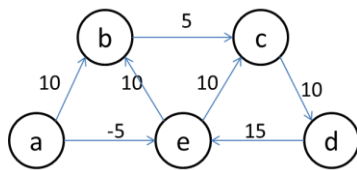




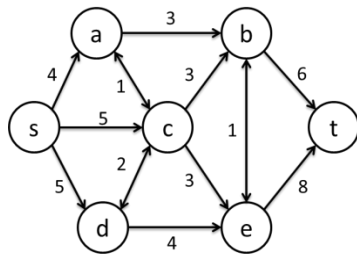
نکات مهم

- (۱) برگه را به دقت بخوانید و سوالات خود را در نیم ساعت اول بپرسید.
- (۲) در صورت عدم خوانایی، برگه شما تصحیح نخواهد شد. استفاده از مداد بلامانع است.
- (۳) در صورتی که مساله‌ای بیش از یک جواب دارد، بهترین الگوریتم از نظر مرتبه زمانی مدنظر بوده است.
- (۴) در صورت لزوم فرمت ورودی مساله را به دلخواه خود تعریف کنید. نیازی به نوشتن الگوریتم یا کد برای نحوه پردازش فایل‌ها یا داده‌های ورودی و خروجی نیست. توضیح کفایت می‌کند.

سوالات (۸ سوال جمعا ۱۰۰ نمره)

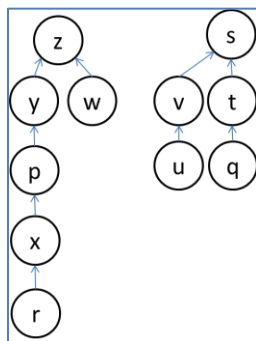


۱. (۱۵ نمره) کوتاهترین مسیر میان تمام نودهای گراف روبرو را از طریق الگوریتم Johnson بدست آورید و مراحل آن را نیز توضیح و با شکل نشان دهید.



۲. (۱۵ نمره) جریان بیشینه‌ای که میتوان در گراف روبرو از نود s به نود t فرستاد را با استفاده از الگوریتم Edmonds-Karp محاسبه کنید. گراف پسماند و مسیر تقویتی هر مرحله را نیز نشان دهید. فلشهای دو طرفه نشان دهنده وجود یال در هر دو جهت است.

۳. (۵ نمره) فرض کنید اعداد ۱ تا n یکی یکی و به ترتیب در یک پشته فیبوناچی insert شده باشند. اگر عمل ExtractMin روی این پشته صدا شود ساختار آن قبل و بعد از عمل به چه صورت خواهد بود؟



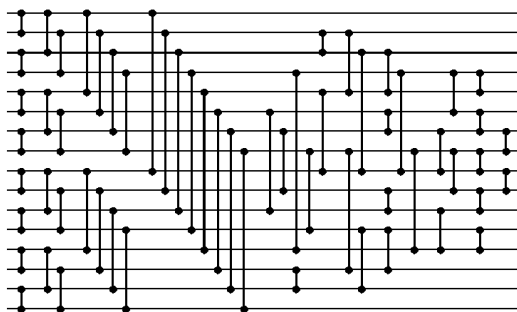
۴. (۵ نمره) عمل FindSet(x) را روی Disjoint Set روبرو انجام دهید و مشخص کنید پس از انجام این عمل چه تغییری در ساختار داده بوجود می‌آید.



۵. (۱۵ نمره) یک ناترتیب جایگشتی از اعداد ۱ تا n است که هیچکدام از اعداد در جایگاه خودشان نباشند. مثلاً یکی از ناترتیبهای اعداد $\{1,2,3,4\}$ جایگشت $\{2,1,4,3\}$ است زیرا عدد ۲ در جایگاه ۱، عدد ۱ در جایگاه ۲، عدد ۴ در جایگاه ۳ و عدد ۳ در جایگاه ۴ قرار گرفته‌اند و هیچ کدام در جای خودشان نیستند. الگوریتمی بنویسید که محاسبه کند اعداد ۱ تا n در مجموع چند ناترتیب دارند.

۶. (۱۵ نمره) میخواهیم کدهافمن تولید کنیم با این فرض که آرایه f حاوی تعداد تکرار کاراکترها قبلاً به صورت صعودی مرتب شده است. الگوریتمی از مرتبه $O(n)$ برای تولید کدکاراکترها پیشنهاد کنید.

۷. (۱۵ نمره) ثابت کنید شبکه مقایسه‌گر زیر یک شبکه مرتب ساز است.



۸. (۱۵ نمره) یک clique در یک گراف بدون جهت $G=(V,E)$ ، زیر مجموعه $V' \subseteq V$ از نودها است که دو به دو به هم یال دارند. به عبارت دیگر clique یک زیرگراف کامل G است. اندازه یک clique عبارت است از تعداد نودهایی که شامل می‌شود. مساله MAX-CLIQUE یک مساله بهینه سازی است برای پیدا کردن clique دارای بزرگترین اندازه در یک گراف.

a. مساله تصمیم گیری (Decision Problem) برای این مساله بهینه سازی چگونه بیان میشود؟

b. ثابت کنید این مساله NP است.

c. ثابت کنید این مساله NP-complete است.