

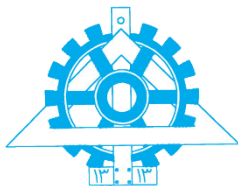
به نام خدا

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۱

پاسخ تمرین شماره ۱

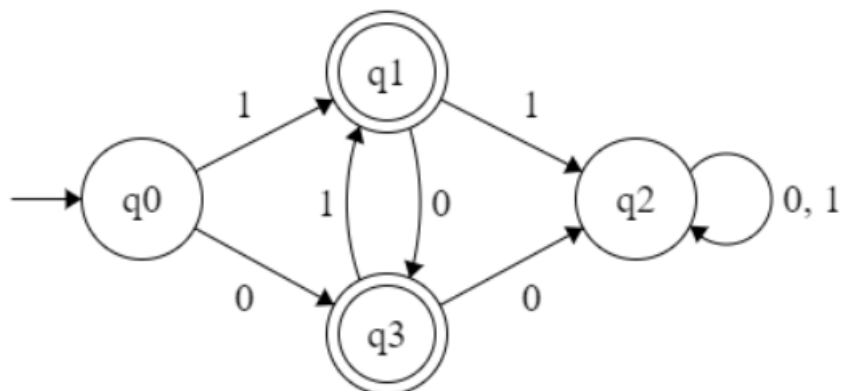
دستیار آموزشی این مجموعه: پریا خوش‌تاب

paria.khoshtab2019@gmail.com

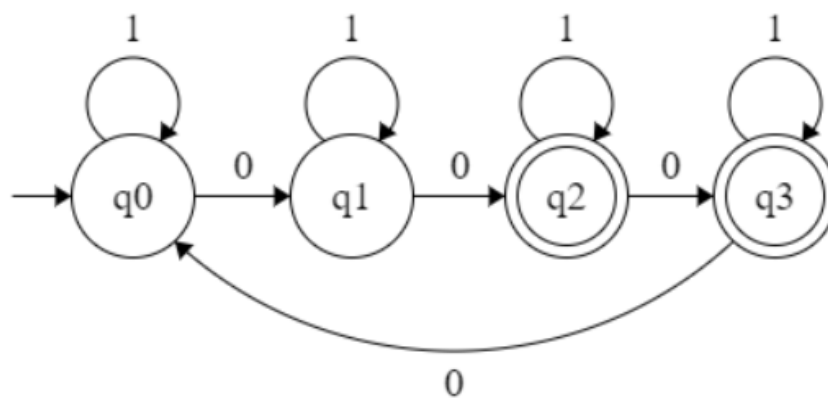


۱) نشان دهید زبان‌های زیر منظم هستند. ($\Sigma = \{0, 1\}$) (30 نمره)

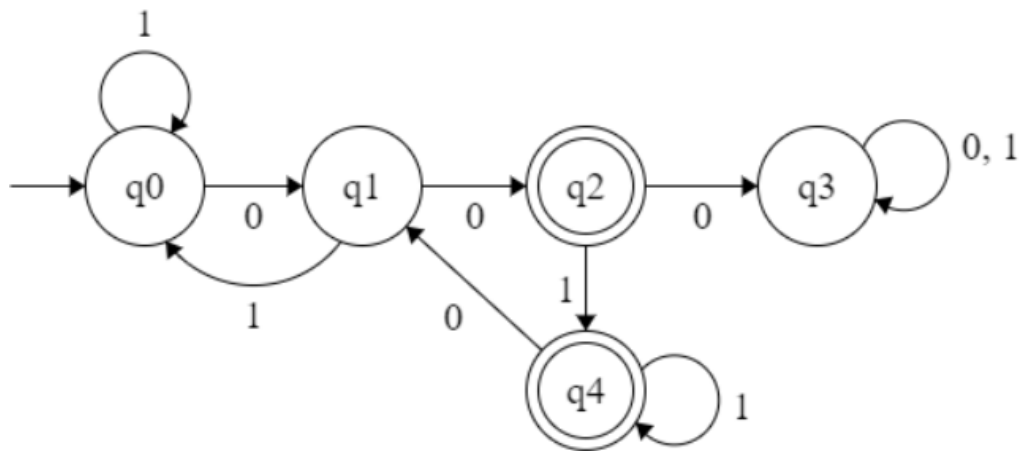
a. $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ شامل رشته } 00 \text{ و } 11 \text{ نیست}\}$



b. $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{باقیمانده تعداد صفرهای رشته } w \text{ به } 4 \text{، بزرگتر از } 1 \text{ می باشد}\}$



