《机器学习实战》学习笔记（八）：预测数值型数据 - 回归

原创 我是管小亮 2019-09-06 14:35:08 1841 收藏 9 版权
分类专栏： Machine Learning♡ 文章标签： 机器学习实战 机器学习 学习笔记 回归 预测数值型数据：回归

欢迎关注WX公众号：【程序员管小亮】

【机器学习】《机器学习实战》读书笔记及代码 总目录

- https://blog.csdn.net/TeFuirnever/article/details/99701256

GitHub代码地址：

- https://github.com/TeFuirnever/Machine-Learning-in-Action

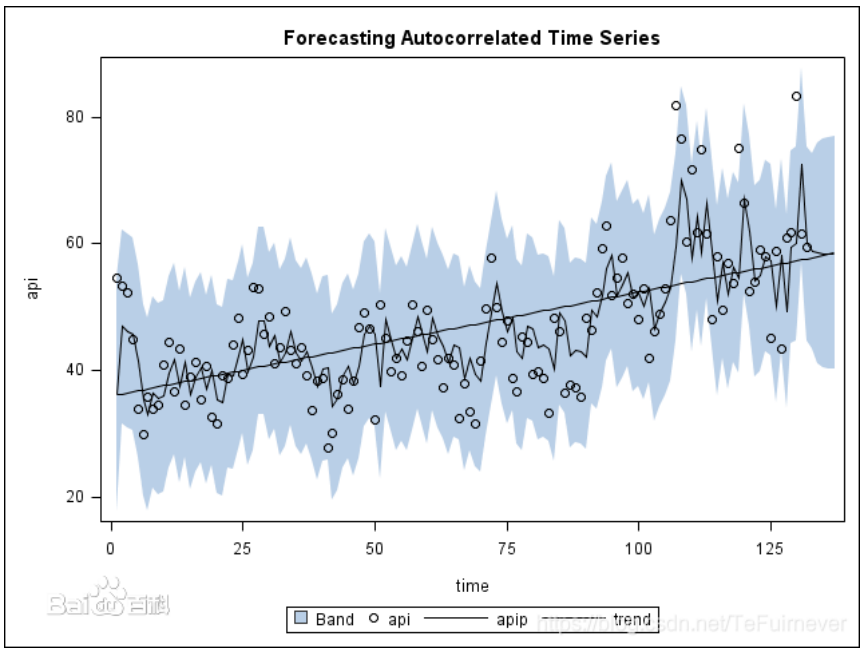
目录

本章内容

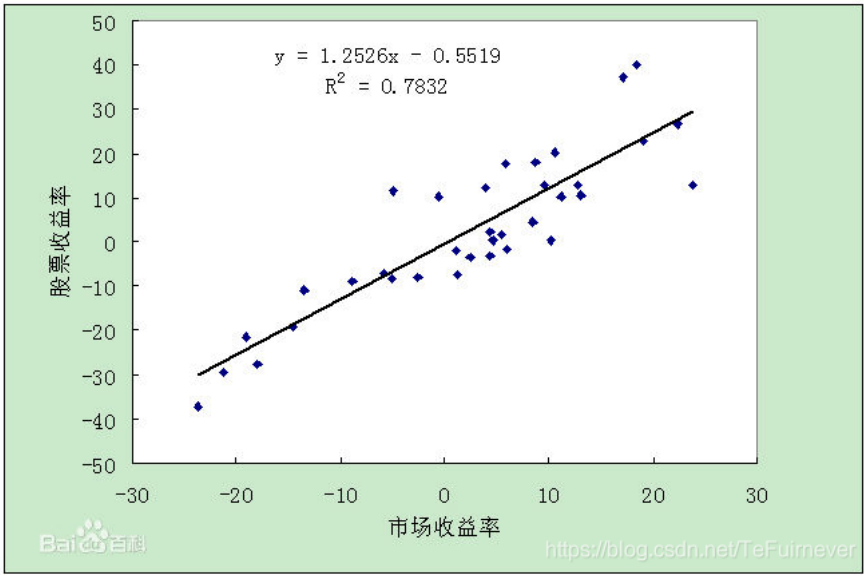
- 线性回归
- 局部加权线性回归
- 岭回归和逐步线性回归
- 预测鲍鱼年龄和玩具售价

1、回归

前面的章节介绍了分类（前七章其实都是分类，不知道你看出来了没有），**分类** 的目标变量是 **标称型数据**，而这一次我们将会对 **连续型数据** 做出预测，也就是回归。



很多人的第一想法很可能是：“回归能用来做些什么呢？”。我的观点是，**回归可以做任何事情**。然而大多数公司常常使用回归法做一些比较沉闷的事情，例如销售量预测或者制造缺陷预测。比如：



我最近看到一个比较有新意的应用，就是预测名人的离婚率（我不会被律师函警告吧…）。

2、用线性回归找到最佳拟合直线

> 线性回归
> 优点：结果易于理解，计算上不复杂。
> 缺点：对非线性的数据拟合不好。
> 适用数据类型：数值型和标称型数据。

回归的目的是预测数值型的目标值。最直接的办法是依据输入写出一个目标值的计算公式。比如假设你想要预测姐姐男友汽车的功率大小，可能会这么计算：

```
HorsePower = 0.0015*annualSalary -0.99*hoursListeningToPublicRadio
```

这就是所谓的 **回归方程（regression equation）**，其中的 0.0015和 -0.99称作 **回归系数（regressionweights）**，求这些回归系数的过程就是 **回归**。一旦有了这些回归系数，方程就确定了，如果再给定输入变量，则做预测就非常容易了。具体的做法是用回归系数乘以输入值，再将结果全部加在一起，就得到了预测值。

说到 **回归**，一般都是指 **线性回归（linear regression）**，所以这里的回归和线性回归代表同一个意思。线性回归意味着可以将输入项分别乘以一些常量，再将结果加起来得到输出。

需要说明的是，存在另一种称为 **非线性回归** 的回归模型，该模型不认同上面的做法，比如认为输出可能是输入的乘积。这样，上面的功率计算公式也可以写做：

```
HorsePower = 0.0015*annualSalary/hoursListeningToPublicRadio
```

这就是一个非线性回归的例子，不过我们这里不做深入讨论。

> 回归的一般方法
> (1) 收集数据：采用任意方法收集数据。
> (2) 准备数据：回归需要数值型数据，标称型数据将被转成二值型数据。
> (3) 分析数据：绘出数据的可视化二维图将有助于对数据做出理解和分析，在采用缩减法求得新回归系数之后，可以将新拟合线绘在图上作为对比。
> (4) 训练算法：找到回归系数。
> (5) 测试算法：使用R2或者预测值和数据的拟合度，来分析模型的效果。
> (6) 使用算法：使用回归，可以在给定输入的时候预测出一个数值，这是对分类方法的提升，因为这样可以预测连续型数据而不仅仅是离散的类别标签。

那么应当怎样从一大堆数据里求出回归方程呢？假定输入数据存放在矩阵X中，而回归系数存放在向量 w 中。那么对于给定的数据 X_1 ，预测结果将会通过 $Y_1 = X_1^T w$ 给出。现在的问题是，手里有一些 X 和对应的 Y，怎样才能找到 w 呢？

一个常用的方法就是找出使误差最小的 w。这里的误差是指预测 Y 值和真实 Y 值之间的差值，使用该误差的简单累加将使得正差值和负差值相互抵消，所以采用平方误差。

平方误差可以写做：

$$\sum_{i=1}^{m}(y_i - x_i^T w)^2$$

用矩阵表示还可以写做：

$$(y-\mathbf{X}w)^T(y-\mathbf{X}w)$$

如果对 w 求导，得到

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial (y-X\omega)^T(y-X\omega)}{\partial \omega} \\
&= \frac{\partial (y^T y - y^T X\omega - \omega^T X^T y + \omega^T X^T X\omega)}{\partial \omega} \\
&= \frac{\partial y^T y}{\partial \omega} - \frac{\partial y^T X\omega}{\partial \omega} - \frac{\partial \omega^T X^T y}{\partial \omega} + \frac{\partial \omega^T X^T X\omega}{\partial \omega} \\
&= 0 - X^T y - \frac{\partial (\omega^T X^T y)^T}{\partial \omega} + 2X^T X\omega \\
&= 0 - X^T y - \frac{\partial y^T X\omega}{\partial \omega} + 2X^T X\omega \\
&= 0 - X^T y - X^T y + 2X^T X\omega \\
&= 2X^T(y - X\omega)
\end{aligned}$$

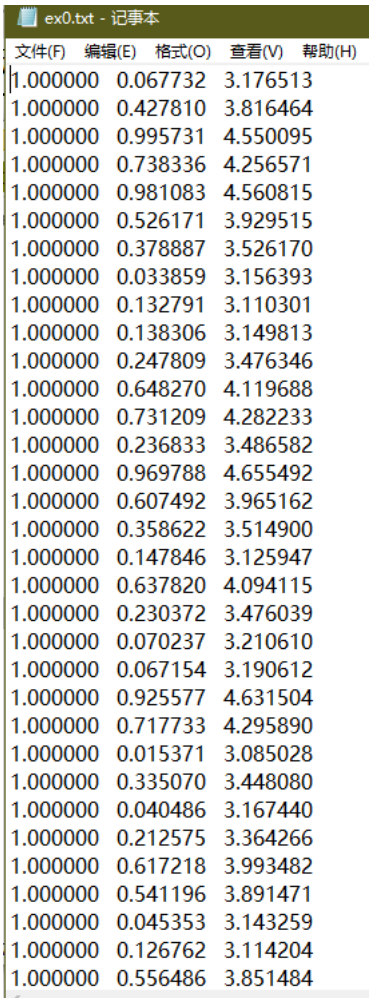
令其等于零，解出 w 如下：

$$\hat{w} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

值得注意的是，上述公式中包含逆矩阵，也就是需要对矩阵求逆，因此这个方程只在逆矩阵存在的时候适用。然而，矩阵的逆可能并不存在，因此必须要在代码中对此作出判断。

w上方的小标记表示，这是当前可以估计出的w的最优解。从现有数据上估计出的w可能并不是数据中的真实w值，所以这里使用了一个“帽”符号来表示它仅是w的一个最佳估计。这是统计学中的常见问题，除了矩阵方法外还有很多其他方法可以解决。通过调用NumPy库里的矩阵方法，仅使用几行代码就完成所需功能。该方法也称作OLS，意思是 **“普通最小二乘法”（ordinary least squares）**。

