

حل مسائل امتحان نظریه

باسمه تعالی

( ۵ نمره )

( سؤال ۱-الف )

سؤال یک الف)

با استفاده از لم ترریق نشان می دهیم منظم نیست .

① حرف  $p \geq 1$  ، انتخاب می کند .

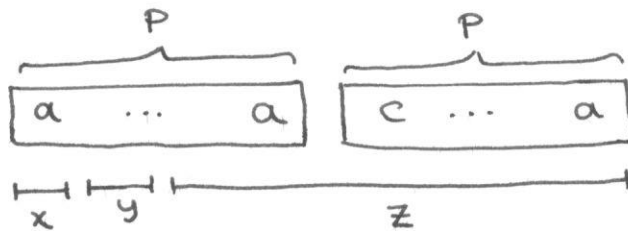
② ما،  $w = a^p c^p$  ، انتخاب می کنیم .

$$|w| = 2p \geq p \quad \text{and} \quad w \in L$$

③ حرف،  $w = xyz$  ، را به  $x, y, z$  می شکند .

$$w = xyz$$

$$|xy| \leq p \quad \text{and} \quad y \neq \varepsilon$$



$$x = a^l$$

$$(l \geq 0)$$

$$y = a^j$$

$$(j \geq 1)$$

$$z = a^{p-l-j} c^p$$

④ اگر  $y$  را حذف کنیم ( $i=0$ ) دیگر تعداد  $a$  برابر با  $c$  نیست پس، رشته عضو زبان نخواهد بود.

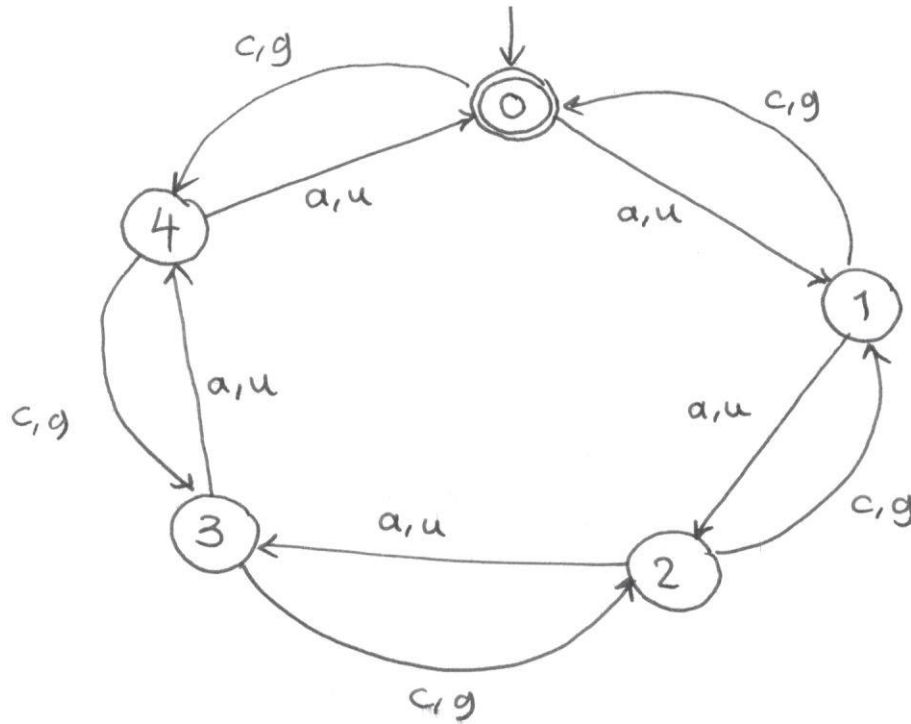
$$x y^0 z = a^{p-j} c^p$$

$$(j \geq 1)$$

سؤال یک ب)

