

# دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

تمرین کامپیوتری چهارم (گراف)

موعد تحویل: دوشنبه ۱۹ اردیبهشت ۱۴۰۱، ساعت ۱۲:۰۰ ظهر

طراح: علی عباسی

aliabbasi806@gmail.com



## ۱. چند ضلعی (Polygon)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

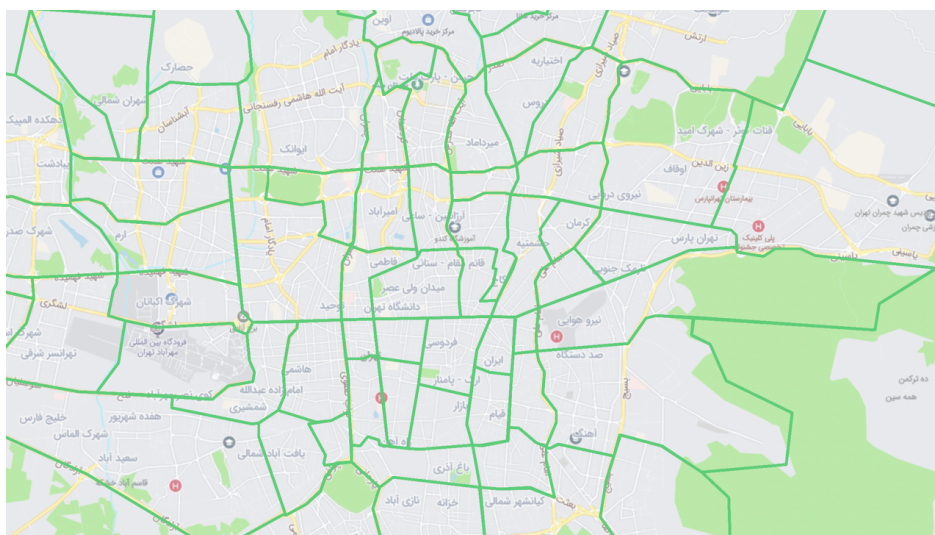
محدودیت حافظه: ۵۰ مگابایت

پارسا که از دست مسیر یاب‌ها کلافه شده بود، با خودش فکر کرد که با الگوریتم‌هایی که در درس طراحی الگوریتم یاد گرفته است یک مسیر یاب برای خودش بنویسد!

بعد از اینکه یکم با خودش کلنجار رفت، فهمید که نه درست و حسابی الگوریتم‌ها را یادش هست و نه چیزی از *Geofencing* می‌داند. برای همین مثل همیشه از شما کمک خواست. همین طور پارسا به شما قول داده است که داده‌های مورد نیاز را در اختیاران بگذارد تا بتوانید مسیر یاب را پیاده‌سازی کنید.

### مسئله

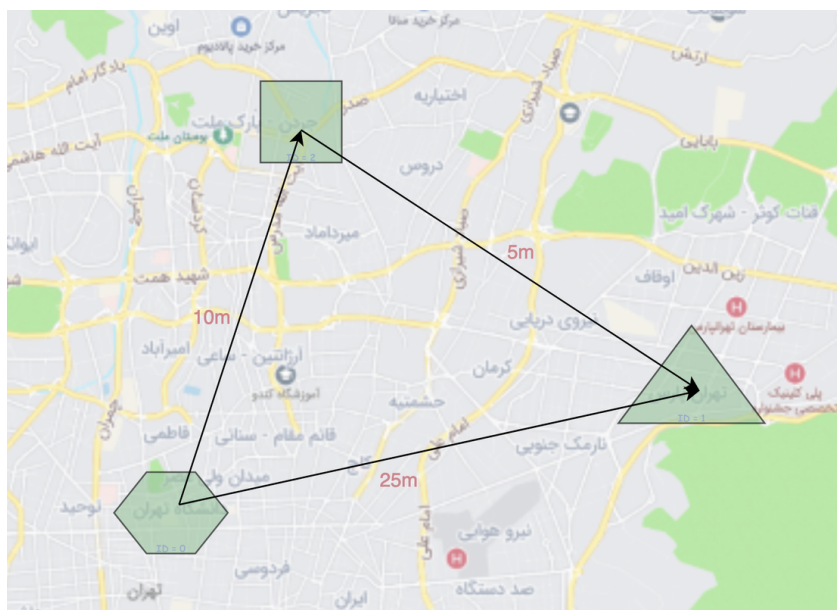
برای نشان دادن مناطق، از چند ضلعی‌ها (*Polygon*) استفاده می‌کنیم به این صورت که هر منطقه از چند گره تشکیل شده که با هم یک منطقه را تشکیل می‌دهند. هر گره با دوتایی (*latitude, longitude*) نشان داده می‌شود.