下面可视化一下数据：

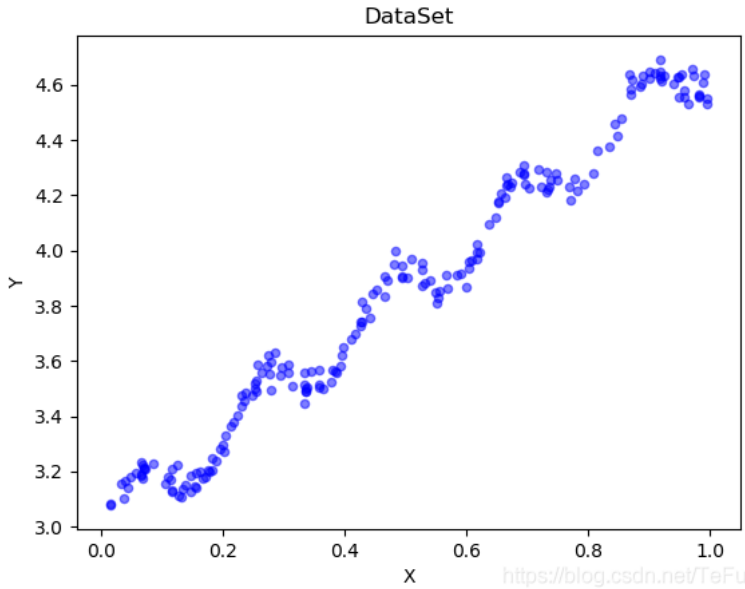


第一列都为1.0，即x0。第二列为x1，即x轴数据。第三列为x2，即y轴数据。

先绘制下数据，看下数据分布。编写代码如下：

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# 加载数据
def loadDataSet(fileName):
    """
    Parameters:
        fileName - 文件名
    Returns:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    """
    numFeat = len(open(fileName).readline().split('\t')) - 1
    xArr = []; yArr = []
    fr = open(fileName)
    for line in fr.readlines():
        lineArr =[]
        curLine = line.strip().split('\t')
        for i in range(numFeat):
            lineArr.append(float(curLine[i]))
        xArr.append(lineArr)
        yArr.append(float(curLine[-1]))
    return xArr, yArr

# 绘制数据集
def plotDataSet():
    xArr, yArr = loadDataSet('ex0.txt')                    #加载数据集
    n = len(xArr)                                          #数据个数
    xcord = []; ycord = []                                 #样本点
    for i in range(n):
```

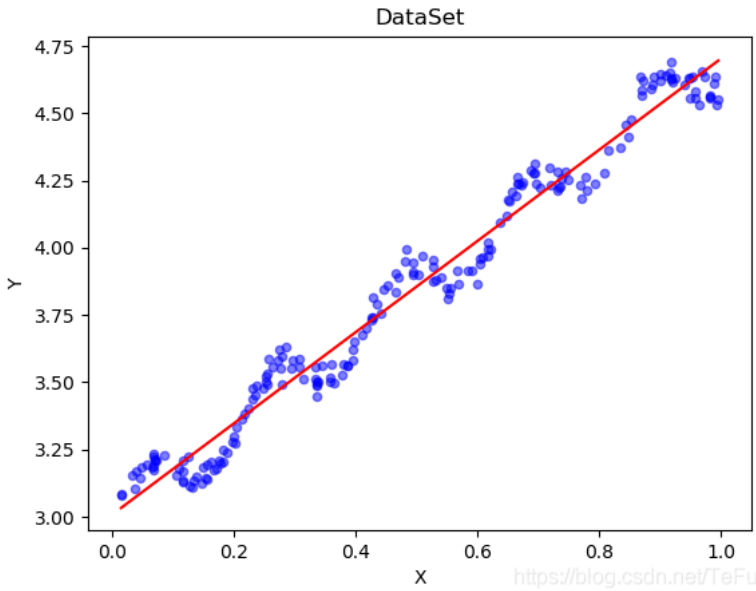
```
        xcord.append(xArr[i][1]); ycord.append(yArr[i])     #样本点
    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111)                               #添加subplot
    ax.scatter(xcord, ycord, s = 20, c = 'blue',alpha = .5) #绘制样本点
    plt.title('DataSet')                                    #绘制title
    plt.xlabel('X')
    plt.ylabel('Y')
    plt.show()


if __name__ == '__main__':
    plotDataSet()
```



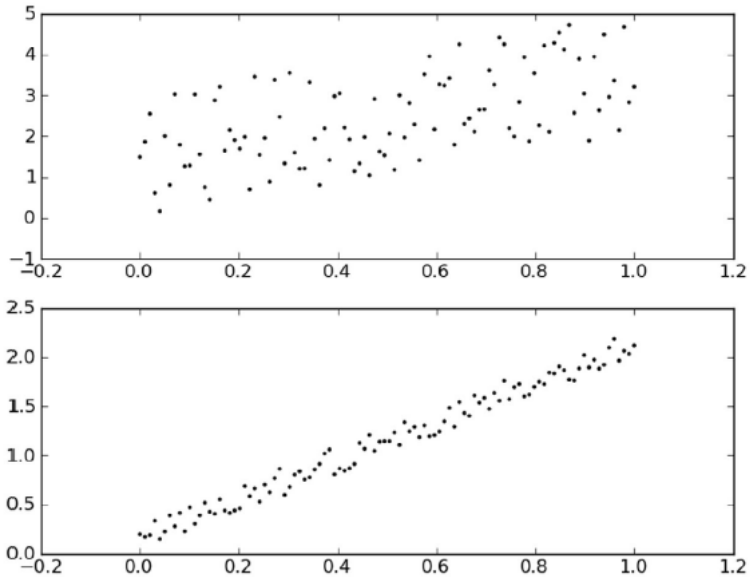
通过可视化数据，加上推导的回归系数计算方法，求出回归系数向量，并根据回归系数向量绘制回归曲线，编写代码如下：

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# 加载数据
def loadDataSet(fileName):
    """
    Parameters:
        fileName - 文件名
    Returns:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    """
    numFeat = len(open(fileName).readline().split('\t')) - 1
    xArr = []; yArr = []
    fr = open(fileName)
    for line in fr.readlines():
        lineArr =[]
        curLine = line.strip().split('\t')
        for i in range(numFeat):
            lineArr.append(float(curLine[i]))
        xArr.append(lineArr)
        yArr.append(float(curLine[-1]))
    return xArr, yArr

# 计算回归系数w
def standRegres(xArr,yArr):
    """
    Parameters:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    Returns:
        ws - 回归系数
    """

```

```
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    xTx = xMat.T * xMat                    #根据文中推导的公示计算回归系数
    if np.linalg.det(xTx) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能求逆")
        return
    ws = xTx.I * (xMat.T*yMat)
    return ws

# 绘制回归曲线和数据点
def plotRegression():
    xArr, yArr = loadDataSet('ex0.txt')   #加载数据集
    ws = standRegres(xArr, yArr)          #计算回归系数
    xMat = np.mat(xArr)                   #创建xMat矩阵
    yMat = np.mat(yArr)                   #创建yMat矩阵
    xCopy = xMat.copy()                   #深拷贝xMat矩阵
    xCopy.sort(0)                         #排序
    yHat = xCopy * ws                     #计算对应的y值
    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111)             #添加subplot
    ax.plot(xCopy[:, 1], yHat, c = 'red') #绘制回归曲线
    ax.scatter(xMat[:,1].flatten().A[0], yMat.flatten().A[0], s = 20, c = 'blue',alpha = .5) #绘制样本点
    plt.title('DataSet')                  #绘制title
    plt.xlabel('X')
    plt.ylabel('Y')
    plt.show()


if __name__ == '__main__':
    plotRegression()
```



几乎任一数据集都可以用上述方法建立模型，那么，如何判断这些模型的好坏呢？



具有相同回归系数（0和2.0）的两组数据。上图的相关系数是0.58，而下图的相关系数是0.99

比较一下上图的两个子图，如果在两个数据集上分别作线性回归，将得到完全一样的模型（拟合直线）。显然两个数据是不一样的，那么模型分别在二者上的效果如何？我们当如何比较这些效果的好坏呢？

有种方法可以计算预测值yHat序列和真实值y序列的匹配程度，那就是计算这两个序列的相关系数。在Python中，NumPy库提供了相关系数的计算方法：可以通过命令 `corrcoef(yEstimate, yActual)` 来计算预测值和真实值的相关性。

```
import numpy as np

# 加载数据
def loadDataSet(fileName):
    """
    Parameters:
        fileName - 文件名
    Returns:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    """
    numFeat = len(open(fileName).readline().split('\t')) - 1
    xArr = []; yArr = []
    fr = open(fileName)
    for line in fr.readlines():
        lineArr =[]
        curLine = line.strip().split('\t')
        for i in range(numFeat):
            lineArr.append(float(curLine[i]))
        xArr.append(lineArr)
        yArr.append(float(curLine[-1]))
    return xArr, yArr

# 计算回归系数w
def standRegres(xArr,yArr):
    """
    Parameters:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    xTx = xMat.T * xMat                         #根据文中推导的公示计算回归系数
    if np.linalg.det(xTx) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能求逆")
        return
    ws = xTx.I * (xMat.T*yMat)
    return ws

if __name__ == '__main__':
    xArr, yArr = loadDataSet('ex0.txt')         #加载数据集
    ws = standRegres(xArr, yArr)                #计算回归系数
```

```
    xMat = np.mat(xArr)                         #创建xMat矩阵
    yMat = np.mat(yArr)                         #创建yMat矩阵
    yHat = xMat * ws
    print(np.corrcoef(yHat.T, yMat))
```

```
[[1.         0.98647356]
 [0.98647356 1.        ]]
```

该矩阵包含所有两两组合的相关系数。可以看到，对角线上的数据是1.0，因为yMat和自己的匹配是最完美的，而YHat和yMat的相关系数为0.98。

最佳拟合直线方法将数据视为直线进行建模，具有十分不错的表现。但是拟合图像的数据当中似乎还存在其他的潜在模式。那么如何才能利用这些模式呢？我们可以根据数据来局部调整预测，下面就会介绍这种方法。

3、局部加权线性回归

线性回归的一个问题是有可能出现欠拟合现象，因为它求的是 **具有最小均方误差的无偏估计**。显而易见，如果模型欠拟合将不能取得最好的预测效果。所以有些方法允许在估计中引入一些偏差，从而降低预测的均方误差。

其中的一个方法是 **局部加权线性回归（Locally Weighted Linear Regression，LWLR）**。在该算法中，我们给待预测点附近的每个点赋予一定的权重；然后在这个子集上基于最小均方差来进行普通的回归。与kNN一样，这种算法每次预测均需要事先选取出对应的数据子集。该算法解出回归系数w的形式如下：

