

Achaemenid Tree!

# دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر تحلیل و طراحی الگوریتمها

تمرین کامپیوتری اول

موعد تحویل: دوشنبه ۹ اسفند ۱۴۰۰، ساعت ۲۳:۵۹

طراح: برنا توسلی، borna.tavassoli@gmail.com

## درخت هخامنشی!(۱)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

"داریوش دوم، سومین پسر اردشیر یکم و نهمین شاهنشاه هخامنشی بود. او پس از شورش بر ضد برادرش سغدیانه — که خشایارشا دوم، پادشاه قانونی شاهنشاهی را به قتل رسانده بود — به تخت نشست و نام داریوش را برای خود برگزید."

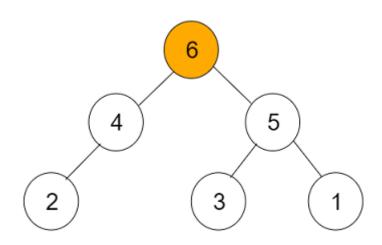
داریوش دوم برای نظم دادن به حکومت خود، ابتدا تمامی n حکمران محلی را به ترتیب قدرت آنها مرتب کرد و برای سادگی، درجه قدرتهای آنها را از n تا n ارزیابی کرد (قدرت هیچ دو حکمرانی یکسان نیست و n بیشترین درجه قدرت است). در قدم دوم، داریوش دوم آرایه قدرت حکمرانان حکمرانان اول درجه حکومت خود را تشکیل داد که مقدار هر اندیس، نشان گر درجه قدرت آن حکمران است. برای مثال، آرایه n ۲> یعنی حکمران اول درجه قدرت n و حکمران چهارم درجه قدرت n دارد. حال داریوش دوم طبق الگوریتم زیر اقدام به حذف بی ارزش ترین حکمرانان می کند. به دلیل ضعیف بودن پردازندههای کامپیوتری در آن زمان، از شما خواسته شده تا این الگوریتم را پیاده سازی کرده و با ساخت درخت قدرت ها به داریوش دوم کمک کند!

۱ - با گشتن در آرایه اولیه، قوی ترین حکمران را پیدا کن و در ریشه درخت قرار بده.

۲- تمامی حکمرانان سمت راست این فرمانده در آرایه اصلی، یک زیرآرایه جدید را تشکیل میدهند که در درخت قدرتها در سمت راست او قرار می گیرد. به طور مشابه، تمامی حکمرانان سمت چپ او در آرایه اصلی، یک زیرآرایه جدید در سمت چپ او در درخت قدرتها تشکیل میدهند.
 به صورت بازگشتی مسئله را برای این دو زیرآرایه حل کن.

۳- اعمال بالا را تا کامل شدن ساخت درخت قدرتها انجام بده و سپس راسهایی که فاصلهای آنها از ریشه درخت، بیشتر از k است را از آرایه
 اصلی حذف کن (به منظور حذف کردن، قدرت آنها را صفر می کنیم).

۴- آرایه جدید را به عنوان خروجی، برگردان.



در مثال بالا اگر k = 1 باشد، قدرتهای ۲، ۳ و ۱ حذف شده و جواب خروجی <۰ ۵ ۰ ۶ ۴ ۰> خواهد بود.

درخت هخامنشی!

#### ورودي

در خط اول ورودی عدد طبیعی t به عنوان تعداد تست کیس ها به شما داده می شود. سپس در t تست بعدی، در هر تست کیس، ابتدا در خط اول به ترتیب اعداد طبیعی t و t به شما داده شده و سپس در خط دوم، t عضو که عناصر آرایه قدرت ها هستند به شما داده می شود. همانطور که اشاره شد، این t عضو، مقادیری متفاوت از t تا t دارند.

 $1 \le n, t \le 1$ 

 $\cdot \leq k \leq 1 \cdots$ 

#### خروجي

خروجی شما باید شامل t خط باشد که در هر خط، آرایه تست کیس متناظر (حاوی n عضو)، پس از اجرای الگوریتم روی آن نوشته شده است. دقت کنید که بین عناصر آرایه دقیقا یک کاراکتر فاصله بگذارید. دقت کنید که نباید در خروجی کاراکترهای 'د' و '>' چاپ شوند. به فرمت ورودی و خروجی در مثالهای زیر دقت کنید.