همین طور هر منطقه یک شناسه یکتا (*ID*) دارد که با آن شناخته می‌شود.

این مناطق با یال‌هایی به هم متصلند. هر یال وزنی دارد که نشان دهنده مدت زمان جابه‌جایی بین دو منطقه است. همچنین این یال‌ها یک طرفه هستند.

برای مثال به تصویر زیر توجه کنید. این تصویر مربوط به ورودی نمونه است.



حال شما باید با داده هایی که از پارسا گرفتید، با فرمت ورودی و خروجی موردنظر پارسا، کم ترین زمان بین دو نقطه که با دو تایی  $(latitude, longitude)$  نشان داده می شوند را پیدا کنید.

## ورودی

در خط اول،  $n$  و  $m$  می آیند که به ترتیب نشان دهنده تعداد مناطق و یال ها هستند. سپس به ازای هر منطقه ابتدا  $v$  می آید که نشان دهنده تعداد راس های چند ضلعی است و سپس در  $v$  خط بعدی محل راس ها می آیند. دقت کنید که شناسه مناطق با ترتیب ورودشان مشخص می شود. یعنی اولین منطقه شناسه صفر، دومین منطقه شناسه یک و ... دارد. پس از مناطق،  $m$  خط می آید که به صورت  $ID_1 \ ID_2 \ t$  است که به این معنی است که از منطقه با شناسه ۱ به منطقه با شناسه ۲ یک یال با مدت زمان جابه جایی  $T$  قرار دارد. سپس عدد  $r$  می آید که نشان دهنده تعداد درخواست های پیدا کردن مسیر با کم ترین زمان است. به ازای هر درخواست ابتدا عدد  $p$  می آید که تعداد نقطه های داده شده است. سپس در خط بعد  $p$  نقطه به صورت  $latitude \ longitude$  می آید. دقت کنید برای طی کردن این مسیر  $p$  راسی می توانیم از بقیه منطقه ها نیز استفاده کنیم

## خروجی

به ازای هر دو نقطه متوالی خروجی را در یک خط جدید چاپ کنید. اگر حداقل یکی از دو نقطه در هیچ یک از مناطق نبودند ۱- چاپ کنید. اگر هر دو نقطه در یک منطقه باشند ۰ چاپ کنید. اگر هیچ راهی بین دو نقطه نباشد INF چاپ کنید.

## محدودیت ها

$$2 < n \leq 500 \bullet$$

$$2 < m \leq 105 \bullet$$

$$1 < t < 105 \bullet$$

$$2 < v < 11 \bullet$$

$$1 < r < 10^3 \bullet$$

$$2 < p < 10^2 \bullet$$

## ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
3 3	15
6	0
35.698431656057515 51.402111053466804	1-
35.705750141387824 51.40777587890626	5
35.70972275209277 51.397562026977546	INF
35.70679558445233 51.38751983642579	
35.69982570505505 51.38339996337891	
35.69341287787123 51.394128799438484	
3	
35.721012248885295 51.533260345458984	
35.72338144638327 51.40441964314755	
35.73480835062284 51.520214080810554	
4	
35.782309962716326 51.40048027038574	
35.77980325528656 51.43206596374512	
35.764343479667176 51.429061889648445	
35.76636317055983 51.4009952545166	
0 1 25	
0 2 10	
2 1 5	
3	
2	
35.70379861098488 51.395330429077156	
35.72644736208901 51.52038574218751	
3	
35.702265232154964 51.39730453491212	
35.705157717565406 51.39297008514404	
35.720036676496555 51.42168045043946	
3	
35.774371784708535 51.416358947753906	
35.72644736208901 51.52038574218751	
35.70379861098488 51.395330429077156	

