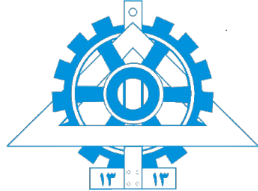


به نام خدا



دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

تمرین کتبی دوم
موعده تحویل: شنبه ۲۵ اسفند ۹۷، ساعت ۹:۰۰
طراح: آبتین باطنی abtinbateni+da-hw@gmail.com

۱. یک الگوریتم از $O(n^2)$ برای پیدا کردن بزرگ‌ترین زیر دنباله‌ای غیر نزولی از دنباله اعداد $X = x_1, x_2, \dots, x_n$ ارائه دهید. (ارائه الگوریتم از $O(n \log n)$ نمره اضافی دارد.)

۲. فرض کنید u و v دو رشته باشند. ما می‌خواهیم رشته u را به رشته‌ی v با عمل‌های زیر تبدیل کنیم:

- حذف یک کاراکتر
- اضافه کردن یک کاراکتر در یک مکان
- عوض کردن یک کاراکتر

اگر طول دو رشته به ترتیب n و m باشد یک الگوریتم از $O(nm)$ ارائه دهید که کمترین تعداد عملیات مورد نیاز را بشمارد.

۳. در رودخانه n نقطه وجود دارد که در آنها می‌توان قایق اجاره کرد. فرض کنید این نقاط در راستای رودخانه به ترتیب از ۱ تا n شماره‌گذاری شده‌اند. همچنین فرض کنید هزینه اجاره کردن قایق از نقطه i و رفتن تا خانه j برابر a_{ij} باشد. روشی ارائه دهید که با کمترین هزینه از نقطه ۱ با اجاره کردن تعدادی قایق به نقطه‌ی n برسیم.

- الگوریتمی از $O(n^2)$ ارائه دهید.

۴. برای دو رشته‌ی $abacbb$ و $abbac$ بزرگ‌ترین زیر دنباله‌ی مشترکشان را با یک روش پویا پیدا کنید. جدول مربوطه را به طور کامل پر کنید.

۵. الگوریتمی از $O(nk)$ ارائه دهید که تعداد راه‌های ساخت عدد n را با استفاده از سکه‌های c_1, \dots, c_k تومانی را با استفاده از $O(n)$ خانه‌ی حافظه بشمارد. توجه کنید که از هر سکه نهایتاً یک‌بار می‌توان استفاده کرد.

۶. در یک کارخانه چوب‌بری عجیب برای اینکه یک تکه چوب را در یک مرحله به k تکه برش بزنند c_k تومن پول گرفته می‌شود.

- الگوریتمی از $O(n^2)$ ارائه دهید که یک تکه چوب را با کمترین خرج به n تکه تقسیم کند.