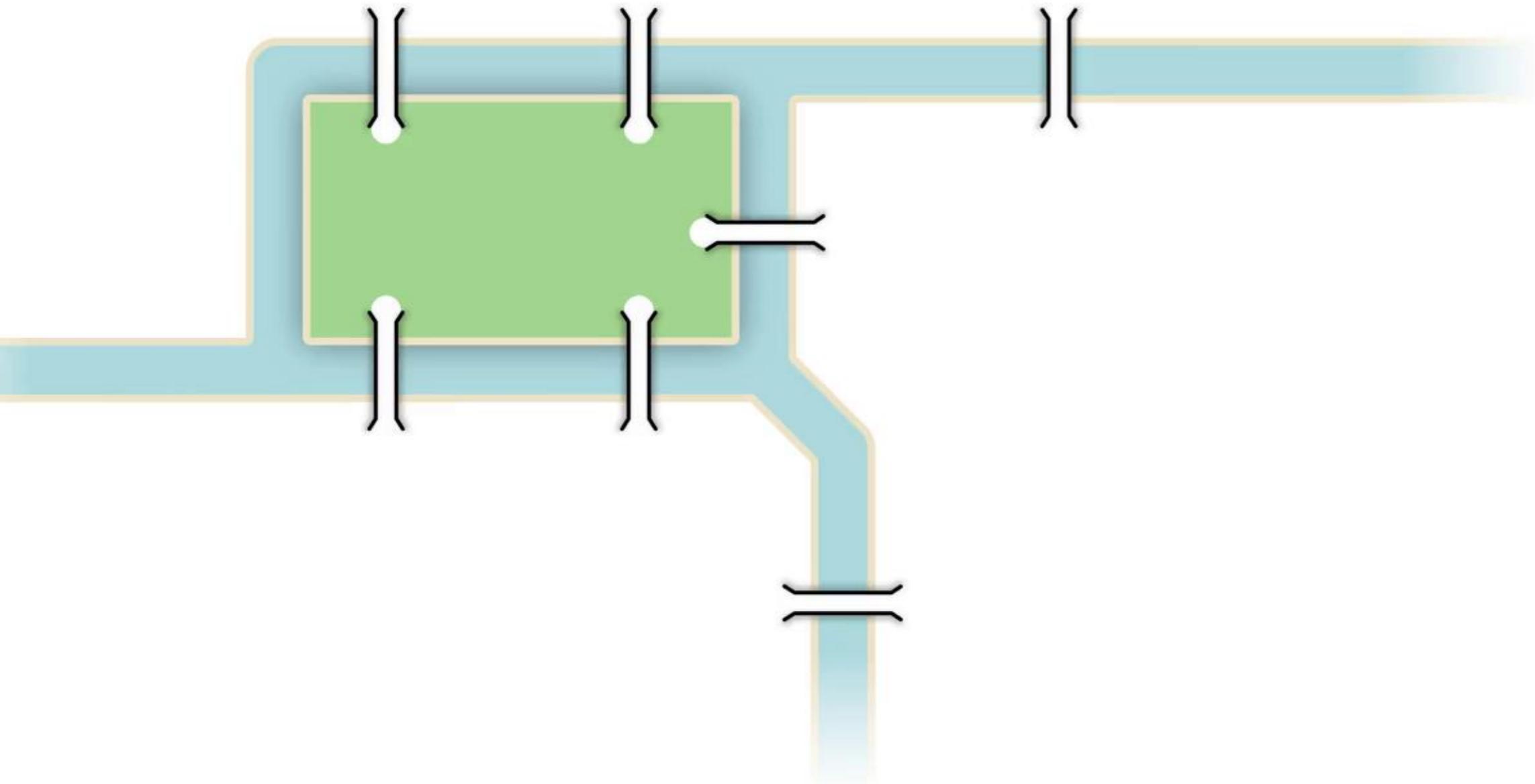


# Les 7 ponts de Königsberg

Leonhard Euler



1735



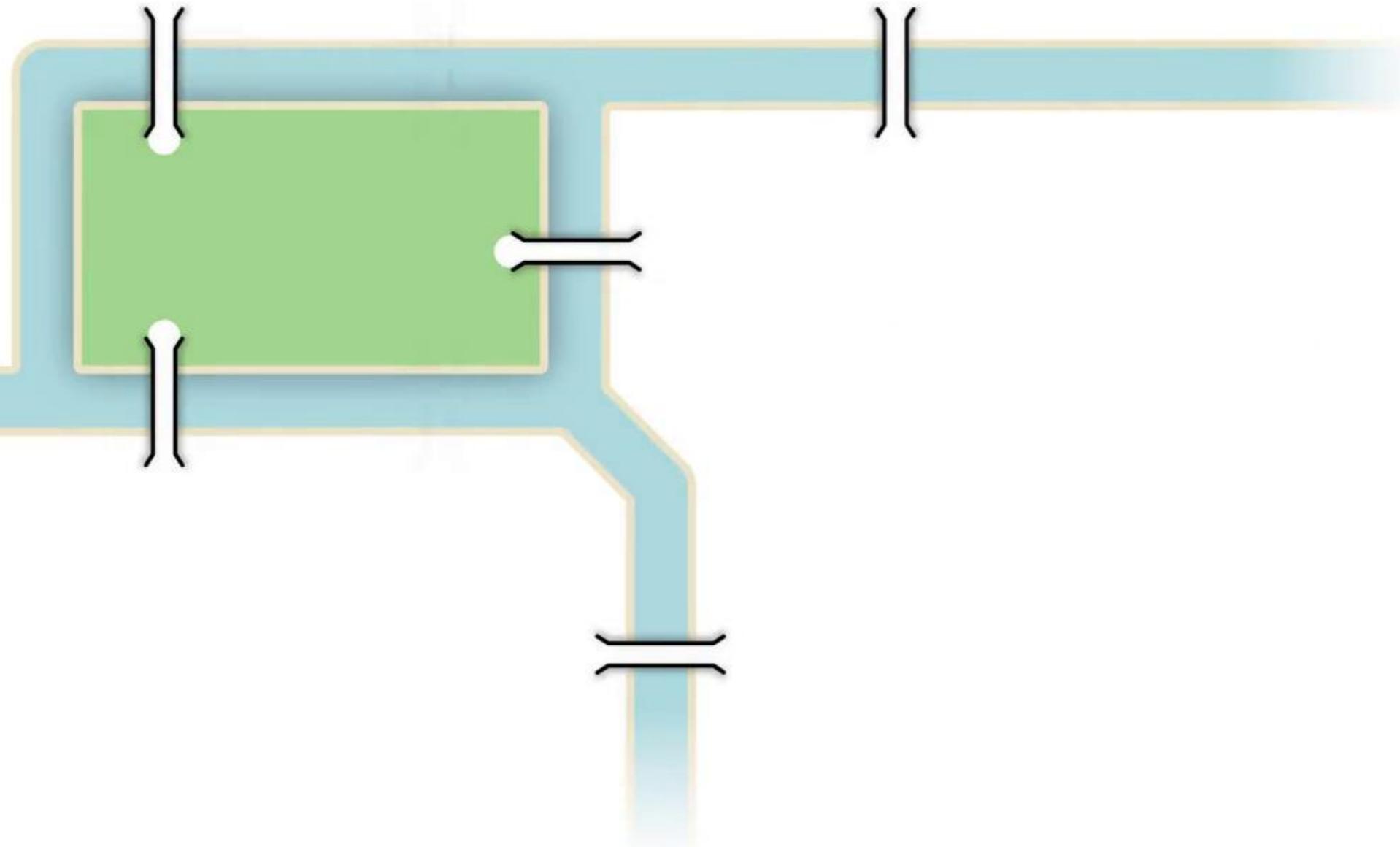
Est-il possible de traverser tous les ponts une seule et unique fois ?

# Les 5 ponts de Kaliningrad

Leonhard Euler



1735



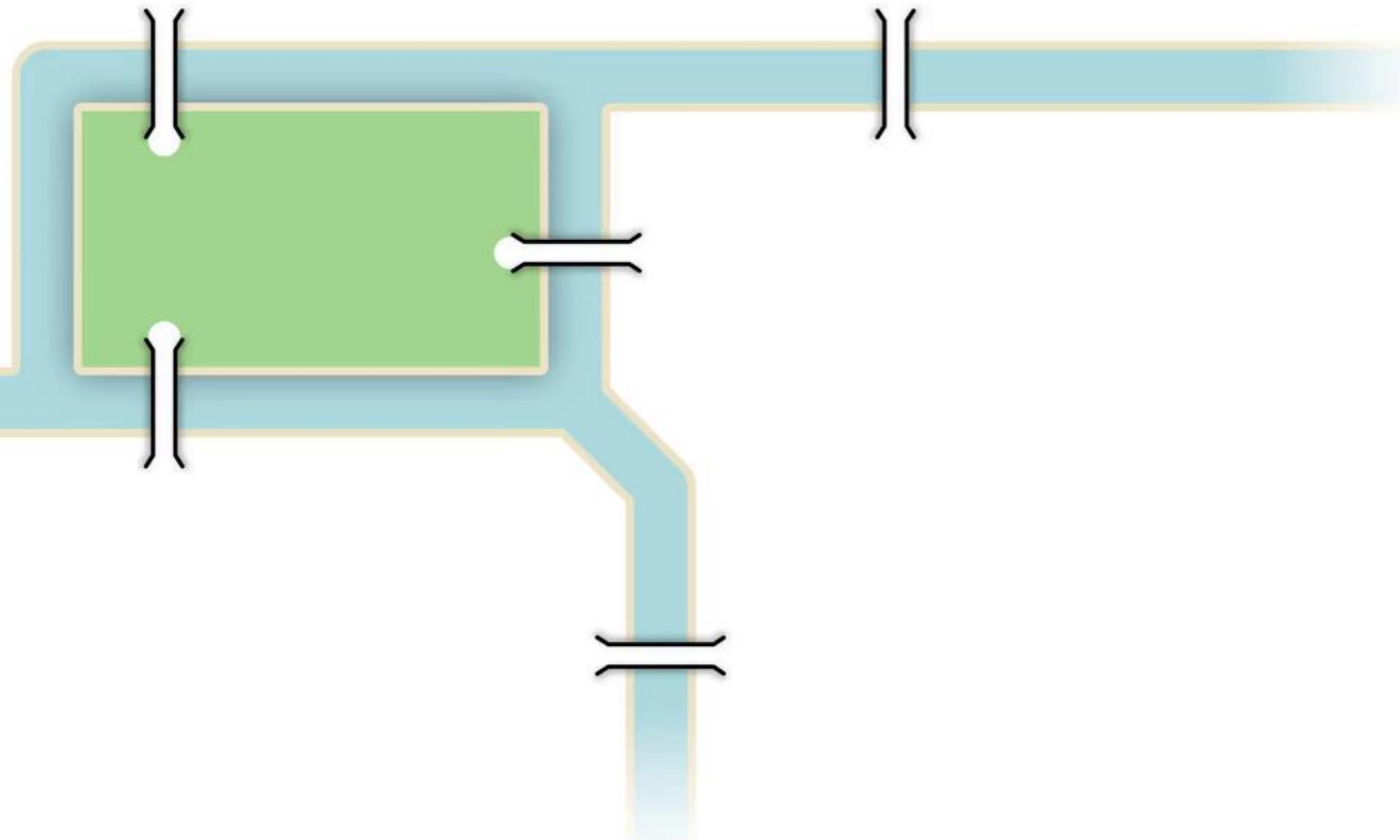
Est-il possible de traverser tous les ponts une seule et unique fois ?

Leonhard Euler

# Les 5 ponts de Kaliningrad

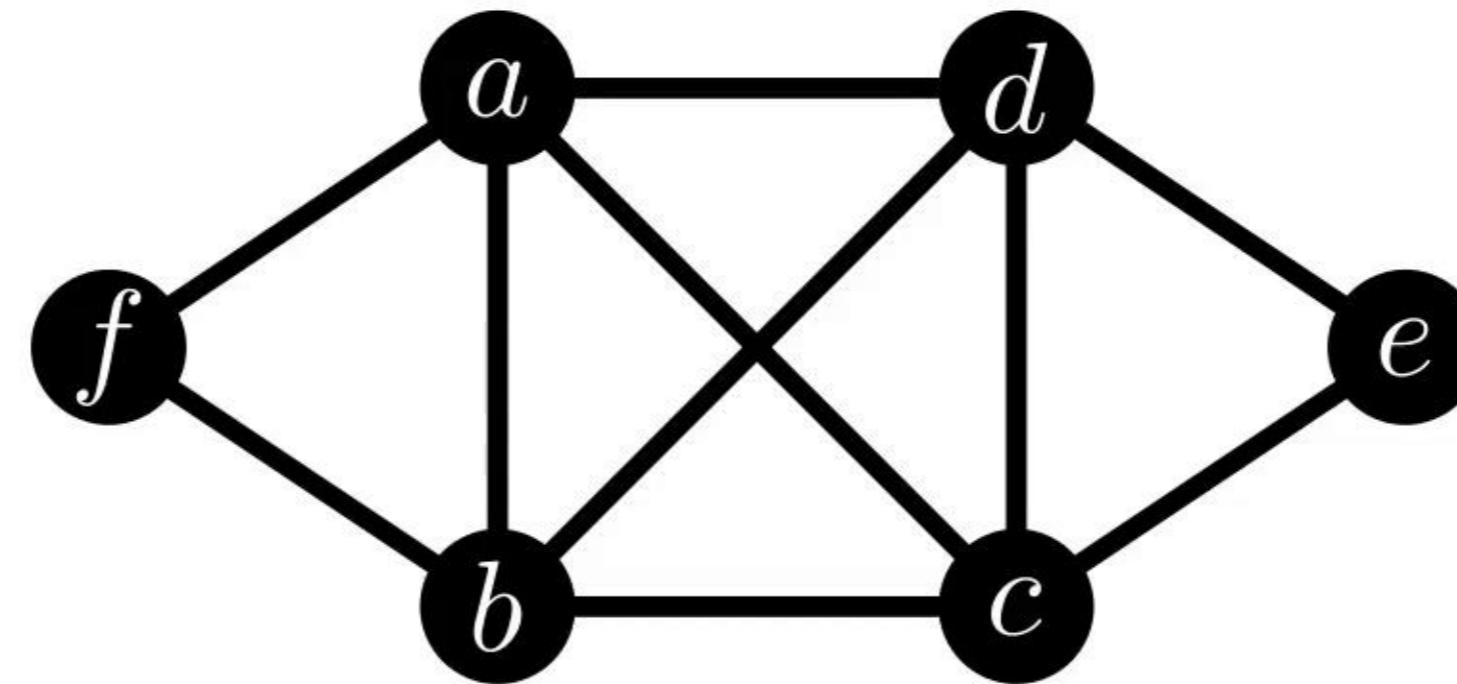


1735



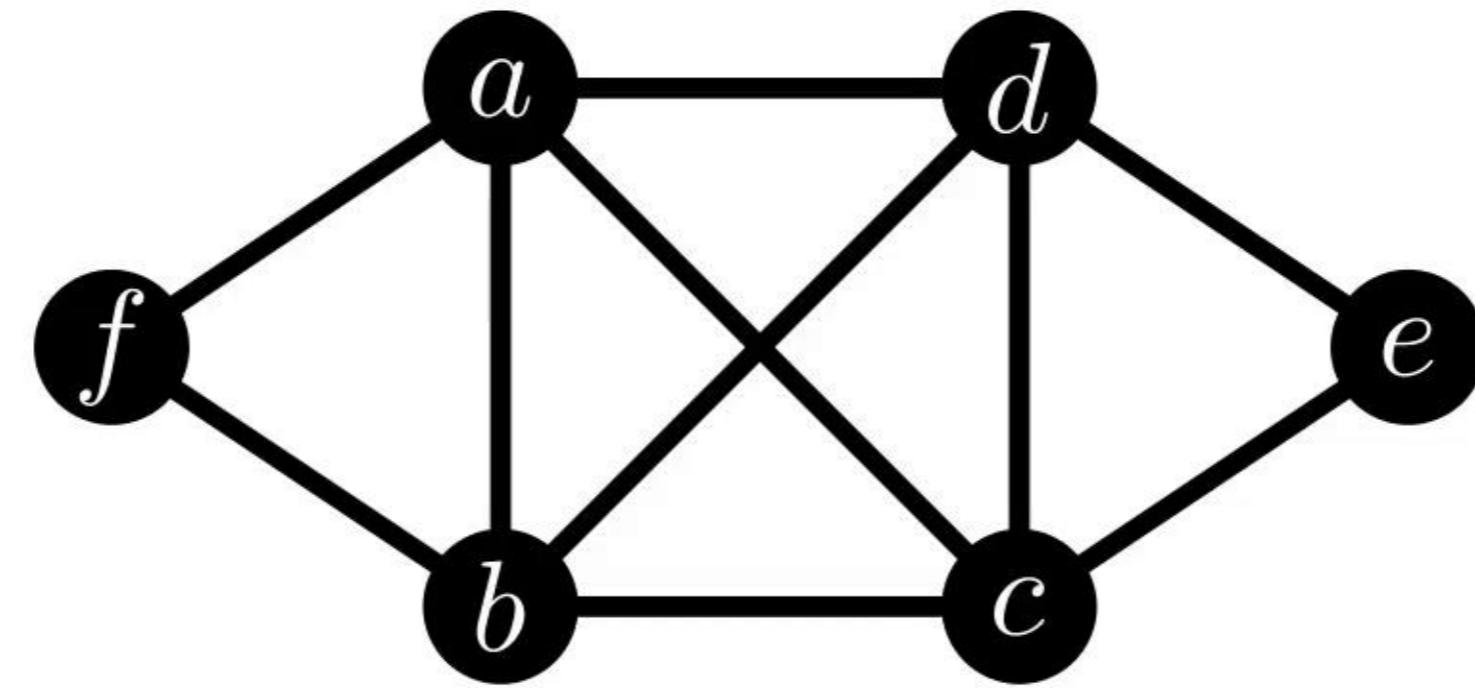
Est-il possible de traverser tous les ponts une seule et unique fois ?  
Et retourner au point de départ ?

# Définition d'un graphe $G = (S, A)$

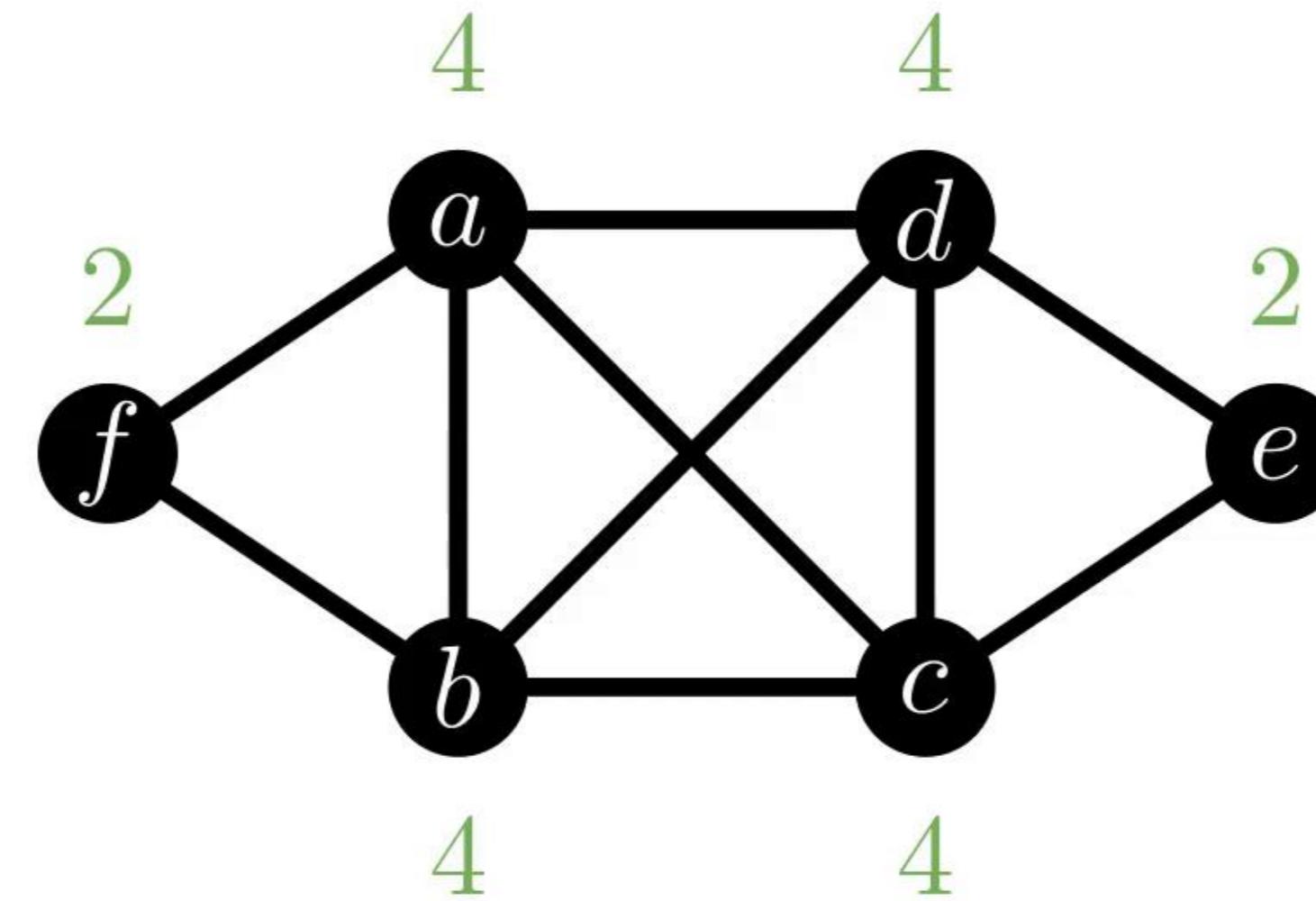


- Ensemble  $S$  de **sommets**
- Ensemble  $A$  d'**arêtes**

Peut-on dessiner ce graphe sans lever le crayon et revenir au point de départ ?



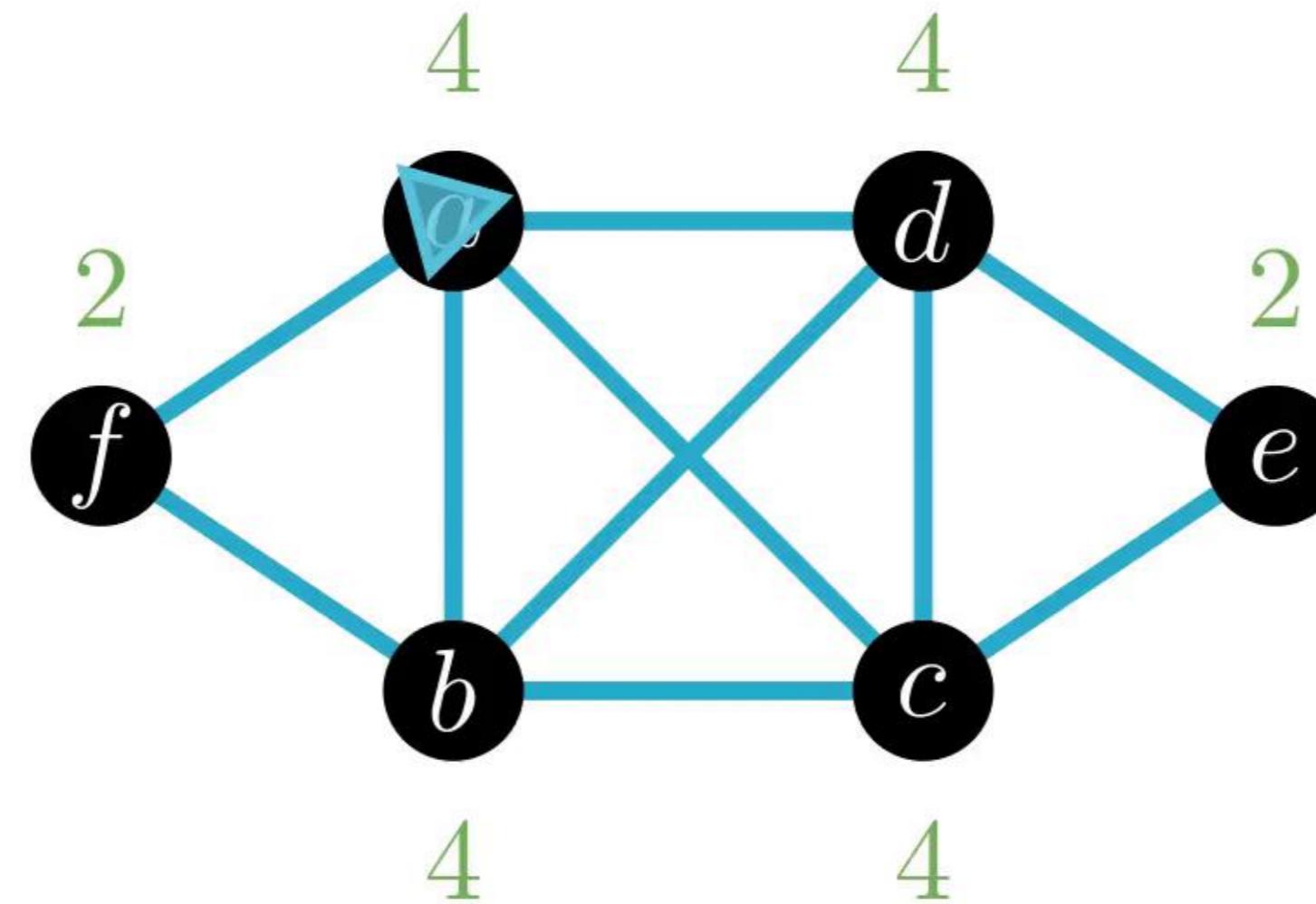
Peut-on dessiner ce graphe sans lever le crayon et revenir au point de départ ?



Le **degré**  $d(v)$  d'un sommet  $v$  est le nombre d'arêtes incidentes à  $v$ .

Le degré de tous les sommets doit être **pair**.

