



دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

پاسخ تمرین کامپیوتری اول

طراح: احسان اسکندری، ehsan.escandari@ut.ac.ir

رنگ آمیزی

زیر سطح رنگ شده توسط یک حرکت افقی فقط باید حرکت افقی استفاده شده باشد وگرنه این حرکت بیهوده خواهد بود. بنابراین در صورتی که بخواهیم از حرکت افقی استفاده کنیم باید کمترین ارتفاع برج توی بازه $(l : r)$ را پیدا کنیم و تا آنجا رنگ کنیم. با اینکار برج‌ها به تعدادی بازه رنگ نشده تقسیم می‌شوند و به راحتی به کمک بازگشتی می‌توان این قسمت‌ها را حساب کرد و یک متغیر height برای نشان دادن ارتفاع زیرین رنگ شده استفاده کرد. یک حالت دیگر هم داریم و می‌توانیم فقط از حرکت عمودی استفاده کنیم که جواب در این حالت برابر $r - l$ خواهد بود.

محاسبه کمترین مقدار بازه با یک حلقه با $O(n)$ انجام می‌شود و مرتبه زمانی کل مساله برابر $O(n^2)$ خواهد بود که برای این مساله کافی خواهد بود. می‌توان محاسبه کمترین مقدار را به کمک روش‌های مختلف مانند استفاده از SegmentTree به $O(\log n)$ کاهش داد.

فرار قورباغه‌ای

این مساله، راه حل‌های مختلفی دارد که اکثر آنها بر اساس راه حل حریصانه هستند. ما اینجا به دو مورد اشاره می‌کنیم.

ابتدا روی جواب BinarySearch می‌زنیم و سپس چک می‌کنیم آیا امکان عبور این تعداد قورباغه وجود دارد یا خیر. تعداد قورباغه‌ها را ثابت k در نظر بگیرید. یک راه حل حریصانه ساده، اینگونه خواهد بود که همه قورباغه‌ها را در یک صف بریزیم که براساس فاصله از مقصد مرتب شده‌اند (نفر اول صف دورترین فرد از مقصد است). سپس در هر حرکت اولین نفر صف را به نزدیک‌ترین سنگ موجود که جلوی او قرار دارد منتقل می‌کنیم. اگر این فاصله بیشتر از مقدار پرش بود، جواب BinarySearch اشتباه خواهد بود. برای بروزرسانی کردن صف قورباغه‌ها، قورباغه مورد نظر را از اول صف به آخر صف منتقل می‌کنیم. برای پیاده‌سازی این راه حل، چون ممکن است تعداد قورباغه‌ها زیاد باشد، تمام قورباغه‌هایی که در یک مکان قرار دارند را باهم هندل می‌کنیم تا مرتبه زمانی مساله بهتر شود. مرتبه زمانی BinarySearch برابر $O(\log \text{MaxAnswer})$ خواهد بود و برای چک کردن جواب، مرتبه زمانی $O(N)$ خواهیم داشت که با توجه به محدودیت‌های مساله کافی خواهد بود.

شرط لازم و کافی برای عبور k قورباغه این خواهد بود که برای تمامی i ‌های ممکن، مجموع سنگ‌های فاصله i تا $i + l - 1$ بیشتر مساوی k باشد. تمامی سنگ‌های یک بازه را در نظر بگیرید. تمامی قورباغه‌ها، حتما حداقل یکی از این سنگ‌ها را استفاده خواهند کرد زیرا نمی‌توانند از روی همه این سنگ‌ها بپرند. برای اثبات کافی بودن این شرط، اگر تمامی سنگ‌ها را به ترتیب فاصله از مبدا شماره گذاری کنیم، قورباغه i ام، با استفاده از سنگ‌های x_i و x_{i+l} و x_{i+2*l} و ... به مقصد خواهد رسید. مرتبه زمانی چک کردن این شرط $O(N)$ می‌باشد. همچنین به راحتی به کمک این روش می‌توان BinarySearch را حذف کرد و به صورت مستقیم جواب را محاسبه کرد.