

به نام خدا

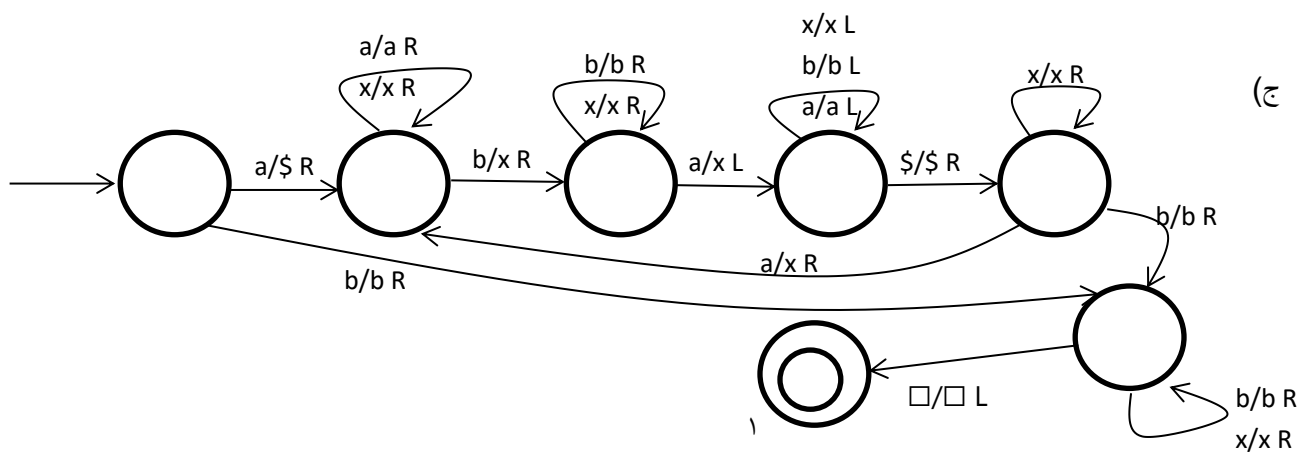
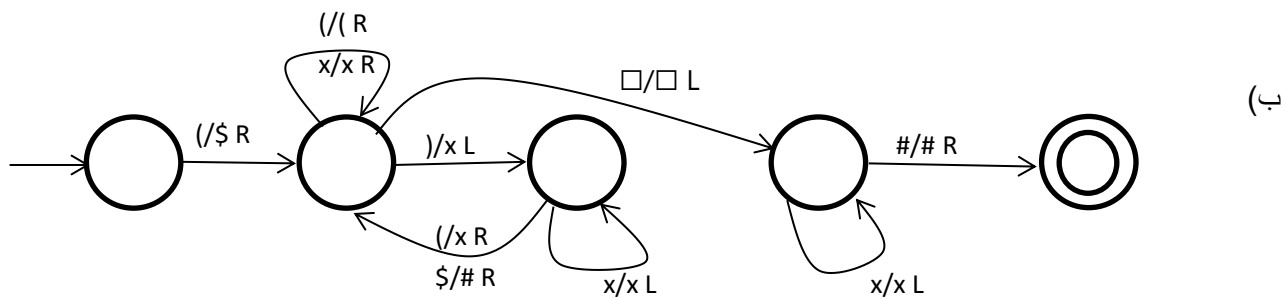
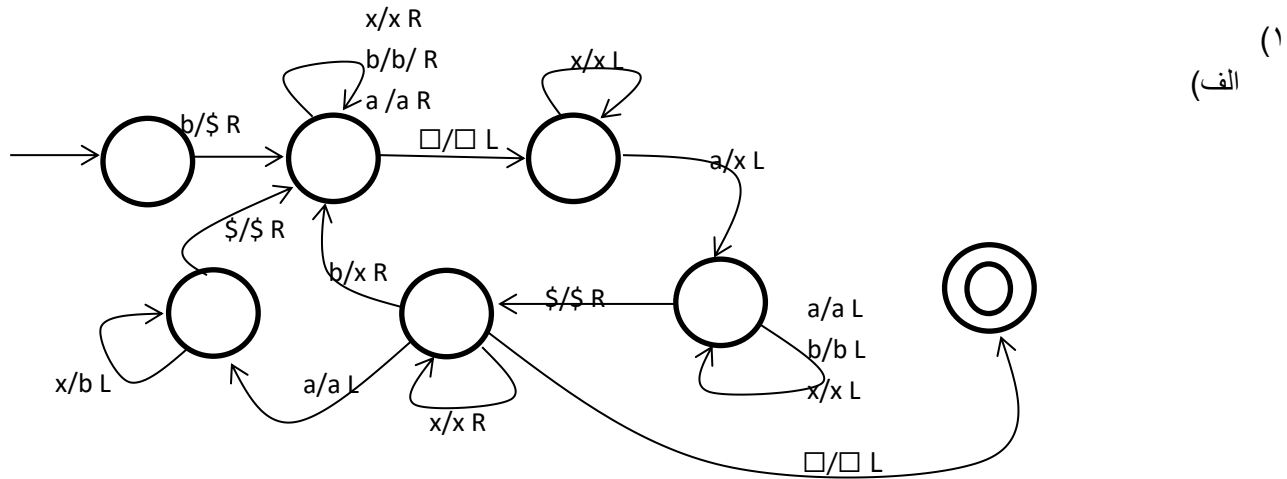
نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۱