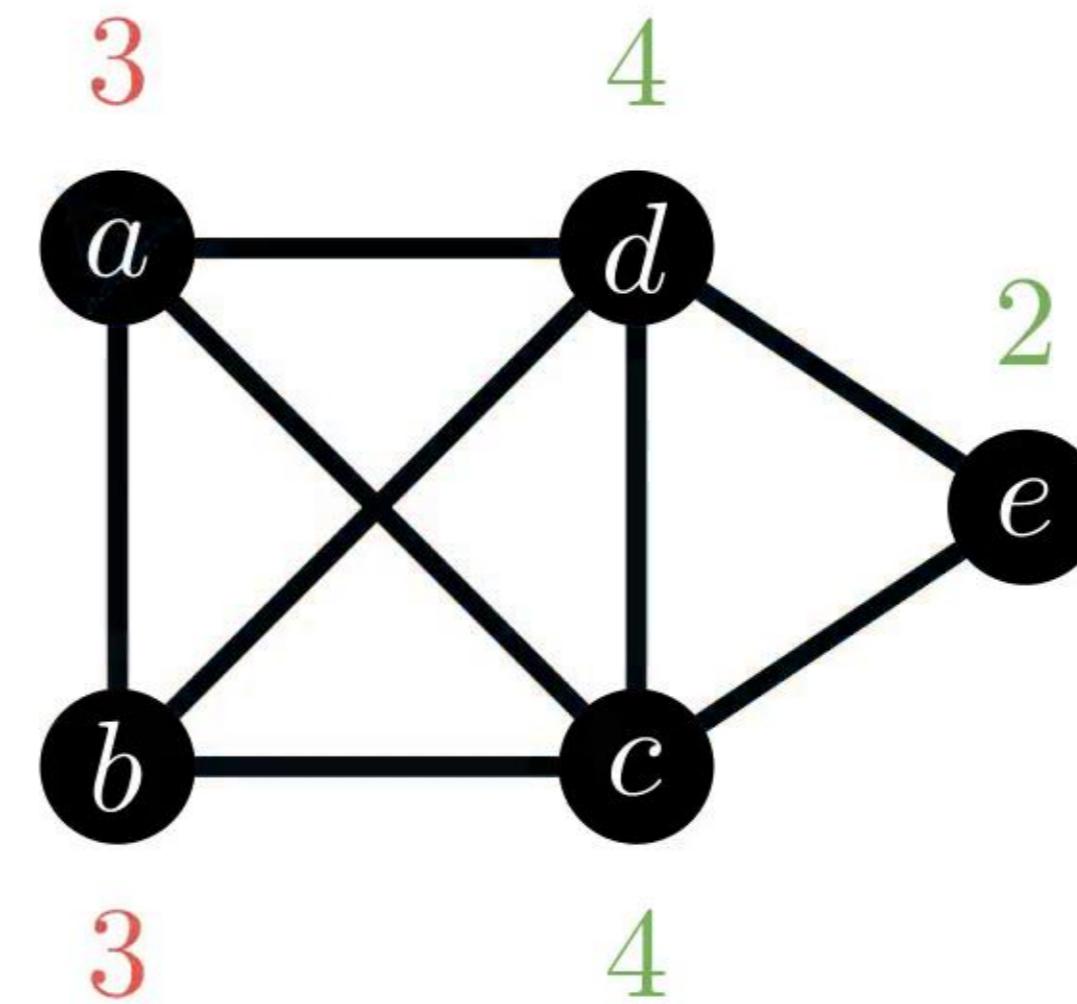
Peut-on dessiner ce graphe sans lever le crayon et revenir au point de départ ?



Le **degré**  $d(v)$  d'un sommet  $v$  est le nombre d'arêtes incidentes à  $v$ .

Le degré de tous les sommets doit être **pair**.

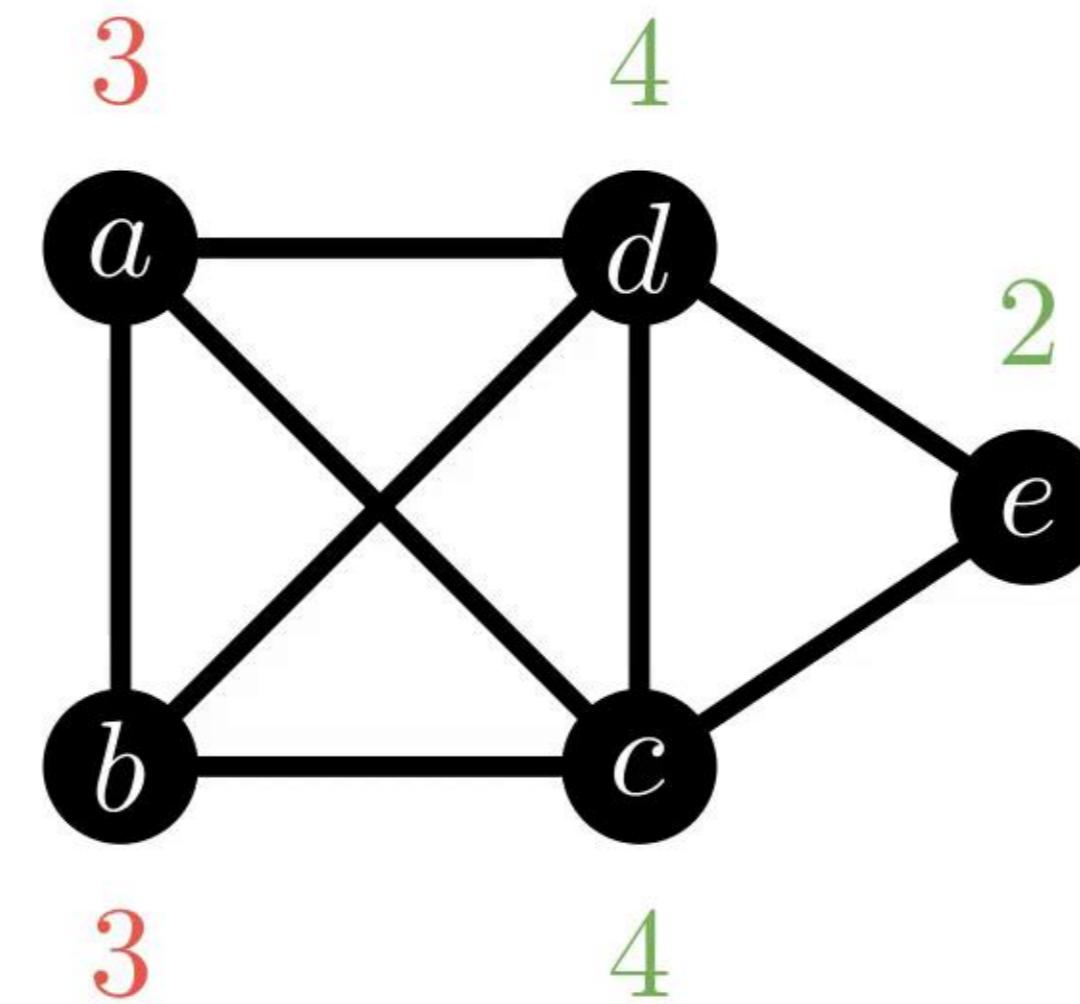
Peut-on dessiner ce graphe sans lever le crayon et revenir au point de départ ?



Le **degré**  $d(v)$  d'un sommet  $v$  est le nombre d'arêtes incidentes à  $v$ .

Le degré de tous les sommets doit être **pair**.

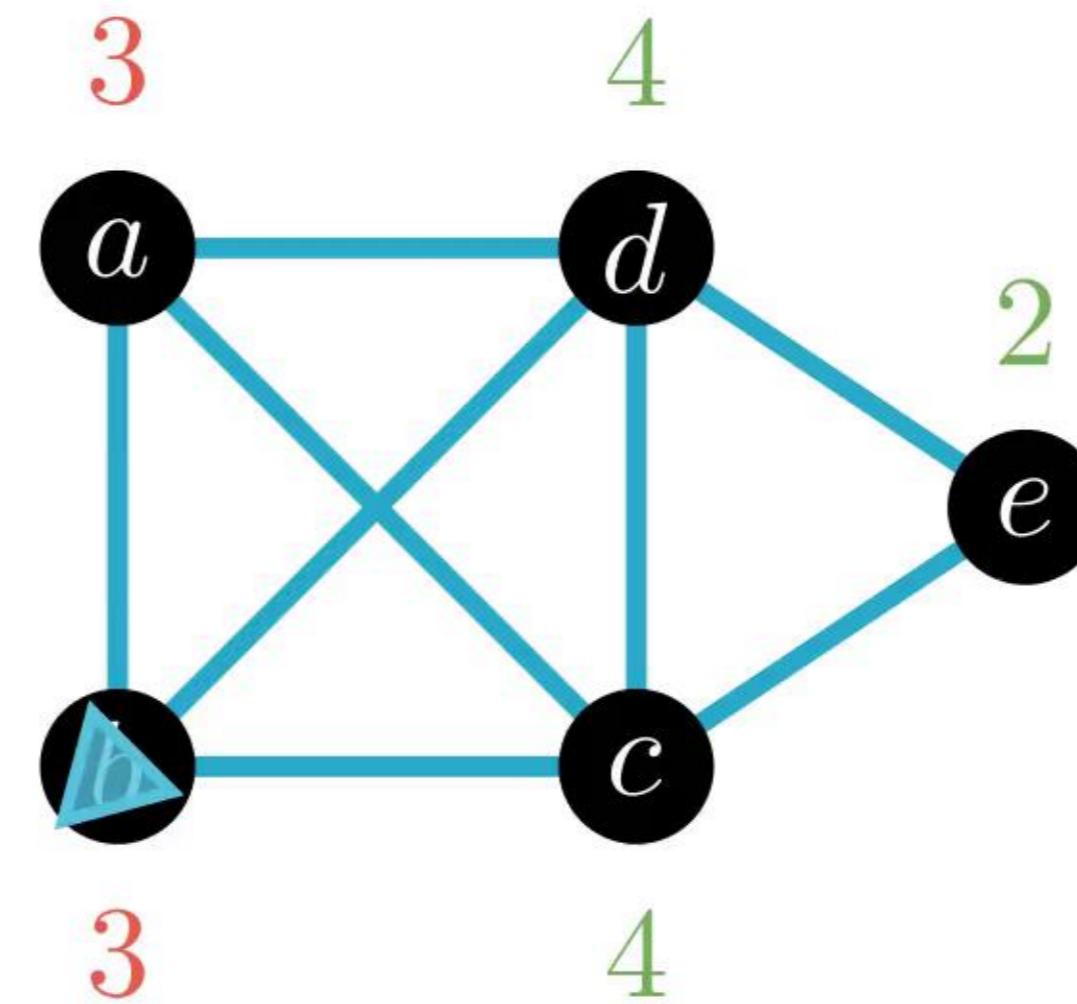
Peut-on dessiner ce graphe sans lever le crayon ?



Le **degré**  $d(v)$  d'un sommet  $v$  est le nombre d'arêtes incidentes à  $v$ .

Au plus deux sommets doivent avoir un degré **impair**.

Peut-on dessiner ce graphe sans lever le crayon ?

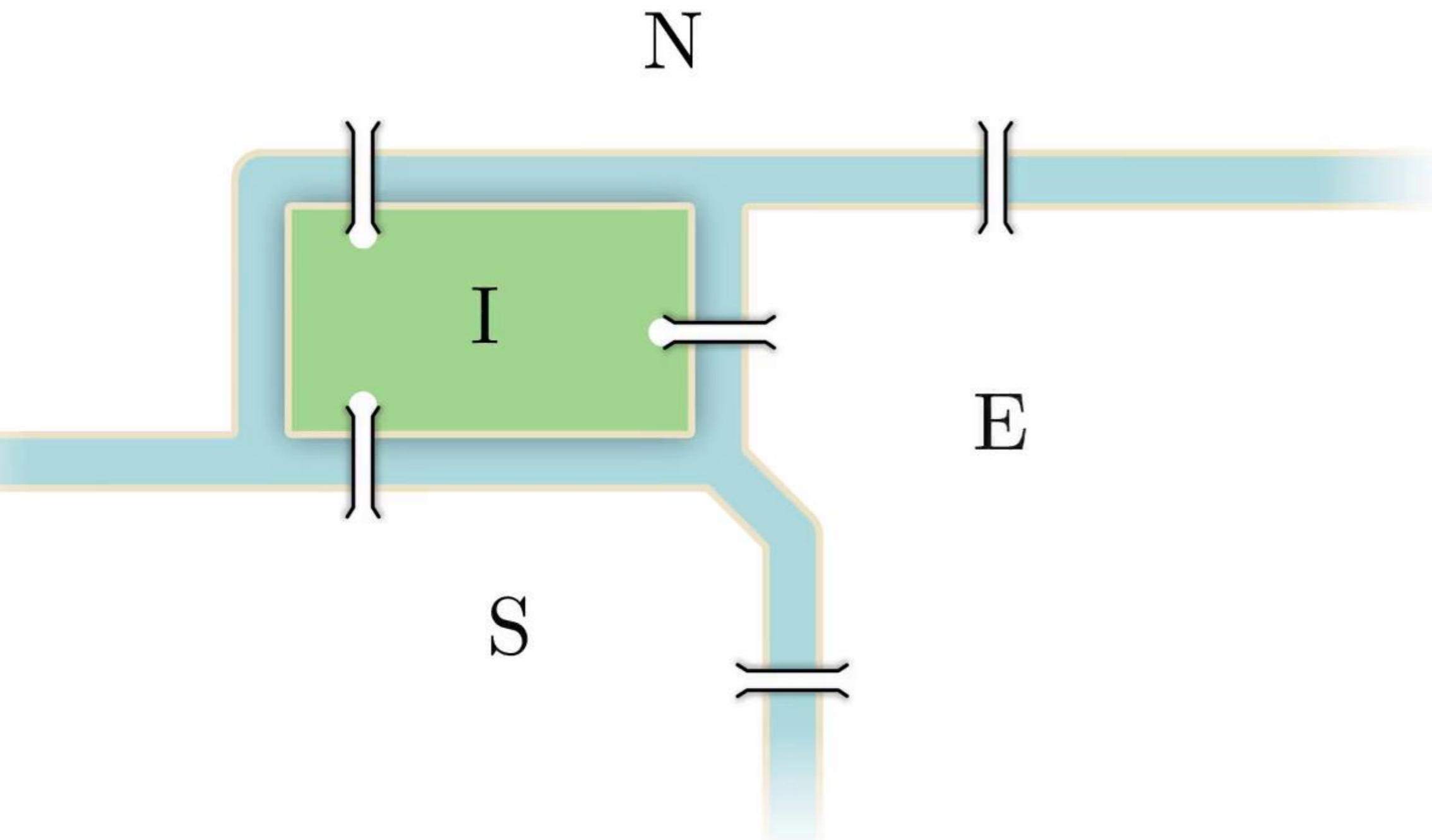


Le **degré**  $d(v)$  d'un sommet  $v$  est le nombre d'arêtes incidentes à  $v$ .

Au plus deux sommets doivent avoir un degré **impair**.

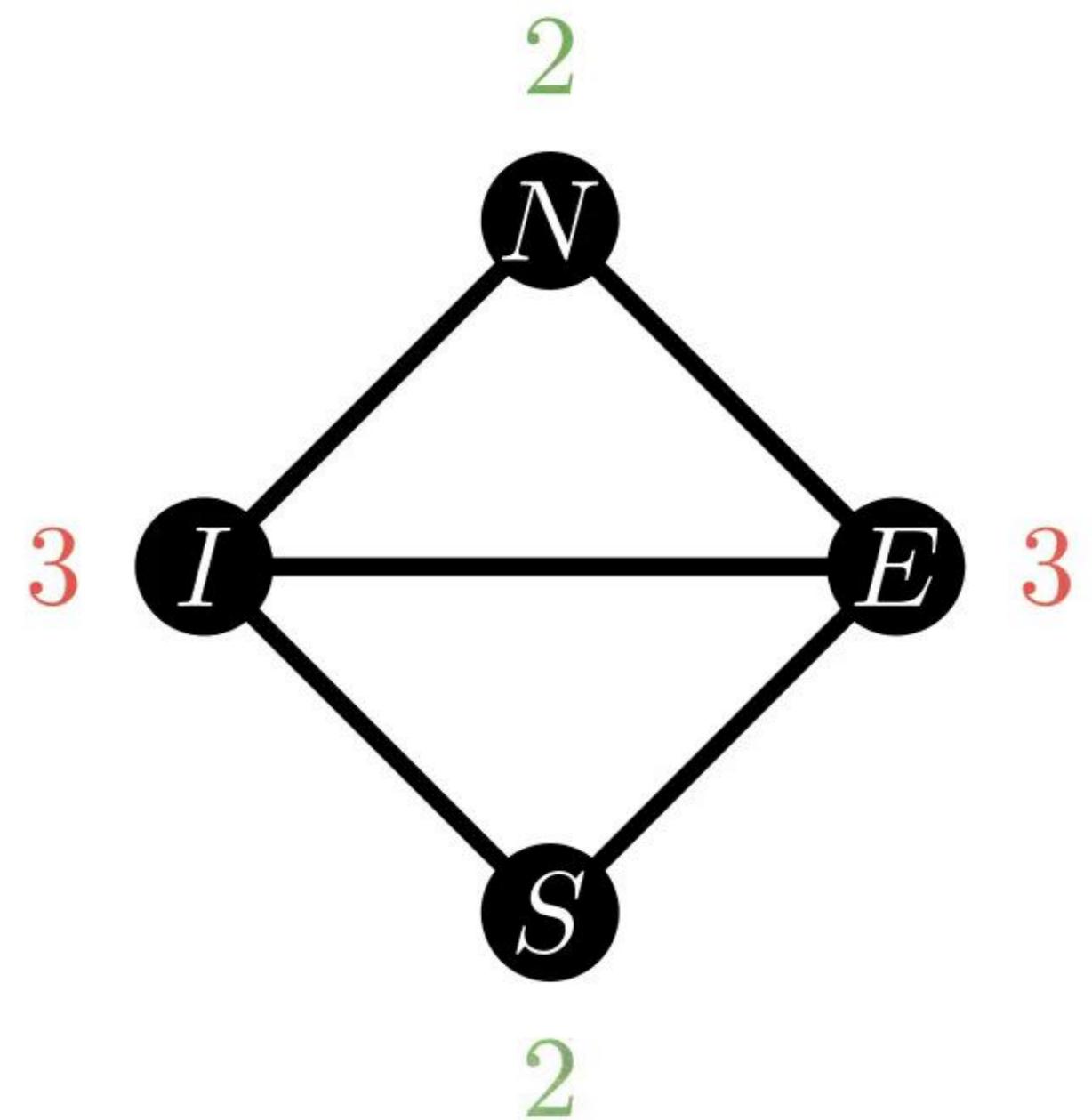
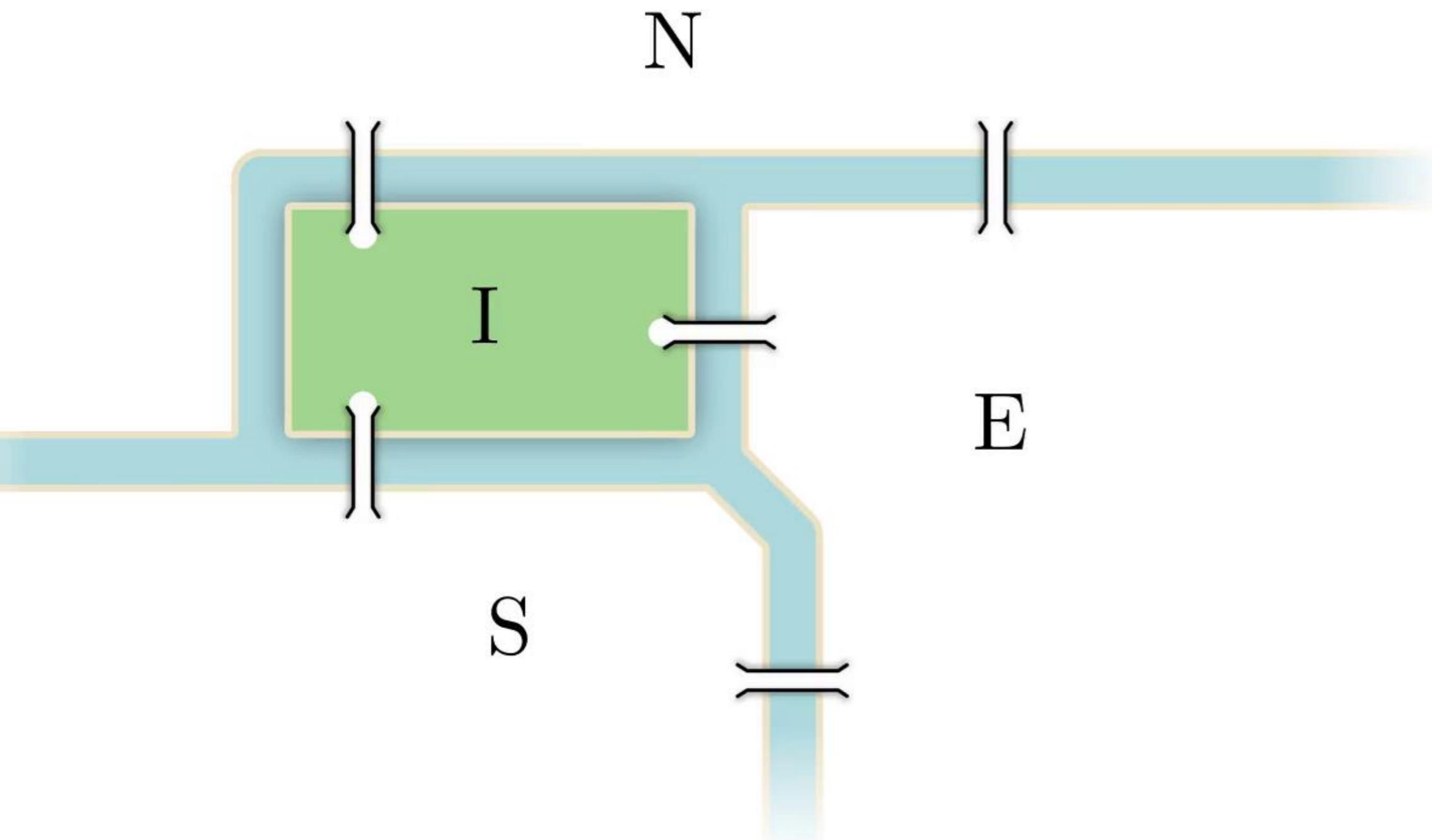


# Les 5 ponts de Kaliningrad



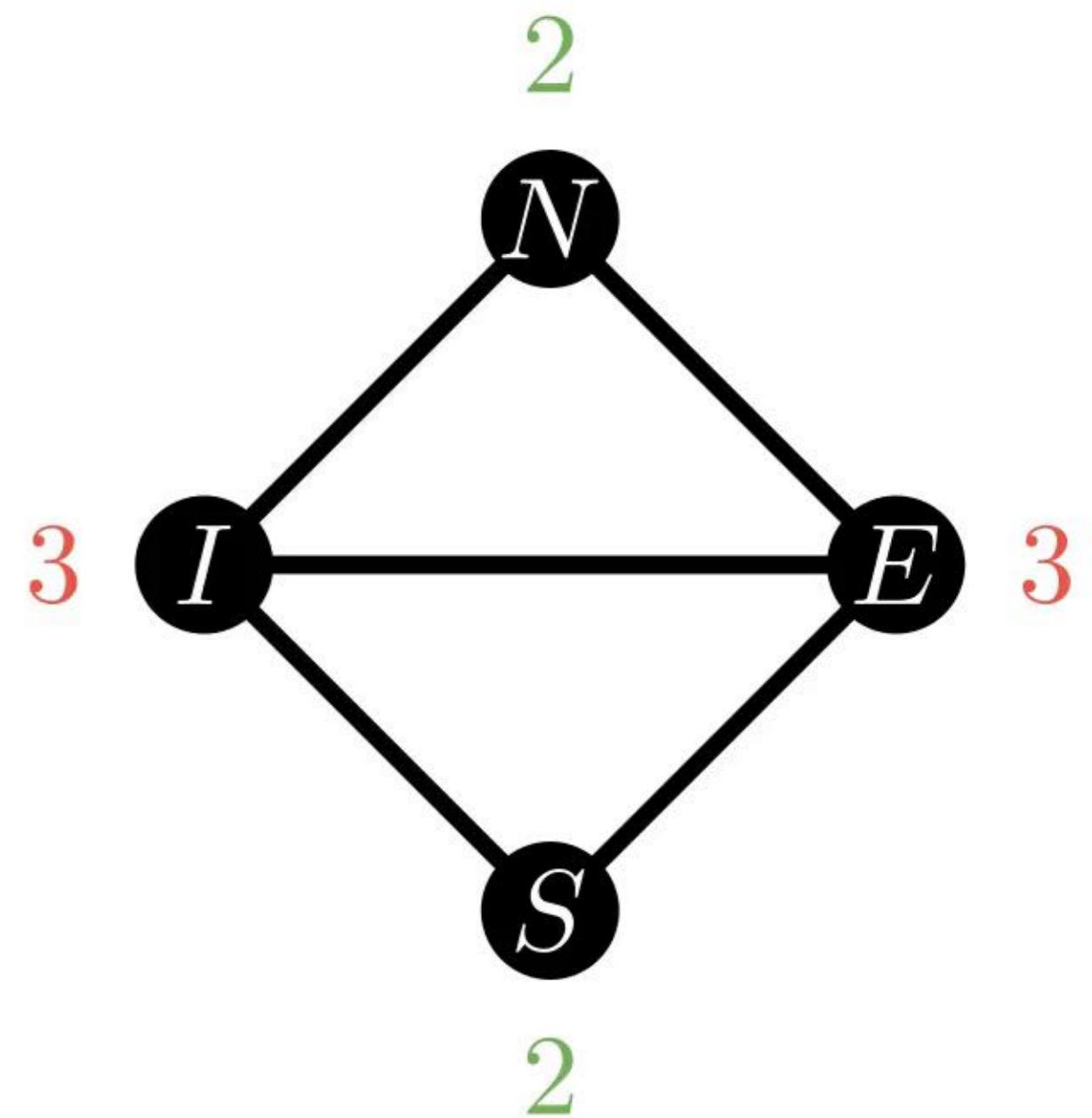
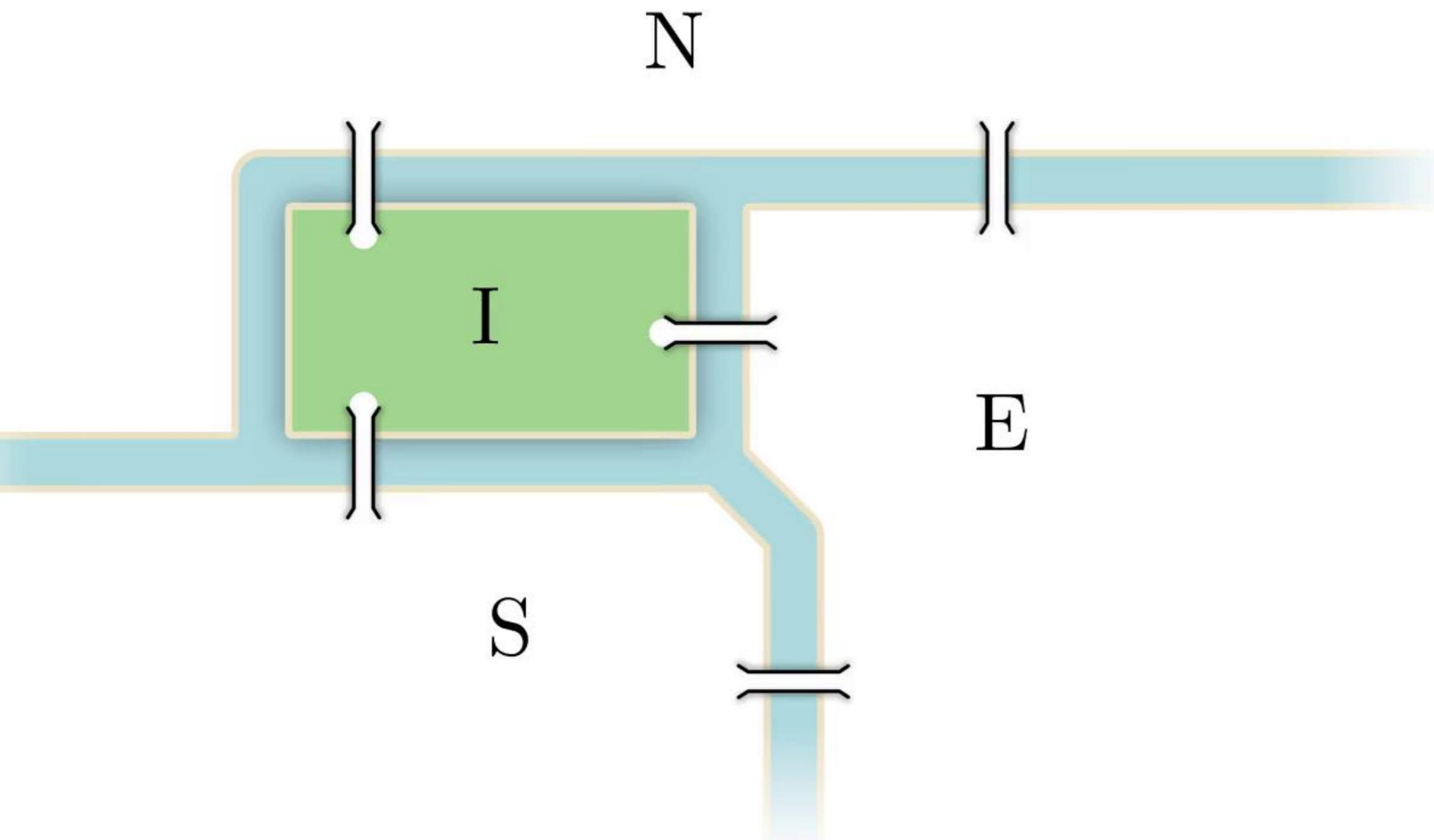
Est-il possible de traverser tous les ponts une seule et unique fois ?

