四川大学期末考试试题（A卷）

阅卷

（2013 ——2014 学年第一学期）

课程号：201048050 课序号：1,2 课程名称：数学分析-1 任课教师：杜正东、徐冰 成绩：

适用专业年级：数学 2013 级 学生人数：250 印题份数：300 学号： 姓名：

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

注 意

答案一律写在答题纸上，否则不计分！交卷时将试题纸一并上交.

1. (20 分) 计算下列极限，每题 5 分：

(1) 设 $\alpha, \beta, \gamma, \lambda \in \mathbb{R}$ 为常数且 $\gamma + \lambda \neq 0$，求

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(\alpha x)+\sin(\beta x)}{\tan(\gamma x)+\tan(\lambda x)}\right).$$

(2) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-\lambda x}P_n(x)$，其中 $\lambda > 0$ 为常数，$P_n(x)$ 为一个 n 次多项式.

(3) 设 $\alpha \in \mathbb{R}$ 为常数，求

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{\alpha}{n}+\frac{\alpha^2}{2n^2}\right)^{-n}. = \frac{1}{e^{\alpha}}$$

(4) $\lim\limits_{x\to 0+} x^{\sin x}$.

2. (15 分) 下面的断言若正确，请证明，若不正确，请举反例证明该断言不正确：设函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在某区间 I 上一致连续，则函数 $f(x)g(x)$ 也在 I 上一致连续. ×.

$f(x)=x$ $g(x)=x$. $(-\infty,+\infty)$

$g(x)f(x)=x^2$.

3. (10 分) 证明函数

$$f(x)=\begin{cases} x^4\sin\left(\frac{1}{x}\right), & x\neq 0,\\ 0, & x=0\end{cases}$$

在点 (0,0) 二阶可导但三阶导数不存在.

$f'(x)=4x^3\sin\frac{1}{x}+x^4\cdot\cos\frac{1}{x}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$=4x^3\sin\frac{1}{x}-x^2\cos\frac{1}{x}$

$f''(x)=$

4. (20 分) 讨论函数 $f(x)=\frac{1}{x}-\left[\frac{1}{x}\right]$ 的不连续点及其类型.

$x=0$ $x=\frac{1}{n}$ $n\in\mathbb{Z}$