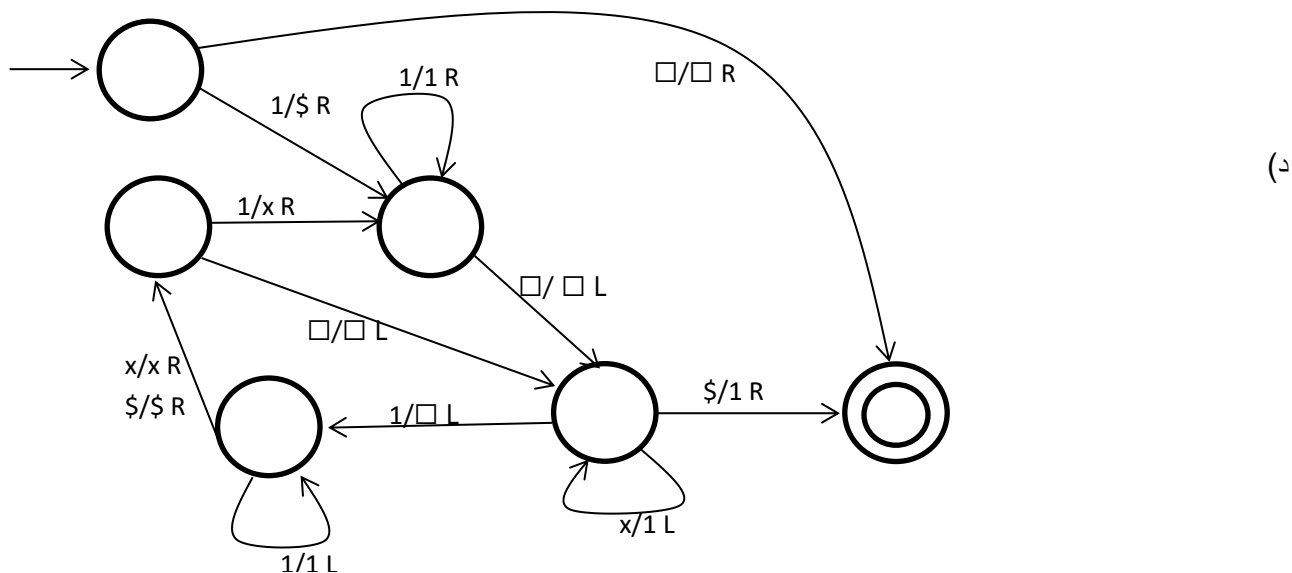
پاسخ تمرین شماره ۸

دستیار آموزشی این مجموعه: نازنین یوسفیان

nazaninyousefian79@gmail.com

تاریخ تحویل: ۲۷ اردیبهشت





(۲)

الف) اعداد x ، y و z به صورت unary روی نوار نوشته شده اند. برای حل باید به این صورت عمل کنیم که از x و y آن قدر z را کم کنیم تا باقی مانده تقسیم هر کدام بر z به دست آید. برای این کار، در هر مرحله یکی از یک های z را خط می زنیم و به طور متناظر یکی از یک های x را. اگر تعداد همه یک های z خط خوردند، خط های آن را پاک کرده و مرحله قبل را تکرار می کنیم تا جایی که تمام یک های x هم خط بخورند. تعداد x هایی که در مرحله آخر خط خوردند، باقی مانده مورد نظر است که برابر با تعداد z هایی است که خط خورده اند و به همین تعداد می توان خط های x را پاک کرد. همین مراحل را برای y نیز تکرار می کنیم. در آخر اگر تعداد یک های خط نخورده x و y برابر بود، رشته پذیرفته می شود.

ب) باید بتوانیم رشته x را عینا در رشته y پیدا کنیم. هر بار اولین کاراکتر از رشته y را که علامت نزده ایم، علامت دار می کنیم و از آن جا شروع کرده هر کاراکتر را با کاراکتر متناظر در x مقایسه می کنیم. هر جا این دو کاراکتر برابر نبودند، به مرحله قبل برگشته و کاراکتر بعدی y را علامت دار می کنیم. اگر در مرحله ای، تمام کاراکترهای x با y مطابقت داشت رشته پذیرفته می شود. در غیر این صورت اگر تعداد کاراکترهای علامت نخورده y از تعداد کاراکترهای x کمتر بود و الگوریتم به پایان نرسیده بود، رشته قابل قبول نخواهد بود.

ج) در این سوال باید چک کنیم که تعداد یک های ورودی اول به توان تعداد یک های ورودی دوم، برابر با تعداد یک های ورودی سوم باشد. بدین منظور ابتدا عملیات به توان رسانی را انجام داده در انتهای نوار مینویسیم و سپس با ورودی سوم مقایسه می کنیم. ابتدا ورودی اول را در انتهای نوار می نویسیم. سپس در هر مرحله یکی از یک های ورودی دوم را خط می زنیم و ورودی اول را در آخرین عددی که روی نوار نوشته ایم ضرب کرده (عملیات ضرب در کلاس توضیح داده شده است) و در انتهای نوار می نویسیم. این عملیات را به تعداد ورودی دوم منهای یک (با خط زدن یک ها) تکرار می کنیم و در انتها عدد نهایی به دست آمده را با ورودی سوم مقایسه می کنیم.

د) باید آن قدر اعداد دنباله فیبوناچی را تولید کنیم تا به عدد ورودی برسیم. اگر ورودی برابر با یک بود، رشته پذیرفته می شود. در غیر این صورت، با نوشتن دو تا یک در انتهای نوار شروع می کنیم. در هر مرحله، دو عدد آخر نوار را با یکدیگر جمع می کنیم و سپس با عدد ورودی مقایسه می کنیم. اگر برابر شدند، رشته پذیرفته می شود. در غیر این صورت، اگر عدد ورودی کوچکتر باشد الگوریتم ادامه می یابد وگرنه پایان می پذیرد و رشته قابل قبول نیست.

برای انجام عملیات جمع فرض می کنیم که اعداد به صورت unary هستند. پس جمع دو عدد مساوی با این است که دو عدد را پشت هم در انتهای نوار کپی کنیم.