# Les 5 ponts de Kaliningrad



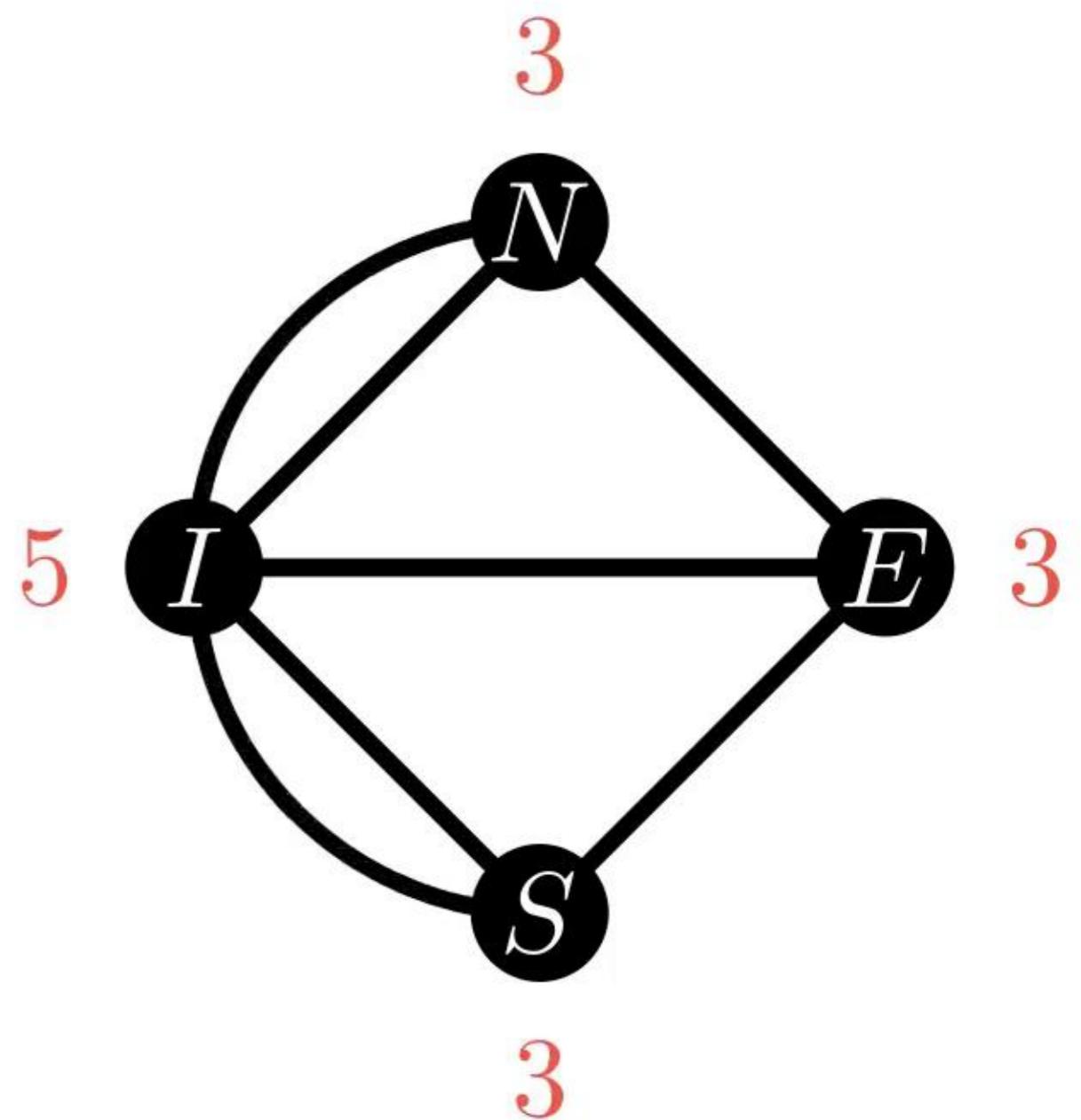
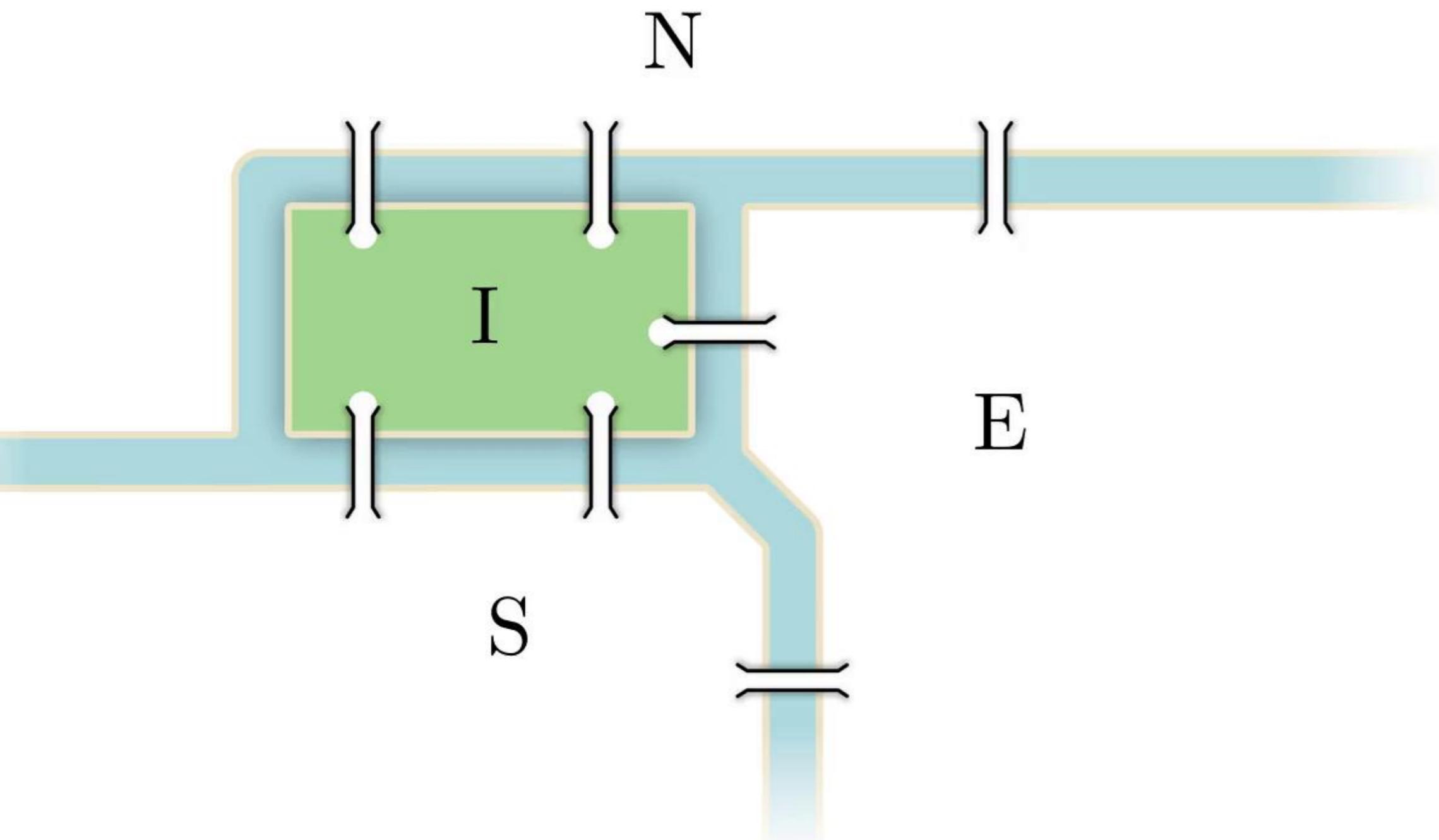
Est-il possible de traverser tous les ponts une seule et unique fois ?

# Les 5 ponts de Kaliningrad



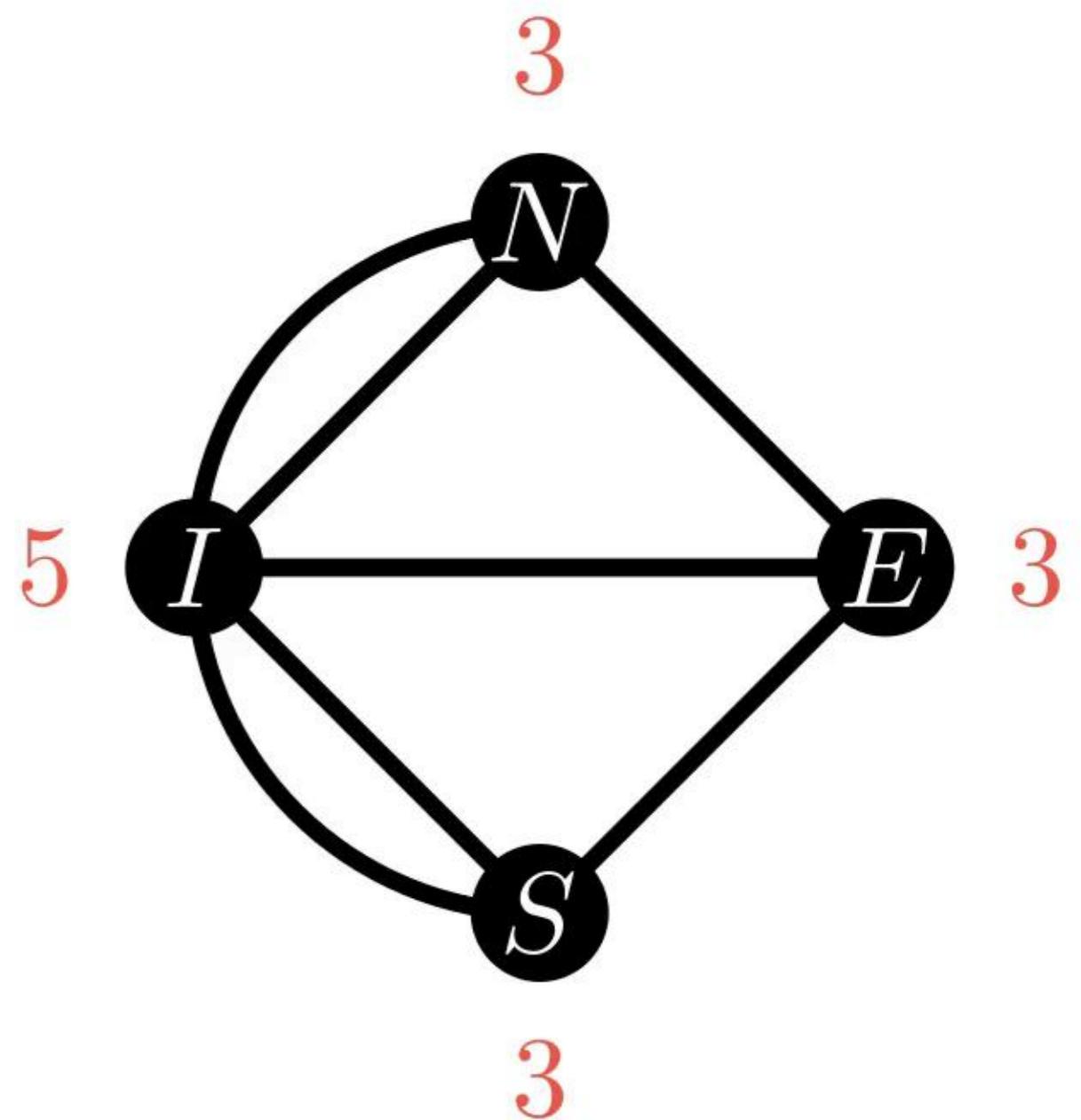
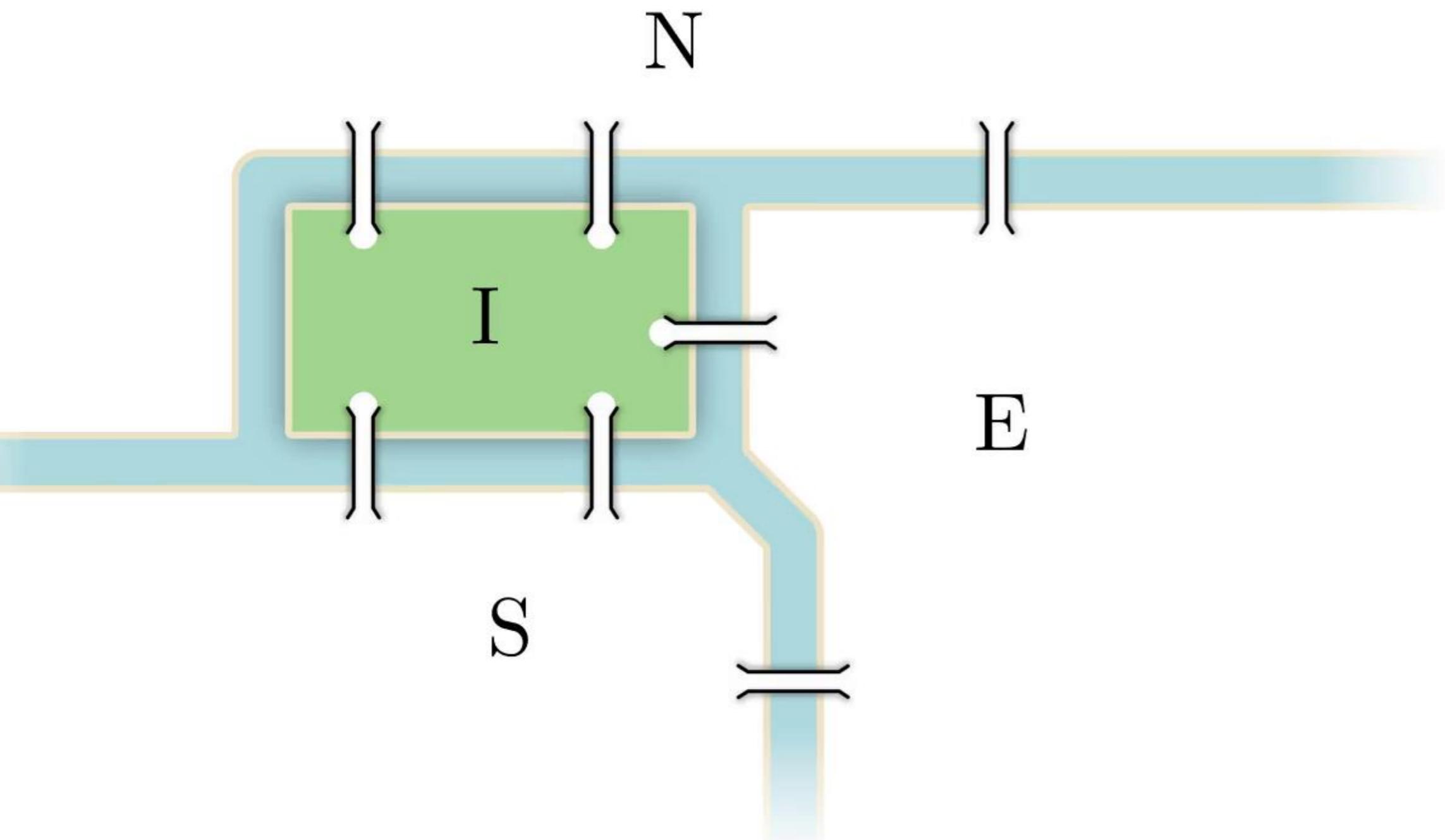
Est-il possible de traverser tous les ponts une seule et unique fois ?  
Oui, mais sans retourner au point d'origine.

# Les 7 ponts de Königsberg



Est-il possible de traverser tous les ponts une seule et unique fois ?

# Les 7 ponts de Königsberg



Est-il possible de traverser tous les ponts une seule et unique fois ?  
Impossible, il y a trop de sommets de degré impair.



Un **modèle mathématique** est une description abstraite d'une situation réelle à l'aide de représentations mathématiques (ici les graphes).

Quels problèmes réels peut-on représenter à l'aide de graphes ?

Un **modèle mathématique** est une description abstraite d'une situation réelle à l'aide de représentations mathématiques (ici les graphes).

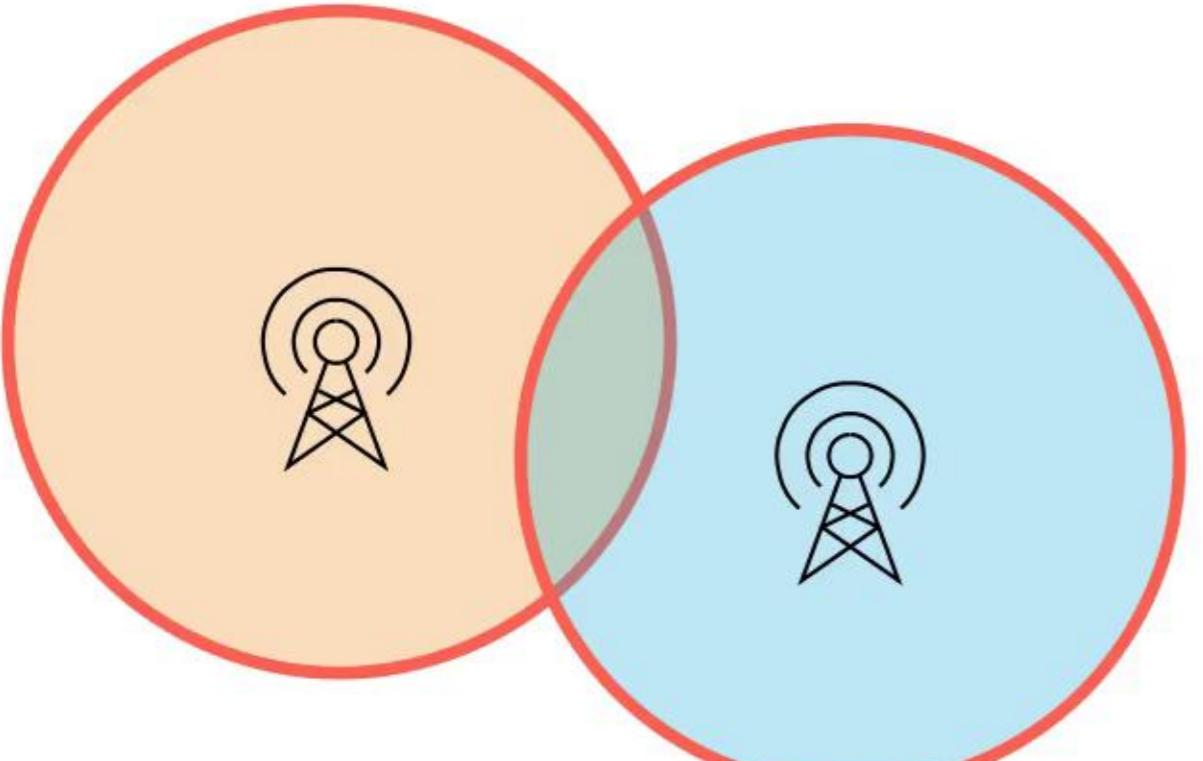
Quels problèmes réels peut-on représenter à l'aide de graphes ?

- Plus court chemin (GPS)
- Résolution de jeux (Échecs, Go...)
- Flux économiques (géopolitique, industrie, trading...)
- Réseaux sociaux et simulations d'épidémies
- Optimisation des programmes informatiques

Ce dont on va parler :

# Ce dont on va parler :

## Incompatibilités

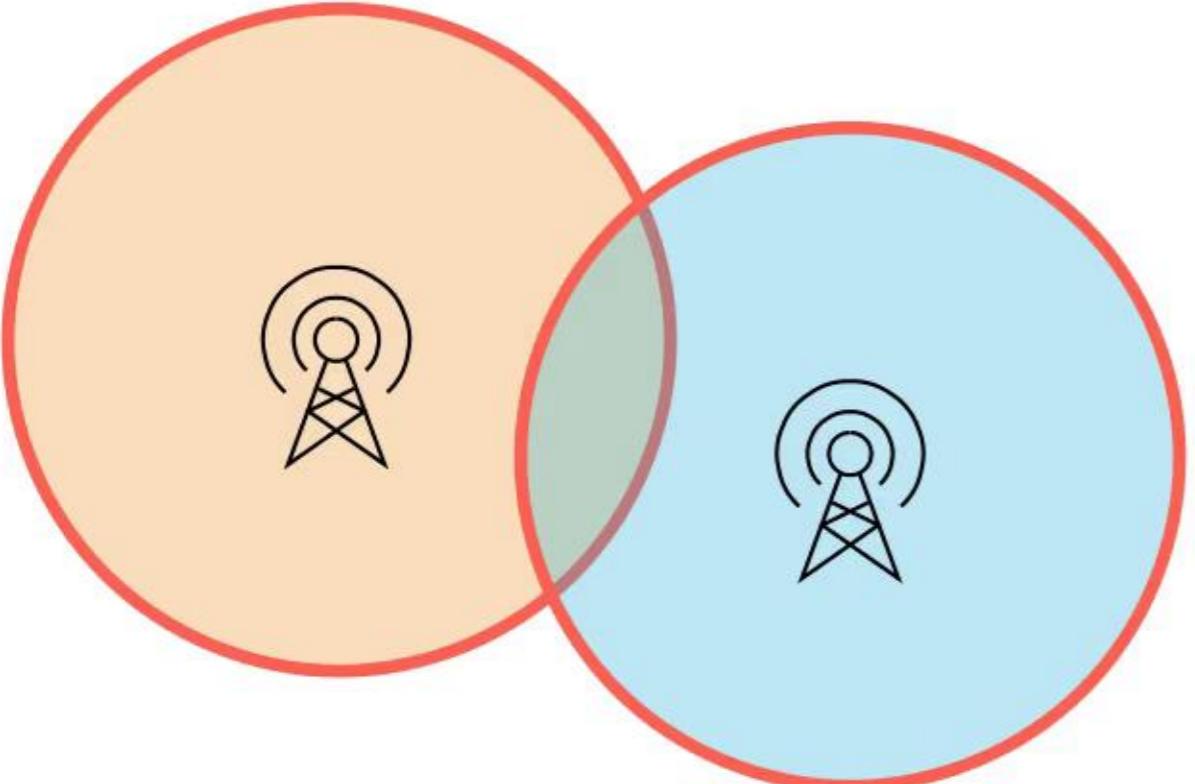


Lundi 20/11/2023	Mardi 21/11/2023	Mercredi 22/11/2023	jeudi 23/11/2023	Vendredi 24/11/2023
07h30				
08h00				
08h30				
09h00				
09h30				
10h00	<b>TD Algèbre M1a</b> IM2AG Salle II-18 Sophie COURTE SYLVAIN 09h45 - 11h45 Algèbre B L3 M1a	<b>TD Topologie M1b</b> IM2AG Salle II-17 CHAMPIER CHRISTOPHE 09h45 - 11h30 Topologie des Espaces vectorielles normées L3 M1b	<b>Cours Magistère Sem 1</b> IM2AG Salle II-17 COURTE SYLVAIN 09h45 - 11h30 TD Algèbre M1a	<b>TD Algèbre M2</b> IM2AG Salle II-15 HERSCOVICH RAMONELLA ESTANISLAO 09h45 - 10h45 Algèbre A L3 MAA1
10h30				
11h00		<b>TD Topologie M1a</b> IM2AG Salle II-13 COUQUET AGNES 10h15 - 12h00 Topologie des Espaces vectorielles normées L3 MAA1	<b>C Topologie M</b> IM2AG Salle II-13 COURQUET AGNES 10h15 - 12h00 Topologie des Espaces vectorielles normées L3 M1a L3 M1b	<b>TD Algèbre M1a</b> IM2AG Salle II-12 LAREY VOININ 10h15 - 11h45 Algèbre A L3 MAA1
11h30				
12h00				
12h30	<b>Tutorat M2</b> IM2AG Salle II-13 12h00 - 13h30 L3 MAA2	<b>Tutorat M1</b> IM2AG Amphi Chabauty II 12h00 - 13h30 Sophie Germani	<b>Tutorat M2</b> IM2AG Salle II-13 12h00 - 13h30 L3 MAA2	<b>TD Topologie M1a</b> IM2AG Salle II-13 COURQUET AGNES 10h15 - 12h00 Topologie des Espaces vectorielles normées L3 MAA1
13h00				
13h30				
14h00	<b>TD Topologie M1a</b> IM2AG Amphi Chabauty II 13h45 - 15h30 CHRISTOPHE 13h45 - 15h30 Topologie des Espaces vectorielles normées L3 MAA1 L3 MAA2	<b>C Algèbre M1</b> IM2AG Amphi Chabauty II 13h45 - 15h30 CHRISTOPHE 13h45 - 15h30 Topologie des Espaces vectorielles normées L3 MAA1 L3 MAA2	<b>TD Algèbre M2</b> IM2AG Salle II-15 COURTE SYLVAIN 13h45 - 15h30 Algèbre A L3 MAA2	<b>TD Algèbre M2</b> IM2AG Salle II-15 HERSCOVICH RAMONELLA ESTANISLAO 09h45 - 10h45 Algèbre A L3 MAA1
14h30				
15h00				
15h30				
16h00				
16h30	<b>TD Algèbre M1a</b> IM2AG Salle II-15 LAREY VOININ 13h45 - 15h30 CATHERINE 13h30 - 17h30 Algèbre A L3 MAA1	<b>TD Algèbre M1b</b> IM2AG Salle II-15 COURTE SYLVAIN 13h45 - 15h30 Algèbre A L3 MAA1	<b>TD Algèbre M1</b> IM2AG Salle II-15 LAREY VOININ 13h45 - 15h30 COURTE SYLVAIN 13h45 - 15h30 Algèbre A L3 MAA1	<b>C Algèbre M1</b> IM2AG Amphi Chabauty II 13h45 - 15h30 CHRISTOPHE 13h45 - 15h30 Topologie des Espaces vectorielles normées L3 MAA1 L3 MAA2
17h00				
17h30	<b>TD Algèbre M1a</b> IM2AG Salle II-15 LAREY VOININ 13h45 - 15h30 CATHERINE 13h30 - 17h30 Algèbre A L3 MAA1	<b>Etoile L3M</b> IM2AG Salle II-18 Sophie Germani 15h00 - 17h30 Etoile L3 M	<b>ChronoCABÉ stance 6</b> IM2AG Espace Ressources PERONNIEN LORENCE 14h00 - 16h00 12 M (ex II/L3 MA (ex A) Etoile	<b>TD Algèbre M2</b> IM2AG Salle II-15 HERSCOVICH RAMONELLA ESTANISLAO 13h45 - 15h30 Algèbre A L3 MAA1
18h00				
18h30	<b>Etoile</b> IM2AG Salle II-18 Sophie Germani 17h30 - 19h00 Etoile		<b>Etoile</b> IM2AG Salle II-17 16h00 - 19h00 Etoile	<b>Séminaire Magistère Sem 1</b> IM2AG Salle II-18 Sophie Germani 17h30 - 19h00 Séminaire Magistère Sem 1
19h00				<b>Etoile L3MA2M</b> IM2AG Salle II-14 17h30 - 19h00 Etoile L3 MA2M