$$\hat{w} = (X^T W X)^{-1} X^T W y$$

其中w是一个矩阵，用来给每个数据点赋予权重。

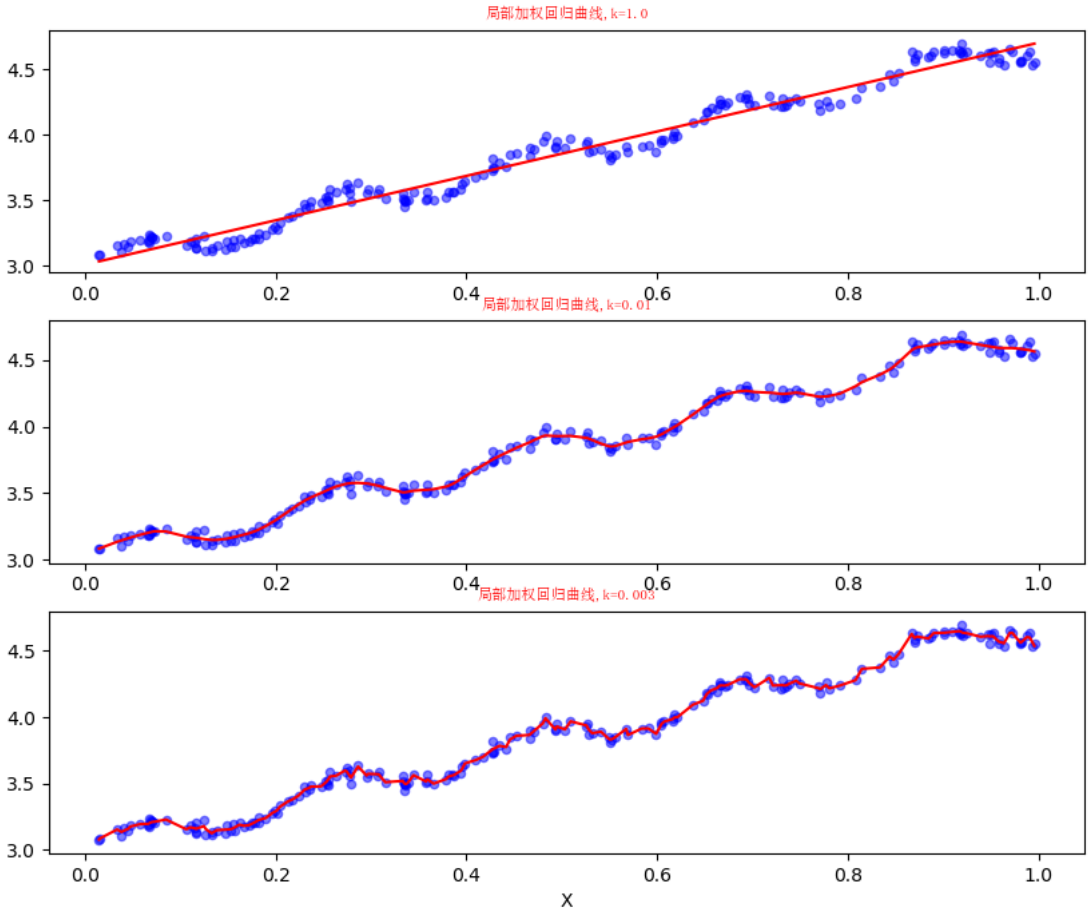
LWLR 使用“核”（与支持向量机中的“核”类似）来对附近的点赋予更高的权重。核的类型可以自由选择，最常用的核就是高斯核，高斯核对应的权重如下：

$$w(i,i) = \exp\left(\frac{\left|x^{(i)} - x\right|}{-2k^2}\right)$$

这样就构建了一个只含对角元素的权重矩阵w，并且点x与x(i)越近，w(i,i)将会越大。上述公式包含一个需要用户指定的参数k，它决定了对附近的点赋予多大的权重，这也是使用LWLR时唯一需要考虑的参数，代码如下：

```
from matplotlib.font_manager import FontProperties
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# 加载数据
def loadDataSet(fileName):
    """
    Parameters:
        fileName - 文件名
    Returns:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    """
    numFeat = len(open(fileName).readline().split('\t')) - 1
    xArr = []; yArr = []
    fr = open(fileName)
    for line in fr.readlines():
        lineArr =[]
        curLine = line.strip().split('\t')
        for i in range(numFeat):
            lineArr.append(float(curLine[i]))
        xArr.append(lineArr)
        yArr.append(float(curLine[-1]))
    return xArr, yArr

# 绘制多条局部加权回归曲线
def plotlwlrRegression():
    font = FontProperties(fname=r"c:\windows\fonts\simsun.ttc", size=14)
    xArr, yArr = loadDataSet('ex0.txt')                                     #加载数据集
    yHat_1 = lwlrTest(xArr, xArr, yArr, 1.0)                                #根据局部加权线性回归计算yHat
    yHat_2 = lwlrTest(xArr, xArr, yArr, 0.01)                               #根据局部加权线性回归计算yHat
    yHat_3 = lwlrTest(xArr, xArr, yArr, 0.003)                            #根据局部加权线性回归计算yHat
```

```
    xMat = np.mat(xArr)                                                 #创建xMat矩阵
    yMat = np.mat(yArr)                                                     #创建yMat矩阵
    srtInd = xMat[:, 1].argsort(0)                                      #排序，返回索引值
    xSort = xMat[srtInd][:,0,:]
    fig, axs = plt.subplots(nrows=3, ncols=1,sharex=False, sharey=False, figsize=(10,8))
    axs[0].plot(xSort[:, 1], yHat_1[srtInd], c = 'red')                 #绘制回归曲线
    axs[1].plot(xSort[:, 1], yHat_2[srtInd], c = 'red')                 #绘制回归曲线
    axs[2].plot(xSort[:, 1], yHat_3[srtInd], c = 'red')                 #绘制回归曲线
    axs[0].scatter(xMat[:,1].flatten().A[0], yMat.flatten().A[0], s = 20, c = 'blue', alpha = .5) #绘制样本点
    axs[1].scatter(xMat[:,1].flatten().A[0], yMat.flatten().A[0], s = 20, c = 'blue', alpha = .5) #绘制样本点
    axs[2].scatter(xMat[:,1].flatten().A[0], yMat.flatten().A[0], s = 20, c = 'blue', alpha = .5) #绘制样本点
    #设置标题,x轴label,y轴label
    axs0_title_text = axs[0].set_title(u'局部加权回归曲线,k=1.0',FontProperties=font)
    axs1_title_text = axs[1].set_title(u'局部加权回归曲线,k=0.01',FontProperties=font)
    axs2_title_text = axs[2].set_title(u'局部加权回归曲线,k=0.003',FontProperties=font)
    plt.setp(axs0_title_text, size=8, weight='bold', color='red')
    plt.setp(axs1_title_text, size=8, weight='bold', color='red')
    plt.setp(axs2_title_text, size=8, weight='bold', color='red')
    plt.xlabel('X')
    plt.show()

# 使用局部加权线性回归计算回归系数w
def lwlr(testPoint, xArr, yArr, k = 1.0):
    """
    Parameters:
        testPoint - 测试样本点
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
        k - 高斯核的k,自定义参数
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    m = np.shape(xMat)[0]
    weights = np.mat(np.eye((m)))                                       #创建权重对角矩阵
    for j in range(m):                                                  #遍历数据集计算每个样本的权重
        diffMat = testPoint - xMat[j, :]
        weights[j, j] = np.exp(diffMat * diffMat.T/(-2.0 * k**2))
    xTx = xMat.T * (weights * xMat)
    if np.linalg.det(xTx) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能求逆")
        return
    ws = xTx.I * (xMat.T * (weights * yMat))                            #计算回归系数
    return testPoint * ws

# 局部加权线性回归测试
def lwlrTest(testArr, xArr, yArr, k=1.0):
    """
    Parameters:
        testArr - 测试数据集
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
        k - 高斯核的k,自定义参数
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    m = np.shape(testArr)[0]                                            #计算测试数据集大小
    yHat = np.zeros(m)
    for i in range(m):                                                  #对每个样本点进行预测
        yHat[i] = lwlr(testArr[i],xArr,yArr,k)
    return yHat


if __name__ == '__main__':
    plotlwlrRegression()
```



使用3种不同平滑值绘出的局部加权线性回归结果。上图中的平滑参数k =1.0，中图k = 0.01，下图k = 0.003。可以看到，k = 1.0时的模型效果与最小二乘法差不多，k = 0.01时该模型可以挖出数据的潜在规律，而k = 0.003时则考虑了太多的噪声，进而导致了过拟合现象。

局部加权线性回归也存在一个问题，即增加了计算量，因为它对每个点做预测时都必须使用整个数据集。如果避免这些计算将可以减少程序运行时间，从而缓解因计算量增加带来的问题。

4、示例：预测鲍鱼的年龄

在abalone.txt文件中记录了鲍鱼（一种介壳类水生动物）的年龄，鲍鱼年龄可以从鲍鱼壳的层数推算得到。可以看一下数据。

abalone.txt - 记事本

文件(F) 编辑(E) 格式(O) 查看(V) 帮助(H)

1	0.455	0.365	0.095	0.514	0.2245	0.101	0.15	15
1	0.35	0.265	0.09	0.2255	0.0995	0.0485	0.07	7
-1	0.53	0.42	0.135	0.677	0.2565	0.1415	0.21	9
1	0.44	0.365	0.125	0.516	0.2155	0.114	0.155	10
0	0.33	0.255	0.08	0.205	0.0895	0.0395	0.055	7
0	0.425	0.3	0.095	0.3515	0.141	0.0775	0.12	8
-1	0.53	0.415	0.15	0.7775	0.237	0.1415	0.33	20
-1	0.545	0.425	0.125	0.768	0.294	0.1495	0.26	16
1	0.475	0.37	0.125	0.5095	0.2165	0.1125	0.165	9
-1	0.55	0.44	0.15	0.8945	0.3145	0.151	0.32	19
-1	0.525	0.38	0.14	0.6065	0.194	0.1475	0.21	14
1	0.43	0.35	0.11	0.406	0.1675	0.081	0.135	10
1	0.49	0.38	0.135	0.5415	0.2175	0.095	0.19	11
-1	0.535	0.405	0.145	0.6845	0.2725	0.171	0.205	10
-1	0.47	0.355	0.1	0.4755	0.1675	0.0805	0.185	10
1	0.5	0.4	0.13	0.6645	0.258	0.133	0.24	12
0	0.355	0.28	0.085	0.2905	0.095	0.0395	0.115	7
-1	0.44	0.34	0.1	0.451	0.188	0.087	0.13	10
1	0.365	0.295	0.08	0.2555	0.097	0.043	0.1	7
1	0.45	0.32	0.1	0.381	0.1705	0.075	0.115	9
1	0.355	0.28	0.095	0.2455	0.0955	0.062	0.075	11
0	0.38	0.275	0.1	0.2255	0.08	0.049	0.085	10
-1	0.565	0.44	0.155	0.9395	0.4275	0.214	0.27	12
-1	0.55	0.415	0.135	0.7635	0.318	0.21	0.2	9
-1	0.615	0.48	0.165	1.1615	0.513	0.301	0.305	10
-1	0.56	0.44	0.14	0.9285	0.3825	0.188	0.3	11
-1	0.58	0.45	0.185	0.9955	0.3945	0.272	0.285	11
1	0.59	0.445	0.14	0.931	0.356	0.234	0.28	12
1	0.605	0.475	0.18	0.9365	0.394	0.219	0.295	15
1	0.575	0.425	0.14	0.8635	0.393	0.227	0.2	11
1	0.58	0.47	0.165	0.9975	0.3935	0.242	0.33	10
-1	0.68	0.56	0.165	1.639	0.6055	0.2805	0.46	15
1	0.665	0.525	0.165	1.338	0.5515	0.3575	0.35	18

