

به نام خدا



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۱

تمرین شماره ۱۱

دستیار آموزشی این مجموعه: محمدطاها فخاریان

taha.fakharian@gmail.com



تاریخ تحویل: ۲۴ خرداد (صفحه درس)

(۱) حالتی از PCP را در نظر بگیرید که در آن، طول هر رشته بالای هر دومینو با طول هر رشته پایین هر دومینو برابر باشند. برای مثال در نظر بگیرید: $L = \left\{ \frac{ab}{aa}, \frac{a}{b}, \frac{abaa}{bbba} \right\}$ در این دسته قرار می‌گیرد. نشان دهید این حالت از مسأله PCP تصمیم‌پذیر است.

(۲) اگر G_1, G_2 دو گرامر مستقل از متن باشند، ثابت کنید زبان‌های زیر $Undecidable$ هستند (می‌توانید فرض کنید که زبان $ALL_{CFG} = \{ \langle G \rangle \mid L(G) = \Sigma^* \}$ یک زبان $Undecidable$ است).

$$a. L_1 = \{ \langle G_1, G_2 \rangle \mid L(G_1) \cap L(G_2) \neq \emptyset \}$$

$$b. L_2 = \{ \langle G_1, G_2 \rangle \mid L(G_1) = L(G_2) \}$$

(۳) در صورتی که الفبای زبان $\{0,1\}$ باشد، ثابت کنید L, \bar{L} هر دو $Turing-recognizable$ نیستند.

$$A = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ is a turing machine that accepts } w \}$$

$$L = \{ 0x \mid x \in A \} \cup \{ 1y \mid y \notin A \}$$

(۴) یک وضعیت بی‌فایده در یک ماشین تورینگ، وضعیتی است که با هیچ رشته ورودی نتوان به آن وارد شد. ثابت کنید مسأله مشخص کردن وجود وضعیت بی‌فایده در یک ماشین تورینگ $Turing-undecidable$ است.

۵) فرض کنید زبان L شامل زوج‌های $\langle M, w \rangle$ است، به صورتی که در آن ماشین تورینگ تک‌نواره‌ای است که بخشی از نوار که ورودی روی آن نوشته شده است را هرگز تغییر نمی‌دهد و w نیز ورودی این ماشین است. آیا L تصمیم‌پذیر است یا نه؟ پاسخ خود را اثبات کنید.

۶) عبارات زیر را اثبات کنید:

الف) زبان A ، *Turing-recognizable* است اگر و تنها اگر $A \leq A_{TM}$.

ب) زبان A تصمیم‌پذیر است اگر و تنها اگر $A \leq 0^*1^*$.

۷) (امتیازی) زبان A شامل $\langle R, S \rangle$ ‌هایی است که در آنها R و S عبارت‌های منظم هستند و

$L(R) \subseteq L(S)$ ثابت کنید A زبانی تصمیم‌پذیر است.