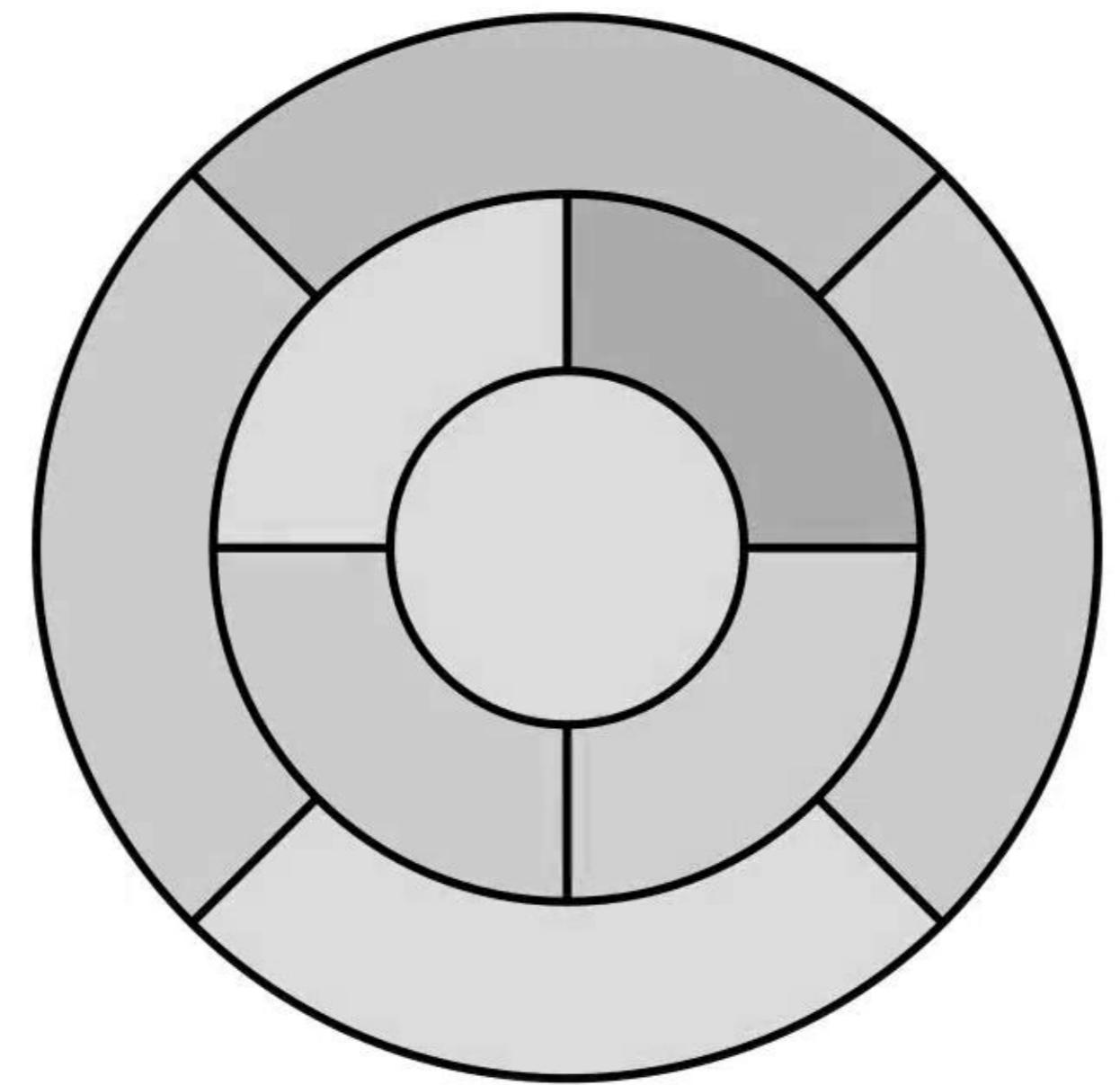
# Ce dont on va parler :

## Incompatibilités

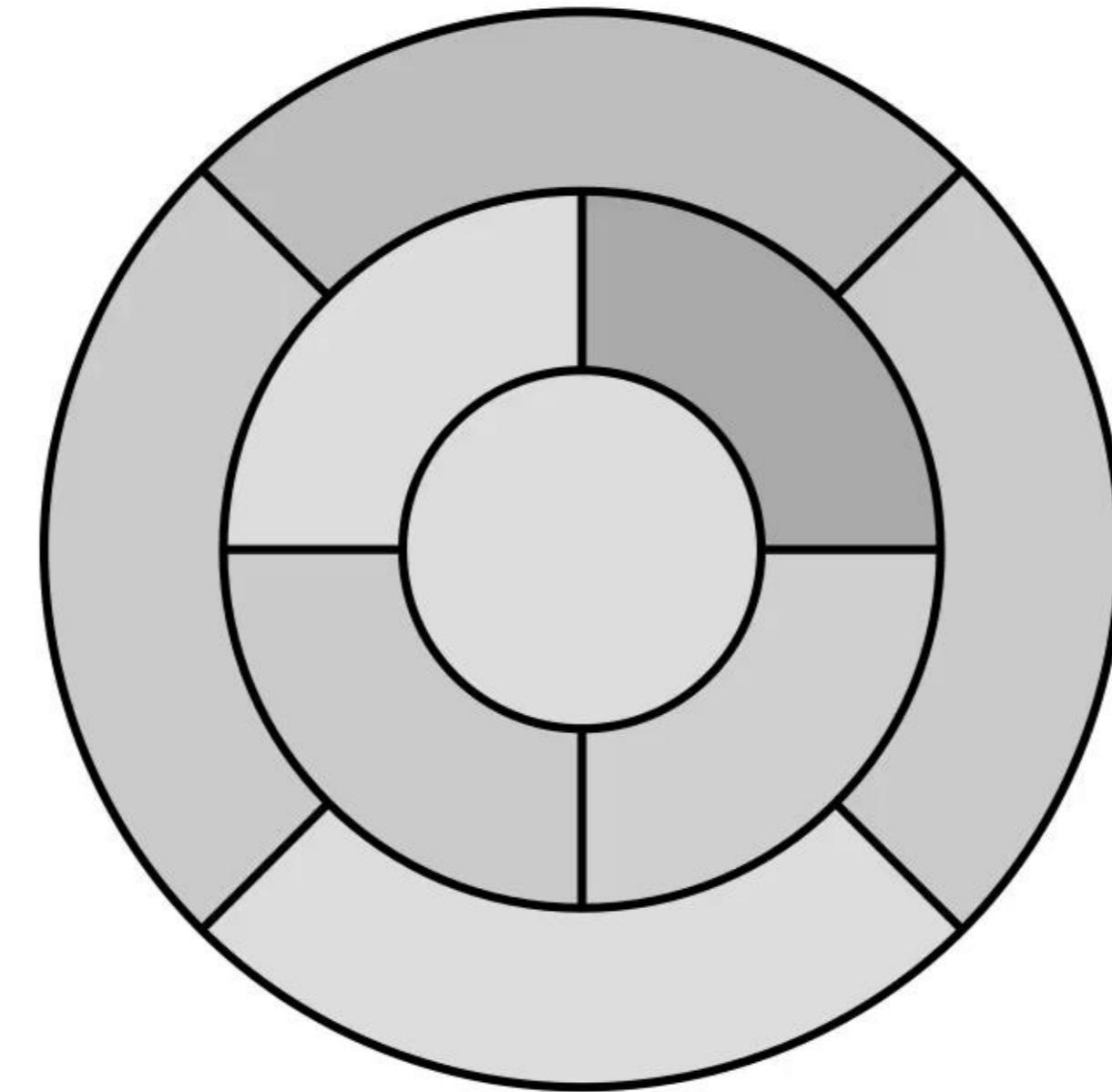
## Compatibilités



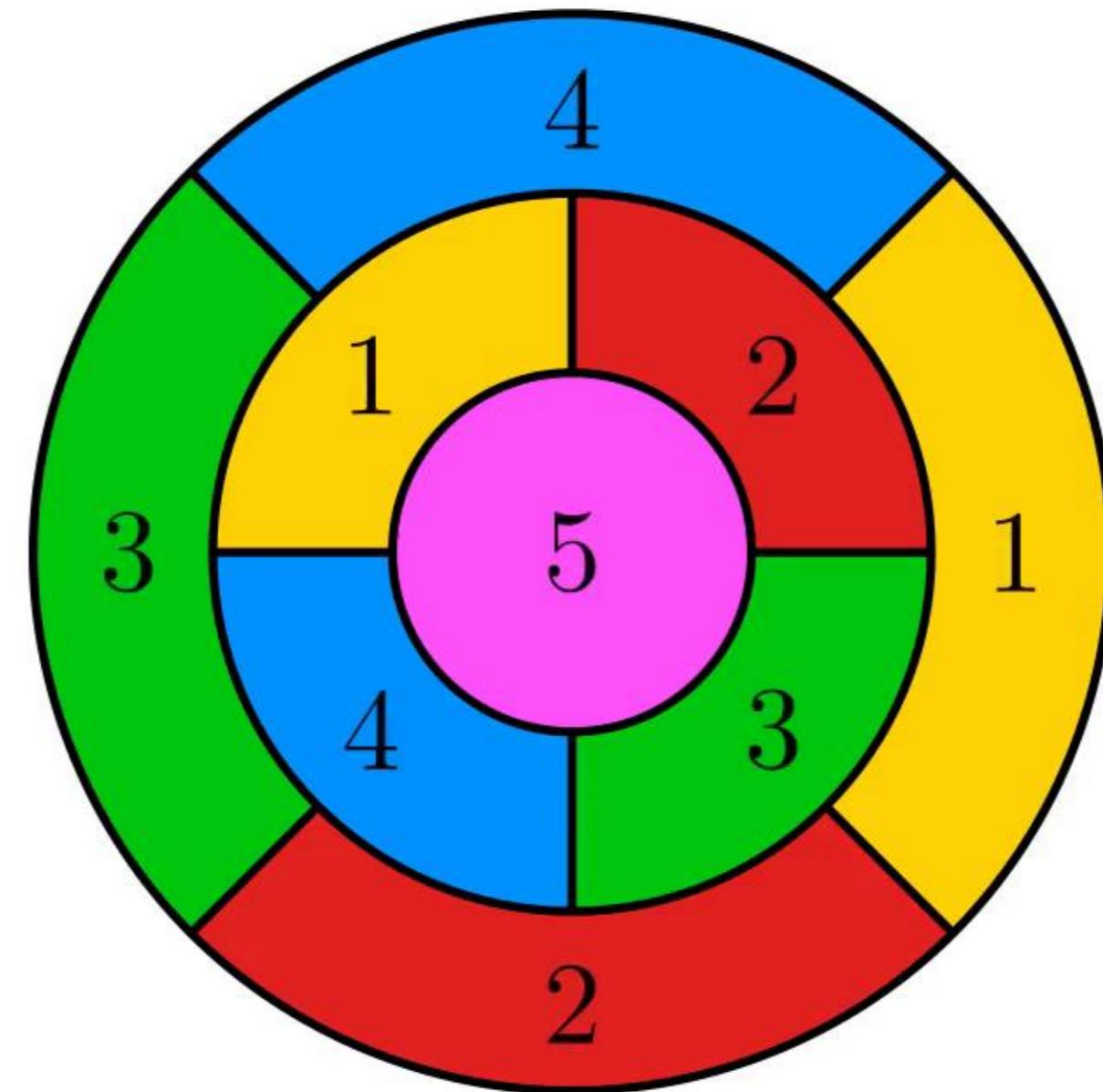
Lundi 20/11/2023	Mardi 21/11/2023	Mercredi 22/11/2023	Jeudi 23/11/2023	Vendredi 24/11/2023	
07h30					
08h00					
08h30					
09h00					
09h30					
10h00	<b>TD Algèbre M1a</b> IM2AG Salle II-18 Sophie COURTE SYLVAIN 09h45 - 11h45 Algèbre B L3 M1a	<b>Cours Magistère Sem 1</b> IM2AG Salle II-17 LAFERRIERE CHRISTOPHE 09h45 - 10h30 Topologie des Espaces vectoriels normés L3 M1a L3 M1b	<b>TD Topologie M1b</b> IM2AG Salle II-17 CHAMPIER CHRISTOPHE 09h45 - 11h30 Topologie des Espaces vectoriels normés L3 M1b	<b>TD Algèbre M2</b> IM2AG Salle II-15 HERSCOVICH RAMONELDA ESTANISLAO 08h00 - 09h30 Algèbre A L3 MAA1	
10h30					
11h00		<b>C Topologie M</b> IM2AG Amphi Chabotin - II 10h15 - 12h00 Topologie des Espaces vectoriels normés L3 MAA1	<b>TD Topologie M2</b> IM2AG Salle II-15 CATRONA COQUID AGNES 09h45 - 11h30 Topologie des Espaces Métriques A L3 MAA1	<b>TD Algèbre M1</b> IM2AG Salle II-17 LABETI VOINN CATHERINE 10h15 - 11h45 Algèbre A L3 MAA1	<b>TD Topologie M1</b> IM2AG Salle II-18 JOLY ROMAIN 09h45 - 11h45 Topologie des Espaces vectoriels normés L3 MAA1
11h30					
12h00					
12h30	<b>Tutorat M1a</b> IM2AG Salle II-13 12h00 - 13h30 L3 MAA2	<b>Tutorat M1b</b> IM2AG Amphi Chabotin - II 12h00 - 13h30 Sophie German 13h45 - 15h45 L3 MAA2	<b>Tutorat M1c</b> IM2AG Salle II-17 12h00 - 13h30 L3 MAA2	<b>Tutorat M1d</b> IM2AG Salle II-15 HERSCOVICH RAMONELDA ESTANISLAO 09h45 - 11h45 Algèbre A L3 MAA1	
13h00					
13h30					
14h00	<b>TD Topologie M1a</b> IM2AG Amphi Chabotin - II 13h45 - 15h45 L3 MAA2	<b>C Algèbre M1</b> IM2AG Amphi Chabotin - II 13h45 - 15h45 L3 MAA1	<b>TD Algèbre M2</b> IM2AG Salle II-15 HERSCOVICH RAMONELDA ESTANISLAO 13h45 - 15h45 Algèbre A L3 MAA1	<b>TD Topologie M1</b> IM2AG Salle II-18 JOLY ROMAIN 13h45 - 15h45 Topologie des Espaces vectoriels normés L3 MAA1	
14h30					
15h00					
15h30					
16h00					
16h30					
17h00					
17h30	<b>TD Algèbre M1a</b> IM2AG Salle II-15 MACLEAN CATHERINE 13h45 - 15h45 Topologie des Espaces Métriques L3 MAA2	<b>TD Algèbre M1b</b> IM2AG Salle II-15 COURTE SYLVAIN 13h45 - 15h45 Algèbre A L3 MAA1	<b>TD Algèbre M1c</b> IM2AG Salle II-15 HERSCOVICH RAMONELDA ESTANISLAO 13h45 - 15h45 Algèbre A L3 MAA1	<b>C Algèbre M1</b> IM2AG Amphi Chabotin - II 13h45 - 15h45 L3 MAA1 L3 MAA2	
18h00					
18h30					
19h00					
19h30					
20h00					
20h30					
21h00					
21h30					
22h00					
22h30					
23h00					
23h30					
24h00					



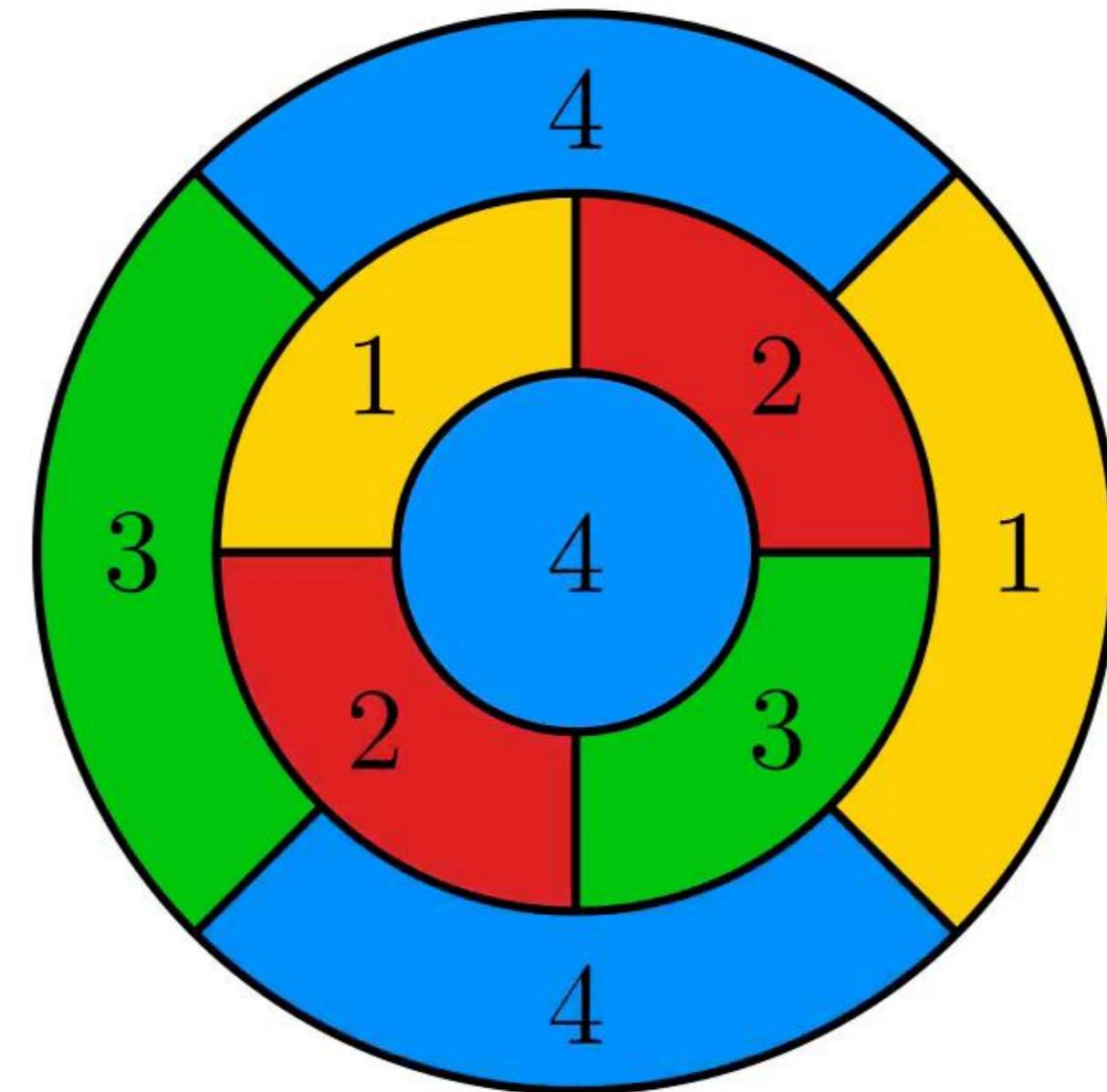
Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaires pour colorier cette image tel que deux régions adjacentes n'ont pas la même couleur ?



Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaires pour colorier cette image tel que deux régions adjacentes n'ont pas la même couleur ?



Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaires pour colorier cette image tel que deux régions adjacentes n'ont pas la même couleur ?



# **Coloration d'un graphe $G = (S, A)$**

# Coloration d'un graphe $G = (S, A)$

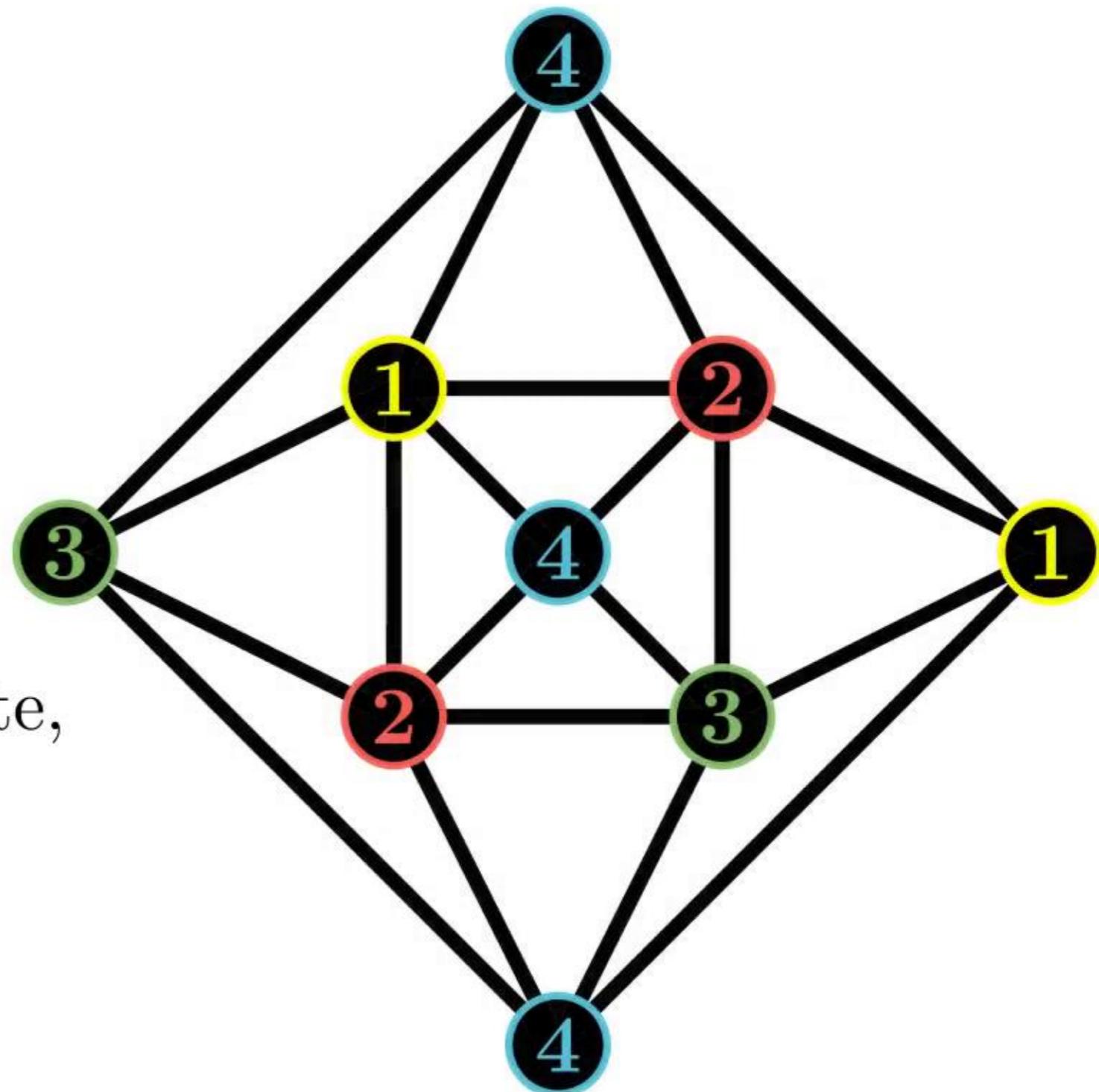
Chaque sommet a une **couleur**  
(représentée par un nombre).

Si deux sommets sont reliés par une arête,  
ils ont une couleur différente.

# Coloration d'un graphe $G = (S, A)$

Chaque sommet a une **couleur**  
(représentée par un nombre).