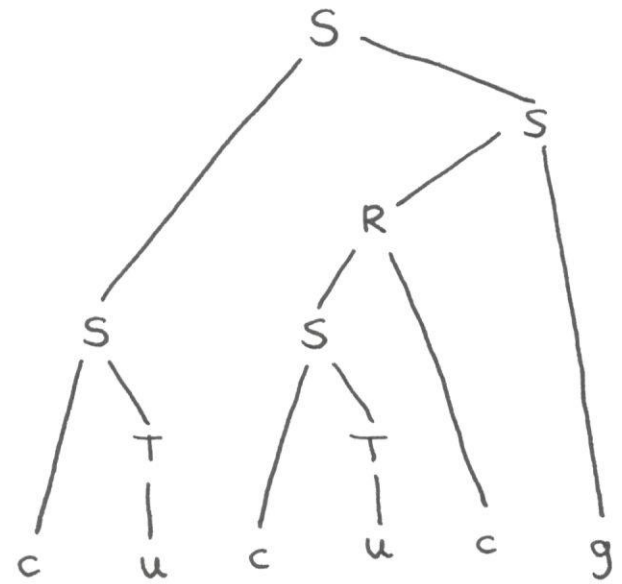
(۵ نمره)

تفاوت تعداد  $a+u$  و  $c+g$  در پیمانه 5 ~ مجموعه  $\{0,1,2,3,4\}$  تعلق دارد.



تبصره 1) اگر حالات و یال های گراف درست باشند، نقطه حالت final  
، start است. باید 3 نمره تعلق گیرد.

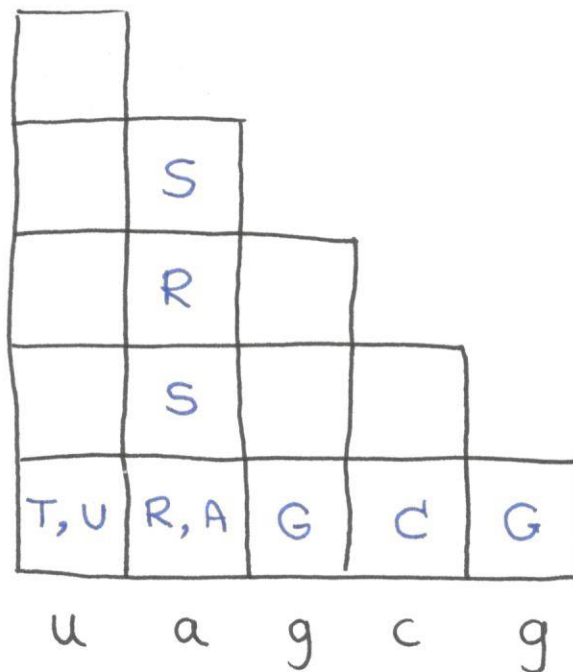
سؤال یک قسمت پ)


$$S \rightarrow SS \quad (\bar{c})$$

(ث)

(۵ نمبر)

هر حرف درست در جدول: ۵٪ نمره

$$C \rightarrow c$$
$$A \rightarrow a$$
$$v \rightarrow u$$


سؤال دوم)

$$S \rightarrow (a) \mid (a S) \mid (b R)$$

(۱۰ نمره)

$$R \rightarrow SR \mid SS$$

(همان طور که در صورت سوال آمده هر رشته اشتباه که گراهر بپذیرد موجب از دست دادن

کل نمره می شود)

(اگر همه رشته در دست باشد فقط ۴ را هم بپذیرد ۷ نمره داده می شود)

سؤال سوم)

(الف)

$$\text{prefix}(w) = \{x \in \{a,b\}^* \mid \exists t \in \{a,b\}^* . w = xt\}$$

(۲ نمره)

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid \forall x \in \text{prefix}(w) . |n_a(x) - n_b(x)| \geq 2\}$$

$$(\cup \{a, aa, b, bb\})$$

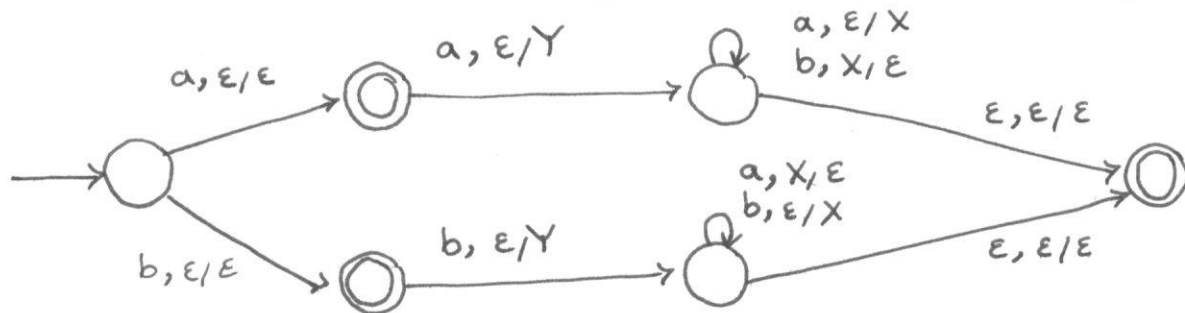
(۳ نمره)

وجود این سمت اختیاری است

ب) ایده: علامت های پشته را به معنای زیر در نظر می گیریم:

Y آید از بسته به اندازه کافی (۲ متر) از هم فاصله گرفته اند.