可以看到，数据集是多维的，所以很难画出它的分布情况，而且每个维度数据的代表的含义没有给出，不过最后一列是y值。

```
from matplotlib.font_manager import FontProperties
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# 加载数据
def loadDataSet(fileName):
    """
    Parameters:
        fileName - 文件名
    Returns:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    """
    numFeat = len(open(fileName).readline().split('\t')) - 1
    xArr = []; yArr = []
    fr = open(fileName)
    for line in fr.readlines():
        lineArr =[]
        curLine = line.strip().split('\t')
        for i in range(numFeat):
            lineArr.append(float(curLine[i]))
        xArr.append(lineArr)
        yArr.append(float(curLine[-1]))
    return xArr, yArr

# 使用局部加权线性回归计算回归系数w
def lwlr(testPoint, xArr, yArr, k = 1.0):
    """
    Parameters:
        testPoint - 测试样本点
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
        k - 高斯核的k,自定义参数
    Returns:
```

```
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    m = np.shape(xMat)[0]
    weights = np.mat(np.eye((m)))                                   #创建权重对角矩阵
    for j in range(m):                                              #遍历数据集计算每个样本的权重
        diffMat = testPoint - xMat[j, :]
        weights[j, j] = np.exp(diffMat * diffMat.T/(-2.0 * k**2))
    xTx = xMat.T * (weights * xMat)
    if np.linalg.det(xTx) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能求逆")
        return
    ws = xTx.I * (xMat.T * (weights * yMat))                        #计算回归系数
    return testPoint * ws

# 局部加权线性回归测试
def lwlrTest(testArr, xArr, yArr, k=1.0):
    """
    Parameters:
        testArr - 测试数据集,测试集
        xArr - x数据集,训练集
        yArr - y数据集,训练集
        k - 高斯核的k,自定义参数
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    m = np.shape(testArr)[0]                                        #计算测试数据集大小
    yHat = np.zeros(m)
    for i in range(m):                                              #对每个样本点进行预测
        yHat[i] = lwlr(testArr[i],xArr,yArr,k)
    return yHat

# 计算回归系数w
def standRegres(xArr,yArr):
    """
    Parameters:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    xTx = xMat.T * xMat                                             #根据文中推导的公示计算回归系数
    if np.linalg.det(xTx) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能求逆")
        return
    ws = xTx.I * (xMat.T*yMat)
    return ws


def rssError(yArr, yHatArr):
    """
    误差大小评价函数
    Parameters:
        yArr - 真实数据
        yHatArr - 预测数据
    Returns:
        误差大小
    """
    return ((yArr - yHatArr) **2).sum()


if __name__ == '__main__':
    abX, abY = loadDataSet('abalone.txt')
    print('训练集与测试集相同:局部加权线性回归,核k的大小对预测的影响:')
    yHat01 = lwlrTest(abX[0:99], abX[0:99], abY[0:99], 0.1)
    yHat1 = lwlrTest(abX[0:99], abX[0:99], abY[0:99], 1)
    yHat10 = lwlrTest(abX[0:99], abX[0:99], abY[0:99], 10)
    print('k=0.1时,误差大小为:',rssError(abY[0:99], yHat01.T))
    print('k=1  时,误差大小为:',rssError(abY[0:99], yHat1.T))
    print('k=10 时,误差大小为:',rssError(abY[0:99], yHat10.T))
    print('')
    print('训练集与测试集不同:局部加权线性回归,核k的大小是越小越好吗？更换数据集,测试结果如下:')
    yHat01 = lwlrTest(abX[100:199], abX[0:99], abY[0:99], 0.1)

```

```
    yHat1 = lwlrTest(abX[100:199], abX[0:99], abY[0:99], 1)
    yHat10 = lwlrTest(abX[100:199], abX[0:99], abY[0:99], 10)
    print('k=0.1时,误差大小为:',rssError(abY[100:199], yHat01.T))
    print('k=1  时,误差大小为:',rssError(abY[100:199], yHat1.T))
    print('k=10 时,误差大小为:',rssError(abY[100:199], yHat10.T))
    print('')
    print('训练集与测试集不同:简单的线性归回与k=1时的局部加权线性回归对比:')
    print('k=1时,误差大小为:', rssError(abY[100:199], yHat1.T))
    ws = standRegres(abX[0:99], abY[0:99])
    yHat = np.mat(abX[100:199]) * ws
    print('简单的线性回归误差大小:', rssError(abY[100:199], yHat.T.A))
```

```
>>>
训练集与测试集相同:局部加权线性回归,核k的大小对预测的影响:
k=0.1时,误差大小为: 56.78868743050092
k=1  时,误差大小为: 429.89056187038
k=10 时,误差大小为: 549.1181708827924

训练集与测试集不同:局部加权线性回归,核k的大小是越小越好吗？更换数据集,测试结果如下:
k=0.1时,误差大小为: 57913.51550155911
k=1  时,误差大小为: 573.5261441895982
k=10 时,误差大小为: 517.5711905381903

训练集与测试集不同:简单的线性归回与k=1时的局部加权线性回归对比:
k=1时,误差大小为: 573.5261441895982
简单的线性回归误差大小: 518.6363153245542
```

可以看到，当k=0.1时，训练集误差小，但是应用于新的数据集之后，误差反而变大了。这就是经常说道的 **过拟合现象**。我们训练的模型，我们要保证测试集准确率高，这样训练出的模型才可以应用于新的数据，也就是要加强模型的普适性。可以看到，当k=1时，局部加权线性回归和简单的线性回归得到的效果差不多。这也表明一点，必须在未知数据上比较效果才能选取到最佳模型。那么最佳的核大小是10吗？或许是，但如果想得到更好的效果，应该用10个不同的样本集做10次测试来比较结果。

本示例展示了如何使用局部加权线性回归来构建模型，可以得到比普通线性回归更好的效果。局部加权线性回归的问题在于，每次必须在整个数据集上运行。也就是说为了做出预测，必须保存所有的训练数据。

5、缩减系数来“理解”数据

如果数据的特征比样本点还多应该怎么办？是否还可以使用线性回归和之前的方法来做预测？答案是否定的，即不能再使用前面介绍的方法。这是因为在计算 $(X^TX)^{-1}$ 的时候会出错。如果特征比样本点还多（n > m），也就是说输入数据的矩阵X不是满秩矩阵，非满秩矩阵在求逆时会出现问题。

为了解决这个问题，统计学家引入了 **岭回归（ridge regression）** 的概念，这就是我们准备介绍的第一种缩减方法。接着是 **lasso法**，该方法效果很好但计算复杂。最后介绍了第二种缩减方法，称为 **前向逐步回归**，可以得到与lasso差不多的效果，且更容易实现。

1）岭回归

简单说来，岭回归就是在矩阵 X^TX 上加一个 λI 从而使得矩阵非奇异，进而能对 X^TX+ λI求逆。其中矩阵I是一个m×m的单位矩阵，对角线上元素全为1，其他元素全为0。而λ是一个用户定义的数值，后面会做介绍。在这种情况下，回归系数的计算公式将变成：

$$\hat{w} = (X^TX + \lambda I)^{-1}X^Ty$$

岭回归最先用来处理特征数多于样本数的情况，现在也用于在估计中加入偏差，从而得到更好的估计。这里通过引入λ来限制了所有w之和，通过引入该惩罚项，能够减少不重要的参数，这个技术在统计学中也叫做 **缩减（shrinkage）**。

> 岭回归中的岭是什么?
> 岭回归使用了单位矩阵乘以常量λ，观察其中的单位矩阵 I，可以看到值1贯穿整个对角线，其余元素全是0。形象地，在0构成的平面上有一条1组成的“岭”，这就是岭回归中的“岭”的由来。

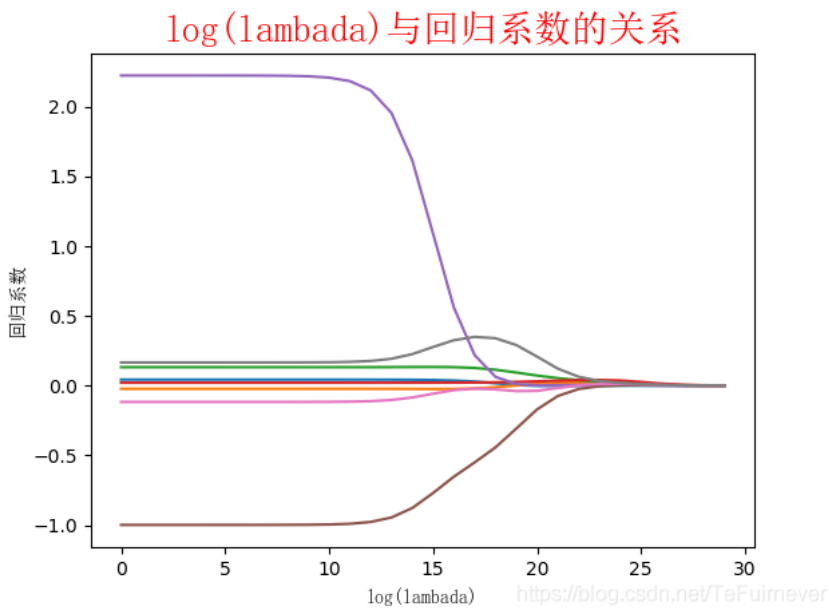
缩减方法可以去掉不重要的参数，因此能更好地理解数据。此外，与简单的线性回归相比，缩减法能取得更好的预测效果。

这里通过预测误差最小化得到λ：数据获取之后，首先抽一部分数据用于测试，剩余的作为训练集用于训练参数w。训练完毕后在测试集上测试预测性能。通过选取不同的λ来重复上述测试过程，最终得到一个使预测误差最小的λ。

```
from matplotlib.font_manager import FontProperties
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
import numpy as np

# 加载数据
def loadDataSet(fileName):
    """
    Parameters:
        fileName - 文件名
    Returns:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    """
    numFeat = len(open(fileName).readline().split('\t')) - 1
    xArr = []; yArr = []
    fr = open(fileName)
    for line in fr.readlines():
        lineArr =[]
        curLine = line.strip().split('\t')
        for i in range(numFeat):
            lineArr.append(float(curLine[i]))
        xArr.append(lineArr)
        yArr.append(float(curLine[-1]))
    return xArr, yArr

# 岭回归
def ridgeRegres(xMat, yMat, lam = 0.2):
    """
    Parameters:
        xMat - x数据集
        yMat - y数据集
        lam - 缩减系数
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    xTx = xMat.T * xMat
    denom = xTx + np.eye(np.shape(xMat)[1]) * lam
    if np.linalg.det(denom) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能转置")
        return
    ws = denom.I * (xMat.T * yMat)
    return ws

# 岭回归测试
def ridgeTest(xArr, yArr):
    """
    Parameters:
        xMat - x数据集
        yMat - y数据集
    Returns:
        wMat - 回归系数矩阵
    """
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    #数据标准化
    yMean = np.mean(yMat, axis = 0)                 #行与行操作，求均值
    yMat = yMat - yMean                             #数据减去均值
    xMeans = np.mean(xMat, axis = 0)                #行与行操作，求均值
    xVar = np.var(xMat, axis = 0)                   #行与行操作，求方差
    xMat = (xMat - xMeans) / xVar                   #数据减去均值除以方差实现标准化
    numTestPts = 30                                 #30个不同的lambda测试
    wMat = np.zeros((numTestPts, np.shape(xMat)[1])) #初始回归系数矩阵
    for i in range(numTestPts):                     #改变lambda计算回归系数
        ws = ridgeRegres(xMat, yMat, np.exp(i - 10)) #lambda以e的指数变化，最初是一个非常小的数，
        wMat[i, :] = ws.T                           #计算回归系数矩阵
    return wMat

# 绘制岭回归系数矩阵
def plotwMat():
    font = FontProperties(fname=r"c:\windows\fonts\simsun.ttc", size=14)
    abX, abY = loadDataSet('abalone.txt')
    redgeWeights = ridgeTest(abX, abY)
    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111)
    ax.plot(redgeWeights)
    ax_title_text = ax.set_title(u'log(lambada)与回归系数的关系', FontProperties = font)
    ax_xlabel_text = ax.set_xlabel(u'log(lambada)', FontProperties = font)

```

```
    ax_ylabel_text = ax.set_ylabel(u'回归系数', FontProperties = font)
    plt.setp(ax_title_text, size = 20, weight = 'bold', color = 'red')
    plt.setp(ax_xlabel_text, size = 10, weight = 'bold', color = 'black')
    plt.setp(ax_ylabel_text, size = 10, weight = 'bold', color = 'black')
    plt.show()


if __name__ == '__main__':
    plotwMat()
```