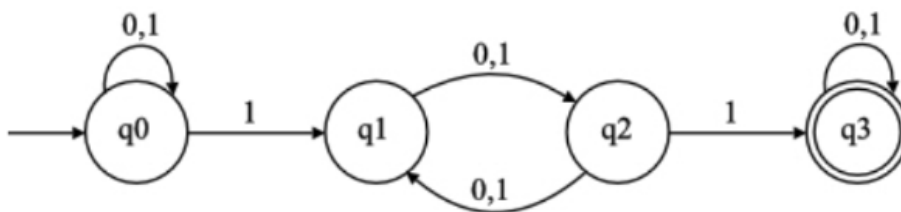
c. $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ شامل رشته } 00 \text{ است ولی شامل رشته } 000 \text{ نیست}\}$



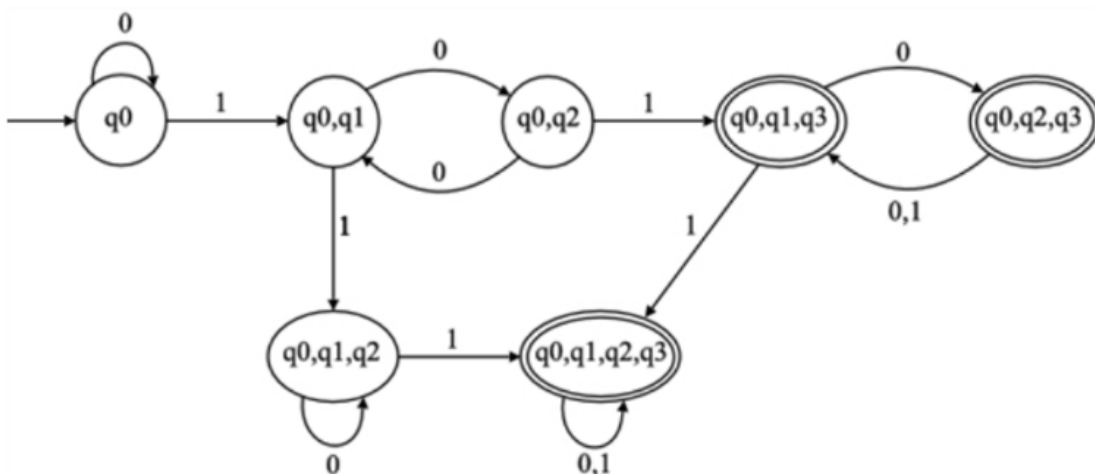
(2) با توجه به زبان زیر به سوالات پاسخ دهید. (15 نمره)

$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ شامل یک جفت } 1 \text{ است که با تعداد فردی سمبل از هم جدا می شوند}\}$

الف) NFA معادل زبان L شامل 4 استیت را رسم کنید.

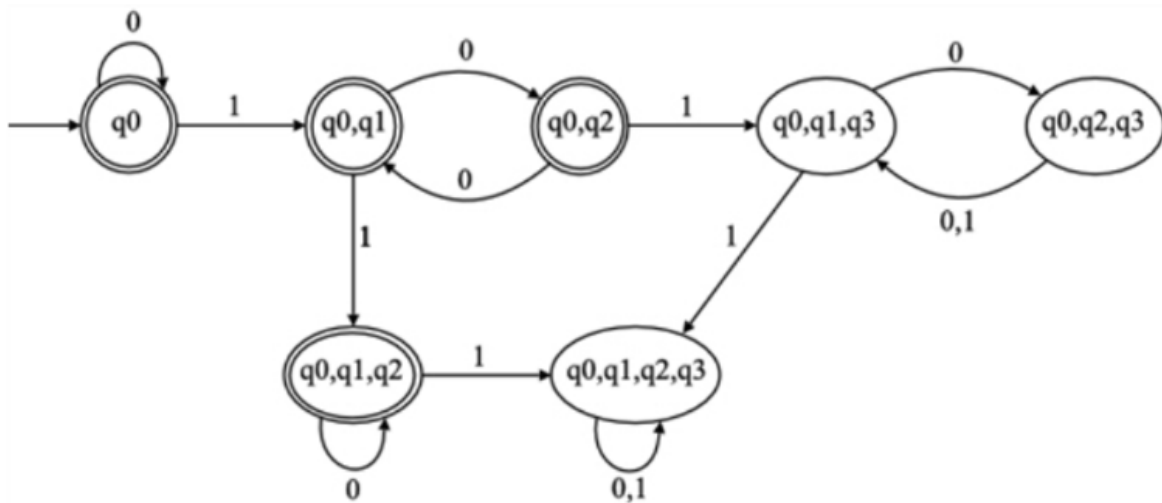


ب) DFA معادل NFA بخش الف را رسم کنید.



