四川大学期末考试试题(闭卷) A

(2012-2013学年第一学期)

课程号: 201097050 课序号: 0,1 课程名称: 高等代数-1 任课教师: 彭国华,谭友军,洪剑勇成绩: 适用专业年级: 2012级数学学院各专业 学生人数: 250 印题份数: 280 学号: 姓名:

考试须知

.四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作 管理办法》和《四川大学考场规则》. 有考试造纪作弊行为的, 一律按照《四川大学学生考试违纪作 弊处罚条例》进行处理.

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考 场规则》和《四川大学监考人员职责》. 有违反学校有关规定的, 严格按照《四川大学教学事故认定 及处理办法》进行处理.

注意: 试卷满分100分, 解答写在答题纸上; 可以用中文答题.

记号: Q表示有理数域, F表示一个数域.

1. (40 points, 8 points for each) Complete the following questions.

(x) Find conditions on p, q, a so that $x^3 - 3px + 2q$ is divisible by $x^2 - 2ax + a^2$.

(2) Let k be an integer. Is $x^4 - 4kx + 1$ irreducible over Q? Prove your claim.

and B is a 3×3 matrix such that AB = 2B - A. Compute B.

(4) Find the rank and a maximal linearly independent subset for the vector collection cz, cz, cz, cz, where

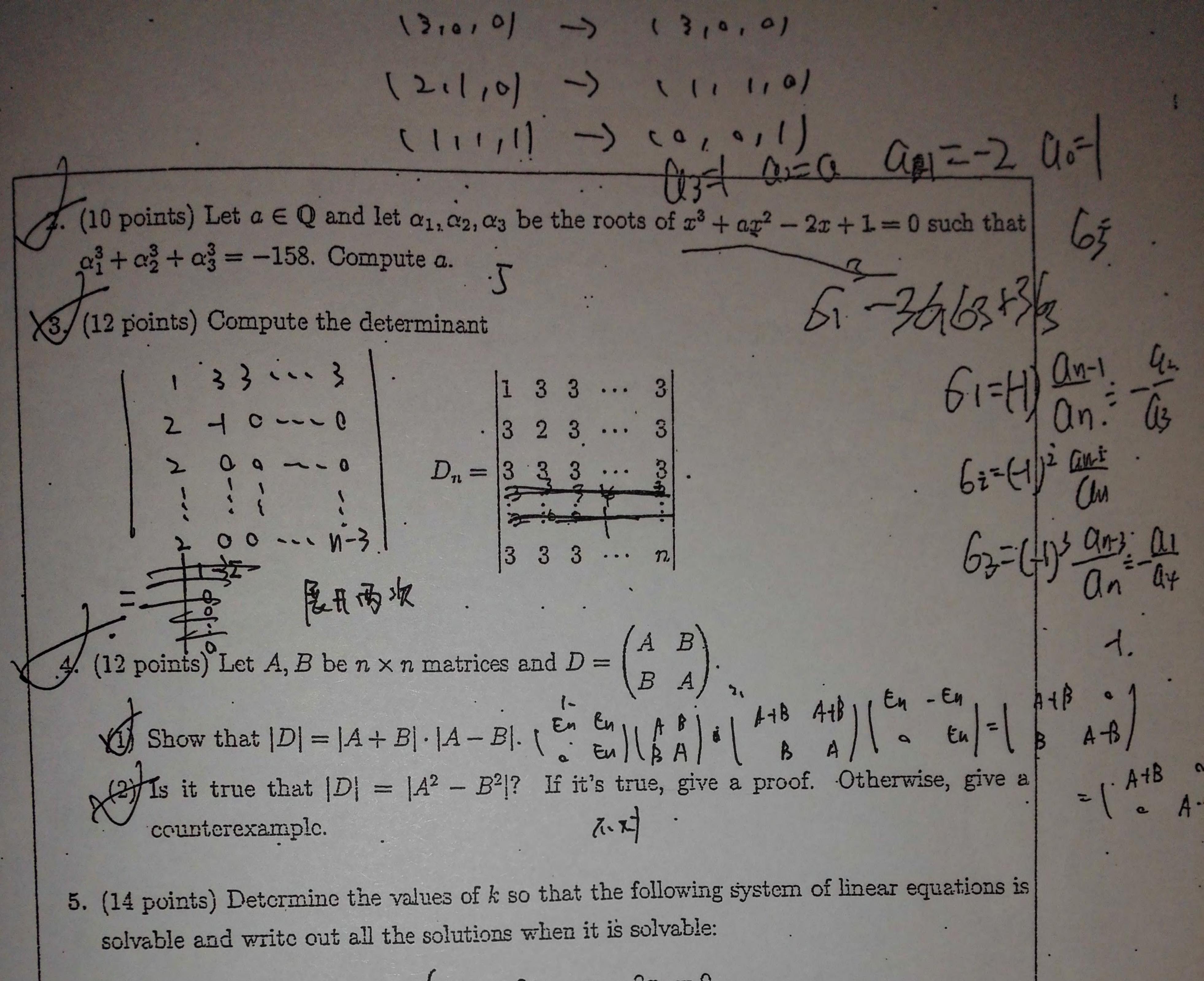
$$\alpha_1 = (1, -2, 3, -1), \alpha_2 = (-1, 2, 1, 1), \alpha_3 = (1, -2, 15, -1), \alpha_4 = (0, 1, 2, 3).$$

Let A be an $n \times n$ matrix over F and let $\alpha, \beta \in \mathbb{F}^n$ be two column vectors satisfying that $\alpha + \beta \neq 0$ and $A\alpha = 3\beta$, $A\beta = 4\alpha$. Prove the rank $r(A^2 - 12E_n) < n$, where E_n denotes the $n \times n$ unit matrix.

· [A3-12 En 18/= a 国理 (A-12EMB=0

[43-12 En 1 (d-81=0. "

本题2页,本页为第1页. . 教务处试题编号:

A= 3d1B. 4=42137 

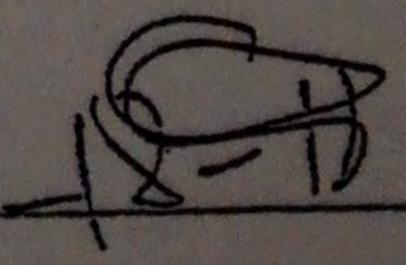
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2kx_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + (k-1)x_3 = 1, \\ 2x_1 - kx_2 + 6x_3 = 2. \end{cases}$$

6. (12 points) Let m, n be positive integers.

Assume
$$m \mid n$$
. Prove $x^m - 1 \mid x^n - 1$.

$$f(x) = x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1, \ g(x) = x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1.$$

Show that (f(x), g(x)) = 1 if and only if (m, n) = 1.



本题2页,本页为第2页 教务处试题篇号:

2412

40