



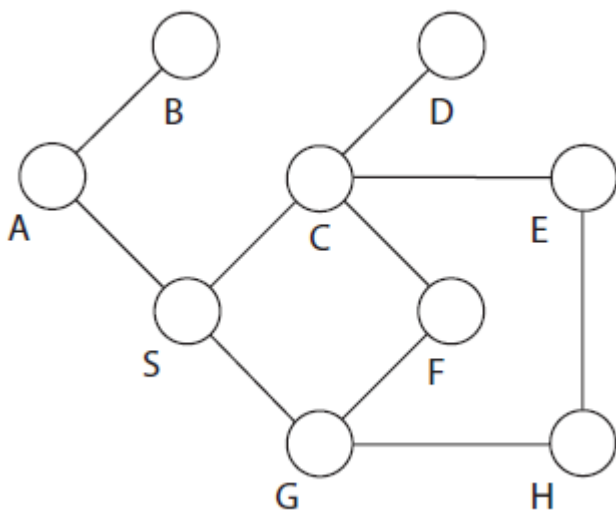
به نام خدا

دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

طراحی و تحلیل الگوریتم ها، نیمسال اول سال تحصیلی 96-97

تمرین سری چهارم

1- الگوریتم BFS را در گراف زیر از راس S شروع کنید و محتویات صف را در هر مرحله نشان دهید. همچنین مقادیر d (فاصله از راس مبدا) و p (راس پدر) را برای هر راس مشخص کنید (اگر در مرحله ای چند راس قابل انتخاب بود به ترتیب الفبایی انتخاب کنید).



2- دو رشته هم طول داریم و می‌خواهیم با کمترین هزینه آن دو رشته را به یک رشته مساوی تبدیل کنیم. تعدادی حرکت مجاز و هزینه آن ها نیز به ما داده شده است. هر حرکت مجاز می تواند یکی از حروف یکی از رشته ها را با پرداخت هزینه ای (بزرگتر مساوی صفر) به یک حرف دیگر تبدیل کند. با داشتن حرکات مجاز و رشته ها با بهترین الگوریتم با کمترین هزینه را برای برابر ساختن رشته ها طراحی کنید.

3- الگوریتم DFS را روی یک گراف اجرا میکنیم. نشان دهید که یال (u, v)

الف) یال درخت و یا یال جلویی است اگر و تنها اگر : $u.d < v.d < v.f < u.f$

ب) یال عقبی است اگر و تنها اگر : $v.d < u.d < u.f < v.f$

ج) یال ضربدری است اگر و فقط اگر : $v.d < v.f < u.d < u.f$

4- گراف $G = (V, E)$ را وزن دار و بدون جهت و F را زیر گرافی از آن بگیرید که جنگل باشد (جنگل گراف بدون دور است). الگوریتمی طراحی کنید که کم هزینه ترین درخت پوشایی از G را بیابد که دربرگیرنده همه یال های F باشد. زمان الگوریتم خود را نیز به دست آورید.

5- یک الگوریتم کارآمد ارائه دهید که قطر درخت را محاسبه می کند. زمان اجرای الگوریتم خود را بیابید (قطر درخت بلند ترین مسیر درون درخت است).

6- گراف $G = (V, E)$ را یک گراف وزن دار و بدون جهت در نظر بگیرید که هزینه روی یال ها آن بزرگتر مساوی صفر باشد. فرض کنید T درخت پوشای کمینه G باشد. حال فرض کنید یک یال با وزن c به G اضافه میکنیم که دو راس $v, w \in V$ را به یکدیگر متصل میکند.

الف) الگوریتمی در زمان $O(|E|)$ ارائه دهید که چک کند آیا T بعد از اضافه شدن یال جدید همچنان MST هست یا خیر.

ب) فرض کنید T دیگر درخت پوشای کمینه نیست. الگوریتمی در زمان $O(|E|)$ ارائه دهید که T را تبدیل به درخت پوشای کمینه می کند.

7- الف) بدون تغییر در الگوریتم دایکسترا، الگوریتمی ارائه دهید تا در گراف با وزن یال های صحیح، در صورت وجود چندین کوتاه ترین مسیر از s به v ، مسیر با تعداد یال کمتر را پیدا کند.

ب) با تغییر در الگوریتم دایکسترا مساله قبل را در حالتی حل کنید که وزن یال ها می تواند صحیح نباشد.

موفق باشید.