运行之后应该看到一个类似上图的结果图，该图绘出了回归系数与log(λ)的关系。在最左边，即λ最小时，可以得到所有系数的原始值（与线性回归一致）；而在右边，系数全部缩减成0；在中间部分的某值将可以取得最好的预测效果。为了定量地找到最佳参数值，还需要进行交叉验证。另外，要判断哪些变量对结果预测最具有影响力，在图中观察它们对应的系数大小就可以。

2）lasso

不难证明，在增加如下约束时，普通的最小二乘法回归会得到与岭回归的一样的公式：

$$\sum_{k=1}^{n} w_k^2 \leqslant \lambda$$

上式限定了所有回归系数的平方和不能大于λ。使用普通的最小二乘法回归在当两个或更多的特征相关时，可能会得出一个很大的正系数和一个很大的负系数。正是因为上述限制条件的存在，使用岭回归可以避免这个问题。

与岭回归类似，另一个缩减方法lasso也对回归系数做了限定，对应的约束条件如下：

$$\sum_{k=1}^{n} |w_k| \leqslant \lambda$$

唯一的不同点在于，这个约束条件使用绝对值取代了平方和。虽然约束形式只是稍作变化，结果却大相径庭：在λ足够小的时候，一些系数会因此被迫缩减到0，这个特性可以帮助我们更好地理解数据。这两个约束条件在公式上看起来相差无几，但细微的变化却极大地增加了计算复杂度（为了在这个新的约束条件下解出回归系数，需要使用二次规划算法）。

3）前向逐步回归

前向逐步回归算法可以得到与lasso差不多的效果，但更加简单。它属于一种贪心算法，即每一步都尽可能减少误差。一开始，所有的权重都设为1，然后每一步所做的决策是对某个权重增加或减少一个很小的值。

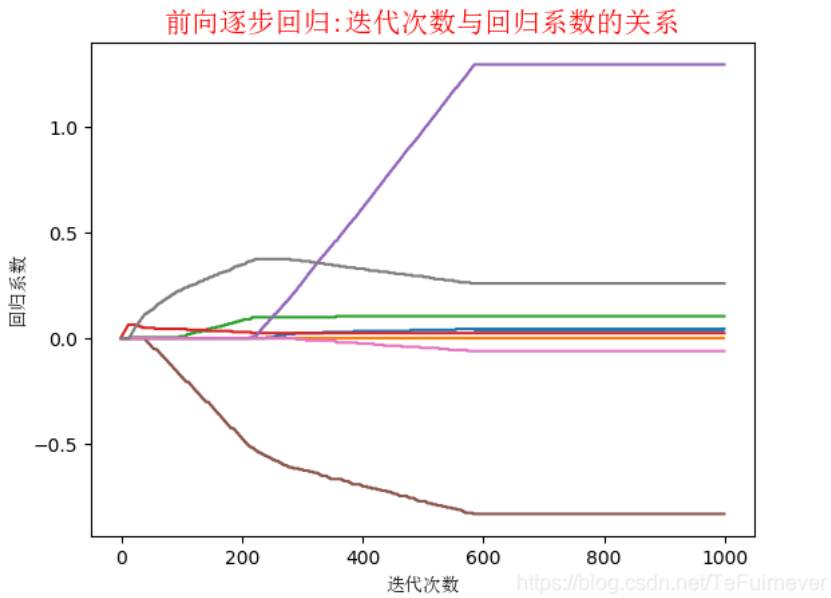
该算法的伪代码如下所示：

```
数据标准化，使其分布满足0均值和单位方差
在每轮迭代过程中：
        设置当前最小误差lowestError为正无穷
        对每个特征：
                增大或缩小：
                        改变一个系数得到一个新的W

                        计算新W下的误差
```

计算新W下的误差
如果误差Error小于当前最小误差lowestError：设置Wbest等于当前的W
将W设置为新的Wbest

```
from matplotlib.font_manager import FontProperties
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# 加载数据
def loadDataSet(fileName):
    """
    Parameters:
        fileName - 文件名
    Returns:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    """
    numFeat = len(open(fileName).readline().split('\t')) - 1
    xArr = []; yArr = []
    fr = open(fileName)
    for line in fr.readlines():
        lineArr =[]
        curLine = line.strip().split('\t')
        for i in range(numFeat):
            lineArr.append(float(curLine[i]))
        xArr.append(lineArr)
        yArr.append(float(curLine[-1]))
    return xArr, yArr

# 数据标准化
def regularize(xMat, yMat):
    """
    Parameters:
        xMat - x数据集
        yMat - y数据集
    Returns:
        inxMat - 标准化后的x数据集
        inyMat - 标准化后的y数据集
    """
    inxMat = xMat.copy()                #数据拷贝
    inyMat = yMat.copy()
    yMean = np.mean(yMat, 0)            #行与行操作，求均值
    inyMat = yMat - yMean               #数据减去均值
    inMeans = np.mean(inxMat, 0)        #行与行操作，求均值
    inVar = np.var(inxMat, 0)           #行与行操作，求方差
    inxMat = (inxMat - inMeans) / inVar #数据减去均值除以方差实现标准化
    return inxMat, inyMat

# 计算平方误差
def rssError(yArr,yHatArr):
    """
    Parameters:
        yArr - 预测值
        yHatArr - 真实值
    Returns:
    """
    return ((yArr-yHatArr)**2).sum()

# 前向逐步线性回归
def stageWise(xArr, yArr, eps = 0.01, numIt = 100):
    """
    Parameters:
        xArr - x输入数据
        yArr - y预测数据
        eps - 每次迭代需要调整的步长
        numIt - 迭代次数
    Returns:
        returnMat - numIt次迭代的回归系数矩阵
    """
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T    #数据集
    xMat, yMat = regularize(xMat, yMat)           #数据标准化
    m, n = np.shape(xMat)
    returnMat = np.zeros((numIt, n))              #初始化numIt次迭代的回归系数矩阵
    ws = np.zeros((n, 1))                         #初始化回归系数矩阵

```

```
    wsTest = ws.copy()
    wsMax = ws.copy()
    for i in range(numIt):                          #迭代numIt次
        # print(ws.T)                               #打印当前回归系数矩阵
        lowestError = float('inf');                 #正无穷
        for j in range(n):                          #遍历每个特征的回归系数
            for sign in [-1, 1]:
                wsTest = ws.copy()
                wsTest[j] += eps * sign             #微调回归系数
                yTest = xMat * wsTest               #计算预测值
                rssE = rssError(yMat.A, yTest.A) #计算平方误差
                if rssE < lowestError:              #如果误差更小，则更新当前的最佳回归系数
                    lowestError = rssE
                    wsMax = wsTest
        ws = wsMax.copy()
        returnMat[i,:] = ws.T                       #记录numIt次迭代的回归系数矩阵
    return returnMat

# 绘制岭回归系数矩阵
def plotstageWiseMat():
    font = FontProperties(fname=r"c:\windows\fonts\simsun.ttc", size=14)
    xArr, yArr = loadDataSet('abalone.txt')
    returnMat = stageWise(xArr, yArr, 0.005, 1000)
    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111)
    ax.plot(returnMat)
    ax_title_text = ax.set_title(u'前向逐步回归:迭代次数与回归系数的关系', FontProperties = font)
    ax_xlabel_text = ax.set_xlabel(u'迭代次数', FontProperties = font)
    ax_ylabel_text = ax.set_ylabel(u'回归系数', FontProperties = font)
    plt.setp(ax_title_text, size = 15, weight = 'bold', color = 'red')
    plt.setp(ax_xlabel_text, size = 10, weight = 'bold', color = 'black')
    plt.setp(ax_ylabel_text, size = 10, weight = 'bold', color = 'black')
    plt.show()


if __name__ == '__main__':
    plotstageWiseMat()
```



逐步线性回归算法的实际好处并不在于能绘出这样漂亮的图，主要的优点在于它可以帮助人们理解现有的模型并做出改进。当构建了一个模型后，可以运行该算法找出重要的特征，这样就有可能及时停止对那些不重要特征的收集。最后，如果用于测试，该算法每100次迭代后就可以构建出一个模型，可以使用类似于10折交叉验证的方法比较这些模型，最终选择使误差最小的模型。

当应用缩减方法（如逐步线性回归或岭回归）时，模型也就增加了偏差（bias），与此同时却减小了模型的方差。下一节将揭示这些概念之间的关系并分析它们对结果的影响。

6、示例：预测乐高玩具套装的价格

你对乐高（LEGO）品牌的玩具了解吗？乐高公司生产拼装类玩具，由很多大小不同的塑料插块组成。这些塑料插块的设计非常出色，不需要任何粘合剂就可以随意拼装起来。除了简单玩具之外，乐高玩具在一些成人中也很流行。一般来说，这些插块都成套出售，它们可以拼装成很多不同的东西，如船、城堡、一些著名建筑，等等。乐高公司每个套装包含的部件数目从10件到5000件不等。一种乐高套装基本上在几年后就会停产，但乐高的收藏者之间仍会在停产后彼此交易。Dangler喜欢为乐高套装估价，下面将用本章的回归技术帮助他建立一个预测模型。

> 示例：用回归法预测乐高套装的价格
> (1) 收集数据：用Google Shopping的API收集数据。
> (2) 准备数据：从返回的JSON数据中抽取价格。
> (3) 分析数据：可视化并观察数据。
> (4) 训练算法：构建不同的模型，采用逐步线性回归和直接的线性回归模型。
> (5) 测试算法：使用交叉验证来测试不同的模型，分析哪个效果最好。
> (6) 使用算法：这次练习的目标就是生成数据模型。

1）收集数据

```
from bs4 import BeautifulSoup

# 从页面读取数据，生成retX和retY列表
def scrapePage(retX, retY, inFile, yr, numPce, origPrc):
    """
    Parameters:
        retX - 数据X
        retY - 数据Y
        inFile - HTML文件
        yr - 年份
        numPce - 乐高部件数目
        origPrc - 原价
    Returns:
        无
    """
    # 打开并读取HTML文件
    with open(inFile, encoding='utf-8') as f:
        html = f.read()
    soup = BeautifulSoup(html)
    i = 1
    # 根据HTML页面结构进行解析
    currentRow = soup.find_all('table', r="%d" % i)
    while (len(currentRow) != 0):
        currentRow = soup.find_all('table', r="%d" % i)
        title = currentRow[0].find_all('a')[1].text
        lwrTitle = title.lower()
        # 查找是否有全新标签
        if (lwrTitle.find('new') > -1) or (lwrTitle.find('nisb') > -1):
            newFlag = 1.0
        else:
            newFlag = 0.0
        # 查找是否已经标志出售，我们只收集已出售的数据
        soldUnicde = currentRow[0].find_all('td')[3].find_all('span')
        if len(soldUnicde) == 0:
            print("商品 #%d 没有出售" % i)
        else:
            # 解析页面获取当前价格
            soldPrice = currentRow[0].find_all('td')[4]
            priceStr = soldPrice.text
            priceStr = priceStr.replace('$', '')
            priceStr = priceStr.replace(',', '')
            if len(soldPrice) > 1:
                priceStr = priceStr.replace('Free shipping', '')
            sellingPrice = float(priceStr)
            # 去掉不完整的套装价格
            if sellingPrice > origPrc * 0.5:
                print("%d\t%d\t%d\t%f\t%f" % (yr, numPce, newFlag, origPrc, sellingPrice))
                retX.append([yr, numPce, newFlag, origPrc])
                retY.append(sellingPrice)
        i += 1
        currentRow = soup.find_all('table', r="%d" % i)

# 依次读取六种乐高套装的数据，并生成数据矩阵
def setDataCollect(retX, retY):
```

```
        # 2006年的乐高8288,部件数目800,原价49.99
        scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego8288.html', 2006, 800, 49.99)
        # 2002年的乐高10030,部件数目3096,原价269.99
        scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10030.html', 2002, 3096, 269.99)
        # 2007年的乐高10179,部件数目5195,原价499.99
        scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10179.html', 2007, 5195, 499.99)
        # 2007年的乐高10181,部件数目3428,原价199.99
        scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10181.html', 2007, 3428, 199.99)
        # 2008年的乐高10189,部件数目5922,原价299.99
        scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10189.html', 2008, 5922, 299.99)
        # 2009年的乐高10196,部件数目3263,原价249.99
        scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10196.html', 2009, 3263, 249.99)


if __name__ == '__main__':
    lgX = []
    lgY = []
    setDataCollect(lgX, lgY)
```