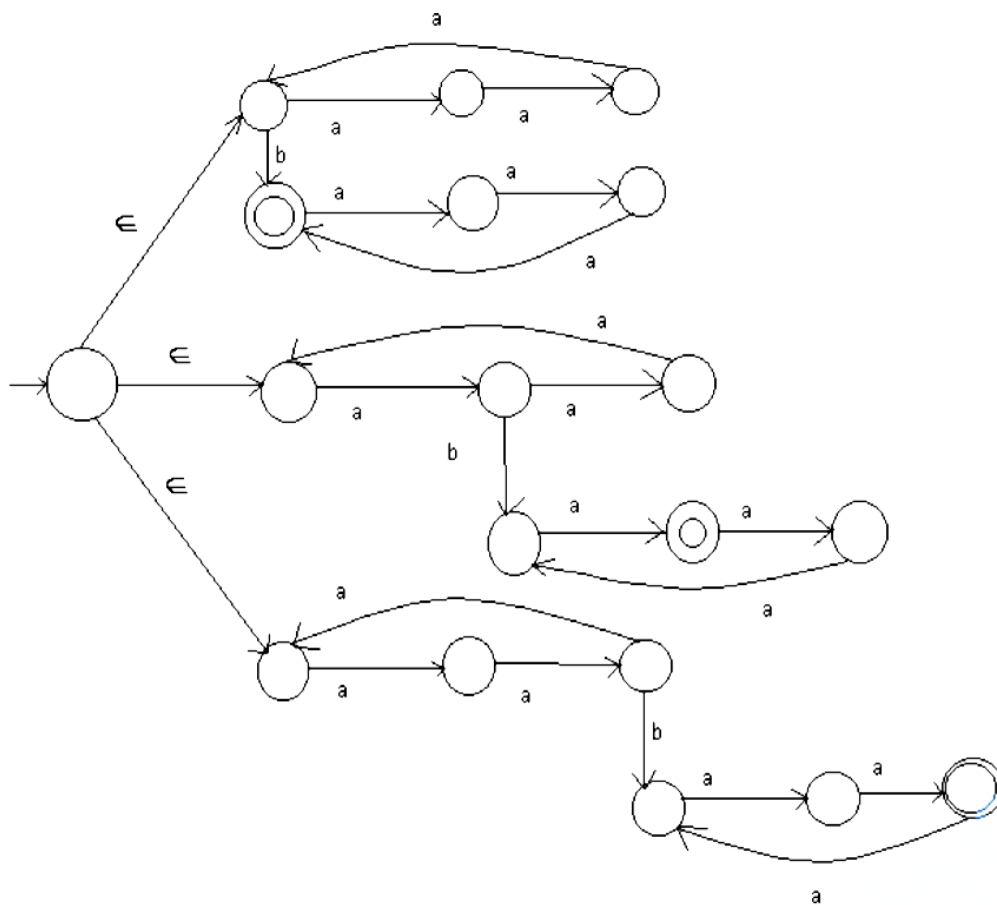
ج) DFA معادل مکمل زبان L را رسم کنید.

کافی است تنها استتیت های فاینال و غیر فاینال بخش ب را برعکس کنیم.

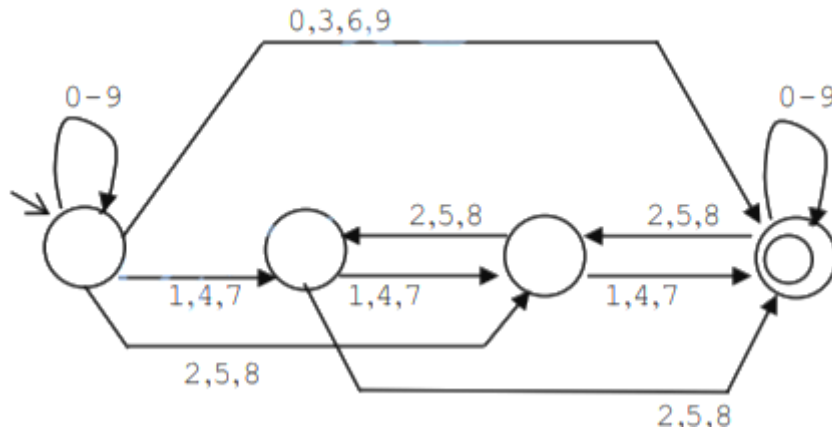


3) NFA معادل زبان های زیر را رسم کنید. (20 نمره)

الف) $\{w \in a^n b a^m \mid n, m \geq 0, \text{ برابر می باشند } m \text{ به } 3\}$



