



۵ سوال، جمعا ۱۰۰ نمره

پیشنهاد برای مدیریت زمان: پاسخ به سه سوال اول را در نیم ساعت اول بنویسید. در این صورت برای دو سوال آخر هر کدام نیم ساعت زمان خواهید داشت.

سوال ۱ (۱۵ نمره): الگوریتم Johnson Trotter را برای تولید تمام جایگشت‌های اعداد ۱ تا ۴ اجرا کنید. برای هر مرحله عناصر متحرک (mobile elements) و جهت حرکت هر عنصر را مشخص کنید.

سوال ۲ (۱۵ نمره): می‌خواهیم عنصری با کلید 281 را در آرایه مرتب شده ۲۰ عنصری زیر جستجو کنیم:

$A = [137, 142, 185, 281, 308, 329, 418, 432, 649, 690, 753, 810, 894, 1038, 1078, 1176, 1345, 1374, 1822, 1950]$

الف: اگر روش Binary Search استفاده شود در مرحله اول (بعد از اولین مقایسه)، بازه جستجو به چه بازه‌ای کاهش پیدا میکند؟

ب: اگر با روش Interpolation search جستجو کنیم چه تفاوتی میکند؟ نحوه انجام محاسبات را توضیح دهید.

سوال ۳ (۱۵ نمره) - تعدادی متقاضی برای برگزاری مراسم در آمفی‌تئاتر دانشکده مراجعه کرده‌اند. زمان شروع و مدت زمانی که هر مراسم طول می‌کشد طبق جدول زیر است. کدام متقاضیان انتخاب شوند تا تعداد مراسم برگزار شده بیشینه گردد؟

متقاضی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
ساعت شروع	۱۲	۱۴	۱۰	۹	۸	۱۵	۱۶	۱۴	۱۳	۱۲
طول مراسم (ساعت)	۲	۲	۲	۳	۲	۲	۲	۳	۲	۳

سوال ۴ (۲۵ نمره): هیات امنای یک امام‌زاده صندوق صدقات بزرگی ساخته بودند تا مردم صدقات خود را به صورت سکه در آن بیندازند. برای ایمنی بیشتر تمام درزهای صندوق جوشکاری شده بود و فقط یک راه آن هم برای انداختن سکه‌ها وجود داشت. اکنون این هیات می‌خواهد بداند آیا مبلغی که برای مرمت حرم این امام‌زاده مورد نیاز بوده تامین شده است یا نه. اما مساله این است که مبلغ کل جمع‌آوری شده به صورت دقیق مشخص نیست. مگر این که صندوق بریده شده و سکه‌ها شمرده شوند. فرض کنید وزن صندوق خالی مشخص است و امکان وزن کردن دقیق صندوق نیز وجود دارد.



به نام خدا

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر  
امتحان میان ترم درس طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها



اگر وزن دقیق و ارزش سکه‌های رایج به شما داده شده باشد الگوریتمی مبتنی بر برنامه ریزی پویا طراحی کنید که محاسبه کند حداقل مبلغ موجود در صندوق چقدر است؟  
مراحل الگوریتم را توضیح داده و مرتبه الگوریتم را نیز محاسبه کنید. بهینه بودن پاسخ خود را اثبات کنید.  
نوشتن شبه کد بدون توضیح و اثبات نمره ای ندارد.

سوال ۵ (۳۰ نمره): پسران حاج حسین سوهانی به نام‌های علی و حسن در کارگاه "حاج حسین سوهانی و پسران، بغیر از فریبرز" مشغول کارند. قرار است  $n$  دسته سوهان از انواع مختلف تولید شود. این دو پسر با هم قرار گذاشته‌اند که کارهای اولیه توسط علی بر روی سوهان‌ها انجام شده و کارهای ثانویه بر عهده حسن باشد. کارهای اولیه روی دسته  $i$  ام توسط علی در مدت زمان  $A_i$  و کارهای ثانویه روی همین دسته توسط حسن در زمان  $H_i$  انجام میگیرد. حسن در صورتی می‌تواند کار خود را شروع کند که کار علی بر روی آن دسته از سوهان‌ها تمام شده باشد. در آن صورت حسن می‌تواند کارش را بلافاصله شروع کرده یا آن را برای زمان دیگری به تعویق بیندازد و به کار بر روی دسته‌ی دیگری مشغول شود. هیچ کدام نمی‌توانند همزمان بر روی دو یا چند دسته سوهان کار کنند. لیستی از مدت زمانی که قرار است علی و حسن بر روی هر دسته صرف کنند به شما داده می‌شود. شما باید به حاج حسین کمک کنید تا ترتیب کار پسرانش را به گونه‌ای برنامه‌ریزی کند که کل کارها در کمترین زمان ممکن انجام شوند.

مثلا اگر  $A=[4,5,6]$  و  $H=[1,2,6]$  باشد بهتر است مطابق با جدول زیر علی روی دسته ۳ سپس دسته ۲ و سپس دسته ۱ و ... کار کنند تا کل کارها در ۱۶ ساعت تمام شود:

علی	دسته ۱ (۴ ساعت)		دسته ۲ (۵ ساعت)		دسته ۳ (۶ ساعت)
	دسته ۱ (۱ ساعت)	بیکار	دسته ۲ (۲ ساعت)	دسته ۳ (۳ ساعت)	بیکار
حسن					