



طراحی الگوریتم

تمرین پنجم - شبکه جریان

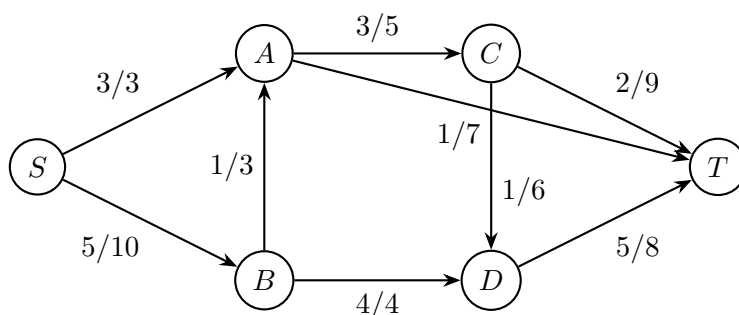
ارشیا عطائی و پارسا موبد

تاریخ تحویل: ۱۴۰۳/۱۰/۱۶

۲۰ نمره

۱. مسئله جریان شبکه

در نمودار زیر یک شبکه جریان داده شده است که مطابق با قوانین جریان شبکه معتبر است. ظرفیت هر یال و مقدار جریان فعلی آن در نمودار نشان داده شده است.



الف) نشان دهید این گراف یک جریان شبکه معتبر است.

ب) آیا این جریان بیشینه است؟

ج) جریان بیشینه آن را بدست آورید.

د) برش کمینه آن را بدست آورید.

۲۰ نمره

۲. نوشکیا

نوشکیا گرافی n راسی و m یالی دارد. در این گراف هر راس یک عدد دارد که عدد راس v برابر a_v و عدد یال e برابر b_e است. ارزش یک مجموعه از راس‌ها برابر جمع b یال‌هایی که دو سر آن درون مجموعه است منهای جمع a های راس‌های درون آن مجموعه است. الگوریتمی چندجمله‌ای برحسب n طراحی کنید که بیشترین ارزش را از بین تمام مجموعه راس‌های ممکن پیدا کند.

۳. دور دور

۲۰ نمره

گرافی n راسی و m یالی داریم. به یک گراف دور دوری می‌گوییم، اگر بتوان تمام راس‌های آن را به تعدادی دور افراز کرد. الگوریتمی چندجمله‌ای برحسب n طراحی کنید، که تشخیص دهد گراف مورد نظر دور دوری است یا خیر.

۴. دوباره یک سوال آرایه

۲۰ نمره

یک آرایه به طول n از اعداد طبیعی به همراه m جفت عدد (i_k, j_k) ، $1 \leq i_k, j_k \leq n$ ، $1 \leq k \leq m$ ، به شما داده شده، که به ازای هر جفت، این شرط برقرار است که $i_k + j_k$ عددی فرد است. در هر عملیات می‌توان یک جفت از این m جفت را انتخاب کرد و a_{i_k} و a_{j_k} را بر یک عدد بزرگتر از ۱ که بر هر دوی آنها بخش‌پذیر است تقسیم کرد. با فرض اینکه اعداد حداکثر 10^9 رقمی هستند، الگوریتمی چندجمله‌ای پیدا کنید که بیشترین تعداد عملیاتی که می‌شود روی این آرایه انجام داد را بدست آورد.

۵. هانسل و گرتل

۲۰ نمره

یک مغازه شکلات‌فروشی به شکل یک جدول $n \times n$ داریم که در خانه (i, j) آن $a_{i,j}$ شکلات قرار گرفته. علی قصد دارد به این شکلات‌ها دستبرد بزند؛ اما صاحب مغازه به ازای هر سطر و هر ستون یک سیستم امنیتی به کار برده است. اما سیستم دزدگیر این سطرها و ستون‌ها یک باگ عجیب دارد. اگر به ازای هر سطر به دقیقاً r_i و به ازای هر ستون به دقیقاً c_j خانه از آن دستبرد زده شود، سیستم دزدگیر قابلیت تشخیص این دستبرد به جدول را نخواهد داشت. بیشترین میزان شکلاتی که علی می‌تواند از این مغازه بدزدد بدون اینکه گیر بیفتد چقدر است؟

این مسئله را برای علی در زمان چندجمله‌ای حل کنید. همچنین لیست $[r_1, r_2, \dots, r_n]$ و $[c_1, c_2, \dots, c_n]$ به شما داده می‌شود. ($0 \leq r_i, c_j \leq n$)