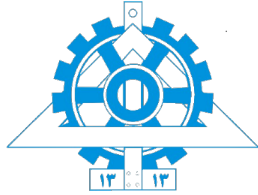




به نام او



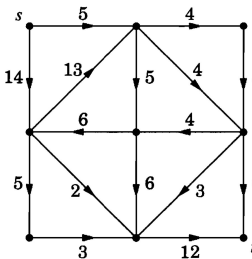
دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

تمرین کتبی پنجم

موعد تحویل: دوشنبه ۱۰ خرداد ۱۴۰۰

طراح: علی کرامتی پور، alikeramatipour@gmail.com

۱. الگوریتم Ford-Fulkerson را در شبکه جریان زیر از راس s به راس t اجرا کنید. مسیر افزایشی را در هر مرحله نشان دهید، همچنین در نهایت \min -cut را نیز مشخص کنید. (۱۵ نمره)



۲. فرض کنید در شبکه جریان ($FlowNetwork$)، علاوه بر یال‌ها، رئوس نیز ظرفیت دارند. به این معنا که یک راس نمی‌تواند ورودی بیشتر از ظرفیت خود داشته باشد. این مسئله را به مسئله $Flow$ کلاسیک تبدیل کنید. (۱۵ نمره)

۳. با توجه به افزایش آمار تصادف، پلیس راه تصمیم گرفته دوربین‌های کنترل سرعت مخفی در راه‌ها بگذارد! با توجه به آمار تصادف‌های تهران-مشهد، مسیرهای بین این دو شهر در اولویت کار قرار گرفته. پلیس در نظر دارد دوربین‌های خود را در میانه جاده‌ها قرار دهد (جاده‌ها دو طرفه هستند) تا هر ماشینی که از تهران به مشهد (یا بالعکس) سفر می‌کند، حداقل از جاده‌ای شامل یک دوربین بگذرد. پلیس می‌خواهد تعداد دوربین‌ها را کمینه کند و از شما کمک خواسته. شما باید حداقل تعداد دوربین‌های موردنیاز و جاده‌هایی که دوربین‌ها را در آن قرار می‌دهید را گزارش دهید. (۱۵ نمره)

(آ) مسئله را با مدل کردن آن به یک مسئله الگوریتمی حل کنید.

(ب) مرتبه زمانی الگوریتم خود را محاسبه کنید.

۴. بیمارستان می‌خواهد برنامه حضور پزشکان خود را برای تعطیلات کل سال ۱۴۰۰ به گونه‌ای سازماندهی کند که هر روز از تعطیلات حداقل یک پزشک کشیک در بیمارستان حضور داشته باشد. در کل سال k دوره تعطیلات وجود دارد و هر دوره ممکن است یک یا چند روز طول بکشد. به عبارت دقیق‌تر i امین دوره تعطیلات به میزان d_i روز طول می‌کشد. هر پزشک می‌تواند مجموعه‌ای از روزهای تعطیل در بیمارستان حضور داشته باشد که برای i امین پزشک این مجموعه S_i نامیده می‌شود. با استفاده از شبکه جریان، الگوریتمی ارائه دهید که برنامه‌ای برای چیدمان ارائه دهد به طوری که شرایط زیر برآورده کند. (۲۰ نمره)

- به هر روز تعطیلی یک پزشک کشیک اختصاص داده شود.
- هر پزشک حداکثر c روز از کل تعطیلات را کشیک باشد.
- در هر دوره تعطیلی، هر پزشک حداکثر یک روز از آن را کشیک باشد.

۵. در اصطلاحات شبکه، unicast به معنای ارسال داده‌ای از یک سرور (source) به دقیقاً یک کاربر می‌باشد. فرض کنید در شبکه‌ای نیاز است که داده‌هایی از سرور (به طور موازی و پیوسته) به هر کاربر از زیر مجموعه $U \subset V$ ، unicast شود. این داده‌ها با جریان‌هایی در شبکه، از سمت سرور به کاربران ارسال می‌شود (به ازای هر کاربر $u \in U$ شبکه، تنها یک واحد جریان داده ارسال می‌شود). برای اینکه این کار ممکن باشد، بعضی از لینک‌ها (یال‌ها) باید ظرفیت یک یا بیشتر داشته باشند. الگوریتمی بهینه‌ای ارائه دهید تا مقدار بیشینه ظرفیت مورد نیاز لینک‌ها را کمینه کند. (از الگوریتم پیدا کردن جریان بیشینه در شبکه جریان می‌توانید بدون توضیح استفاده کنید و لازم به بهینه کردن زمان آن با الگوریتم‌های مختلف موجود نیست. مرتبه زمانی الگوریتم جریان بیشینه را با F نشان دهید.) (۲۰ نمره)

۶. الگوریتم Dinic برای پیدا کردن جریان بیشینه در شبکه شار را مطالعه کرده و آن را به طور کامل توضیح دهید. (۱۵ نمره)

NOT APPROVED