

数学分析小测验

小测验三 (付老师班)

要求: (1) 证明务必规范、严谨, 该有的步骤务必保留. (2) 姓名学号务必写在答题纸上. (3) 请按照题目的顺序依次解答. (4) 计算题务必要有详细的解答步骤.

1 (本题 20 分): 判断下列陈述是否成立, 若不成立, 举例说明; 若成立, 给出证明:

- (1) 若 $f(x)$ 在 R 的任意闭区间上可导, 则 $f(x)$ 在 R 上一致连续.
- (2) 若正值函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有定义, 并且 $\ln(f(x))$ 在 $(0, +\infty)$ 上可导, 则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上可导.

2 (本题 20 分): 分析函数

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

是否具有任意阶导数.

3 (本题 20 分): 若 $f(x)$ 在 R 上任意次可导, 计算下列函数的二阶导数.

(1)

$$y = f(\arctan e^x)$$

(2)

$$y = f(\ln(f(x)))$$

4 (本题 20 分)

(1) 已知参变量函数

$$\begin{cases} x = \arctan t, \\ y = t \ln(t+1), \end{cases}$$

求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^3y}{dx^3}$.

(2) 已知隐函数 $y = y(x)$ 由方程

$$\arctan y - x^2 - y = 0$$

所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$.

5 (本题 20 分) 求下列函数的高阶微分:

(1) $y = e^{4x} \sin(4x)$, 求 $d^n y$.

(2) $y = (x+1)^n \ln \sqrt{x+1}$, 求 $d^{2018} y$.