

$$A, B \quad P(A \cap B) = P(A) P(B)$$

$$\rightarrow P(A|B) = P(A)$$

$$\rightarrow P(B|A) = P(B)$$

آزمایش‌های تکراری

$A \quad \bar{A}$

آزمایش‌های مستقل

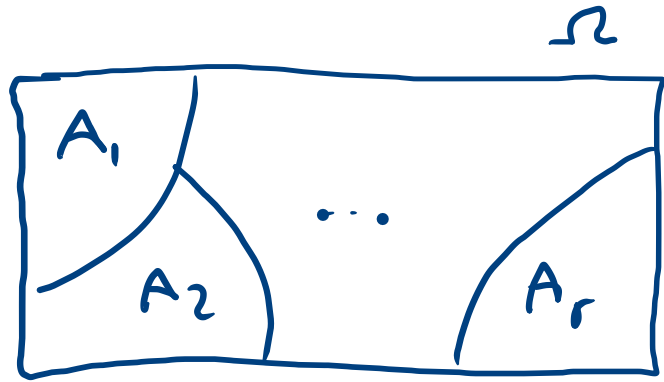
$$P(A) = p$$

n : تعداد تکرار آزمایش

k : تعداد رخ دادن A

$$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

آزمایش برنولی تعمیم یافته



$$P(A_i) = p_i$$

تعداد تکرار آزمایش: n

$$\underline{k}_1 + \underline{k}_2 + \dots + \underline{k}_r = n$$

$$\binom{n}{k_1, \dots, k_r} p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_r^{k_r}$$

مثال

• جعبه‌ای شامل N کارت حافظه است که M تا از آنها خراب هستند. به طور تصادفی کارتی را از جعبه برداشته و آزمایش می‌کنیم و دوباره به جعبه برمی‌گردانیم. اگر این کار را n بار انجام دهیم (n انتخاب با جایگذاری)، احتمال این که k بار با کارت حافظه خراب مواجه شویم چقدر است؟

$$P_i(k) = \binom{n}{k} \left(\frac{M}{N}\right)^k \left(1 - \frac{M}{N}\right)^{n-k}$$

ادامه مثال قبل: بدون جایگذاری

$$P_2(k) = \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

توزیع فرق هندسی

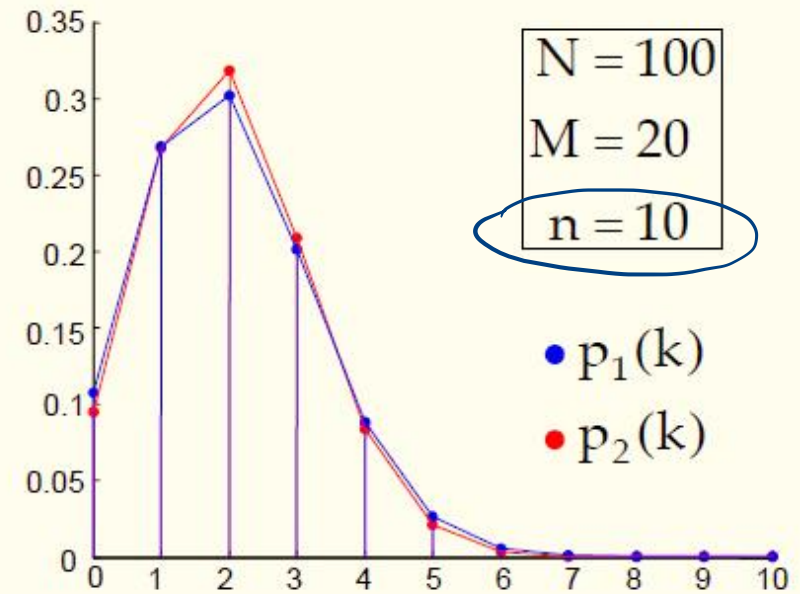
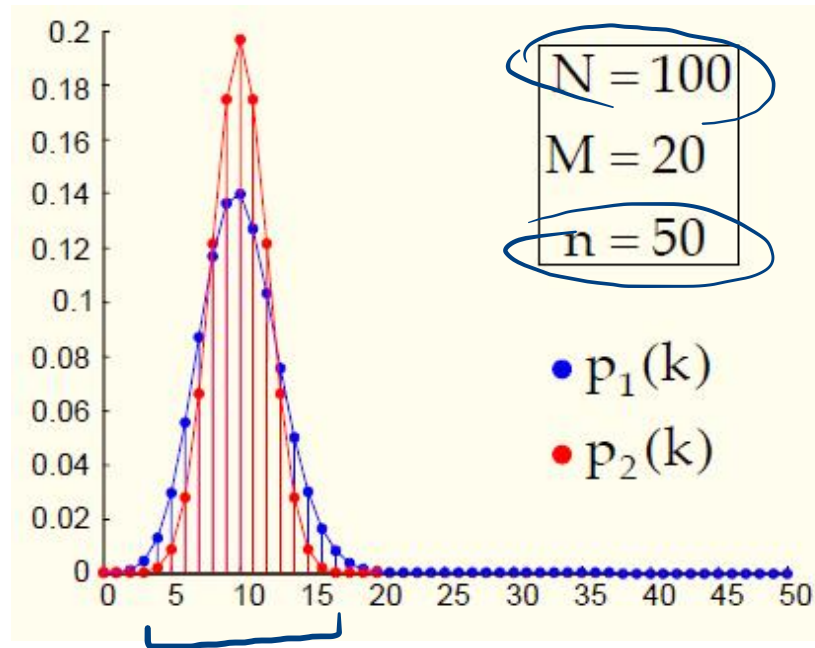
$$\boxed{N \gg n}$$