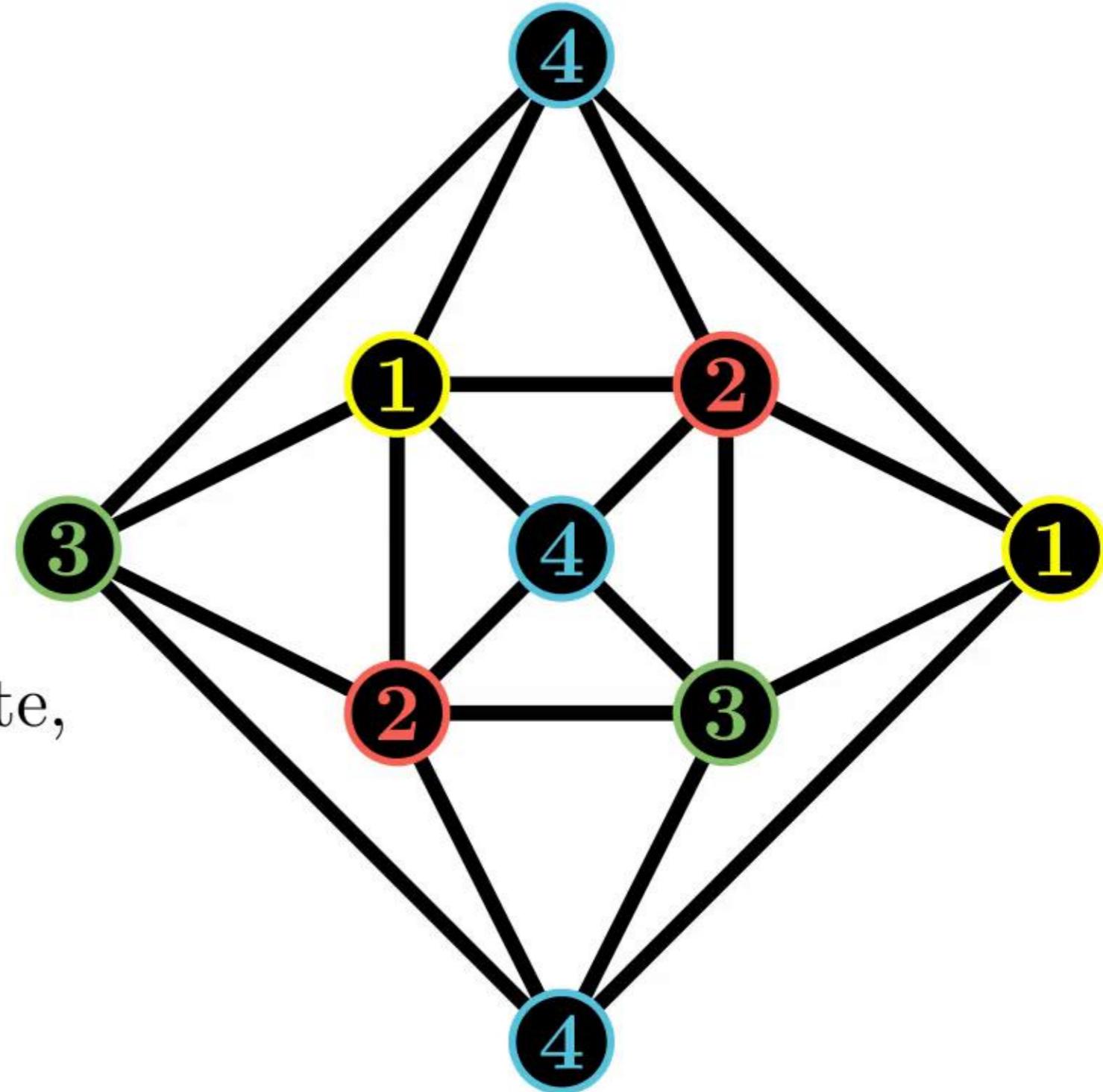
Si deux sommets sont reliés par une arête,  
ils ont une couleur différente.



Peut-on colorier ce graphe avec seulement 3 couleurs ?

Chaque sommet a une **couleur**  
(représentée par un nombre).

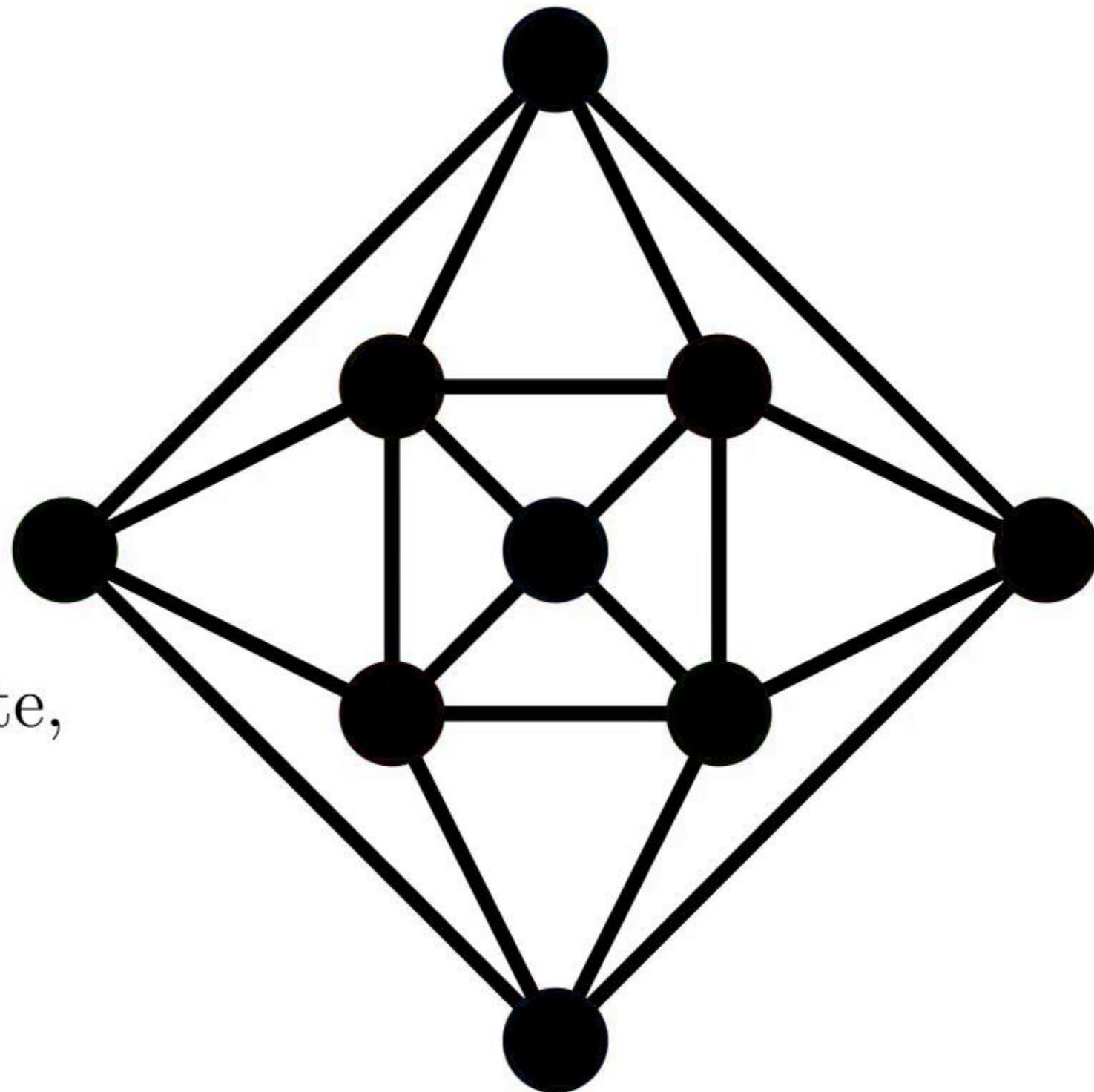
Si deux sommets sont reliés par une arête,  
ils ont une couleur différente.



Peut-on colorier ce graphe avec seulement 3 couleurs ?

Chaque sommet a une **couleur**  
(représentée par un nombre).

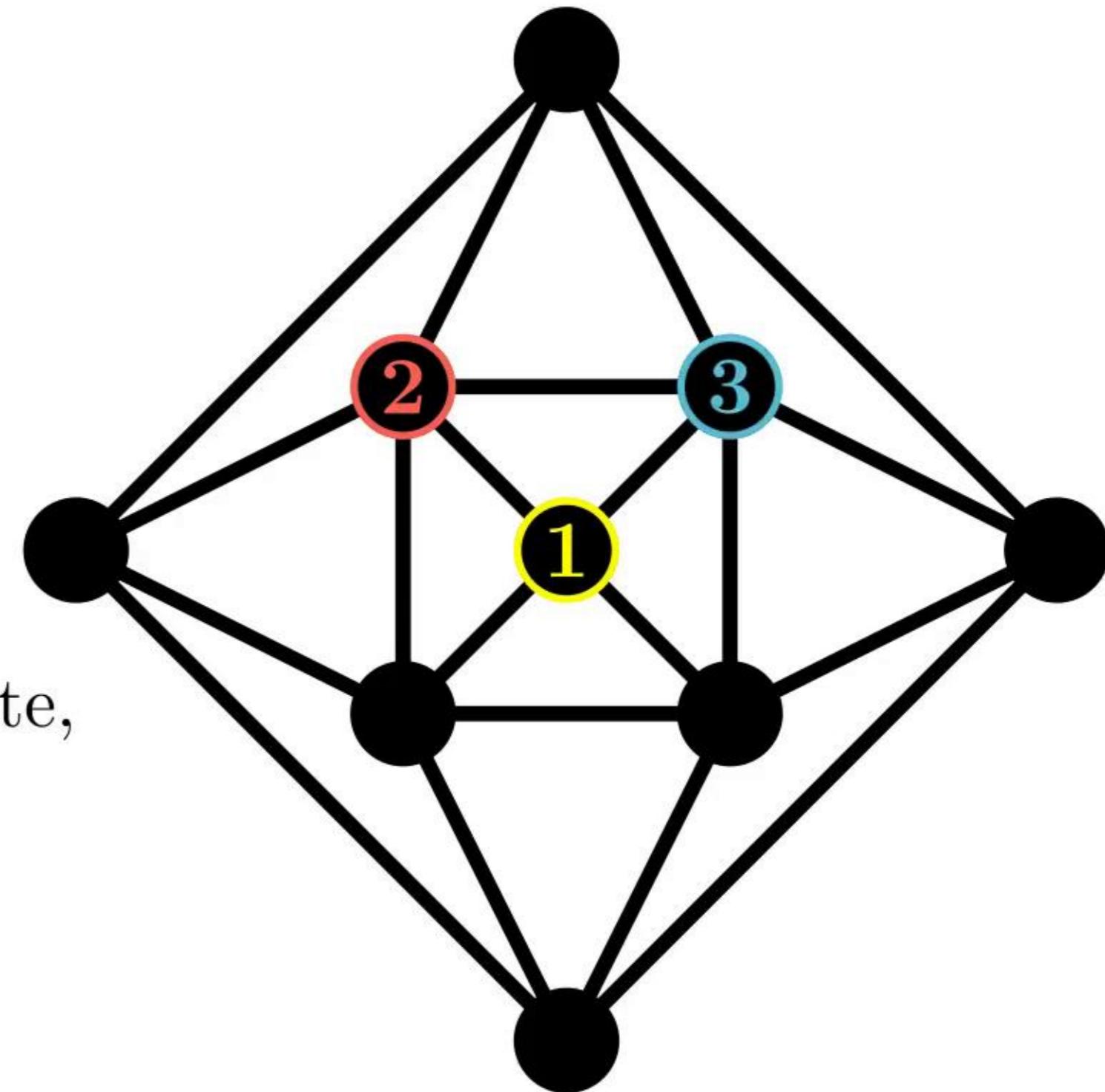
Si deux sommets sont reliés par une arête,  
ils ont une couleur différente.



Peut-on colorier ce graphe avec seulement 3 couleurs ?

Chaque sommet a une **couleur**  
(représentée par un nombre).

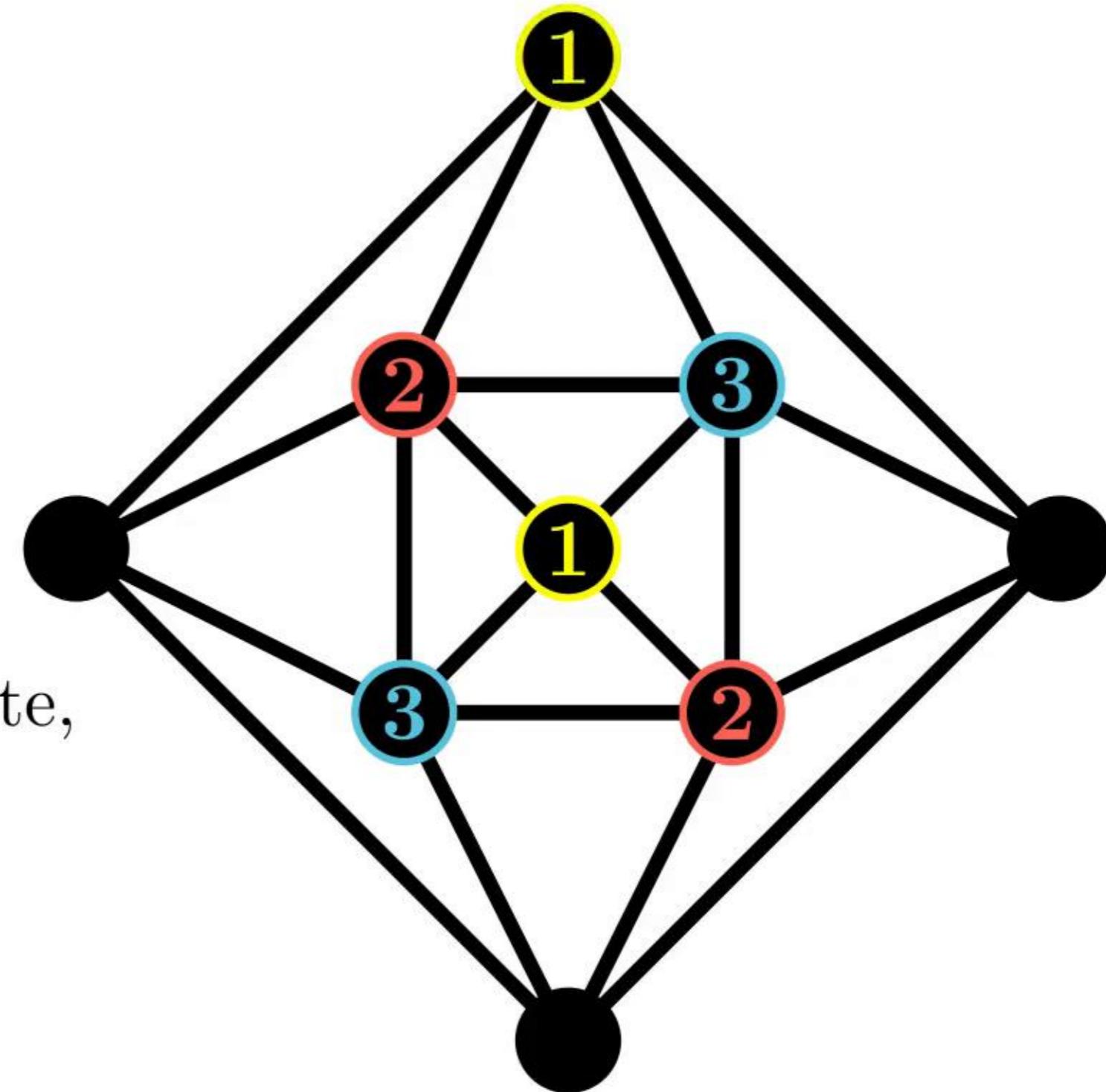
Si deux sommets sont reliés par une arête,  
ils ont une couleur différente.



Peut-on colorier ce graphe avec seulement 3 couleurs ?

Chaque sommet a une **couleur**  
(représentée par un nombre).

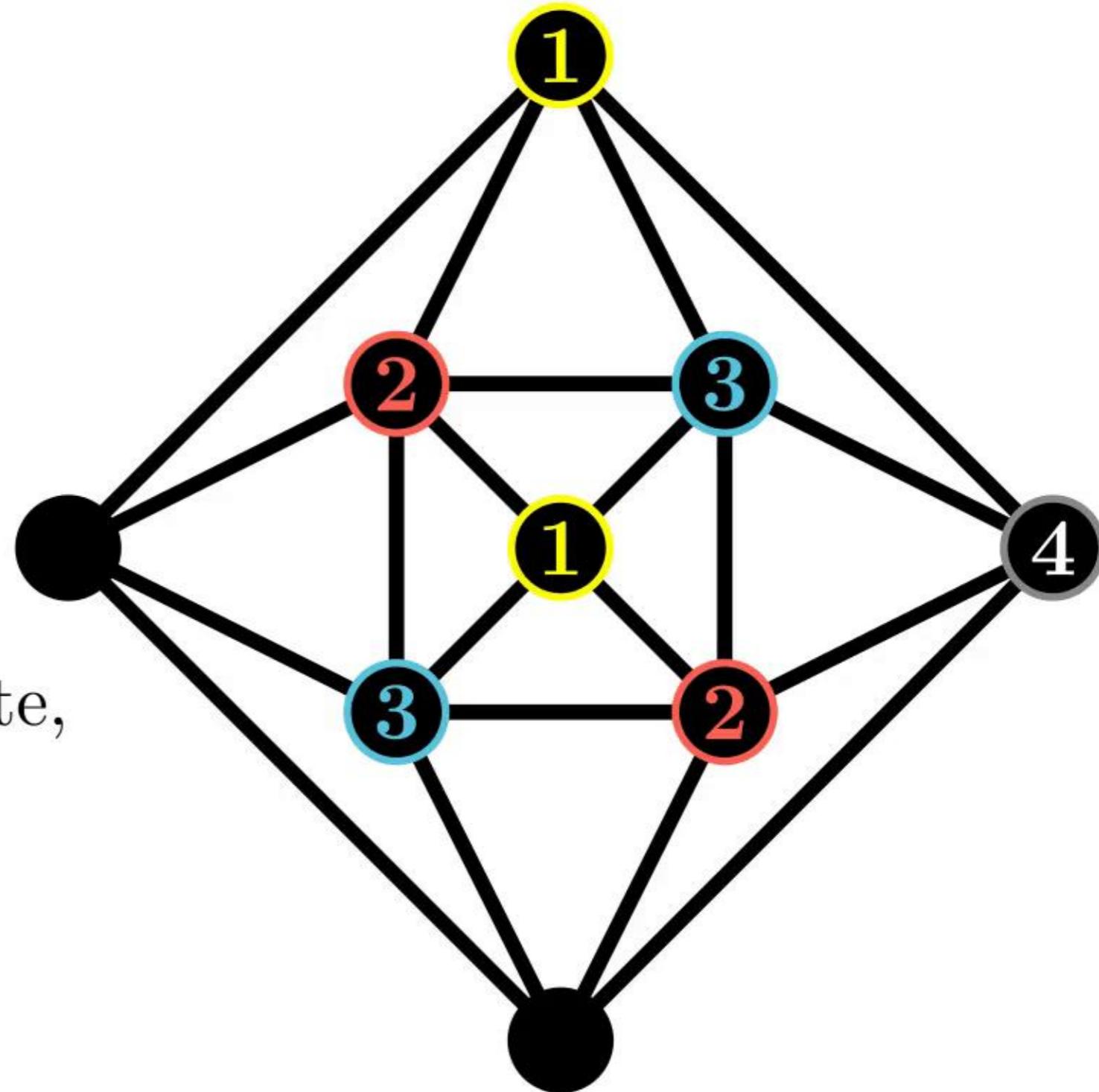
Si deux sommets sont reliés par une arête,  
ils ont une couleur différente.



On ne peut pas colorier ce graphe avec 3 couleurs.

Chaque sommet a une **couleur**  
(représentée par un nombre).

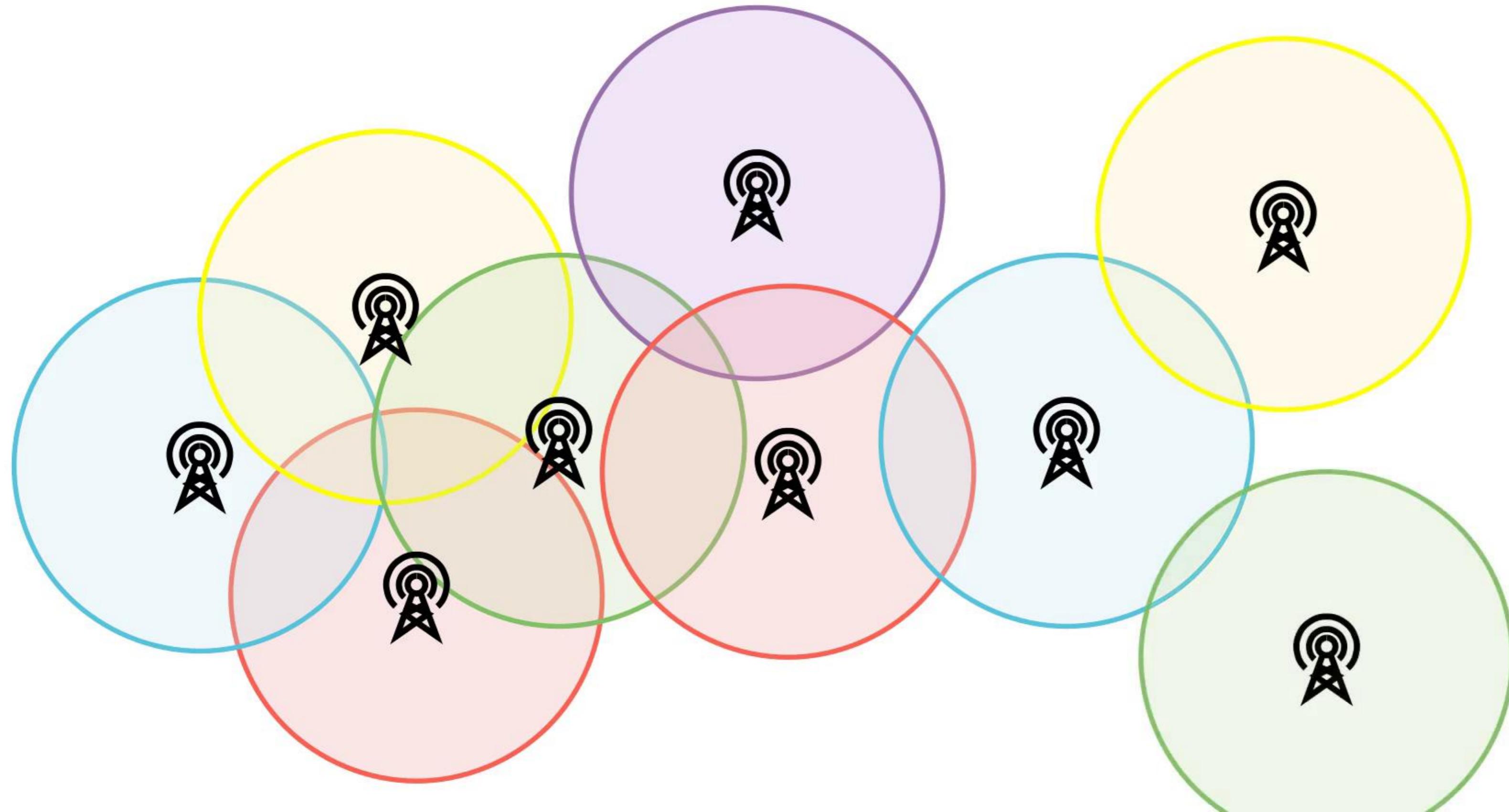
Si deux sommets sont reliés par une arête,  
ils ont une couleur différente.



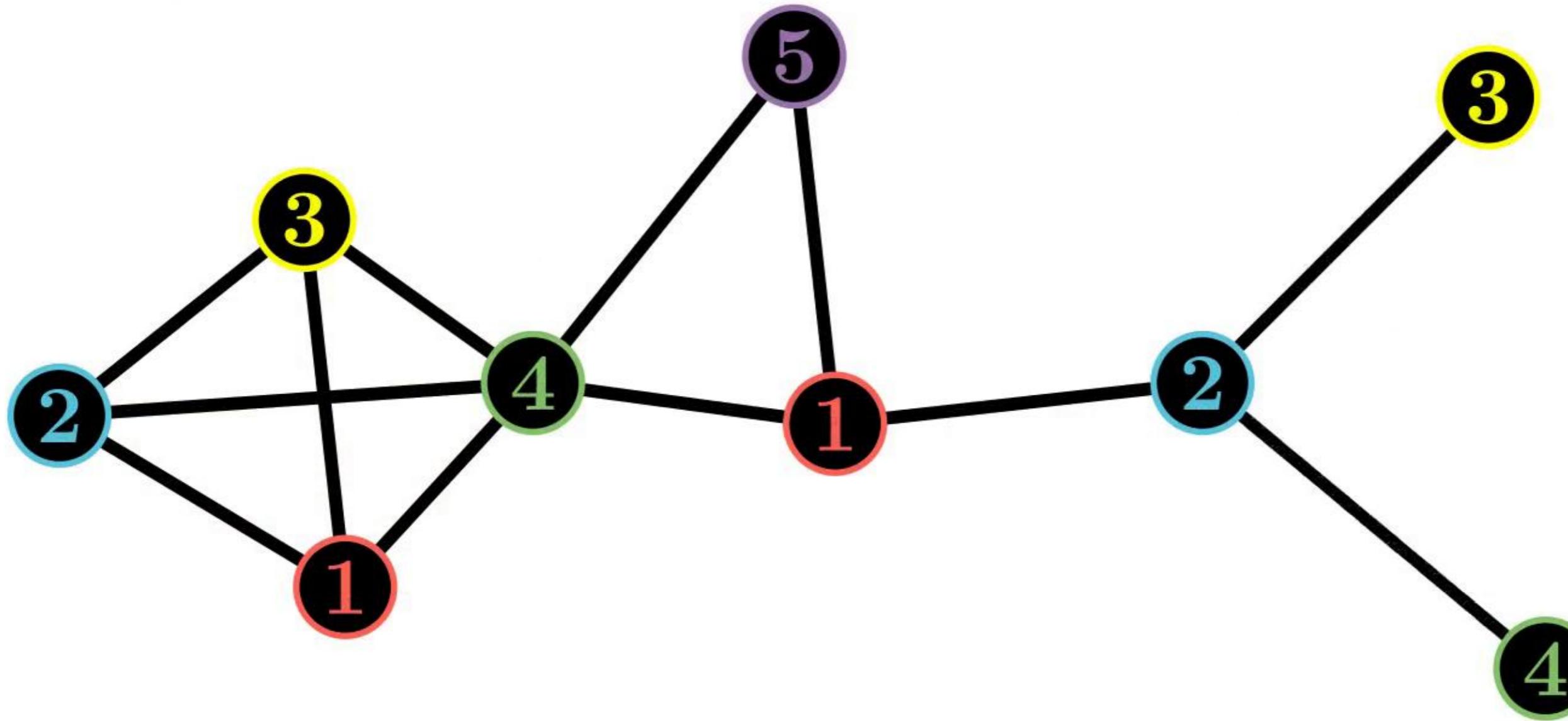
Quels autres problèmes peut-on modéliser comme minimisation du nombre de groupes compatibles ?