ب) $\{w \in \{0-9\}^* \mid w \text{ شامل یک زیر رشته (عدد صحیح) می باشد که بر 3 بخش پذیر می باشد} \mid w \in \{0-9\}^*\}$
 (این NFA باید حداکثر شامل 4 استیت باشد)



4) فرض کنید A یک زبان منظم باشد و B هر زبانی باشد (لزوما منظم نیست). ثابت کنید زبان L منظم می باشد.
 (15 نمره)

$$L = \{w \mid wx \in A \text{ به طوریکه } x \in B\}$$

A یک زبان منظم می باشد، بنابراین یک DFA به نام M وجود دارد که زبان A را می پذیرد.

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \text{ داریم:}$$

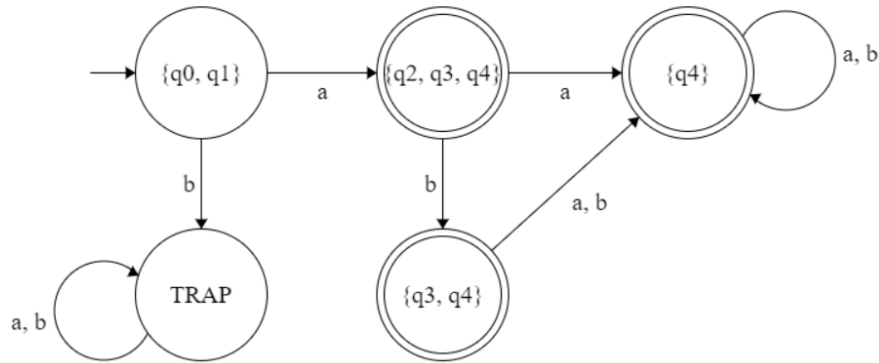
برای این که ثابت کنیم L یک زبان منظم است باید یک DFA بسازیم که زبان L را بپذیرد. این DFA به نام

M' را به صورت زیر می سازیم:

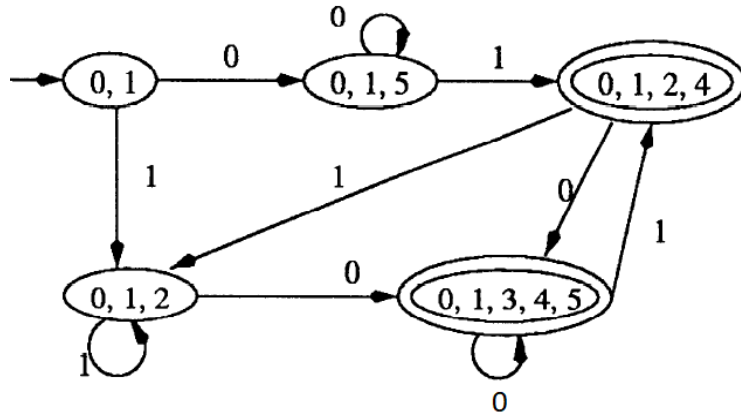
- $M' = (Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$
- $Q' = Q$
- $\Sigma' = \Sigma$
- $q_0' = q_0$
- $F' = \{q \in Q \mid \exists x \in B : \hat{\delta}(q, x) \in F\}$

(5) NFA های زیر را به DFA تبدیل کنید. (20 نمره)

a.



b.



(6) (امتیازی) فرض کنید L یک زبان منظم باشد. ثابت کنید زبان L' منظم می باشد. (10 نمره)

$$L' = L - \{\epsilon\}$$

برای این که ثابت کنیم زبانی منظم است، تنها کافی است DFA معادل آن زبان را رسم کنیم. بنابراین در این سوال نیز باید DFA معادل زبان L' را تولید کنیم. در ابتدا می توان گفت، اگر ϵ توسط زبان پذیرفته شود، استتیت ورودی فاینال می باشد، پس باید استتیت ورودی را غیر فاینال کنیم. اما این DFA تنها در صورتی صحیح می باشد که هیچ transitionی به استتیت ورودی وارد نشده باشد. بنابراین اگر یک رشته غیر-خالی $w \in L$ وجود داشته باشد که $\hat{\delta}(q_0, w) = q_0$ این راه حل صحیح نمی باشد. برای حل این مشکل یک استتیت ورودی جدید غیر فاینال به نام p_0 و transitionهای جدید زیر را اضافه می کنیم:

$$\delta(p_0, a) = q_i : \text{ where for all original } \delta(q_0, a) = q_i$$

این DFA جدید با استتیت ورودی و transitionهای جدید اضافه شده، زبان L' را می پذیرد. پس این زبان منظم می باشد.