## ۲. کابل (Cable)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۱۲۸ مگابایت

پارسا هنوز هم کلافه است، اینبار از قیمت کابل های شبکه! باز با خودش فکر کرد که با الگوریتم هایی که در درس طراحی الگوریتم یاد گرفته است کم ترین قیمت ممکن برای طراحی شبکه اش را محاسبه کند. ولی باز یادش افتاد که نه درست و حسابی الگوریتم ها را یادش هست و نه چیزی از انواع کابل های شبکه میداند. برای همین مثل همیشه دوباره از شما کمک خواست و قول داد که داده های مورد نیاز را دراختیارتان بگذارد تا بتوانید شبکه را طراحی کنید. همین طور نکته ای که باید توجه کنید این هست که پارسا در حال حاضر یک کابل مخصوص را در نظر دارد و دوست دارد در شرایطی که در ادامه گفته میشود از آن استفاده کند.

### مسئله

قیمت کابل ها در یک آرایه به نام  $c$  شما داده میشوند. همین طور قیمت کابل مخصوص به صورت جداگانه داده میشود. به تعداد  $n$  سرور داریم که از ۱ تا  $n$  شماره گذاری شده اند. تعداد کابل ها نیز  $n$  است. کابل ها باید به صورت خاصی بین سرور های  $i$  و  $j$  کشیده شوند. ابتدا ب.م.م قیمت کابل ها از کابل  $i$  ام تا کابل  $j$  ام محاسبه میشود. حال اگر این مقدار با کم ترین قیمت در بین کابل های  $i$  ام تا  $j$  ام برابر بود آنگاه کابل با کم ترین قیمت بین دو سرور  $i$  و  $j$  قرار میگیرد. اگر دو سرور متوالی بودند یعنی  $i + 1 = j$  برابر  $j$  بود، کابل مخصوص بینشان قرار میگیرد. دقت کنید که  $j < i$ . اگر هر دو شرط برقرار باشند دو کابل بین دو سرور وصل میشود و اگر هیچ یک از شرط ها برقرار نباشد، هیچ کابلی آن دو سرور را به هم وصل نمی کند. با توجه به این اطلاعات باید طراحی ای شامل زیر مجموعه ای از کابل ها با کم ترین هزینه را پیدا کنیم به صورتی که همه سرور ها به صورت مستقیم یا غیر مستقیم به هم متصل باشند. در نهایت خروجی، هزینه کابل کشی است.

### ورودی

در خط اول  $t$  می آیند که نشان دهنده تعداد تست هاست. در هر تست در ابتدا دو عدد  $n$  و  $s$  می آیند که به ترتیب نشان دهنده تعداد سرور ها و قیمت کابل مخصوص هستند. در خط بعدی  $n$  عدد می آیند که مشخص کننده آرایه قیمت کابل ها هستند. همچنین تضمین میشود جمع  $n$  های تست های یک ورودی از  $10^5 * 2$  تجاوز نمیکند.

### خروجی

برای هر تست در خط جداگانه، کم ترین هزینه را چاپ کنید.