$$\left(\frac{M}{N} \right)$$

$$\left(\frac{M-1}{N-1} \right)$$

مقایسه $p_1(k)$ و $p_2(k)$

$$N \gg n$$



استقلال شرطی (Conditional Independence)

A B C

$$P(A \cap B | C) = P(A | C) P(B | C)$$

$$P(A \cap B) = P(A) P(B) \quad \nRightarrow \quad \nRightarrow$$

استقلال شرطی و غیر شرطی

مثال،
سکه سالم
سکه خراب: در طرف شیر است.

A: پرتاب اول شیر باشد:

B: " " دوم " "

$$\underline{\underline{P(B|A)}} > \underline{\underline{P(B)}}$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \quad P(B) = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

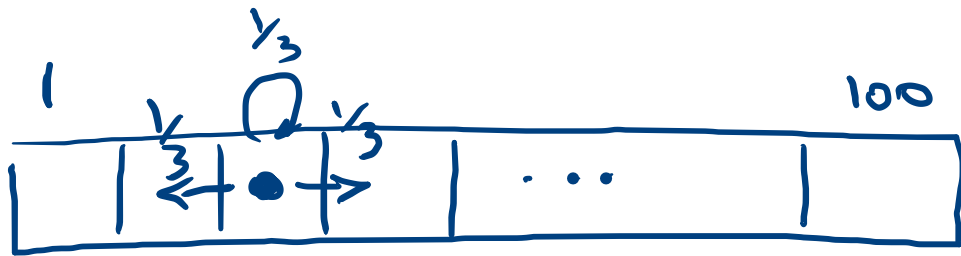
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{6} > \frac{3}{4}$$

$P(B|A) \qquad P(B)$

$$P(A \cap B | \text{coin}) = \frac{1}{4}$$

$$P(A | \text{coin}) = \frac{1}{2}$$

$$P(B | \text{coin}) = \frac{1}{2}$$



A_t : مکان ربات در نقطه t

$A_t = 50$

$A_{t+2} = 51$

$A_{t+1} = 49$

$$P(A_{t+2} = 51) < P(A_{t+2} = 51 \mid A_t = 50)$$

$$P(A_{t+2} \mid A_t = 50, A_{t+1} = 49) = P(A_{t+2} \mid A_{t+1} = 49)$$

$$P(A_5 = 50 \mid A_3 = 48, A_4 = 49) = \frac{1}{3}$$

$$P(A_5 = 50 \mid A_4 = 49) = \frac{1}{3}$$

Classification طبقه بندی

(x)

دروغی

(y)

برعکس
کلاس

$$P(y \mid \overset{\downarrow}{x}) = ?$$

$$P(y = \text{مرد} \mid \underbrace{\begin{bmatrix} 170 \\ 70 \end{bmatrix}}_x) \gtrless \frac{1}{2}$$

رد
نن

Naive Bayes classifier

$$P(x_1, x_2, \dots, x_k | y) = P(x_1 | y) P(x_2 | y) \dots P(x_k | y)$$

$$P(y | x_1, \dots, x_k) = \frac{P(x_1, \dots, x_k | y) P(y)}{P(x_1, \dots, x_k)}$$

$y = 1, 2$

$$P(y=1) = 0.6$$

$$P(y=2) = 0.4$$