# Achat de fréquences radio

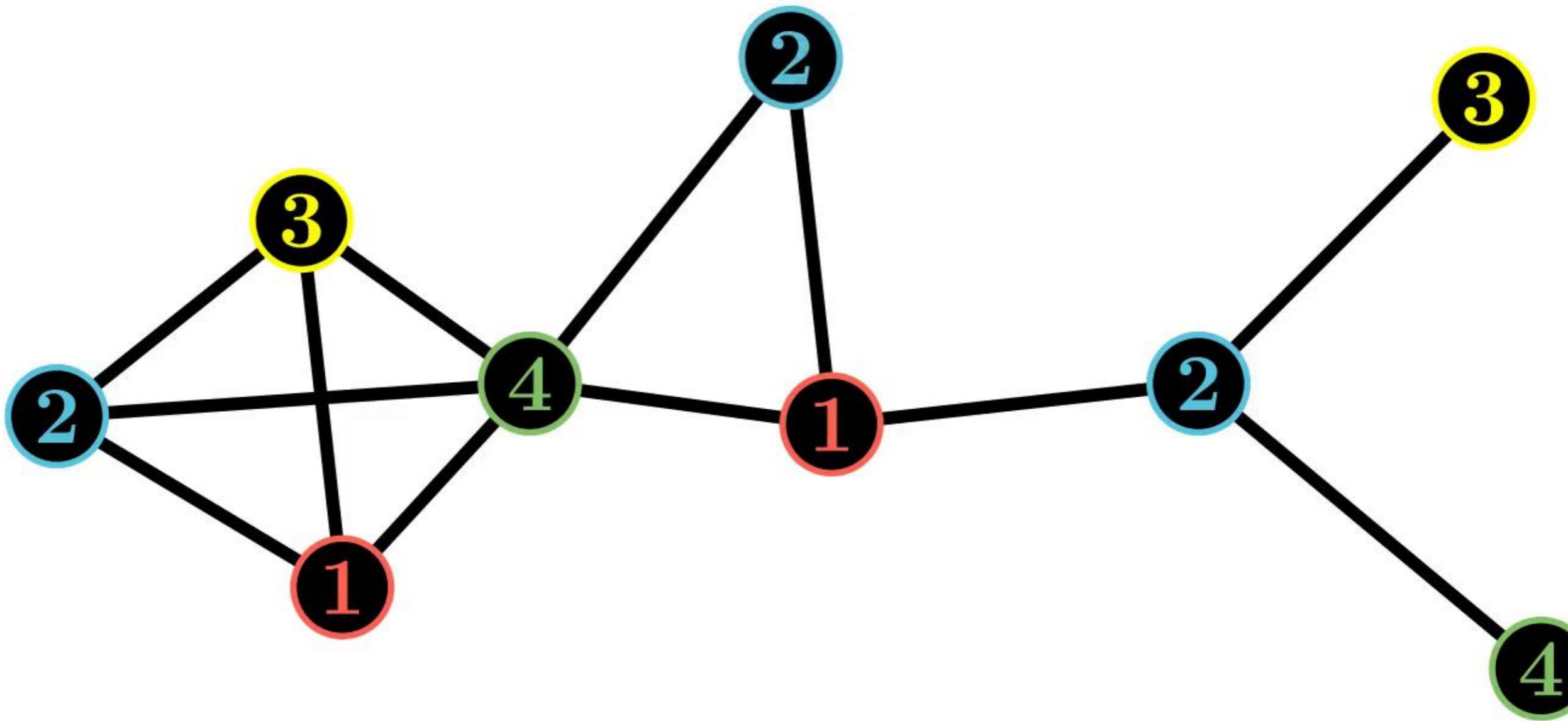
# Achat de fréquences radio



# Achat de fréquences radio



# Achat de fréquences radio



En général, on ne sait pas résoudre ce problème rapidement.

Tous ces cours ont lieu dans le même bâtiment.

Combien de salles faut-il, au minimum,  
pour organiser cet emploi du temps ?

Cours	Classe	Heures	Id
Mathématiques	2 GT3	08h00 - 09h00	A
Physique	1 G1	09h00 - 10h00	B
SVT	1 G3	13h00 - 15h00	C
NSI	T G3	11h00 - 12h00	D
Spé math	T G5	08h00 - 09h30	E
Physique	T G1	09h30 - 11h30	F
Secret meeting	???	12h30 - 14h00	G
Spé physique	T G2	08h00 - 10h00	H
SVT	2 GT1	11h00 - 12h00	I
Mathématiques	1 T2	13h00 - 15h00	J
Mathématiques	1 G5	10h00 - 12h00	K

Tous ces cours ont lieu dans le même bâtiment.

Combien de salles faut-il, au minimum,  
pour organiser cet emploi du temps ?

- **Sommets : Cours**

Cours	Classe	Heures	Id
Mathématiques	2 GT3	08h00 - 09h00	A
Physique	1 G1	09h00 - 10h00	B
SVT	1 G3	13h00 - 15h00	C
NSI	T G3	11h00 - 12h00	D
Spé math	T G5	08h00 - 09h30	E
Physique	T G1	09h30 - 11h30	F
Secret meeting	???	12h30 - 14h00	G
Spé physique	T G2	08h00 - 10h00	H
SVT	2 GT1	11h00 - 12h00	I
Mathématiques	1 T2	13h00 - 15h00	J
Mathématiques	1 G5	10h00 - 12h00	K

Tous ces cours ont lieu dans le même bâtiment.

Combien de salles faut-il, au minimum,  
pour organiser cet emploi du temps ?

- **Sommets** : Cours
- **Arête** ( $u, v$ ) : Cours  $u$  et  $v$  intersectent

Cours	Classe	Heures	Id
Mathématiques	2 GT3	08h00 - 09h00	A
Physique	1 G1	09h00 - 10h00	B
SVT	1 G3	13h00 - 15h00	C
NSI	T G3	11h00 - 12h00	D
Spé math	T G5	08h00 - 09h30	E
Physique	T G1	09h30 - 11h30	F
Secret meeting	???	12h30 - 14h00	G
Spé physique	T G2	08h00 - 10h00	H
SVT	2 GT1	11h00 - 12h00	I
Mathématiques	1 T2	13h00 - 15h00	J
Mathématiques	1 G5	10h00 - 12h00	K

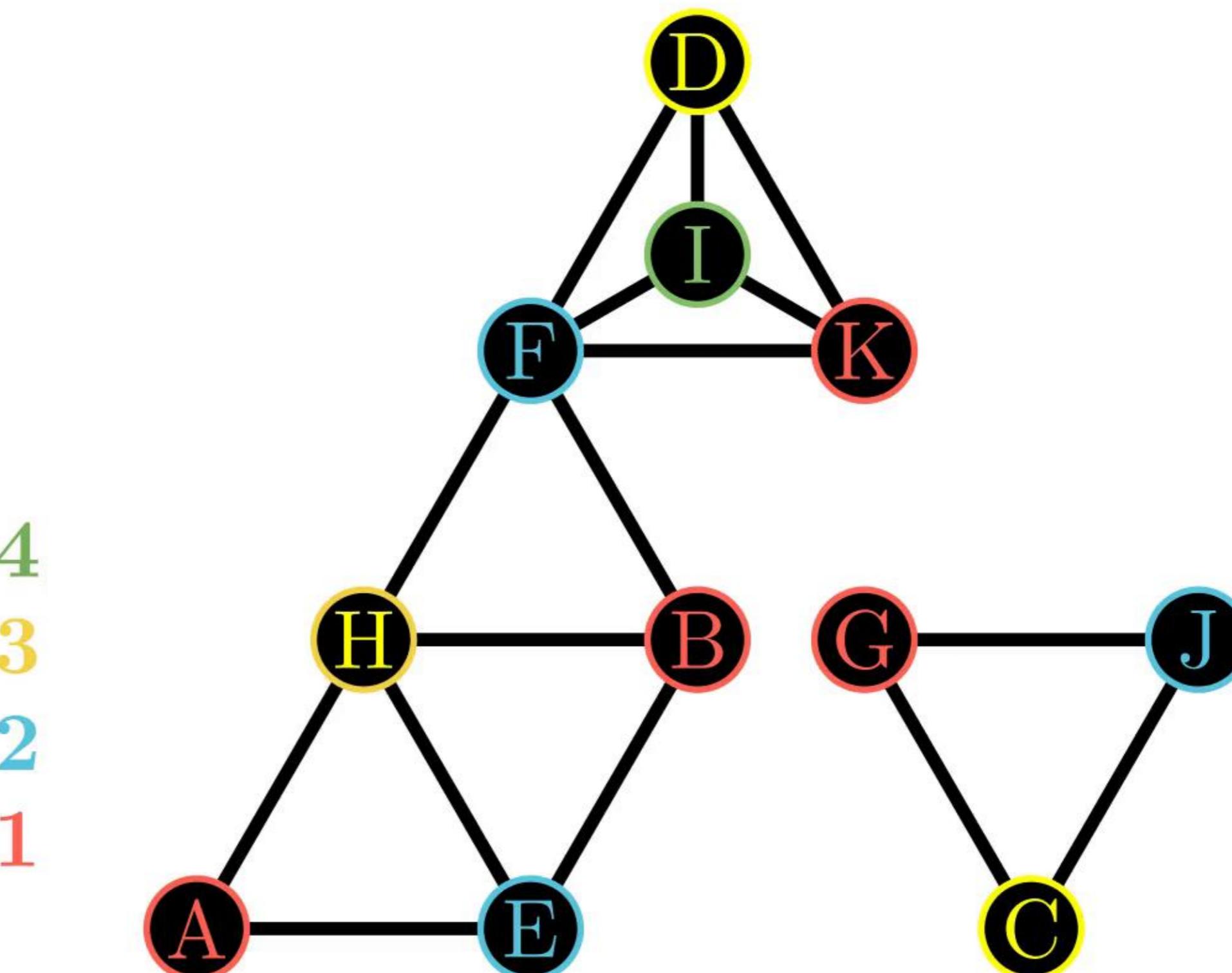
Heures	Id
08h00 - 09h00	A
09h00 - 10h00	B
13h00 - 15h00	C
11h00 - 12h00	D
08h00 - 09h30	E
09h30 - 11h30	F
12h30 - 14h00	G
08h00 - 10h00	H
11h00 - 12h00	I
13h00 - 15h00	J
10h00 - 12h00	K

Heures	Id	Salle
08h00 - 09h00	A	?
08h00 - 09h30	E	?
08h00 - 10h00	H	?
09h00 - 10h00	B	?
09h30 - 11h30	F	?
10h00 - 12h00	K	?
11h00 - 12h00	D	?
11h00 - 12h00	I	?
12h30 - 14h00	G	?
13h00 - 15h00	C	?
13h00 - 15h00	J	?

Heures	Id	Salle
08h00 - 09h00	A	?
08h00 - 09h30	E	?
08h00 - 10h00	H	?
09h00 - 10h00	B	?
09h30 - 11h30	F	?
10h00 - 12h00	K	?
11h00 - 12h00	D	?
11h00 - 12h00	I	?
12h30 - 14h00	G	?
13h00 - 15h00	C	?
13h00 - 15h00	J	?

4  
3  
2  
1

Heures	Id	Salle
08h00 - 09h00	A	1
08h00 - 09h30	E	2
08h00 - 10h00	H	3
09h00 - 10h00	B	1
09h30 - 11h30	F	2
10h00 - 12h00	K	1
11h00 - 12h00	D	3
11h00 - 12h00	I	4
12h30 - 14h00	G	1
13h00 - 15h00	C	2
13h00 - 15h00	J	3



# Attribution de voies à des trains SNCF

TGV 1, Compatible voies A, E

TGV 2, Compatible voies A, B

TER 3, Compatible voies C, D, E

Intercité 4, Compatible voies A

Intercité 5, Compatible voies A, B

# Attribution de voies à des trains SNCF

TGV 1, Compatible voies A, E       $\Rightarrow$     Voie A

TGV 2, Compatible voies A, B       $\Rightarrow$     Voie B

TER 3, Compatible voies C, D, E     $\Rightarrow$     Voie C

Intercité 4, Compatible voies A

Intercité 5, Compatible voies A, B

# Attribution de voies à des trains SNCF

TGV 1, Compatible voies A, E       $\Rightarrow$     Voie A

TGV 2, Compatible voies A, B       $\Rightarrow$     Voie B

TER 3, Compatible voies C, D, E     $\Rightarrow$     Voie C

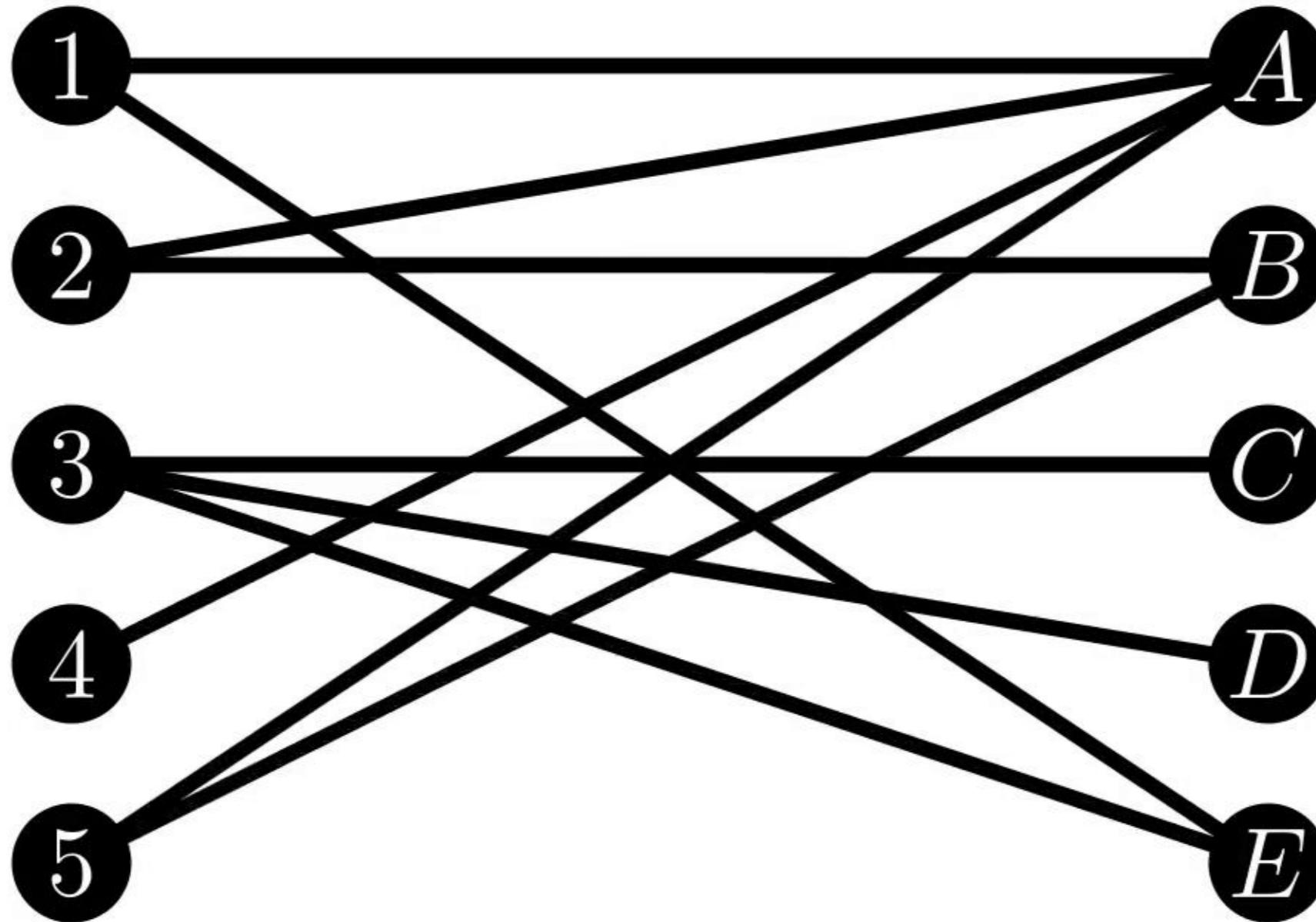
Intercité 4, Compatible voies A

Intercité 5, Compatible voies A, B

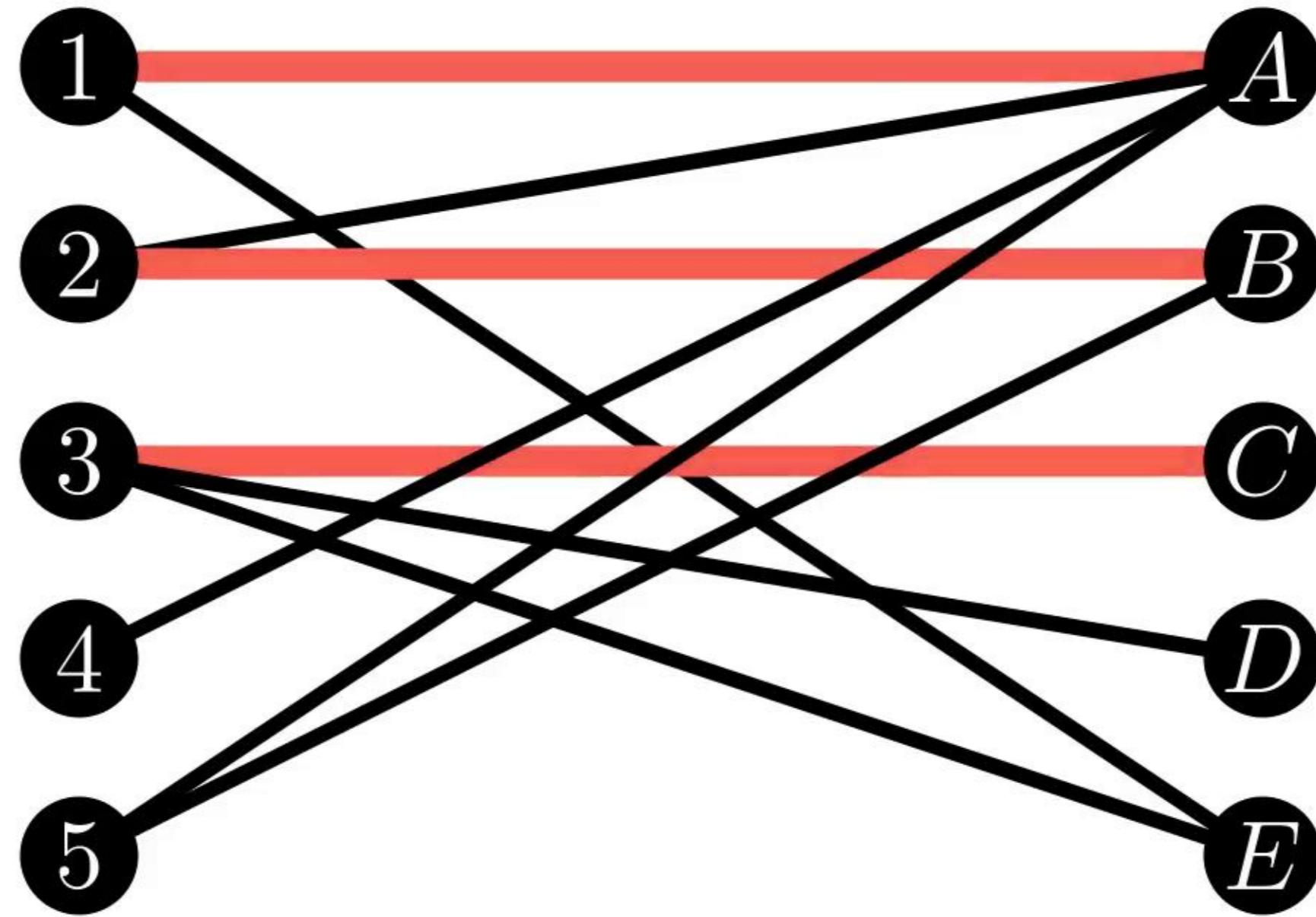
Combien de trains peut-on assigner au maximum ?



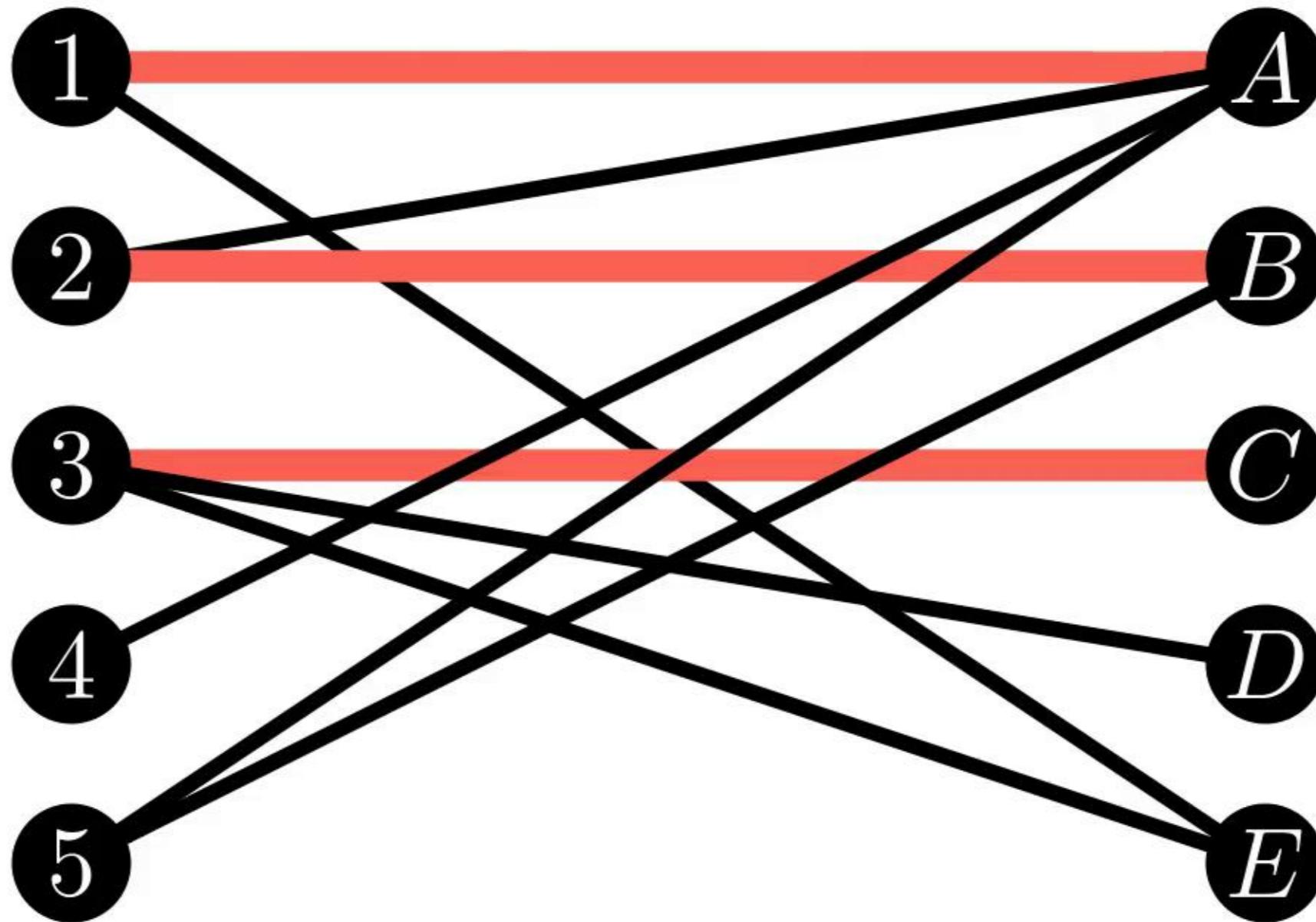
Graph biparti  $G = (S_A, S_B, A)$



# Couplage $C$ de $G$

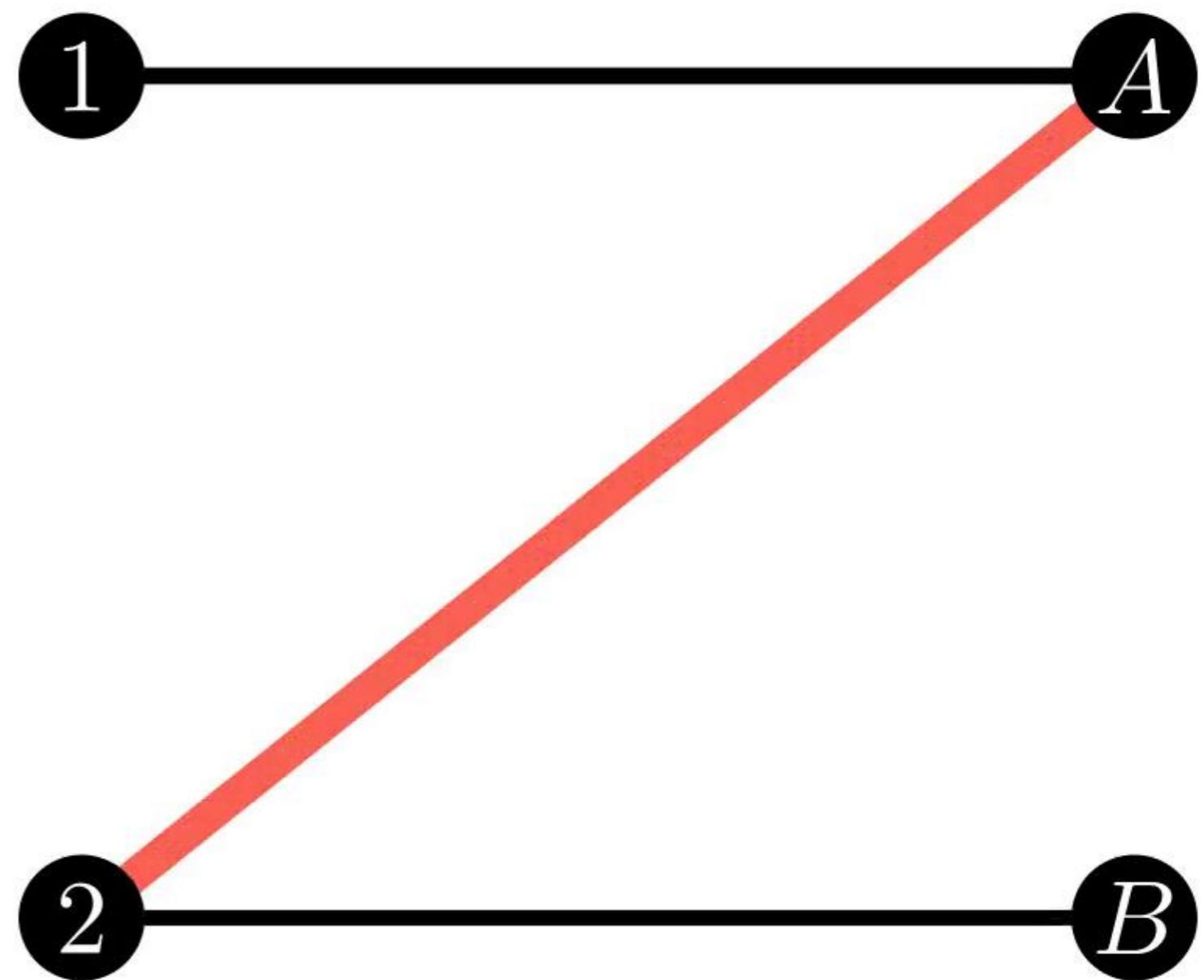


Peut-on faire mieux que 3 arêtes ?



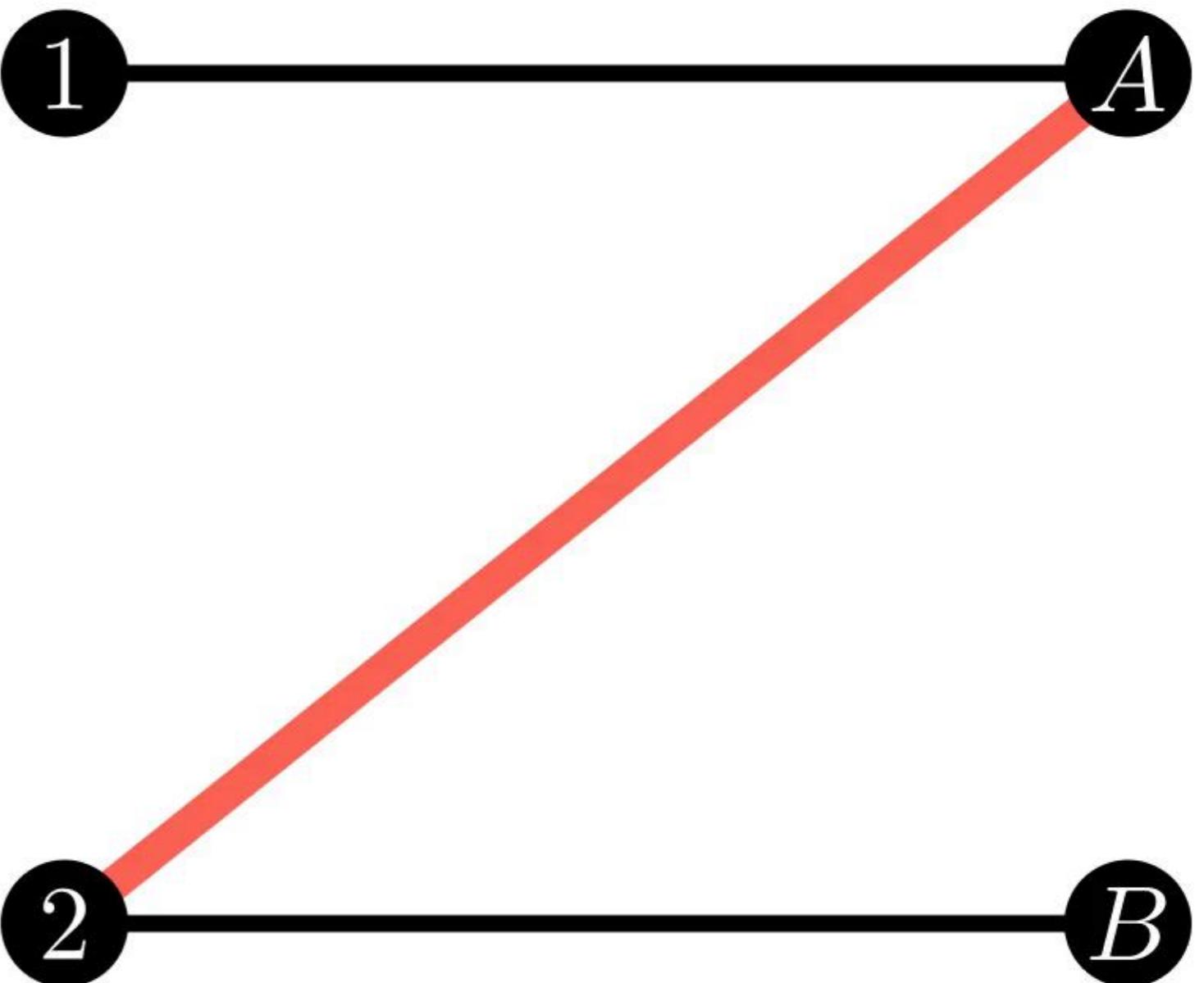


# Chemin augmentant (Berge, 1957)



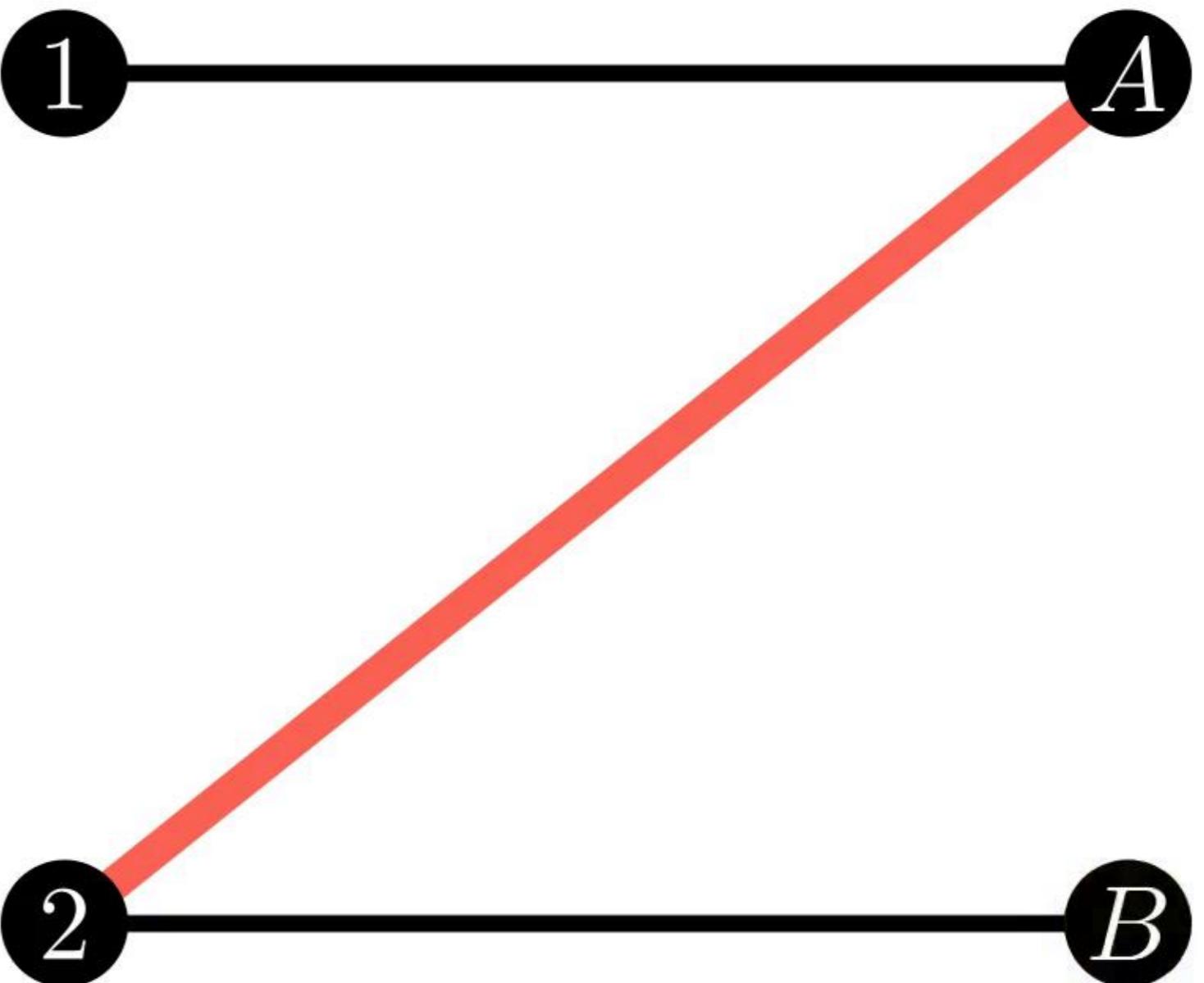
# Chemin augmentant (Berge, 1957)

- Commence sur un sommet de  $S_A$  pas dans le couplage,
- Alterne entre arêtes noires (non-couple) et rouge (couple),
- Termine sur un sommet de  $S_B$  pas dans le couplage.



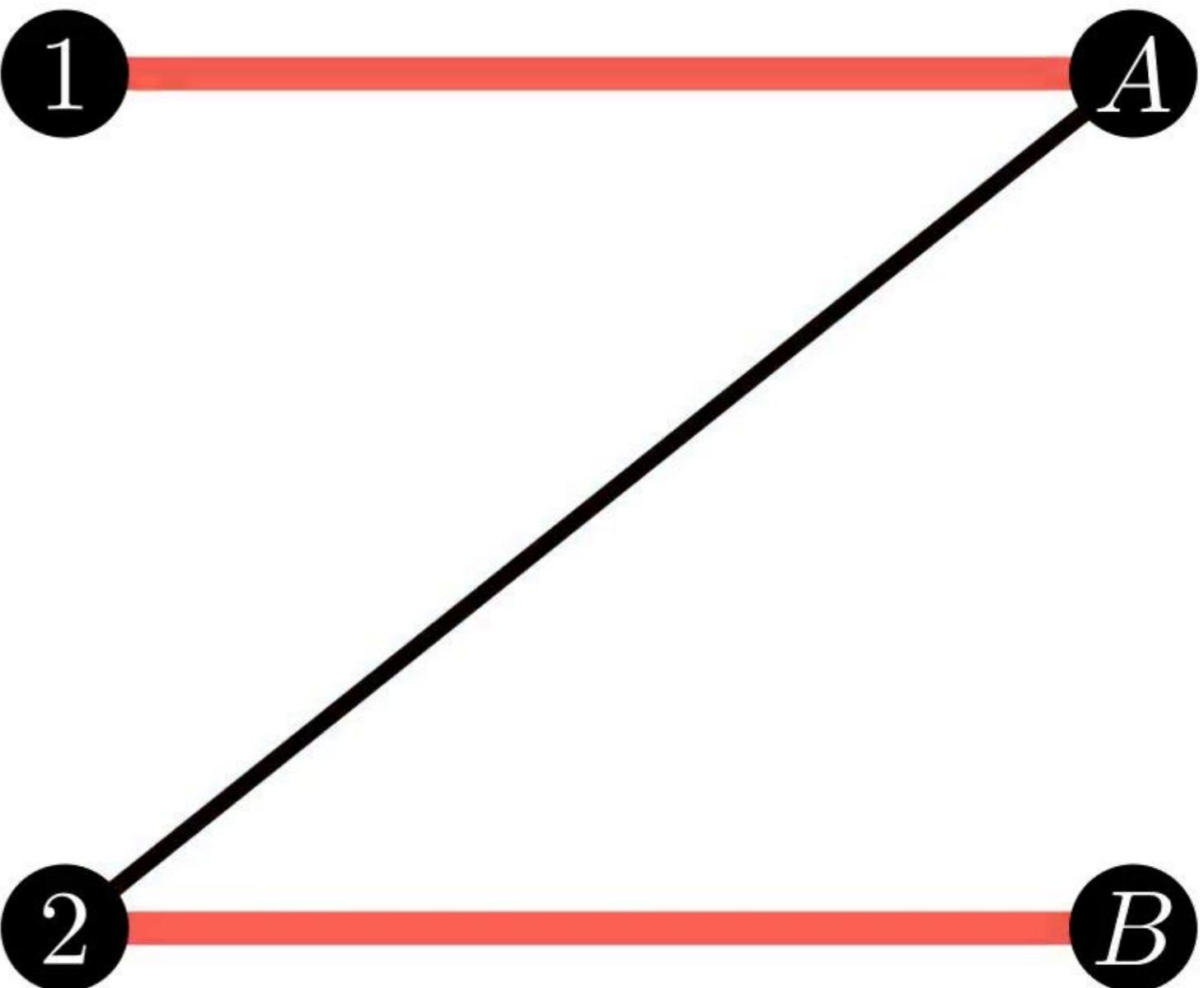
# Chemin augmentant (Berge, 1957)

- Commence sur un sommet de  $S_A$  pas dans le couplage,
- Alterne entre arêtes noires (non-couple) et rouge (couple),
- Termine sur un sommet de  $S_B$  pas dans le couplage.

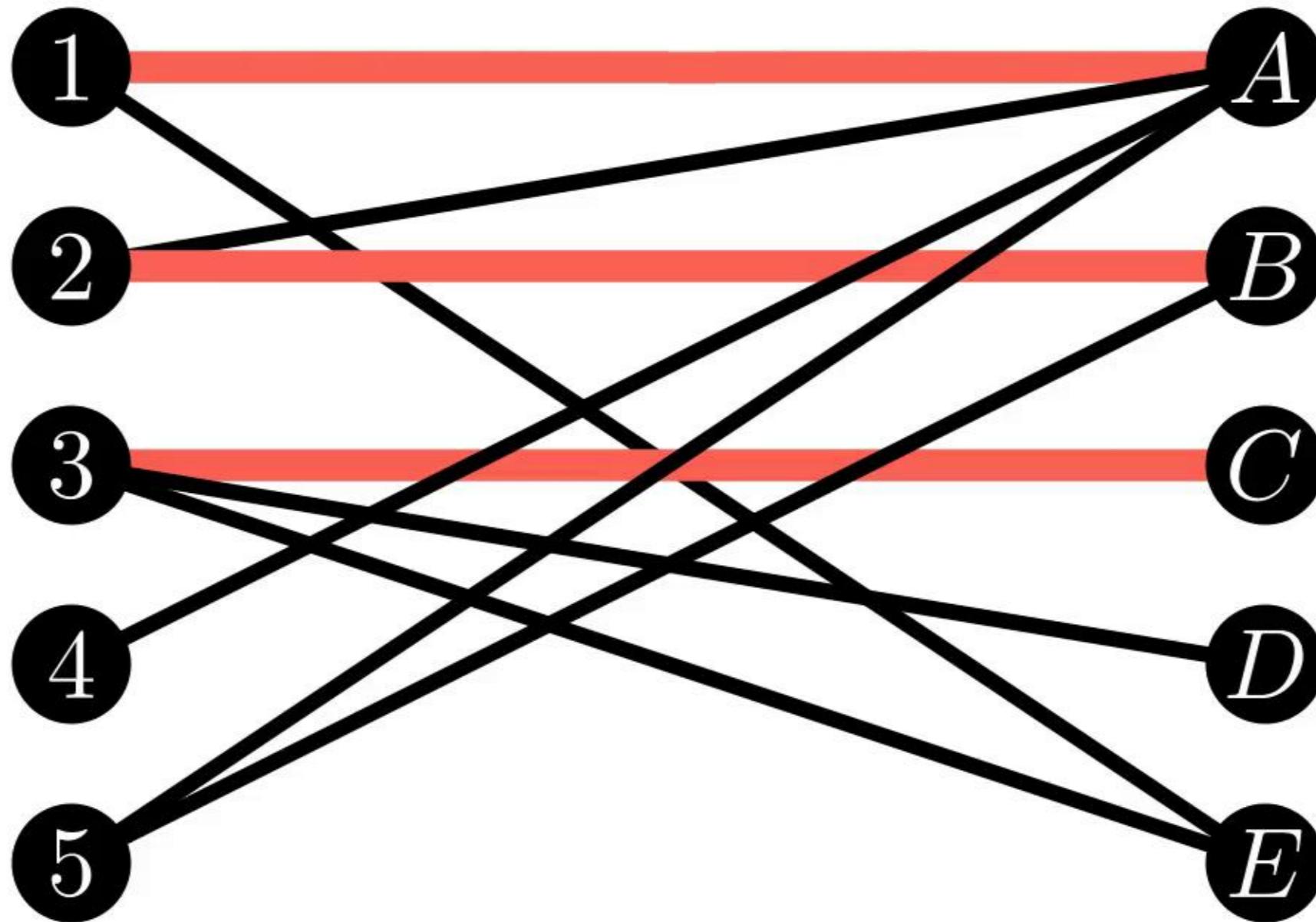


# Chemin augmentant (Berge, 1957)

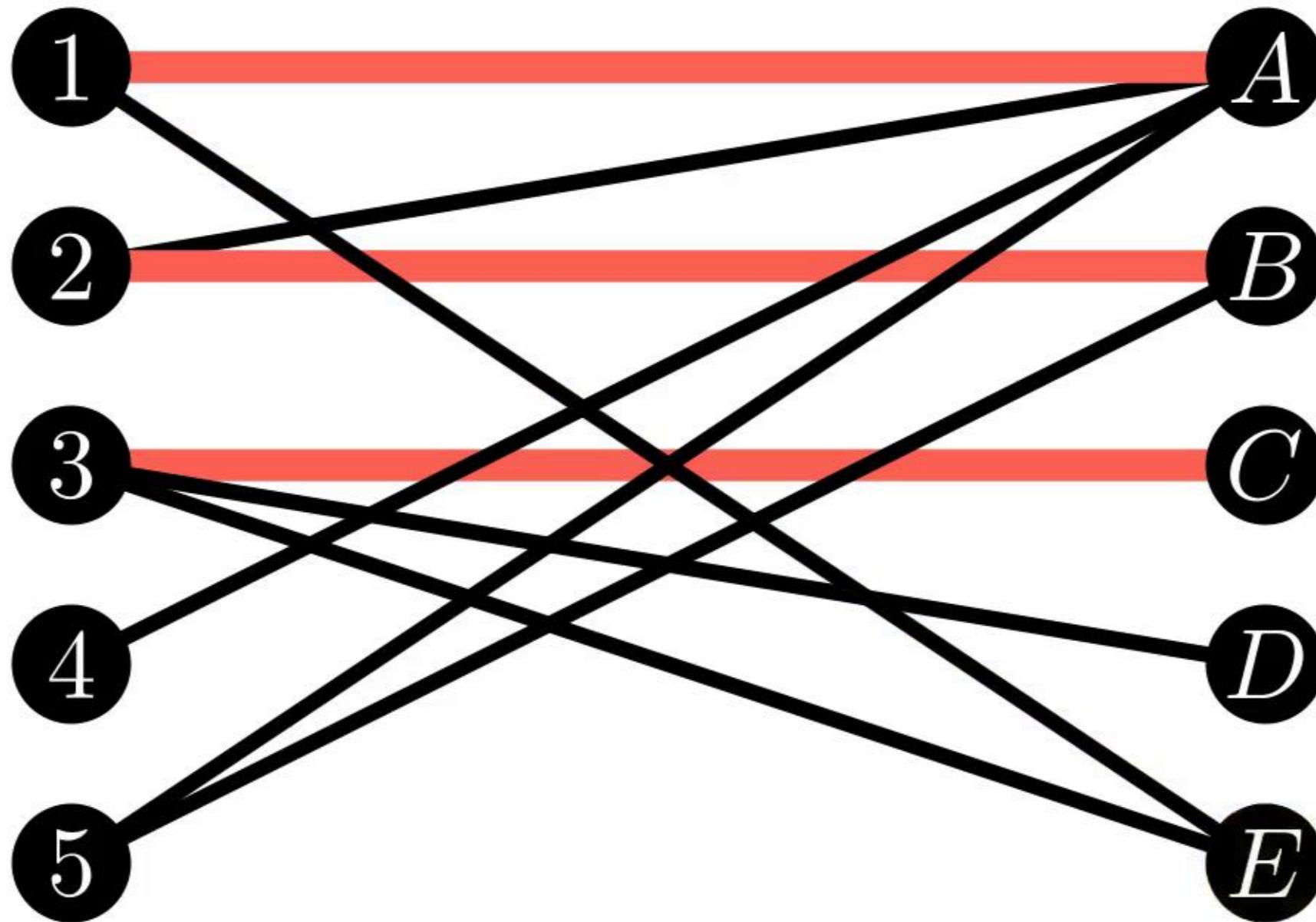
- Commence sur un sommet de  $S_A$  pas dans le couplage,
- Alterne entre arêtes noires (non-couple) et rouge (couple),
- Termine sur un sommet de  $S_B$  pas dans le couplage.



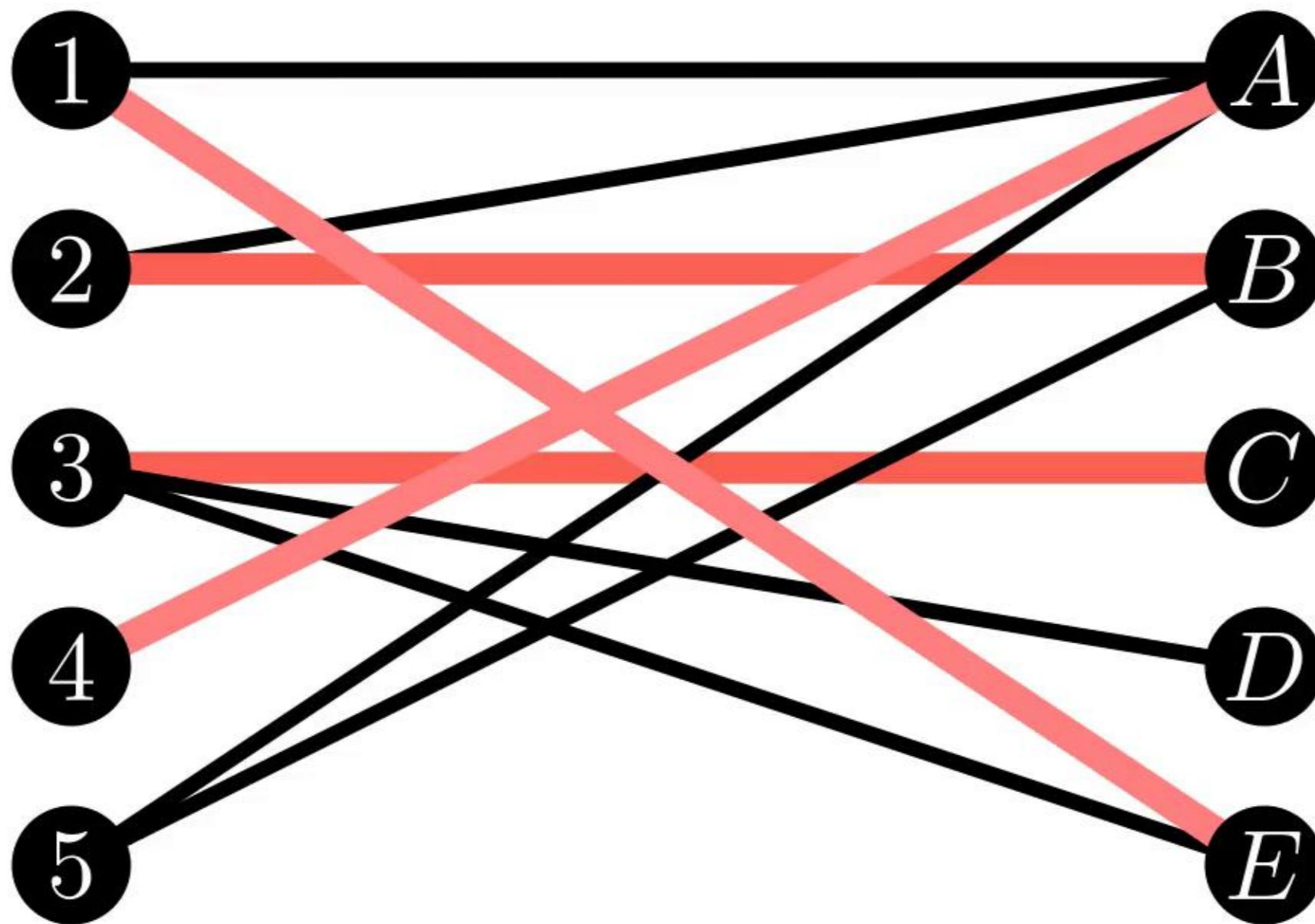
Peut-on faire mieux que 3 arêtes ?



Peut-on faire mieux que 3 arêtes ?



Oui, on peut avoir 4 arêtes.





**Antoine**

Préfère: **Émilie** > **Flora** > **Gaëlle**

**Benoit**

Préfère: **Flora** > **Gaëlle** > **Émilie**

**Clément**

Préfère: **Émilie** > **Gaëlle** > **Flora**

**Émilie**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

**Flora**

Préfère: **Benoit** > **Antoine** > **Clément**

**Gaëlle**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

(Merci à Nadia Brauner pour l'inspiration pour ces slides)

# On souhaite marier tout le monde. Comment former les couples ?

**Antoine**

Préfère: **Émilie** > **Flora** > **Gaëlle**

**Benoit**

Préfère: **Flora** > **Gaëlle** > **Émilie**

**Clément**

Préfère: **Émilie** > **Gaëlle** > **Flora**

**Émilie**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

**Flora**

Préfère: **Benoit** > **Antoine** > **Clément**

**Gaëlle**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

Intuitivement, les hommes marient à tour de rôle la femme qu'il préfère.

### **Antoine**

Préfère: **Émilie** > **Flora** > **Gaëlle**

### **Benoit**

Préfère: **Flora** > **Gaëlle** > **Émilie**

### **Clément**

Préfère: **Émilie** > **Gaëlle** > **Flora**

### **Émilie**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

### **Flora**

Préfère: **Benoit** > **Antoine** > **Clément**

### **Gaëlle**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

Intuitivement, les hommes marient à tour de rôle la femme qu'il préfère.

### **Antoine**

Préfère: **Émilie** > Flora > **Gaëlle**

### **Benoit**

Préfère: **Flora** > **Gaëlle** > **Émilie**

### **Clément**

Préfère: **Émilie** > **Gaëlle** > **Flora**

### **Émilie**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

### **Flora**

Préfère: **Benoit** > **Antoine** > **Clément**

### **Gaëlle**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

Et là, c'est le drame.  
Clément et Émilie entâment une liaison dangereuse...

### **Antoine**

Préfère: **Émilie** > Flora > **Gaëlle**

### **Benoit**

Préfère: **Flora** > **Gaëlle** > **Émilie**

### **Clément**

Préfère: **Émilie** > **Gaëlle** > **Flora**

### **Émilie**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

### **Flora**

Préfère: **Benoit** > **Antoine** > **Clément**

### **Gaëlle**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

Et là, c'est le drame.

Clément et Émilie entâment une liaison dangereuse...

On souhaite organiser des relations **stables**.

### **Antoine**

Préfère: **Émilie** > Flora > **Gaëlle**

### **Benoit**

Préfère: **Flora** > **Gaëlle** > **Émilie**

### **Clément**

Préfère: **Émilie** > **Gaëlle** > **Flora**

### **Émilie**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

### **Flora**

Préfère: **Benoit** > **Antoine** > **Clément**

### **Gaëlle**

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

# Couplage instable

$F$  est en couple avec  $g$

$G$  est en couple avec  $f$

$F$  préfère  $G$  à  $g$

$G$  préfère  $F$  à  $f$

## Antoine

Préfère: **Émilie** > Flora > **Gaëlle**

## Benoit

Préfère: **Flora** > **Gaëlle** > **Émilie**

## Clément

Préfère: **Émilie** > **Gaëlle** > **Flora**

## Émilie

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

## Flora

Préfère: **Benoit** > **Antoine** > **Clément**

## Gaëlle

Préfère: **Clément** > **Antoine** > **Benoit**

# Comment trouver un couplage stable ?

(Merci à Nadia Brauner pour l'inspiration pour ces slides)

# Comment trouver un couplage stable ?

E > F > G **A**

**E** B > C > A

F > G > E **B**

**F** C > A > B

E > G > F **C**

**G** A > C > B

# Comment trouver un couplage stable ?

Chaque homme célibataire propose à la femme qu'il préfère  
parmis celles qui ne l'ont pas encore refusé.