### محدودیت ها

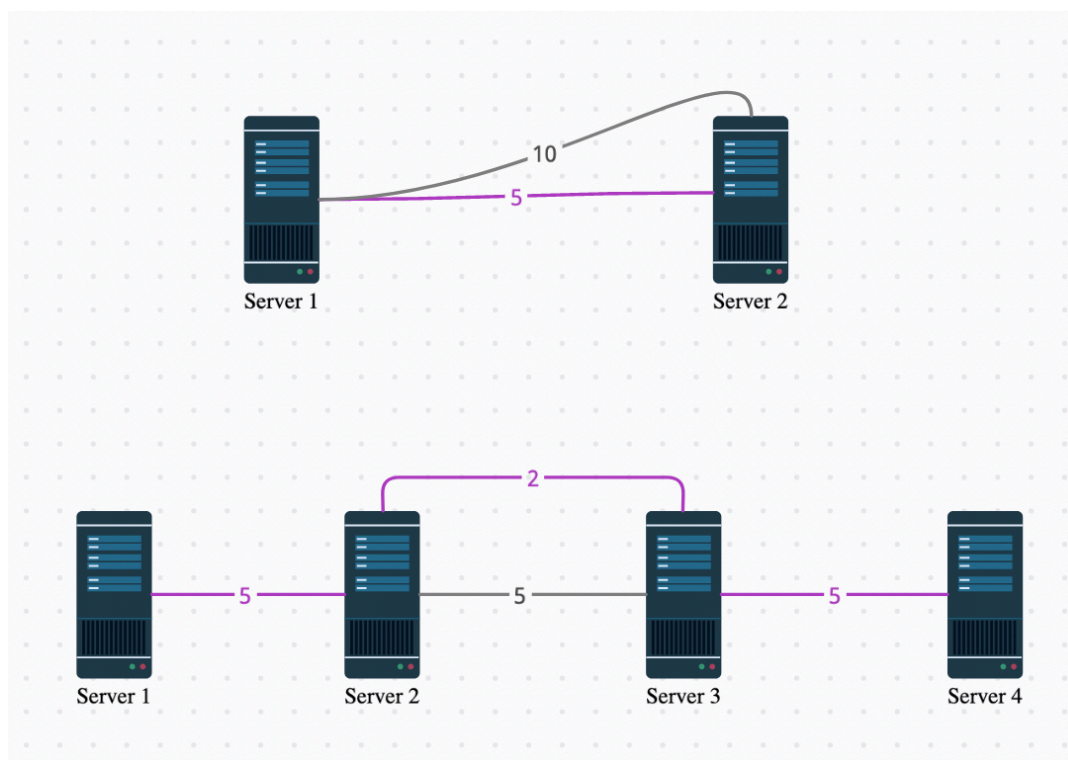
- $1 < t < 10^4$
- $1 < n \leq 2 * 10^5$

- $1 < s < 10^9$
- $1 \leq c[i] \leq 10^9$
- جمع  $n$  های تست های یک ورودی از  $10^5 * 2$  تجاوز نمیکند

### ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
2	5
2 5	12
10 10	
4 5	
5 2 4 9	

طرح دو تست کیس نمونه:  
دقت کنید اتصال بهینه با رنگ بنفش نشان داده شده است



### ۳. تاخیر (Latency)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

پس از طراحی شبکه، پارسا حالا نگران تاخیر در شبکه است!

همینطور که در مساله قبل دیدیم، سرور هایی داریم که به هم متصل شده اند. در این شبکه یک سرور ارسال کننده (Broadcaster) داریم که بسته ها (Packet) را می فرستد و باقی سرور ها دریافت کننده (Receiver) هستند. در این شبکه از سیستم Flooding استفاده میشود به اینصورت که ارسال کننده بسته را به همسایه های خود میفرستد و آن ها هم اینکار را تکرار می کنند تا بسته به همه سرور ها برسد. حال برای اینکه پارسا از صحت طراحی شبکه مان مطمئن باشد، میخواهیم مدت زمان رسیدن یک بسته به همه سرور ها را حساب کنیم.

#### مسئله

یک شبکه با  $n$  سرور داریم که از ۱ تا  $n$  شماره گذاری شده اند. برای هر لینک بین دو سرور مقدار  $t$  را داریم که مدت زمان گذشتن بسته از آن لینک هست. حال میخواهیم مدت زمانی که طول میکشد تا یک بسته به همه سرور ها برسد را حساب کنیم.

#### ورودی

در خط اول  $n$  و  $m$  و  $b$  می آیند که به ترتیب نشان دهنده تعداد سرورها و لینک ها و شماره سرور ارسال کننده هستند. در  $m$  خط بعدی، سه تایی  $(s_1, s_2, t)$  می آید که نشان داده این است که از سرور  $s_1$  به سرور  $s_2$  یک لینک با تاخیر  $t$  قرار دارد.

#### خروجی

یک عدد چاپ کنید که نشان دهنده مدت زمان رسیدن بسته به تمام سرورهاست. در صورت ناممکن بودن رسیدن بسته به همه سرور ها، ۱- خروجی دهید.

#### محدودیت ها

- $1 < n \leq 20000$
- $1 < m \leq 10^6$
- $1 \leq t \leq 10^6$

#### ورودی و خروجی نمونه

خروجی استاندارد	ورودی استاندارد
2	4 3 2 2 1 1 2 3 1 3 4 1

طرح تست کیس نمونه:

