

(سؤال یک)

الف) نادرست. مثال نقض: $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, $L_2 = \emptyset$, $L_1 \cap L_2 = \emptyset$

ب) نادرست. زبان منظم است:

- محدودیتی بر روی انتخاب y نیست ، $y = \epsilon$ می تواند باشد.

- رابطهای بین رشته های x و y نیست.

$$\epsilon = \epsilon^R$$

بنابراین این زبان ساوی $*$ است.

پ) نادرست.

زبان L_1 متناهی بنابراین منظم است. زبانهای منظم نسبت به تفاضل بسته اند. بنابراین $L_1 \setminus L_2$ نیز منظم است. با توجه به رابطه زیر اگر $L_1 \cup L_2$ نامنظم باشد به تناقض می رسم.

$$L_2 = (L_1 \cup L_2) \setminus (L_1 \setminus L_2)$$

ت) نادرست.

مثال نقض: $L_1 = a^*$, $L_2 = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$, $L_2 \subseteq L_1$

ث) درست.

زبان مشابهی منظم است و زبانهای منظم نسبت به تفاضل بسته اند.

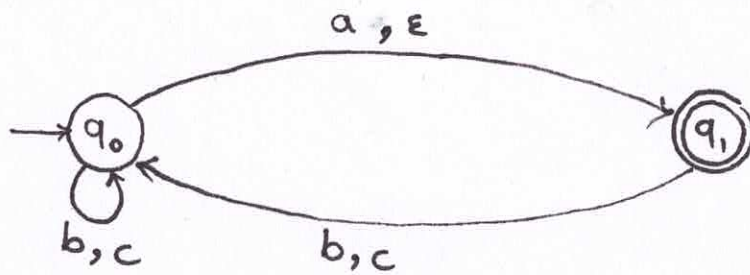
نکته: 5 مسأله هر کدام 3 نمره.

نکته: اگر پاسخ درست/نادرست صحیح باشد ولی دلیل ارائه شده نادرست باشد

1 نمره از 3 نمره داده می شود

سؤال دو)

NFA این زبان به شکل زیر است:

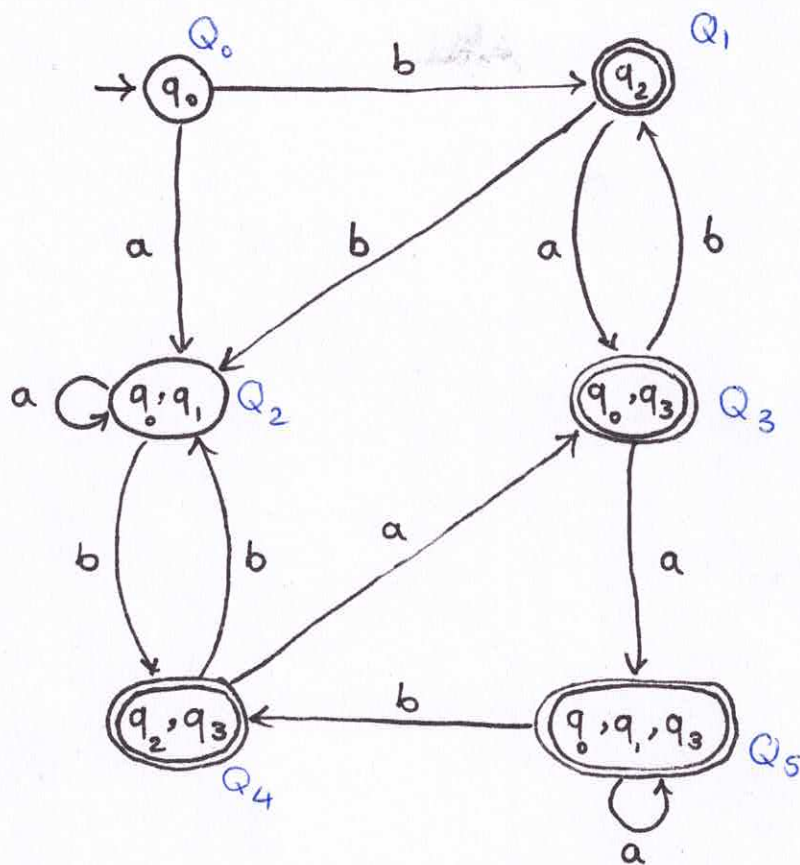


در این اتوماتون a می‌تواند آخرین حرف ورودی باشد. اما اگر a در میان رشته باشد حتماً بعد آن b یا c می‌آید.
اتوماتون به صورت زیر به عبارت منظم تبدیل می‌شود:

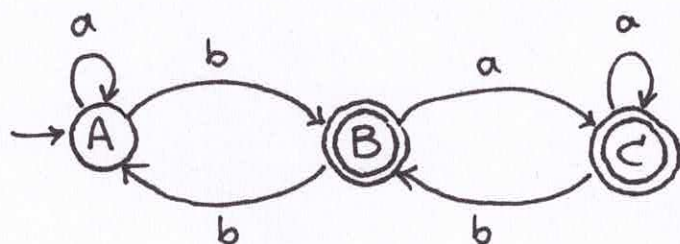
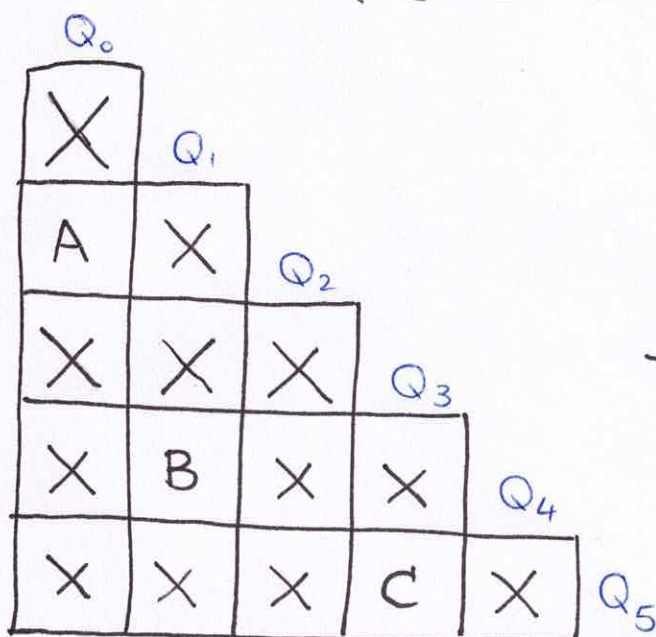
$$(b + c + ab + ac) * (a + \epsilon)$$

نکته ۱: در این سؤال جواب نهایی مدنظر است و راه حل رسیدن به آن در نمره نهایی تأثیری ندارد.

نکته ۲: اگر عبارت منظم نادرست باشد (رشته‌ای عضو زبان را نپذیرد یا رشته نادرستی بپذیرد) در این سؤال نمره‌ای اختصاص نمی‌یابد.



ترسیم درست اتوماتون منهای قطعی ۱۵ نمره دارد.
(اگر تنها یک یا ل اشتباه ترسیم شده باشد ۵ نمره تعلق می گیرد)



اتوماتون منهای کمینه ۳ حالت دارد.
ترسیم درست اتوماتون منهای قطعی کمینه ۱۵ نمره

سؤال چهار)

رشته w, w_2 بر روی الفبای $\Sigma = \{0, 1\}$ که در آن $|w_1| = 2|w_2|$ ، رشته ای است که اندازه آن مضرب از 3 باشد.

عبارت منظم نشان دهنده زبان به صورت زیر است :

$$((0+1)(0+1)(0+1))^*$$

سؤال پنجم)

الف) $x_2 \notin L$ معادل $x_2 \in \bar{L}$ است. زبانهای منظم نسبت به متمم گیری بسته اند. (5 نمره)
بنابراین \bar{L} هم منظم است. زبان L_1 شامل رشته هایی می شود که از اتصال رشته های متعلق به L و \bar{L} به دست می آیند. چون زبانهای منظم نسبت به اتصال بسته اند، L_1 منظم است.

ب) $x^R \in L$ معادل $x \in L^R$ است. زبانهای منظم نسبت به عمل وارونه کردن بسته اند پس L^R منظم است. زبان L_2 شامل رشته هایی می شود که معفو $L \cap L^R$ باشند. چون زبانهای منظم نسبت به اشتراک بسته اند، L_2 منظم است.

پ) با استفاده از لم ترریق نشان می دهیم که منظم نیست. (10 نمره)

① حرف a^p را انتخاب می کند.

② ما $w = a^p b a^p$ را انتخاب می کنیم.
 $|w| \geq p, w \in L_3$

③ حرف w را به xyz می شکند طوری که

$$|xy| = p' \leq p, y \neq \epsilon$$

$$x = a^l, y = a^j, z = a^{p-p'} b a^p \quad (l+j=p', j \geq 1)$$

④ اگر $i=0$

$$xy^i z = xz = a^{p-j} b a^p \notin L_3$$