部分结果如下：

```
2008    5922    0    299.990000    510.000000
2008    5922    0    299.990000    423.000000
商品 #6 没有出售
商品 #7 没有出售
2008    5922    1    299.990000    599.990000
商品 #9 没有出售
2008    5922    1    299.990000    589.990000
2008    5922    1    299.990000    569.990000
2008    5922    1    299.990000    529.990000
2008    5922    0    299.990000    500.000000
2008    5922    1    299.990000    549.950000
2008    5922    0    299.990000    300.000000
商品 #16 没有出售
2009    3263    1    249.990000    380.000000
2009    3263    1    249.990000    399.000000
2009    3263    1    249.990000    427.990000
2009    3263    0    249.990000    360.000000
商品 #5 没有出售
商品 #6 没有出售
2009    3263    1    249.990000    399.000000
2009    3263    1    249.990000    399.950000
2009    3263    1    249.990000    499.990000
商品 #10 没有出售
2009    3263    0    249.990000    399.950000
商品 #12 没有出售
2009    3263    1    249.990000    331.510000
```


我们对没有的商品做了处理。这些特征分别为：出品年份、部件数目、是否为全新、原价、售价（二手交易）。

2）训练算法：建立模型

上一节从网上收集到了一些真实的数据，下面将为这些数据构建一个模型。构建出的模型可以对售价做出预测，并帮助我们理解现有数据。

```
import numpy as np
from bs4 import BeautifulSoup

# 页面读取数据，生成retX和retY列表
def scrapePage(retX, retY, inFile, yr, numPce, origPrc):
    """
    Parameters:
        retX - 数据X
        retY - 数据Y
        inFile - HTML文件
        yr - 年份
        numPce - 乐高部件数目
        origPrc - 原价
    Returns:
        无
    """
    # 打开并读取HTML文件
    with open(inFile, encoding='utf-8') as f:
        html = f.read()
```

```
    soup = BeautifulSoup(html)
    i = 1
    # 根据HTML页面结构进行解析
    currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)
    while(len(currentRow) != 0):
        currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)
        title = currentRow[0].find_all('a')[1].text
        lwrTitle = title.lower()
        # 查找是否有全新标签
        if (lwrTitle.find('new') > -1) or (lwrTitle.find('nisb') > -1):
            newFlag = 1.0
        else:
            newFlag = 0.0
        # 查找是否已经标志出售，我们只收集已出售的数据
        soldUnicde = currentRow[0].find_all('td')[3].find_all('span')
        if len(soldUnicde) == 0:
            print("商品 #%d 没有出售" % i)
        else:
            # 解析页面获取当前价格
            soldPrice = currentRow[0].find_all('td')[4]
            priceStr = soldPrice.text
            priceStr = priceStr.replace('$','')
            priceStr = priceStr.replace(',','')
            if len(soldPrice) > 1:
                priceStr = priceStr.replace('Free shipping', '')
            sellingPrice = float(priceStr)
            # 去掉不完整的套装价格
            if  sellingPrice > origPrc * 0.5:
                print("%d\t%d\t%d\t%f\t%f" % (yr, numPce, newFlag, origPrc, sellingPrice))
                retX.append([yr, numPce, newFlag, origPrc])
                retY.append(sellingPrice)
        i += 1
        currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)

# 依次读取六种乐高套装的数据，并生成数据矩阵
def setDataCollect(retX, retY):
        # 2006年的乐高8288,部件数目800,原价49.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego8288.html', 2006, 800, 49.99)
    # 2002年的乐高10030,部件数目3096,原价269.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10030.html', 2002, 3096, 269.99)
    # 2007年的乐高10179,部件数目5195,原价499.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10179.html', 2007, 5195, 499.99)
    # 2007年的乐高10181,部件数目3428,原价199.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10181.html', 2007, 3428, 199.99)
    # 2008年的乐高10189,部件数目5922,原价299.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10189.html', 2008, 5922, 299.99)
    # 2009年的乐高10196,部件数目3263,原价249.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10196.html', 2009, 3263, 249.99)

# 数据标准化
def regularize(xMat, yMat):
    """
    Parameters:
        xMat - x数据集
        yMat - y数据集
    Returns:
        inxMat - 标准化后的x数据集
        inyMat - 标准化后的y数据集
    """
    inxMat = xMat.copy()                #数据拷贝
    inyMat = yMat.copy()
    yMean = np.mean(yMat, 0)            #行与行操作，求均值
    inyMat = yMat - yMean               #数据减去均值
    inMeans = np.mean(inxMat, 0)        #行与行操作，求均值
    inVar = np.var(inxMat, 0)           #行与行操作，求方差
    # print(inxMat)
    print(inMeans)
    # print(inVar)
    inxMat = (inxMat - inMeans) / inVar #数据减去均值除以方差实现标准化
    return inxMat, inyMat

# 计算平方误差

```

```python
def rssError(yArr,yHatArr):
    """
    Parameters:
        yArr - 预测值
        yHatArr - 真实值
    Returns:

    """
    return ((yArr-yHatArr)**2).sum()

# 计算回归系数w
def standRegres(xArr,yArr):
    """
    Parameters:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    xTx = xMat.T * xMat                              #根据文中推导的公示计算回归系数
    if np.linalg.det(xTx) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能转置")
        return
    ws = xTx.I * (xMat.T*yMat)
    return ws

 # 使用简单的线性回归
def useStandRegres():
    lgX = []
    lgY = []
    setDataCollect(lgX, lgY)
    data_num, features_num = np.shape(lgX)
    lgX1 = np.mat(np.ones((data_num, features_num + 1)))
    lgX1[:, 1:5] = np.mat(lgX)
    ws = standRegres(lgX1, lgY)
    print('%f%+f*年份%+f*部件数量%+f*是否为全新%+f*原价' % (ws[0],ws[1],ws[2],ws[3],ws[4]))


if __name__ == '__main__':
    useStandRegres()
```

```
商品 #2 没有出售
2008    5922    1    299.990000    599.950000
2008    5922    0    299.990000    510.000000
2008    5922    0    299.990000    423.000000
商品 #6 没有出售
商品 #7 没有出售
2008    5922    1    299.990000    599.990000
商品 #9 没有出售
2008    5922    1    299.990000    589.990000
2008    5922    1    299.990000    569.990000
2008    5922    1    299.990000    529.990000
2008    5922    0    299.990000    500.000000
2008    5922    1    299.990000    549.950000
2008    5922    0    299.990000    300.000000
商品 #16 没有出售
2009    3263    1    249.990000    380.000000
2009    3263    1    249.990000    399.000000
2009    3263    1    249.990000    427.990000
2009    3263    0    249.990000    360.000000
商品 #5 没有出售
商品 #6 没有出售
2009    3263    1    249.990000    399.000000
2009    3263    1    249.990000    399.950000
2009    3263    1    249.990000    499.990000
商品 #10 没有出售
2009    3263    0    249.990000    399.950000
商品 #12 没有出售
2009    3263    1    249.990000    331.510000
55319.970081-27.592822*年份-0.026839*部件数量-11.220848*是否为全新-2.576041*原价
```

这个模型的预测效果非常好，但模型本身并不能令人满意。它对于数据拟合得很好，但看上去没有什么道理。从公式看，套装里零部件越多售价反而会越低。另外，该公式对新套装也有一定的惩罚。

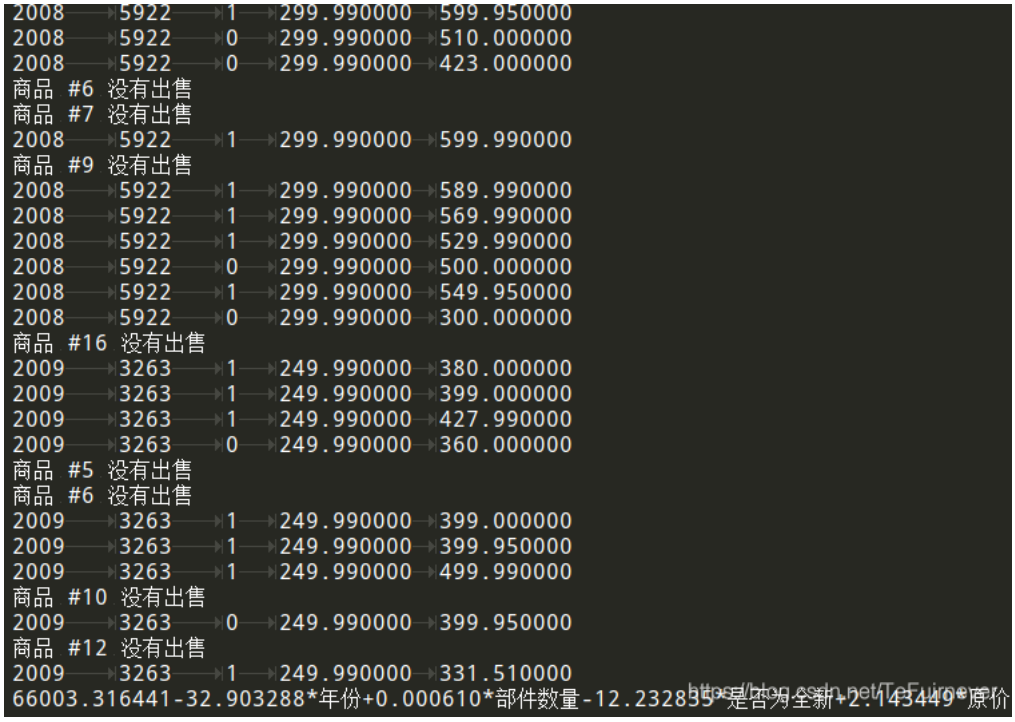
```
55319.970081-27.592822*年份-0.026839*部件数量-11.220848*是否为全新+2.576041*原价
```

