



## به نام خداوند بخشنده مهربان

تمرین شماره یک

حسین بابایی

۲۸ بهمن ۱۳۹۶

۱. آرایه ای از اعداد اکیدا صعودی داریم که به اندازه  $k$  واحد به صورت دایره ای شیفت پیدا کرده اند. الگوریتمی آرایه دهید تا به کمک آن بتوان بزرگترین عدد بین این اعداد را پیدا کرد.  
\* به عنوان مثال، اعداد مرتب شده 1, 2, 3, 4, 5, 6 پس از دو واحد شیفت یافتن به صورت 4, 5, 6, 1, 2, 3 در می آیند.

۲. آرایه ای مرتب شده از اعداد متمایز از هم داریم. دو تابع  $ceil(x)$  و  $floor(x)$  را طراحی کنید به گونه ای که: تابع  $floor(x)$  بزرگترین عدد کوچکتر و یا برابر با  $x$  و تابع  $ceil(x)$  کوچکترین عدد بزرگتر و یا برابر با  $x$  را از بین اعداد موجود در آرایه مرتب شده بر می گرداند.

۳. رشته  $S$  به طول  $n$  از در هم ریختن و جابه جا کردن حروف رشته  $P$  ساخته شده است. عمل  $swap(i)$  عملی است که باعث جابه جا شدن کاراکترهای  $i$  و  $i + 1$  در رشته  $S$  می شود. الگوریتمی از مرتبه زمانی  $O(n \log n)$  آرایه دهید که تعداد عملیات  $swap$  لازم برای تبدیل رشته  $S$  به رشته  $P$  را محاسبه کند.

۴.  $n$  تا ورق بازی داریم که روی هر کدام یک عدد نوشته شده است. در هر مرحله می توانیم دو ورق انتخاب کرده عدد روی آن ها را مقایسه کنیم تا ببینیم با هم برابرند یا نه. می خواهیم بفهمیم که آیا بیشتر از نصف ورق ها عدد یکسانی دارند یا نه.

آ ( الگوریتمی بر مبنای تقسیم و غلبه آرایه دهید که با انجام  $O(n \log n)$  مقایسه این کار را برای ما انجام دهد.

ب ( الگوریتمی آرایه دهید که این کار را با  $O(n)$  مقایسه انجام دهد.

۵. یک مرکز تشویق جوانان به ازدواج! که تا امروز اطلاعات زوج های تحت تشویقش را در یک آرایه از اطلاعات نگه می داشت که در این آرایه ابتدا اطلاعات مربوط به بانوان و سپس اطلاعات مربوط به آقایان آمده بود، با شکایاتی از سمت زوج ها روبرو شده است. زوج ها دوست دارند که اطلاعاتشان در آرایه مذکور کنار همدیگر واقع شود! اگر بدانیم که در کل  $n$  زوج داریم (طول آرایه ای که داریم  $2n$  می باشد) و برای هر بانویی که اطلاعاتش در ایندکس  $i$ ام آرایه مربوط به اطلاعات قرار دارد، اطلاعات همسرش در ایندکس  $n + i$  قرار داشته باشد، الگوریتمی با هزینه زمانی  $O(n \log n)$  آرایه دهید تا بدون نیاز به حافظه اضافی اطلاعات زوج

ها را در خانه های کنار هم قرار دهد. (با استفاده از swap کردن این کار را انجام دهید).

\* توجه کنید که ترتیب قرار گیری اطلاعات خانم ها در آرایه نباید به هم بخورد، به این معنی که اگر اطلاعات خانمی زودتر از اطلاعات خانمی دیگر ثبت شده باشد پس از اجرای الگوریتم نیز این ترتیب باید رعایت شده باشد و نیز همچنین برای هر زوج ابتدا اطلاعات زن قرار گرفته و در خانه بعدی اطلاعات مرد باید قرار گیرد.

۶. آرایه ای از اعداد داده شده است (اعداد می توانند مثبت و یا منفی باشند). دو اندیس  $i$  و  $j$  را پیدا کنید که  $a[i] + a[i+1] + \dots + a[j]$  بیشینه شود.

آ ( الگوریتم زمان اجرای  $O(n \log n)$  داشته باشد.

ب ( الگوریتم زمان اجرای  $O(n)$  داشته باشد.