

数学的几个基本分支。

1. 代数。代数学家关心的是数系, 多项式, 以及更抽象的结构, 如群, 域, 向量空间和环。代数结构在整个数学中都会出现, 代数对于其他领域如数论, 几何, 甚至数学物理, 都有许多应用。

2. 数论。数论大量考虑的是正整数的集合。绝大多数数论学家并不直接试图用整数去解方程, 而是努力去理解种种结构, 这些结构原来是为了研究这种方程而发展起来的, 现在有了自己的生命, 成了自身价值的研究对象。怀尔斯关于费马大定理的研究就是一个很好的例子。**数论里有两个颇不相同的子分支: 代数数论和解析数论。**有一个粗浅的经验规则: 研究方程的整数解可以引导到代数数论, 而解析数论研究的根源是素数。当然, 真实的图景要复杂得多。

3. 几何。几何学研究的中心对象是流形。流形是例如球面这样的几何形体在高维的推广, 流形的每一个小部分看来都是平坦的, 但是整体上看起来可以弯曲地非常复杂。在研究流形时, 可以根据何时可以把两个流形看成是“真正不同”而作进一步的分类。**如果两个对象可以连续地互相变形, 这个就是拓扑学。**

4. 代数几何。代数几何家也研究流形, 但是与几何的研究方式是有区别的, 就是他们的流形是由多项式来定义的。这意味着, 代数几何从“完全是关于多项式的”这一点而言, 它是代数的, 但是从多变量多项式的解的集合是一个几何对象这一点而言, 它又是几何的。代数几何的一个重要部分是对于奇异性的研究。正是代数和几何的交织成代数几何的魅力的部分来源, 对这个学科的进一步的推动则来自它与其它数学分支的联系。它与数论有特殊的联系, 算术几何。它与数学物理也有重要的联系, 镜面对称将讨论二者的某些联系。

5. 分析。分析从一出现就带着多种不同的格调。研究偏微分方程是它的一个重大的主题。这是因为发现了偏微分方程控制着许多物理过程, 例如引力场的运动。但是偏微分方程也在纯粹数学里出现, 特别是在几何学里, 所以它催生了一个很大的数学分支, 而有许多子分支与许多其他领域相联系。**动力学是分析的另一个引人注目的分支。**它研究的是: 当进行一个简单的过程, 而又让它反复地进行下去, 那会发生什么?

6. 逻辑。“逻辑”这个词有时就是用作一种简写, 即所有关于数学本身的基本问题都算是逻辑, 其中值得关注的有**集合论, 范畴理论, 模型理论**, 还有比较狭义的“演绎规则”中的逻辑。集合论中值得关注的问题有哥德尔不完全定理, 以及科恩的关于连续统假设的独立性的证明。

7. 组合学。可以试着用不同的方式来定义组合学。每一种方式单独看都不能令人满意, 但是合起来却对这门学科是什么给出了一些概念。第一种定义是: 组合学讲的是如何对事物计数。组合学有时又称为“离散数学”, 因为它考虑的是“离散的”结构, 而不是“连续的”结构。粗略地说, 说一个对象是离散的, 就是说它是由彼此分隔开来的点所构成, 而说是连续的, 就是说, 可以从一个点移动到另一个点而不至于有突然的跳跃。组合学有时也和分析对立起来讲。对组合学的第三种观点是: 它处理的是具有“极少”限制的结构。

8. 理论计算机科学。广泛地说, 理论计算机科学讲的是计算的效率问题, 就是完成一定的计算任务所需的计算资源, 如计算时间, 存储量的大小等等。有关于计算的数学模型, 使得能够很一般地研究计算效率问题, 而无需考虑算法如何具体执行。从理论上说, 一个人可以是一个出色的理论计算机科学家, 但不会为计算机编程。此分支的应用和密码学有密切的关系。

9. 概率论。从生物学和经济学, 一直到计算机科学和物理学, 都有许多现象, 它们太复杂, 所以人们不是试图理解其全部细节, 而是提出概率性的命题。

10. 数学物理。物理学家时常远早于数学家发现诱人的数学现象。这些例子有, 顶点算子代数, 镜面对称, 广义相对论和爱因斯坦方程, 算子代数。

之后再再来一个简单粗暴地分类方式, 可以直接把数学分为, 代数, 几何和分析。

在这里，大致说明一些 代数与 分析的区别。可以说，凡是一个数学分支涉及极限过程的，它就属于分析，而如果只需通过有限多个步骤就能得到答案的，它就属于代数。