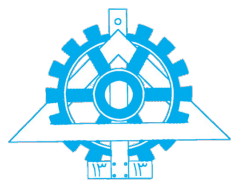




به نام خدایی که قدرتش در بدیهی ترین ذرات هستی بی‌کران هویداست



دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر طراحی الگوریتم‌ها – استاد دوستی

ترم بهار ۱۴۰۱

تمرین ششم

مهلت تحویل این تمرین ۲۵ ام خرداد ماه ۱۴۰۱ می باشد.
طراح: مجید دلیری، majiddl.2099@gmail.com



۱. (۲۰ نمره)

(آ) کلاس چندجمله ای را تعریف کنید.

(ب) کاهش چند جمله ای را تعریف نمایید.

(ج) مسائل $NP - hard$ را تعریف کنید و وجه تمایز آنها با مسائل NP شرح دهید.

(د) کلاس مسائل $NP - Complete$ را نیز تعریف نمایید.

(ه) نمودار ون روابط مسائل $NP - hard$ و $NP - Complete$ را به صورت گرافیکی بکشید.

۲. (۲۰ نمره) درستی یا نادرستی هر یک از مسائل زیر را بررسی کنید.

(آ) اگر اثبات شود که یکی از مسائل $NP - Complete$ درون P قرار می گیرد تمامی مسائل NP نیز درون P قرار میگیرند.

(ب) اگر مساله ای در کلاس NP باشد و بتوانیم مساله از کلاس $NP - Complete$ را به آن کاهش دهیم. آنگاه آن مساله $NP - Complete$ می باشد.

(ج) تمامی مسائل $NP - hard$ قابل کاهش به مسائل $NP - Complete$ می باشند.

(د) اگر یک مساله NP در زمان چندجمله ای حل شود تمامی مسائل NP نیز در زمان چندجمله حل میشود.

(ه) اگر یک مساله $NP - hard$ در زمان چندجمله ای حل شود تمامی مسائل $NP - Complete$ نیز در زمان چندجمله حل میشود.

۳. (۱۵ نمره) ثابت کنید مساله زیر در کلاس $NP - hard$ قرار میگیرد. گراف ساده G و عدد k داده شده است. آیا زیر مجموعه ای از رئوس گراف مانند V یافت میشود که اندازه آن k باشد و درون آن هیچ مثلثی ظاهر نشود. (مثلث به معنای سه تایی هایی از رئوس گراف می باشد که هر دوتای آنها به همدیگر متصل می باشند).

راهنمایی: مساله $Independent - set$ را به مساله مذکور کاهش دهید.

۴. (۱۵ نمره) یک گراف دلخواه غیر ساده وزن دار داریم. میخواهیم بررسی کنیم که گشتی بسته به طول k از یک راس خاص وجود دارد یا خیر. ثابت کنید مساله تعریف شده $NP - Complete$ می باشد.

راهنمایی: راهنمایی: مساله $subset - sum$ را به مساله مذکور کاهش دهید.

۵. (۱۵ نمره) یک ماتریس دو بعدی باینری (درایه های صفر و یک) مربعی با اندازه n داده شده است. میخواهیم بردار باینری X را بیابیم

به گونه ای که $AX = 1$ گردد. (یک برداری از یک ها میباشد)

اثبات کنید مساله فوق در کلاس $NP - Complete$ قرار میگیرد.

راهنمایی: با استفاده از مساله $SAT - 3$ و کاهش آن به مساله مذکور.

۶. (۱۵ نمره) ثابت کنید مسئله زیر در کلاس پیچیدگی $NP - Complete$ قرار دارد. در ابتدا ثابت کنید این مسئله در کلاس پیچیدگی

NP قرار دارد و پس از آن مسئله $vertex - cover$ را به آن کاهش دهید.

گراف G و عدد k داده شده اند. آیا می توان با حذف حداکثر k راس از گراف G آن را خالی از دور کرد.