

به نام خدا



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۱

تمرین شماره 7

دستیار آموزشی این مجموعه: پاشا براهیمی

pashabarahimi@gmail.com



تاریخ تحویل: 9 آذر (صفحه درس)

1) با استفاده از لم تزریق نشان دهید زبان‌های زیر مستقل از متن نیستند. (20 نمره)

A)  $L = \{a^n b^{3m} a^n b^{2m} \mid n, m \geq 1\}$

B)  $L = \{a^n b^{n+1} c^{n+2} \mid n \geq 1\}$

C)  $L = \{a^{n^2+1} \mid n \geq 0\}$

D)  $L = \{s_1 \# s_2 \# \dots \# s_n \mid n \geq 2 \text{ and } s_i \in \{0, 1\}^* \text{ and } s_i = s_j \text{ for some } i \neq j\}$

2) با استفاده از خواص زبان‌های مستقل از متن ثابت کنید زبان زیر مستقل از متن است. الفبای زبان را به صورت  $\Sigma = \{0, 1\}$  در نظر بگیرید. (10 نمره)

$L = \{w \mid n_0(w) = n_1(w), \text{ نباشد } 010 \text{ رشته } w\}$

منظور از  $n_x(w)$  تعداد حروف  $x$  در رشته  $w$  است.

3) برای گرامر مستقل از متن زیر یک PDA ترسیم کنید. (10 نمره)

$S \rightarrow 0T1 \mid 10$

$T \rightarrow 1S0 \mid 01$

4) اتوماتون پشته‌ای زیر به شما داده شده است. نمودار آن را ترسیم کنید، زبانی که این اتوماتون می‌پذیرد و یک گرامر مستقل از متن برای آن بنویسید؛ در نهایت مراحل پذیرش رشته 101 را با نمایش حرف خوانده شده، حالت مبدا و مقصد و سمبل پوش/پاپ شده از پشته را مشخص کنید. (20 نمره)

$\delta(q_0, \epsilon, \epsilon) = \{(q_1, \$)\}$

$\delta(q_1, 0, \epsilon) = \{(q_1, 0), (q_2, \epsilon)\}$

$\delta(q_1, 1, \epsilon) = \{(q_1, 1), (q_2, \epsilon)\}$

$\delta(q_1, \epsilon, \epsilon) = \{(q_2, \epsilon)\}$

$\delta(q_2, 0, 0) = \{(q_2, \epsilon)\}$

$$\delta(q_2, 1, 1) = \{(q_2, \epsilon)\}$$

$$\delta(q_2, \epsilon, \$) = \{(q_F, \epsilon)\}$$

5) دو زبان مستقل از متن زیر به شما داده شده است. برای هر یک از این دو زبان در صورت امکان یک DPDA و در غیر این صورت یک NPDA رسم کنید. (20 نمره)

$$A) L = \{a^n \# b^{2n} \mid n \geq 1\} \cup \{a^{2n} \$ b^n \mid n \geq 1\}$$

$$B) L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k, i, j, k \geq 1\}$$

6) عملیات ادغام که آن را با  $\Omega$  نشان می‌دهیم، بر روی دو زبان  $L_1$  و  $L_2$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Omega(L_1, L_2) = \{w \mid w = x_1 y_1 \dots x_k y_k, \text{ where } x_1 \dots x_k \in L_1 \text{ and } y_1 \dots y_k \in L_2 \text{ and } x_i, y_i \in \Sigma^*\}$$

عبارت  $x_1 \dots x_k$  به معنی الحاق<sup>1</sup> رشته‌های  $x_1$  تا  $x_k$  است.

آیا زبان‌های مستقل از متن تحت عملیات ادغام بسته هستند؟ پاسخ خود را اثبات کنید. (20 نمره)

7) امتیازی: نشان دهید که زبان زیر مستقل از متن است ولی مستقل از متن قطعی نیست. (10 نمره)

$$L = \{w \mid w \in \{a^+ b^+ c^+\} \text{ and } w \notin \{a^n b^n c^n\}\}$$


---

<sup>1</sup> concatenation