下面使用缩减法中一种，即岭回归再进行一次实验，通过交叉验证，找到使误差最小的λ对应的回归系数。

```
import numpy as np
from bs4 import BeautifulSoup
import random

# 从页面读取数据，生成retX和retY列表
def scrapePage(retX, retY, inFile, yr, numPce, origPrc):
    """
    Parameters:
        retX - 数据X
        retY - 数据Y
        inFile - HTML文件
        yr - 年份
        numPce - 乐高部件数目
        origPrc - 原价
    Returns:
        无
    """
    # 打开并读取HTML文件
    with open(inFile, encoding='utf-8') as f:
        html = f.read()
    soup = BeautifulSoup(html)
    i = 1
    # 根据HTML页面结构进行解析
    currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)
    while(len(currentRow) != 0):
        currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)
        title = currentRow[0].find_all('a')[1].text
        lwrTitle = title.lower()
        # 查找是否有全新标签
        if (lwrTitle.find('new') > -1) or (lwrTitle.find('nisb') > -1):
            newFlag = 1.0
        else:
            newFlag = 0.0
        # 查找是否已经标志出售，我们只收集已出售的数据
        soldUnicde = currentRow[0].find_all('td')[3].find_all('span')
        if len(soldUnicde) == 0:
            print("商品 #%d 没有出售" % i)
        else:
            # 解析页面获取当前价格
            soldPrice = currentRow[0].find_all('td')[4]
            priceStr = soldPrice.text
            priceStr = priceStr.replace('$','')
            priceStr = priceStr.replace(',','')
            if len(soldPrice) > 1:
                priceStr = priceStr.replace('Free shipping', '')
            sellingPrice = float(priceStr)
            # 去掉不完整的套装价格
            if  sellingPrice > origPrc * 0.5:
                print("%d\t%d\t%d\t%f\t%f" % (yr, numPce, newFlag, origPrc, sellingPrice))
                retX.append([yr, numPce, newFlag, origPrc])
                retY.append(sellingPrice)
        i += 1
        currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)

# 岭回归
def ridgeRegres(xMat, yMat, lam = 0.2):
    """
    Parameters:
        xMat - x数据集
        yMat - y数据集
        lam - 缩减系数
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    xTx = xMat.T * xMat
    denom = xTx + np.eye(np.shape(xMat)[1]) * lam
    if np.linalg.det(denom) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能转置")
```

```
        return
    ws = denom.I * (xMat.T * yMat)
    return ws

# 依次读取六种乐高套装的数据，并生成数据矩阵
def setDataCollect(retX, retY):
        # 2006年的乐高8288,部件数目800,原价49.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego8288.html', 2006, 800, 49.99)
    # 2002年的乐高10030,部件数目3096,原价269.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10030.html', 2002, 3096, 269.99)
    # 2007年的乐高10179,部件数目5195,原价499.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10179.html', 2007, 5195, 499.99)
    # 2007年的乐高10181,部件数目3428,原价199.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10181.html', 2007, 3428, 199.99)
    # 2008年的乐高10189,部件数目5922,原价299.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10189.html', 2008, 5922, 299.99)
    # 2009年的乐高10196,部件数目3263,原价249.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10196.html', 2009, 3263, 249.99)

# 数据标准化
def regularize(xMat, yMat):
    """
    Parameters:
        xMat - x数据集
        yMat - y数据集
    Returns:
        inxMat - 标准化后的x数据集
        inyMat - 标准化后的y数据集
    """
    inxMat = xMat.copy()                #数据拷贝
    inyMat = yMat.copy()
    yMean = np.mean(yMat, 0)            #行与行操作，求均值
    inyMat = yMat - yMean               #数据减去均值
    inMeans = np.mean(inxMat, 0)        #行与行操作，求均值
    inVar = np.var(inxMat, 0)           #行与行操作，求方差
    # print(inxMat)
    print(inMeans)
    # print(inVar)
    inxMat = (inxMat - inMeans) / inVar #数据减去均值除以方差实现标准化
    return inxMat, inyMat

# 计算平方误差
def rssError(yArr,yHatArr):
    """
    Parameters:
        yArr - 预测值
        yHatArr - 真实值
    Returns:

    """
    return ((yArr-yHatArr)**2).sum()

# 计算回归系数w
def standRegres(xArr,yArr):
    """
    Parameters:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    xTx = xMat.T * xMat                             #根据文中推导的公示计算回归系数
    if np.linalg.det(xTx) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能转置")
        return
    ws = xTx.I * (xMat.T*yMat)
    return ws

# 交叉验证岭回归
def crossValidation(xArr, yArr, numVal = 10):
    """
    Parameters:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
```

```
        numVal - 交叉验证次数
    Returns:
        wMat - 回归系数矩阵
    """
    m = len(yArr)                                           #统计样本个数
    indexList = list(range(m))                              #生成索引值列表
    errorMat = np.zeros((numVal,30))                        #create error mat 30columns numVal rows
    for i in range(numVal):                                 #交叉验证numVal次
        trainX = []; trainY = []                            #训练集
        testX = []; testY = []                              #测试集
        random.shuffle(indexList)                           #打乱次序
        for j in range(m):                                  #划分数据集:90%训练集，10%测试集
            if j < m * 0.9:
                trainX.append(xArr[indexList[j]])
                trainY.append(yArr[indexList[j]])
            else:
                testX.append(xArr[indexList[j]])
                testY.append(yArr[indexList[j]])
        wMat = ridgeTest(trainX, trainY)                    #获得30个不同lambda下的岭回归系数
        for k in range(30):                                 #遍历所有的岭回归系数
            matTestX = np.mat(testX); matTrainX = np.mat(trainX)    #测试集
            meanTrain = np.mean(matTrainX,0)                #测试集均值
            varTrain = np.var(matTrainX,0)                  #测试集方差
            matTestX = (matTestX - meanTrain) / varTrain    #测试集标准化
            yEst = matTestX * np.mat(wMat[k,:]).T + np.mean(trainY) #根据ws预测y值
            errorMat[i, k] = rssError(yEst.T.A, np.array(testY))    #统计误差
    meanErrors = np.mean(errorMat,0)                        #计算每次交叉验证的平均误差
    minMean = float(min(meanErrors))                        #找到最小误差
    bestWeights = wMat[np.nonzero(meanErrors == minMean)]   #找到最佳回归系数
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    meanX = np.mean(xMat,0); varX = np.var(xMat,0)
    unReg = bestWeights / varX                              #数据经过标准化，因此需要还原
    print('%f%+f*年份%+f*部件数量%+f*是否为全新%+f*原价' % ((-1 * np.sum(np.multiply(meanX,unReg)) + np.mean(yMat)), unReg[0,0], u

# 岭回归测试
def ridgeTest(xArr, yArr):
    """
    Parameters:
        xMat - x数据集
        yMat - y数据集
    Returns:
        wMat - 回归系数矩阵
    """
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    #数据标准化
    yMean = np.mean(yMat, axis = 0)                 #行与行操作，求均值
    yMat = yMat - yMean                             #数据减去均值
    xMeans = np.mean(xMat, axis = 0)                #行与行操作，求均值
    xVar = np.var(xMat, axis = 0)                   #行与行操作，求方差
    xMat = (xMat - xMeans) / xVar                   #数据减去均值除以方差实现标准化
    numTestPts = 30                                 #30个不同的lambda测试
    wMat = np.zeros((numTestPts, np.shape(xMat)[1])) #初始回归系数矩阵
    for i in range(numTestPts):                     #改变lambda计算回归系数
        ws = ridgeRegres(xMat, yMat, np.exp(i - 10)) #lambda以e的指数变化，最初是一个非常小的数，
        wMat[i, :] = ws.T                           #计算回归系数矩阵
    return wMat


if __name__ == '__main__':
    lgX = []
    lgY = []
    setDataCollect(lgX, lgY)
    crossValidation(lgX, lgY)
```



这里随机选取样本，因为其随机性，所以每次运行的结果可能略有不同。不过整体如上图所示，可以看出，它与常规的最小二乘法，即普通的线性回归没有太大差异。我们本期望找到一个更易于理解的模型，显然没有达到预期效果。

现在，我们看一下在缩减过程中回归系数是如何变化的。编写代码如下：

```
import numpy as np
from bs4 import BeautifulSoup
import random

# 从页面读取数据，生成retX和retY列表
def scrapePage(retX, retY, inFile, yr, numPce, origPrc):
    """
    Parameters:
        retX - 数据X
        retY - 数据Y
        inFile - HTML文件
        yr - 年份
        numPce - 乐高部件数目
        origPrc - 原价
    Returns:
        无
    """
    # 打开并读取HTML文件
    with open(inFile, encoding='utf-8') as f:
        html = f.read()
    soup = BeautifulSoup(html)
    i = 1
    # 根据HTML页面结构进行解析
    currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)
    while(len(currentRow) != 0):
        currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)
        title = currentRow[0].find_all('a')[1].text
        lwrTitle = title.lower()
        # 查找是否有全新标签
        if (lwrTitle.find('new') > -1) or (lwrTitle.find('nisb') > -1):
            newFlag = 1.0
        else:
            newFlag = 0.0
        # 查找是否已经标志出售，我们只收集已出售的数据
        soldUnicde = currentRow[0].find_all('td')[3].find_all('span')
        if len(soldUnicde) == 0:
            print("商品 #%d 没有出售" % i)
        else:
            # 解析页面获取当前价格
            soldPrice = currentRow[0].find_all('td')[4]