X بعد از فاصله گیری کافی، یکی از آنها یک متر از دیگری جلو افتاده است.



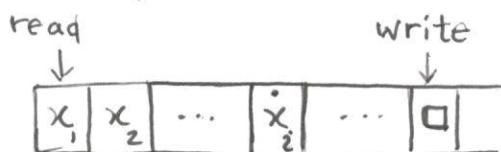
(اگر ساختار کلی NPDA صحیح باشد اما رشته واضح غلطی را بپذیرد یا رشته واضح صحیحی را نپذیرد

نصف نمره اختصاص می یابد)

(اگر transition اشتباه باشد - مثلاً دو علامت سر رشته را ببندد - نمره تعلق نمی گیرد)

سؤال چهارم)

ماشین تورینگ استاندارد را به شکل زیر در ماشین پورنگ شبیه سازی می کنیم.  
 محل هد ماشین استاندارد را با یک علامت نشان می دهیم.



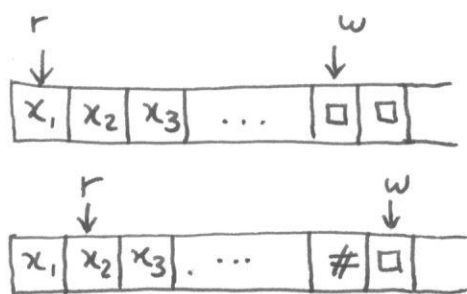
ایده این است که ماشین پورنگ کل ورودی را توسط هد خواننده بایک اسکن بخواند و محتوای

نوار را پس از شبیه سازی یک قدم ماشین استاندارد توسط هد نویسنده بنویسد.

حالت های کنترلی ماشین پورنگ به صورت  $(q, a)$  هستند که در آن  $q$  حالت کنونی ماشین

استاندارد و  $a$  حرفی از الفبای نوار است که خوانده شده است.

برای جداسازی نوارها از # استفاده می کنیم.



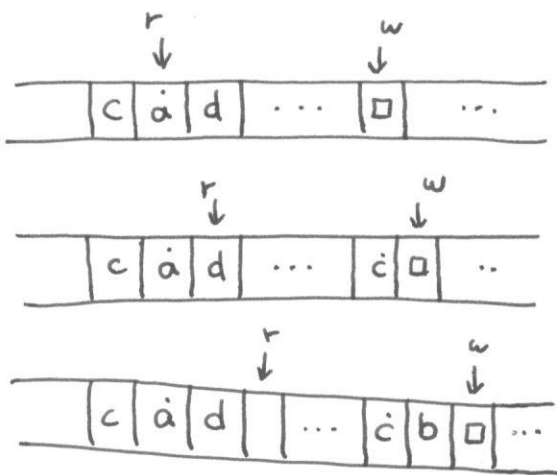
$(q_0, -)$

$r: x_1$   
 $w: \#$

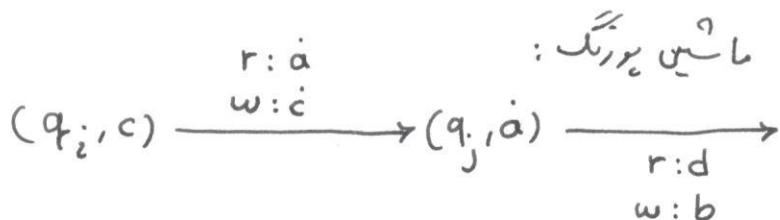
$(q_0, x_1)$

- هنگام شروع:

- شبیه سازی transition های ماشین تورینگ استاندارد



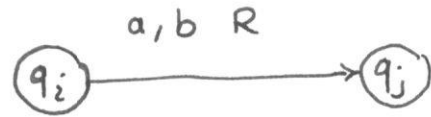
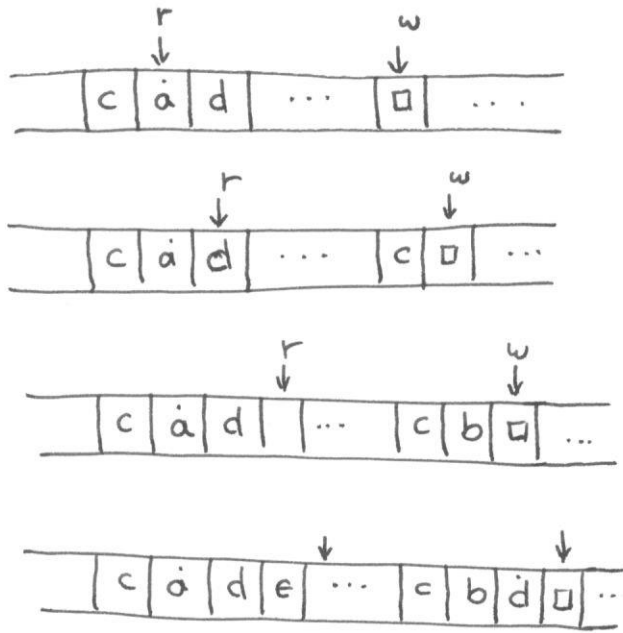
ماشین استاندارد:



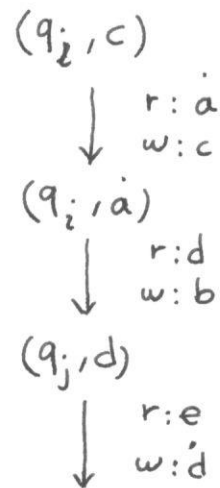
ماشین پورنگ:

(۵ نمره شبیه سازی left-move)

ماشین استاندارد:

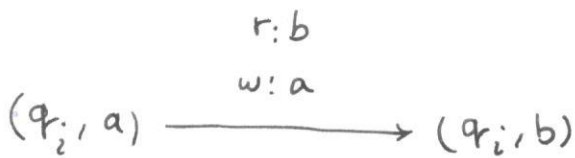


ماشین پورتنگ:

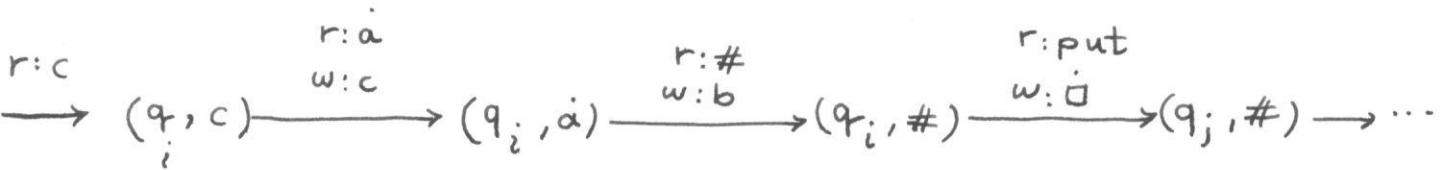
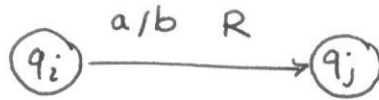
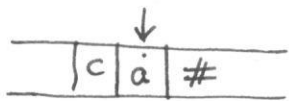


(نمره شبیه سازی right-move)

جایی که هد خوانده نمی شود کاراکتهایی می شود



اگر هد نویسنده روی # بنویسد:



(نمره نوشتن بر روی # استفاده از put در خواندن)

(باتوجه به اینکه صورت سؤال ماشین تورینگ "استاندارد" را خواسته است شبیه سازی ماشین های دیگر نظیر ۲ نواره نمره ای نمی گیرد)

(اگر ایده کلی را رسانده باشد اما جزئیات دقیق نباشد ۱۰-۵ نمره داده می شود)



دقت می کنیم که  $M$  یک ماشین تورینگ است که

- زبان  $\Sigma^*$  را می پذیرد اگر  $M$  رشته  $w$  را می پذیرد

- زبان  $\bar{\Sigma}^*$  را می پذیرد اگر  $M$  رشته  $w$  را می پذیرد

چون  $\Sigma^*$  نامحدود و  $\bar{\Sigma}^*$  محدود است،  $R$  ورودی خودش را  $\text{accept}$  می کند اگر