E > F > G    **A**

E    B > C > A

F > G > E    **B**

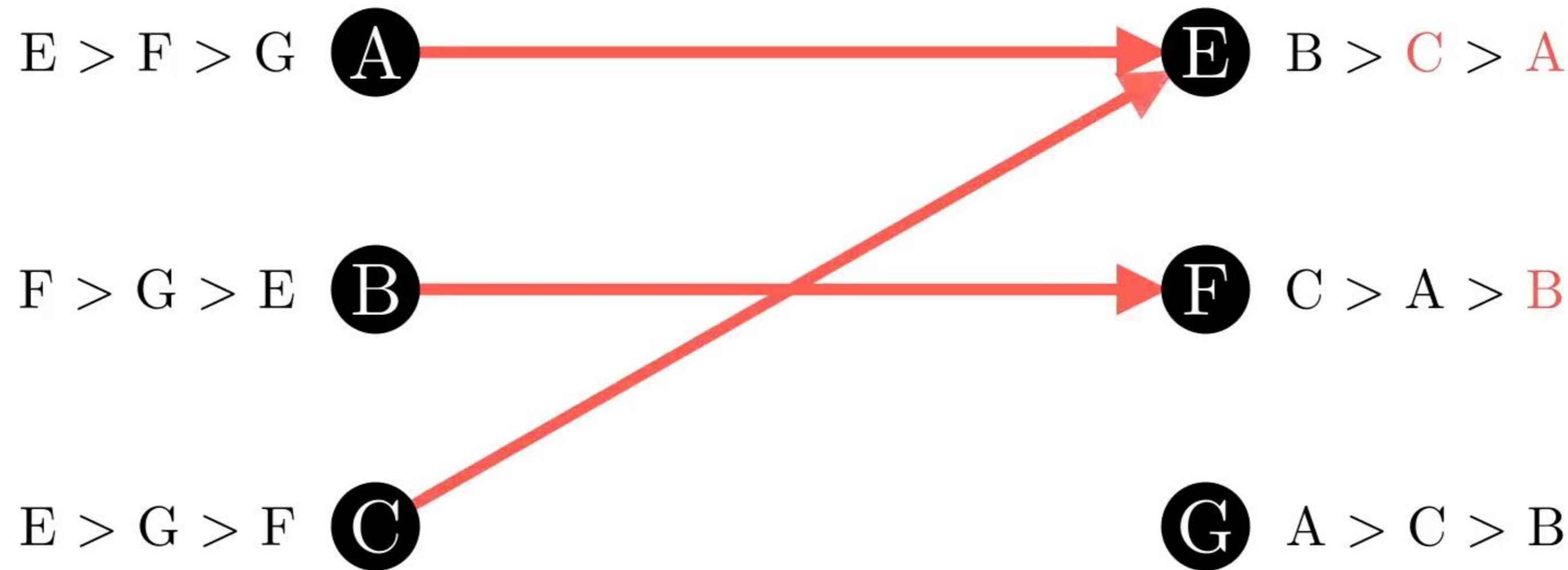
F    C > A > B

E > G > F    **C**

G    A > C > B

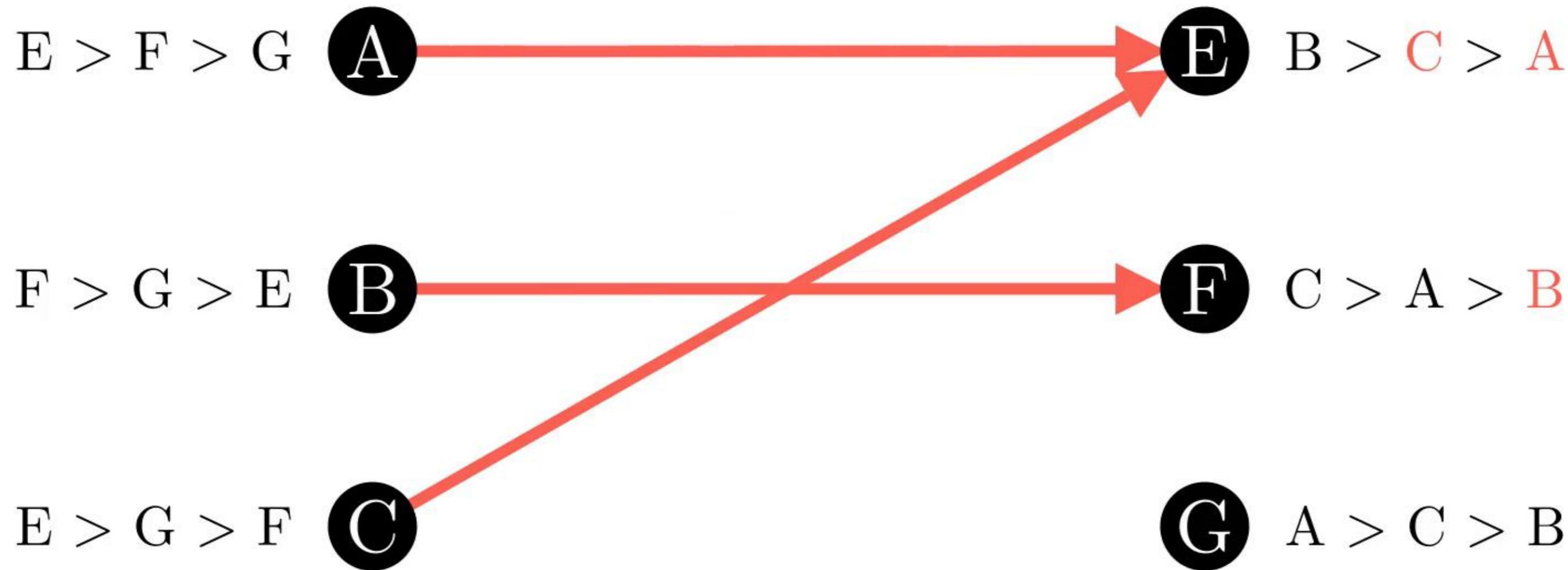
# Comment trouver un couplage stable ?

Chaque homme célibataire propose à la femme qu'il préfère parmi celles qui ne l'ont pas encore refusé.



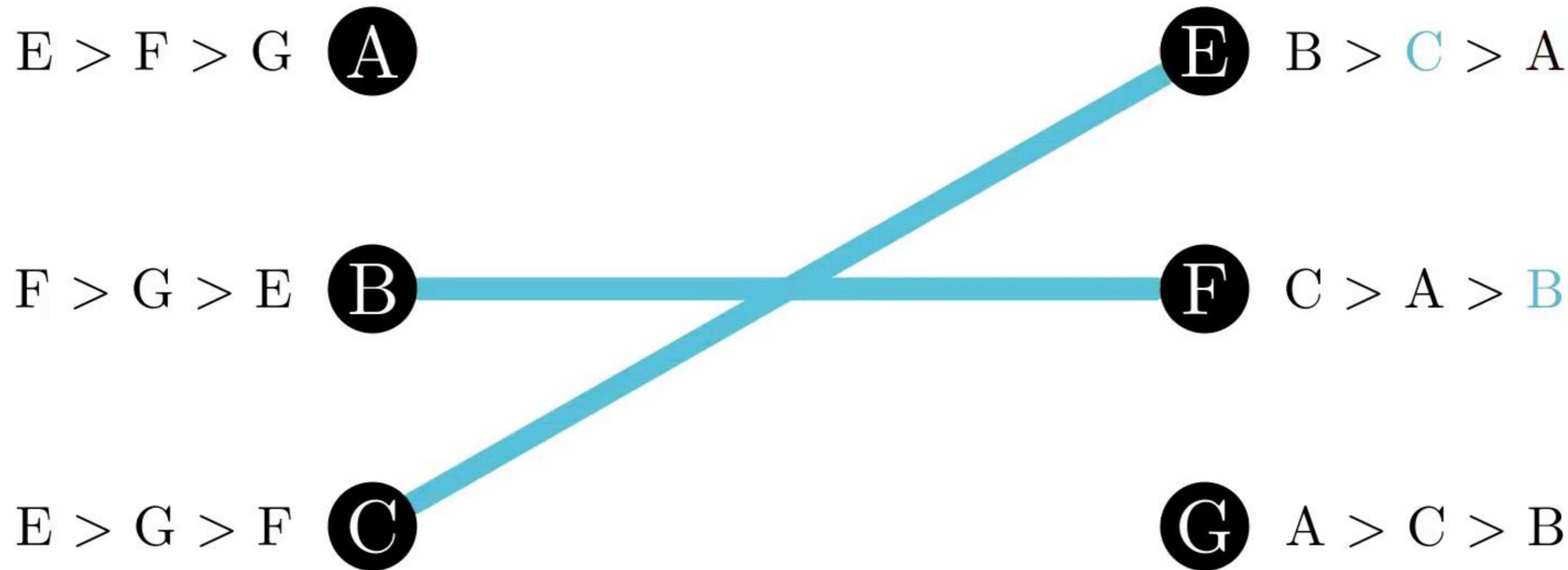
# Comment trouver un couplage stable ?

Chaque femme se met en couple avec l'homme préféré  
parmis ceux qui ont proposé.



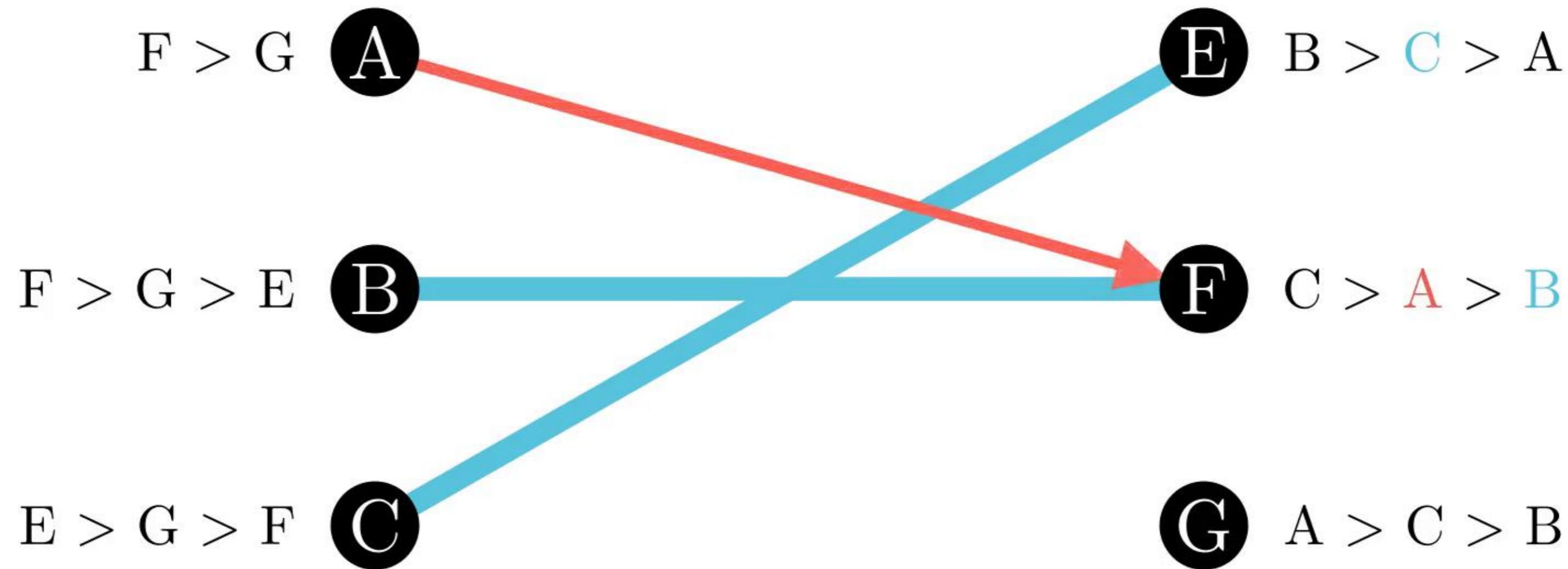
# Comment trouver un couplage stable ?

Chaque femme se met en couple avec l'homme préféré  
parmis ceux qui ont proposé.



# Comment trouver un couplage stable ?

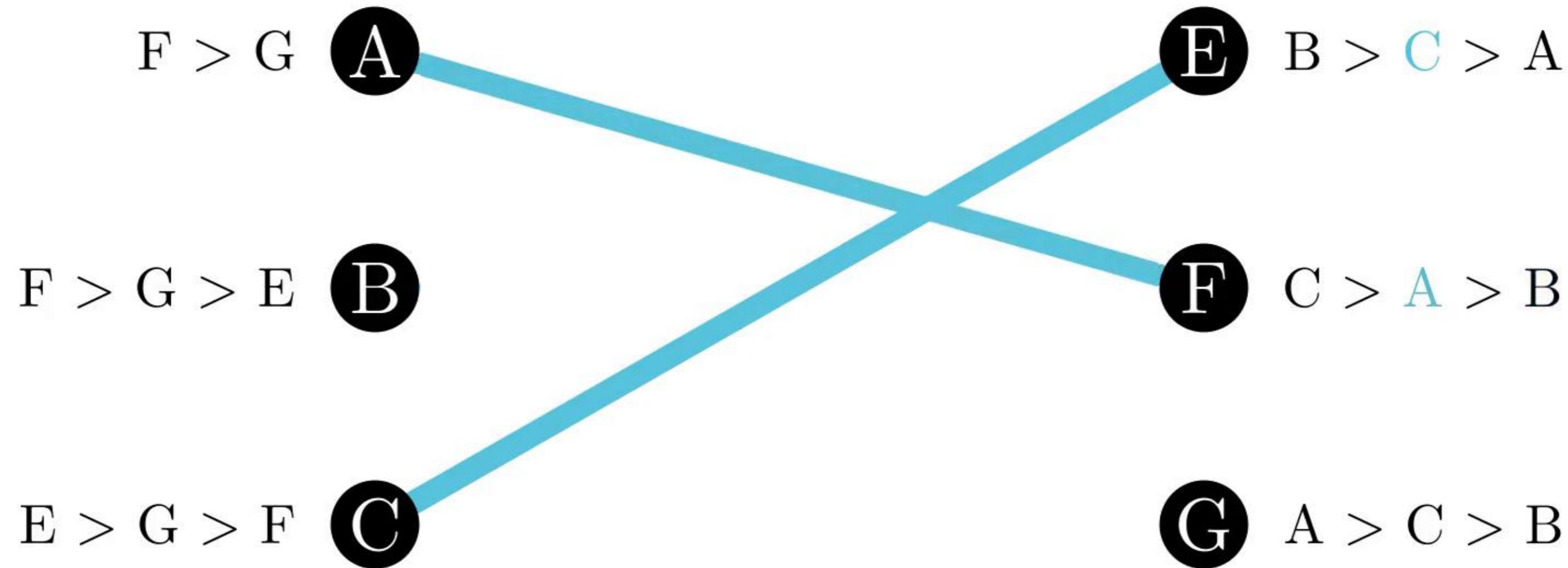
On répète tant qu'il reste au moins un homme célibataire.



(Merci à Nadia Brauner pour l'inspiration pour ces slides)

# Comment trouver un couplage stable ?

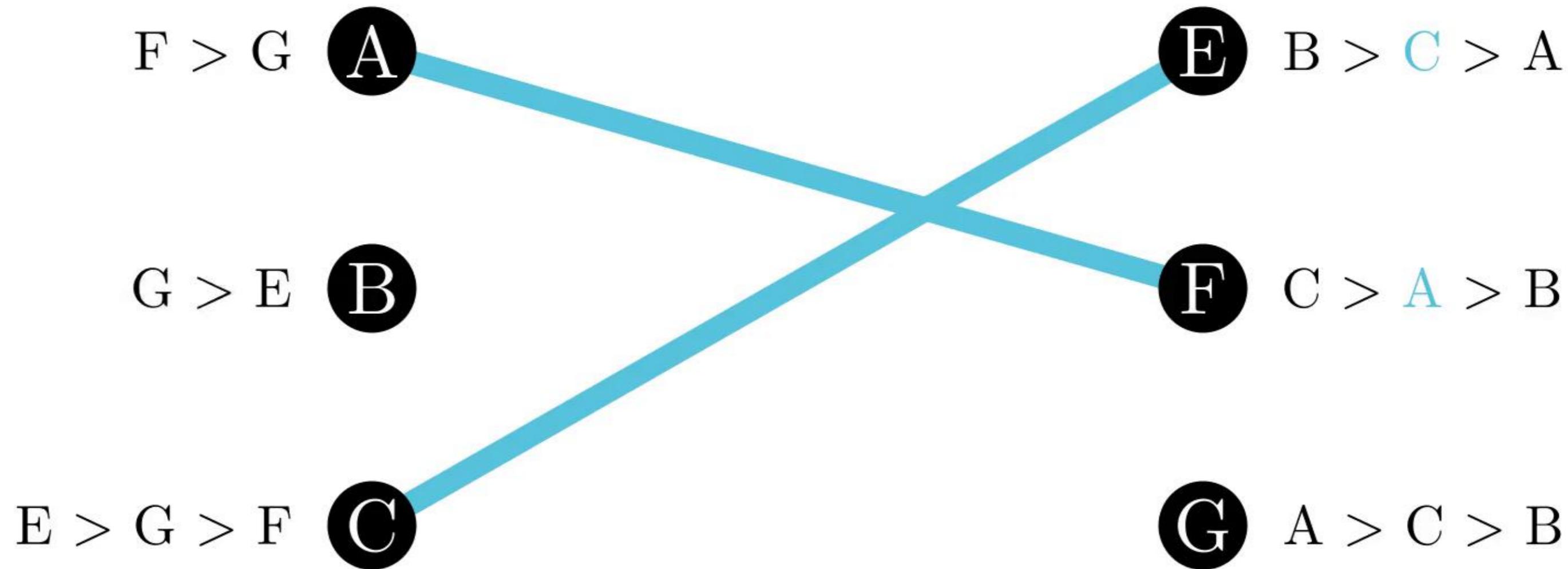
On répète tant qu'il reste au moins un homme célibataire.



(Merci à Nadia Brauner pour l'inspiration pour ces slides)

# Comment trouver un couplage stable ?

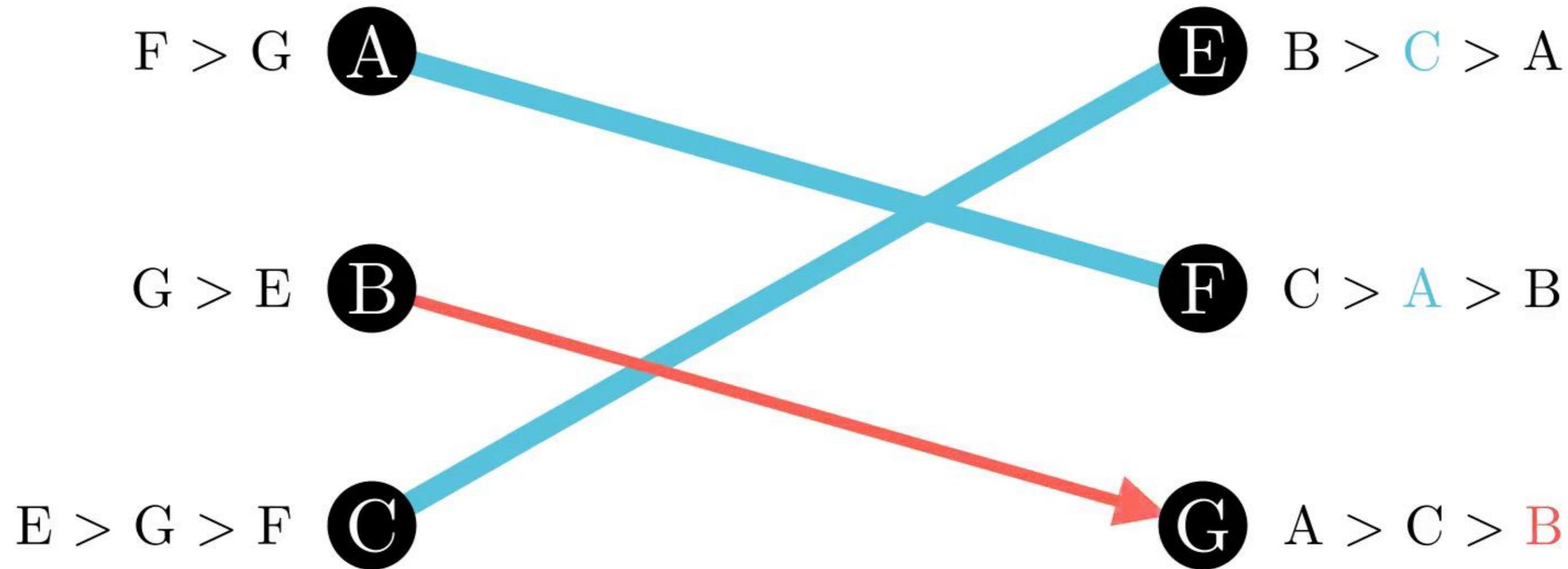
On répète tant qu'il reste au moins un homme célibataire.



(Merci à Nadia Brauner pour l'inspiration pour ces slides)

# Comment trouver un couplage stable ?

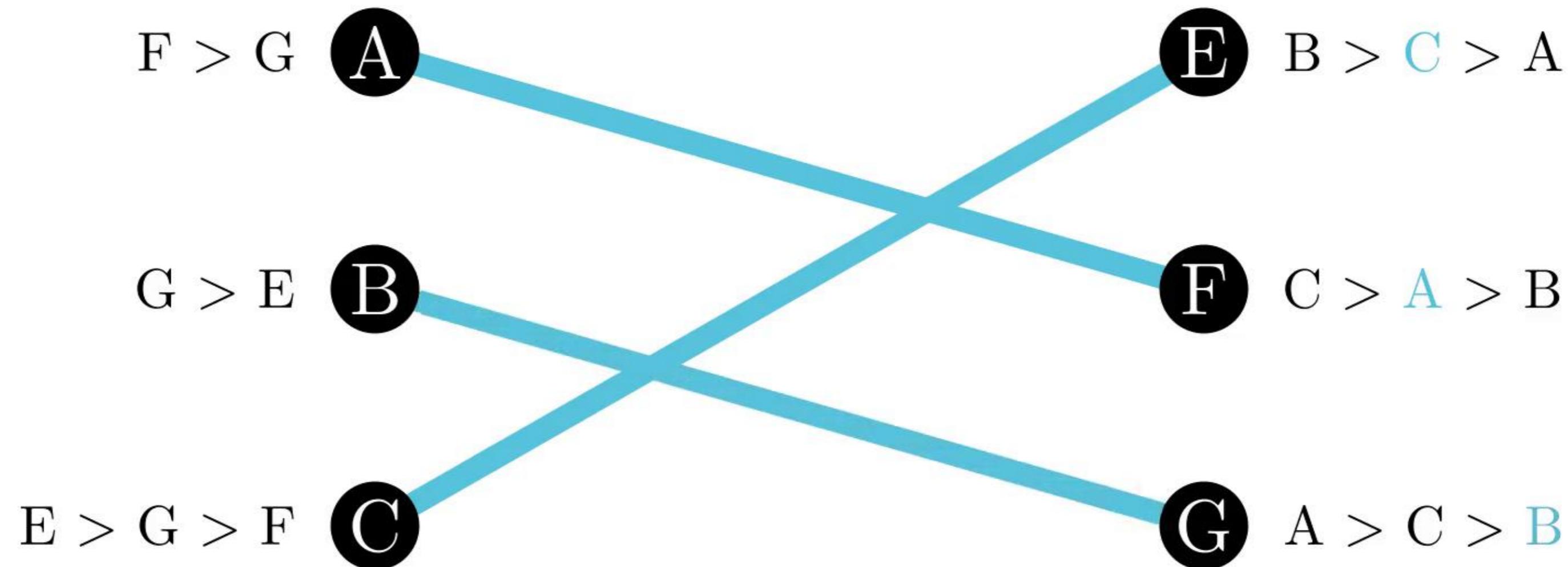
On répète tant qu'il reste au moins un homme célibataire.



(Merci à Nadia Brauner pour l'inspiration pour ces slides)

# Comment trouver un couplage stable ?

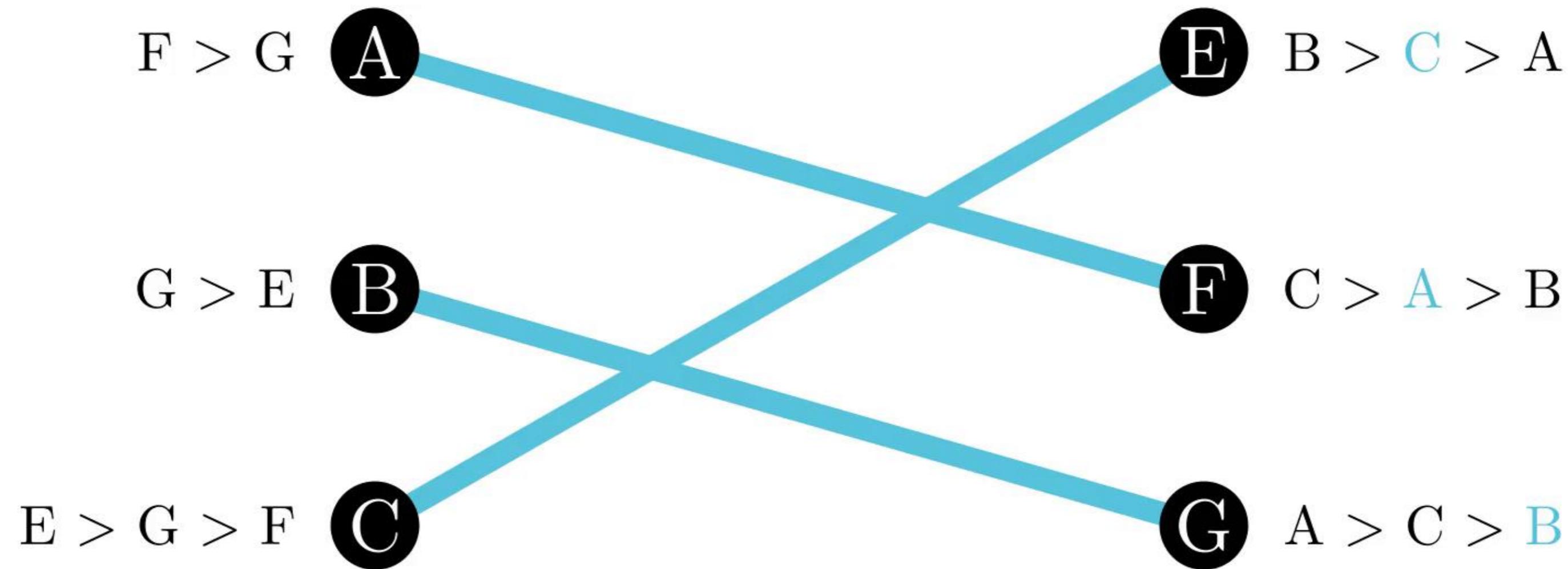
On répète tant qu'il reste au moins un homme célibataire.



(Merci à Nadia Brauner pour l'inspiration pour ces slides)

# Comment trouver un couplage stable ?

Cet algorithme donne un couplage **homme-optimal, femme-minimal**.



(Merci à Nadia Brauner pour l'inspiration pour ces slides)



Nous avons vu :

Quelques problèmes modélisés par des **graphes**

Nous avons vu :

Quelques problèmes modélisés par des **graphes**

## **Incompatibilité** (Coloration)

- Achat des fréquences radio
- Salles dans un emploi du temps

Nous avons vu :

Quelques problèmes modélisés par des **graphes**

### **Incompatibilité** (Coloration)

- Achat des fréquences radio
- Salles dans un emploi du temps

### **Compatibilité** (Couplages)

- Trains vers voies de gare
- Couplages stables (Parcoursup)

Nous avons vu :

Quelques problèmes modélisés par des **graphes**

**Incompatibilité** (Coloration)

- Achat des fréquences radio
- Salles dans un emploi du temps

**Compatibilité** (Couplages)

- Trains vers voies de gare
- Couplages stables (Parcoursup)

Merci !