```

```
            priceStr = soldPrice.text
            priceStr = priceStr.replace('$','')
            priceStr = priceStr.replace(',','')
            if len(soldPrice) > 1:
                priceStr = priceStr.replace('Free shipping', '')
            sellingPrice = float(priceStr)
            # 去掉不完整的套装价格
            if  sellingPrice > origPrc * 0.5:
                print("%d\t%d\t%d\t%f\t%f" % (yr, numPce, newFlag, origPrc, sellingPrice))
                retX.append([yr, numPce, newFlag, origPrc])
                retY.append(sellingPrice)
        i += 1
        currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)

# 岭回归
def ridgeRegres(xMat, yMat, lam = 0.2):
    """
    Parameters:
        xMat - x数据集
        yMat - y数据集
        lam - 缩减系数
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    xTx = xMat.T * xMat
    denom = xTx + np.eye(np.shape(xMat)[1]) * lam
    if np.linalg.det(denom) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能转置")
        return
    ws = denom.I * (xMat.T * yMat)
    return ws

# 依次读取六种乐高套装的数据，并生成数据矩阵
def setDataCollect(retX, retY):
        # 2006年的乐高8288,部件数目800,原价49.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego8288.html', 2006, 800, 49.99)
    # 2002年的乐高10030,部件数目3096,原价269.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10030.html', 2002, 3096, 269.99)
    # 2007年的乐高10179,部件数目5195,原价499.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10179.html', 2007, 5195, 499.99)
    # 2007年的乐高10181,部件数目3428,原价199.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10181.html', 2007, 3428, 199.99)
    # 2008年的乐高10189,部件数目5922,原价299.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10189.html', 2008, 5922, 299.99)
    # 2009年的乐高10196,部件数目3263,原价249.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10196.html', 2009, 3263, 249.99)

# 数据标准化
def regularize(xMat, yMat):
    """
    Parameters:
        xMat - x数据集
        yMat - y数据集
    Returns:
        inxMat - 标准化后的x数据集
        inyMat - 标准化后的y数据集
    """
    inxMat = xMat.copy()                #数据拷贝
    inyMat = yMat.copy()
    yMean = np.mean(yMat, 0)            #行与行操作，求均值
    inyMat = yMat - yMean               #数据减去均值
    inMeans = np.mean(inxMat, 0)        #行与行操作，求均值
    inVar = np.var(inxMat, 0)           #行与行操作，求方差
    # print(inxMat)
    print(inMeans)
    # print(inVar)
    inxMat = (inxMat - inMeans) / inVar #数据减去均值除以方差实现标准化
    return inxMat, inyMat

# 计算平方误差
def rssError(yArr,yHatArr):
    """
    Parameters:
        yArr - 预测值
        yHatArr - 真实值
```

```
        yHatArr - 预测值
    Returns:

    """
    return ((yArr-yHatArr)**2).sum()

# 计算回归系数w
def standRegres(xArr,yArr):
    """
    Parameters:
        xArr - x数据集
        yArr - y数据集
    Returns:
        ws - 回归系数
    """
    xMat = np.mat(xArr); yMat = np.mat(yArr).T
    xTx = xMat.T * xMat                             #根据文中推导的公示计算回归系数
    if np.linalg.det(xTx) == 0.0:
        print("矩阵为奇异矩阵,不能转置")
        return
    ws = xTx.I * (xMat.T*yMat)
    return ws

# 岭回归测试
def ridgeTest(xArr, yArr):
    """
    Parameters:
        xMat - x数据集
        yMat - y数据集
    Returns:
        wMat - 回归系数矩阵
    """
    xMat = np.mat(xArr);
    yMat = np.mat(yArr).T
    # 数据标准化
    yMean = np.mean(yMat, axis=0)                                   # 行与行操作，求均值
    yMat = yMat - yMean                                                 # 数据减去均值
    xMeans = np.mean(xMat, axis=0)                                # 行与行操作，求均值
    xVar = np.var(xMat, axis=0)                                     # 行与行操作，求方差
    xMat = (xMat - xMeans) / xVar                                   # 数据减去均值除以方差实现标准化
    numTestPts = 30                                                     # 30个不同的lambda测试
    wMat = np.zeros((numTestPts, np.shape(xMat)[1])) # 初始回归系数矩阵
    for i in range(numTestPts):                                     # 改变lambda计算回归系数
        ws = ridgeRegres(xMat, yMat, np.exp(i - 10)) # lambda以e的指数变化，最初是一个非常小的数，
        wMat[i, :] = ws.T                                               # 计算回归系数矩阵
    return wMat


if __name__ == '__main__':
    lgX = []
    lgY = []
    setDataCollect(lgX, lgY)
    print(ridgeTest(lgX, lgY))
```

```
[-1.44450432e+02  8.55488076e+02 -1.35089285e+00  4.00885735e+04]
[-1.37402474e+02  1.64217093e+03  1.95840783e+00  3.44932120e+04]
[-1.24750588e+02  1.44326171e+03  7.62540167e+00  2.50647592e+04]
[-1.10234679e+02  8.81842164e+02  1.40617304e+01  1.43874420e+04]
[-9.96484167e+01  4.17805568e+02  1.87140361e+01  6.66770425e+03]
[-9.40345090e+01  1.71289137e+02  2.10844952e+01  2.71206176e+03]
[-9.11400659e+01  6.57287394e+01  2.20487105e+01  1.03800465e+03]
[-8.86246985e+01  2.45452725e+01  2.23181664e+01  3.87564774e+02]
[-8.41447674e+01  9.05861459e+00  2.21495534e+01  1.43313895e+02]
[-7.44804291e+01  3.31863501e+00  2.14607512e+01  5.27810178e+01]
[-5.68008473e+01  1.20770663e+00  2.00168153e+01  1.93999701e+01]
[-3.43546503e+01  4.38238026e-01  1.77836684e+01  7.12719906e+00]
[-1.62951276e+01  1.59882766e-01  1.48514658e+01  2.62234165e+00]
[-6.48291858e+00  5.89025383e-02  1.09847950e+01  9.67404902e-01]
[-2.35268585e+00  2.18391027e-02  6.61152257e+00  3.57478187e-01]
[-8.35001919e-01  8.09519290e-03  3.19552087e+00  1.32007993e-01]
[-2.99711902e-01  2.99108326e-03  1.33043325e+00  4.86659524e-02]
[-1.08982743e-01  1.10249682e-03  5.14449554e-01  1.79199150e-02]
[-3.99038878e-02  4.05898142e-04  1.92885670e-01  6.59479857e-03]
[-1.46534283e-02  1.49365062e-04  7.14631760e-02  2.42642878e-03]
[-5.38707897e-03  5.49542829e-05  2.63587872e-02  8.92679468e-04]
[-1.98130399e-03  2.02173589e-05  9.70622185e-03  3.28404700e-04]
[-7.28814363e-04  7.43766021e-06  3.57198872e-03  1.20814188e-04]
[-2.68106796e-04  2.73617711e-06  1.31423307e-03  4.44451712e-05]
[-9.86297565e-05  1.00658531e-06  4.83502591e-04  1.63504803e-05]
[-3.62836944e-05  3.70302314e-07  1.77873811e-04  6.01500768e-06]
[-1.33480028e-05  1.36226645e-07  6.54365445e-05  2.21279795e-06]
[-4.91045279e-06  5.01149871e-08  2.40728171e-05  8.14042912e-07]]
```

这些系数是经过不同程度的缩减得到的。首先看第1行，第4项比第2项的系数大5倍，比第1项大57倍。这样看来，如果只能选择一个特征来做预测的话，我们应该选择第4个特征，也就是原始价格。如果可以选择2个特征的话，应该选择第4个和第2个特征。

这种分析方法使得我们可以挖掘大量数据的内在规律。在仅有4个特征时，该方法的效果也许并不明显；但如果有100个以上的特征，该方法就会变得十分有效：它可以指出哪个特征是关键的，而哪些特征是不重要的。

7、Sklearn构建岭回归

```python
import numpy as np
from bs4 import BeautifulSoup
import random

# 从页面读取数据，生成retX和retY列表
def scrapePage(retX, retY, inFile, yr, numPce, origPrc):
    """
    Parameters:
        retX - 数据X
        retY - 数据Y
        inFile - HTML文件
        yr - 年份
        numPce - 乐高部件数目
        origPrc - 原价
    Returns:
        无
    """
    # 打开并读取HTML文件
    with open(inFile, encoding='utf-8') as f:
        html = f.read()
    soup = BeautifulSoup(html)
    i = 1
    # 根据HTML页面结构进行解析
    currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)
    while(len(currentRow) != 0):
        currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)
        title = currentRow[0].find_all('a')[1].text
        lwrTitle = title.lower()
        # 查找是否有全新标签
        if (lwrTitle.find('new') > -1) or (lwrTitle.find('nisb') > -1):
            newFlag = 1.0
        else:
            newFlag = 0.0
        # 查找是否已经标志出售，我们只收集已出售的数据
        soldUnicde = currentRow[0].find_all('td')[3].find_all('span')
        if len(soldUnicde) == 0:
            print("商品 #%d 没有出售" % i)
```

```
        else:
            # 解析页面获取当前价格
            soldPrice = currentRow[0].find_all('td')[4]
            priceStr = soldPrice.text
            priceStr = priceStr.replace('$','')
            priceStr = priceStr.replace(',','')
            if len(soldPrice) > 1:
                priceStr = priceStr.replace('Free shipping', '')
            sellingPrice = float(priceStr)
            # 去掉不完整的套装价格
            if  sellingPrice > origPrc * 0.5:
                print("%d\t%d\t%d\t%f\t%f" % (yr, numPce, newFlag, origPrc, sellingPrice))
                retX.append([yr, numPce, newFlag, origPrc])
                retY.append(sellingPrice)
        i += 1
        currentRow = soup.find_all('table', r = "%d" % i)

# 依次读取六种乐高套装的数据，并生成数据矩阵
def setDataCollect(retX, retY):
        # 2006年的乐高8288,部件数目800,原价49.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego8288.html', 2006, 800, 49.99)
    # 2002年的乐高10030,部件数目3096,原价269.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10030.html', 2002, 3096, 269.99)
    # 2007年的乐高10179,部件数目5195,原价499.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10179.html', 2007, 5195, 499.99)
    # 2007年的乐高10181,部件数目3428,原价199.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10181.html', 2007, 3428, 199.99)
    # 2008年的乐高10189,部件数目5922,原价299.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10189.html', 2008, 5922, 299.99)
    # 2009年的乐高10196,部件数目3263,原价249.99
    scrapePage(retX, retY, './setHtml/lego10196.html', 2009, 3263, 249.99)

# 使用sklearn
def usesklearn():
    from sklearn import linear_model
    reg = linear_model.Ridge(alpha = .5)
    lgX = []
    lgY = []
    setDataCollect(lgX, lgY)
    reg.fit(lgX, lgY)
    print('%f%+f*年份%+f*部件数量%+f*是否为全新%+f*原价' % (reg.intercept_, reg.coef_[0], reg.coef_[1], reg.coef_[2], reg.coef_[3]


if __name__ == '__main__':
    usesklearn()
```

```
2008    5922    0    299.990000    510.000000
2008    5922    0    299.990000    423.000000
商品 #6 没有出售
商品 #7 没有出售
2008    5922    1    299.990000    599.990000
商品 #9 没有出售
2008    5922    1    299.990000    589.990000
2008    5922    1    299.990000    569.990000
2008    5922    1    299.990000    529.990000
2008    5922    0    299.990000    500.000000
2008    5922    1    299.990000    549.950000
2008    5922    0    299.990000    300.000000
商品 #16 没有出售
2009    3263    1    249.990000    380.000000
2009    3263    1    249.990000    399.000000
2009    3263    1    249.990000    427.990000
2009    3263    0    249.990000    360.000000
商品 #5 没有出售
商品 #6 没有出售
2009    3263    1    249.990000    399.000000
2009    3263    1    249.990000    399.950000
2009    3263    1    249.990000    499.990000
商品 #10 没有出售
2009    3263    0    249.990000    399.950000
商品 #12 没有出售
2009    3263    1    249.990000    331.510000
55235.771966-27.550831*年份-0.026911*部件数量-10.883816*是否为全新+2.576278*原价
```

还是那个部件问题，，，

```
55235.771966-27.550831*年份-0.026911*部件数量-10.883816*是否为全新+2.576278*原价
```

8、sklearn.linear_model.Ridge

sklearn.linear_model.Ridge是一个很好的模型，决策树算法就是通过它实现的，详细的看这个博客——sklearn.linear_model.Ridge()函数解析（最清晰的解释）

9、总结

与分类一样，回归也是预测目标值的过程。回归与分类的不同点在于，前者预测连续型变量,而后者预测离散型变量。回归是统计学中最有力的工具之一。在回归方程里，求得特征对应的最佳回归系数的方法是最小化误差的平方和。给定输入矩阵X，如果 X^TX 的逆存在并可以求得的话，回归法都可以直接使用。数据集上计算出的回归方程并不一定意味着它是最佳的，可以使用预测值yHat和原始值y的相关性来度量回归方程的好坏。

当数据的样本数比特征数还少时候，矩阵 X^TX 的逆不能直接计算。即便当样本数比特征数多时， X^TX 的逆仍有可能无法直接计算，这是因为特征有可能高度相关。这时可以考虑使用岭回归，因为当 X^TX 的逆不能计算时，它仍保证能求得回归参数。

岭回归是缩减法的一种，相当于对回归系数的大小施加了限制。另一种很好的缩减法是lasso。Lasso难以求解，但可以使用计算简便的逐步线性回归方法来求得近似结果。缩减法还可以看做是对一个模型增加偏差的同时减少方差。偏差方差折中是一个重要的概念，可以帮助我们理解现有模型并做出改进，从而得到更好的模型。

本章介绍的方法很有用。但有些时候数据间的关系可能会更加复杂，如预测值与特征之间是非线性关系，这种情况下使用线性的模型就难以拟合。下一章将介绍几种使用树结构来预测数据的方法。