### ورودي و خروجي نمونه

ورودی استاندارد	خروجي استاندارد
3	0 0 6 0 0 0
6 0	0 4 6 0 5 0
2 4 6 3 5 1	2 4 6 3 5 1
6 1	
2 4 6 3 5 1	
6 2	
2 4 6 3 5 1	

### شرح ورودي و خروجي نمونه

در تست کیس سوم، فاصله تمامی رئوس از ریشه کمتر مساوی ۲ است.

ورودی استاندارد	خروجي استاندارد
1	0 2 3
3 1	
1 2 3	

محدودیت زمانی: ۱ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

داریوش دوم، پس از حذف حاکمان ضعیف، اقدام به احیا گارد جاویدان می کند. برای سادگی، فرض کنید هر حکمرانی یک ارتش ۳۰ نفره شامل پیاده نظام و سواره نظام دارد. داریوش دوم، به هر پیاده نظام عدد و و به هر سواره نظام عدد ۱ را نسبت می دهد تا با کنار هم قرار دادن این سربازها، یک ارتش را با یک عدد باینری ۳۰ رقمی (که آن را کُد ارتش می نامیم و با  $a_i$  نمایش می دهیم)، نام گذاری کند. به ازای هر حکمرانی، کد ارتش آن حکمرانی در نمایش دسیمال، به عنوان ورودی به شما داده می شود. داریوش دوم، قصد دارد تا کد گارد جاویدان را به نحوی انتخاب کند تا طبق تعریف زیر، بیشینه ناهماهنگی بین گارد و ارتش هر حکمرانی، کمینه شود. از شما خواسته شده است تا این بیشینه هماهنگی را پیدا کنید.

تعریف: مقدار ناهماهنگی بین هر دو ارتش، xor رقمبهرقم (bitwise xor) آن دو ارتش است. برای مثال اگر کد گارد ۷ باشد، ناهماهنگی آن با ارتشی با کد ۵، دو واحد می باشد.

توضیح بیشتر: در واقع شما باید یک کد برای گارد جاویدان پیدا کنید تا ماکسیمم xor این کد با کدهای ارتش هر حکمرانی، کمینه شود. این مقدار کمینه را خروجی دهید.

#### ورودي

در خط اول ورودی عدد طبیعی n که نشان دهنده تعداد حکمرانی ها است به شما داده می شود.

در هر یک از n خط بعدی، به شما کد ارتش متناظر یک حکمرانی داده می شود.

$$1 \le n \le 1$$
 $0 \le n \le 1$ 
 $0 \le n \le 1$ 

#### خروجي

همانطور که گفته شد، در یک خط، کمینه مقدار بین ماکسیمم xor ها را خروجی دهید.

### ورودی و خروجی نمونه

ورودي استاندارد	خروجي استاندارد
5	5
1 2 3 4 5	

#### شرح ورودي و خروجي نمونه

اگر کد گارد، ۱ باشد، xor آن با ارتش حکمرانی ها به ترتیب برابر با ۰، ۳، ۲، ۵ و ۴ خواهد بود که ماکسیممی برابر با ۵ دارد. اگر کد گارد هر مقدار دیگری باشد، این ماکسیمم حداقل ۵ خواهد بود.

#### ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجي استاندارد
3	16
6 14 20	

گارد جاویدان

شرح ورودي و خروجي نمونه

اگر کد گارد ۴ باشد، xor آن با ارتش حکمرانیها به ترتیب برابر با ۲، ۱۰ و ۱۶ خواهد بود که ماکسیممی برابر با ۱۶ دارد.

Artaxerxes' Problem (۳)

محدودیت زمانی: ۱ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

داریوش دوم پس از بازگرداندن ثبات به حکومت، به فکر تربیت صحیح فرزند خود، اردشیر دوم میافتد! او برای اینکه هوش اردشیر را محک بزند، سوال زیر را از او میپرسد. اردشیر که اکنون بیشتر از هر زمان دیگری باید خود را به پدر اثبات کند، از شما میخواهد که این سوال را برای او حل کنید!

سوال: با استفاده از رقم ۱ و اعمال جمع و تفریق، حداقل چند رقم باید استفاده شود تا عدد n را بسازیم؟ مثلا برای ساخت عدد ۱۲۱۲ به حداقل ۱۰ رقم نیاز داریم.

1111 + 111 - 11 + 1 = 1717

#### ورودي

ورودی تنها شامل یک خط است که در آن عدد طبیعی n آمده است.

1 < n < 1

#### خروجي

در یک خط، حداقل تعداد ارقام ۱ را برای ساخت n، چاپ کنید.

### ورودی و خروجی نمونه

ورودي استاندارد	خروجي استاندارد
1212	10

ورودي استاندارد	خروجي استاندارد
110	4