$M$  رشته  $w$  را می پذیرد و ردی کند اگر  $M$  رشته  $w$  را می پذیرد

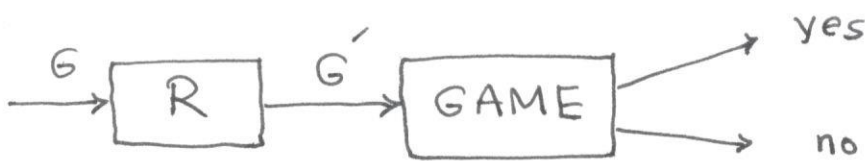
(چون صورت سؤال صراحتاً کاهش خواسته در صورت استفاده از قضیه رایس نمره اس

تعلق نمی گیرد)

(اگر کاهش درست باشد اما برعکس شدن  $\text{accept}$  و  $\text{reject}$  در  $R$  را نگوئیم

8 نمره تعلق می گیرد)

سؤال شش (از کاهش دور هاملتونی استفاده می کنیم  $\text{HAM-CYCLE} \leq \text{GAME}$ )



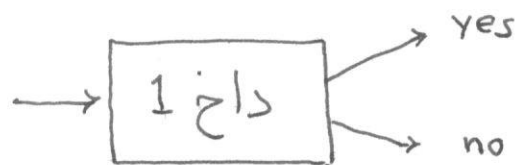
گراف  $G$  را با گره های  $G$  به این صورت می سازیم:

برای یک گره دلخواه  $v$  مرکزی دهیم  $m(v) = 2$  و برای باقی گره ها مقدار تابع  $m$  را 1 تعیین می کنیم.

اگر چنانچه بازی روی  $G$  جواب داشته باشد یعنی یک دور هاملتونی در  $G$  وجود دارد

که توسط آن می توانیم با عبور از یک یک گره  $v$  برگردیم.

(اگر اسم دور هاملتونی ذکر شود اما جزئیات کاهش ارائه نشود 5 نمره اختصاص می یابد)



( ۵ نمره )

داخ ۱ تصمیم پذیر است.

دقت می کنیم که مجموعه  $A$  شامل تمامی ورودی های با طول کمتر مساوی ۱۰۰ مجموعه ای محدود است. صد حرکت از ماشین تورینگ  $M$  راوری تمامی اعضای این مجموعه اجرای کنیم.

اگر  $M$  حداقل یک بار ردی یکی از ورودی های  $A$  بتواند halt کند پاسخ ما به  $yes$  است در غیر این صورت پاسخ ما به  $no$  است.

( اگر به صورت صحیح به "محدود" بودن ورودی اشاره نمود نصف نمره تعلق می گیرد )

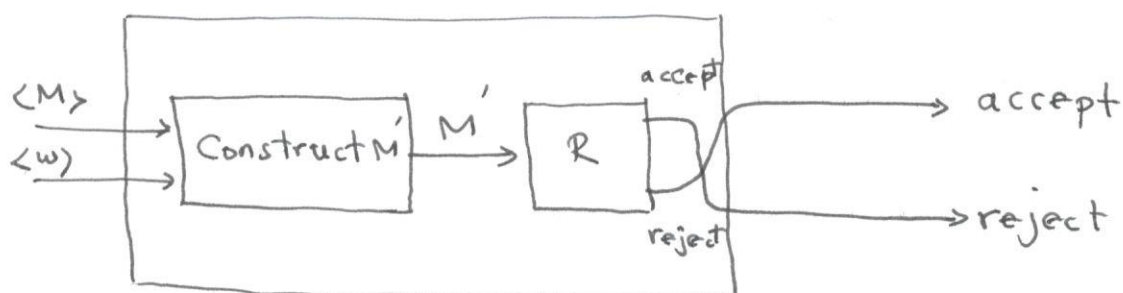
( ۱۰ نمره )

داخ ۲ تصمیم ناپذیر است.

$$FINITE_{TM} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM and } L(M) \text{ is finite} \}$$

از کاهش از  $A_{TM}$  استفاده می کنیم.  $A_{TM} \leq FINITE_{TM}$

فرض کنیم  $R$  سألای  $FINITE_{TM}$  را تصمیم بگیرد. نشان می دهیم با  $R$  می توان برای  $A_{TM}$  یک تصمیم گیرنده ساخت.



$M'$ : Run  $M$  on  $w$ . If  $M$ :

accept  $\rightarrow M'$  accepts

reject  $\rightarrow M'$  rejects