7.7 AdaDelta算法

除了RMSProp算法以外，另一个常用优化算法AdaDelta算法也针对AdaGrad算法在迭代后期可能较难找到有用解的问题做了改进 [1]。有意思的是，**AdaDelta算法没有学习率这一超参数。**

7.7.1 算法

AdaDelta算法也像RMSProp算法一样，使用了小批量随机梯度$\boldsymbol{g}_t$按元素平方的指数加权移动平均变量$\boldsymbol{s}_t$。在时间步0，它的所有元素被初始化为0。给定超参数$0 \leq \rho < 1$（对应RMSProp算法中的γ），在时间步$t > 0$，同RMSProp算法一样计算

$$\boldsymbol{s}_t \leftarrow \rho \boldsymbol{s}_{t-1} + (1 - \rho) \boldsymbol{g}_t \odot \boldsymbol{g}_t.$$

与RMSProp算法不同的是，AdaDelta算法还维护一个额外的状态变量$\Delta\boldsymbol{x}_t$，其元素同样在时间步0时被初始化为0。我们使用$\Delta\boldsymbol{x}_{t-1}$来计算自变量的变化量：

$$\boldsymbol{g}'_t \leftarrow \sqrt{\frac{\Delta\boldsymbol{x}_{t-1} + \epsilon}{\boldsymbol{s}t + \epsilon}} \odot \boldsymbol{g}_t,$$

其中ϵ是为了维持数值稳定性而添加的常数，如10^{-5}。接着更新自变量：

$$\boldsymbol{x}_t \leftarrow \boldsymbol{x}_{t-1} - \boldsymbol{g}'_t.$$

最后，我们使用$\Delta\boldsymbol{x}_t$来记录自变量变化量$\boldsymbol{g}'_t$按元素平方的指数加权移动平均：

$$\Delta\boldsymbol{x}_t \leftarrow \rho \Delta\boldsymbol{x}_{t-1} + (1 - \rho) \boldsymbol{g}'_t \odot \boldsymbol{g}'_t.$$

可以看到，如不考虑ϵ的影响，**AdaDelta算法跟RMSProp算法的不同之处在于使用$\sqrt{\Delta\boldsymbol{x}_{t-1}}$来替代学习率$\eta$。**

7.7.2 从零开始实现

AdaDelta算法需要对每个自变量维护两个状态变量，即$\boldsymbol{s}_t$和$\Delta\boldsymbol{x}_t$。我们按AdaDelta算法中的公式实现该算法。

```
%matplotlib inline
import torch
import sys
```

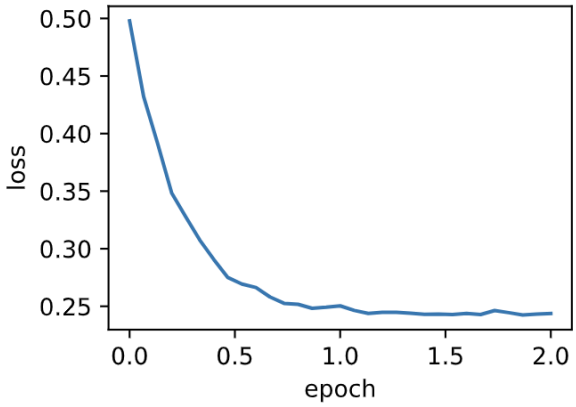
```
sys.path.append("..")
import d2lzh_pytorch as d2l

features, labels = d2l.get_data_ch7()

def init_adadelta_states():
    s_w, s_b = torch.zeros((features.shape[1], 1), dtype=torch.float32), torch.zeros
    delta_w, delta_b = torch.zeros((features.shape[1], 1), dtype=torch.float32), torc
    return ((s_w, delta_w), (s_b, delta_b))

def adadelta(params, states, hyperparams):
    rho, eps = hyperparams['rho'], 1e-5
    for p, (s, delta) in zip(params, states):
        s[:] = rho * s + (1 - rho) * (p.grad.data**2)
        g =  p.grad.data * torch.sqrt((delta + eps) / (s + eps))
        p.data -= g
        delta[:] = rho * delta + (1 - rho) * g * g
```

使用超参数$\rho = 0.9$来训练模型。

```
d2l.train_ch7(adadelta, init_adadelta_states(), {'rho': 0.9}, features, labels)
```

输出：

```
loss: 0.243728, 0.062991 sec per epoch
```



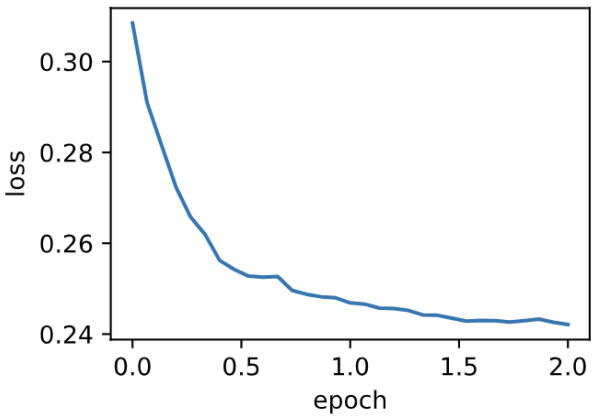
7.7.3 简洁实现

通过名称为 `Adadelta` 的优化器方法，我们便可使用PyTorch提供的AdaDelta算法。它的超参数可以通过 `rho` 来指定。

```
d2l.train_pytorch_ch7(torch.optim.Adadelta, {'rho': 0.9}, features, labels)
```

输出：

```
loss: 0.242104, 0.047702 sec per epoch
```



小结

- AdaDelta算法没有学习率超参数，它通过使用有关自变量更新量平方的指数加权移动平均的项来替代RMSProp算法中的学习率。