۳) برای حل این سوال از $i = 1$ شروع می کنیم و 2^i را محاسبه می کنیم (همانند بخش ج سوال ۲) و اگر این عدد با ورودی برابر یا از آن بزرگتر بود، i جواب ماست. در غیر این صورت i را یکی افزایش داده و مرحله قبل را تکرار می کنیم. در ابتدا اگر ورودی برابر با ۱ بود، جواب صفر است.

(۴)

(الف)

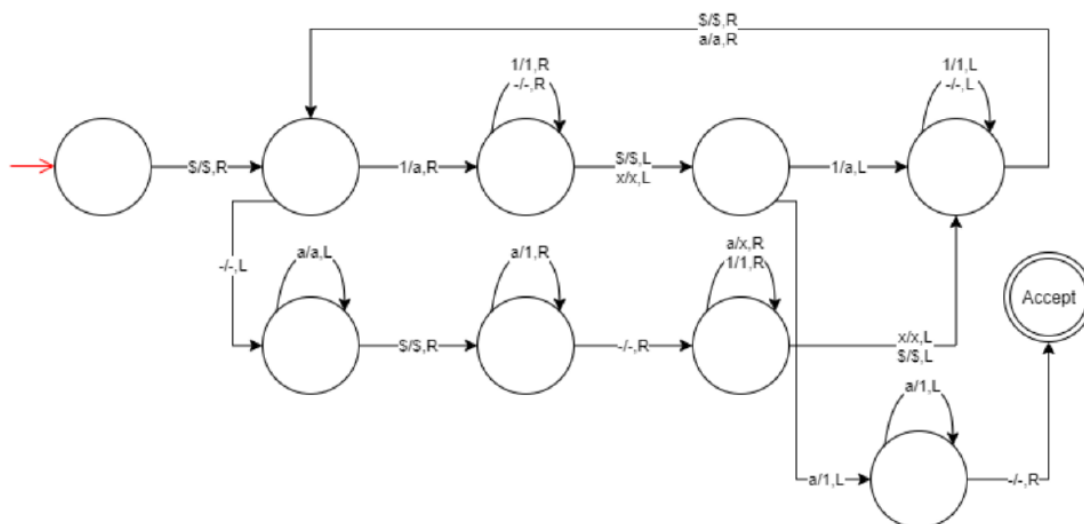
```
function mult(x, y)
    A = 0
    i = 0
    while i <= n
        if y0 = 1
            A = A + x
            x = shiftToLeft(x)
            y = shiftToRight(y)
    return A
```

(ب)

```
function f(n)
    exp = 1
    fac = 1
    i = 1
    while i <= n
        exp = 2 * exp
        fac = i * fac
```

```
return exp + fac
```

(۵) می دانیم تابع فوق معادل عبارت $F(x, y) = x \pmod{y}$ است و برای بدست آوردن این عبارت، ورودی را به شکل ابتدا y و سپس نشانه $-$ و در ادامه آن x در نظر می گیریم. حال ماشین ما به این صورت عمل می کند که در هر گام یکی از یک های x و y را خط می زند و این کار را تا جایی ادامه می دهد که دو حالت پیش بیاید: اگر یک های x تمام گردد یعنی y از x بزرگتر است که بدین معنی است که خود x جواب می باشد در غیر این صورت و یعنی یک های y تمام گردد بدان معناست که از x به اندازه y کم گشته است و در نتیجه این عملیات می تواند دوباره انجام گردد تا باقی مانده مورد نظر بدست آید.



۶) ابتدا یک صفر به ابتدای ورودی اول اضافه می کنیم تا حالت خاص برای بیت carry پیش نیاید. سپس باید عدد اول را با یک جمع کنیم. از سمت راست ترین بیت آن شروع می کنیم. اگر صفر بود، آن را با یک جایگزین کرده و به مرحله بعد می رویم. در غیر این صورت بیت را با صفر جایگزین کرده، یکی به چپ رفته و این مرحله را تکرار می کنیم. در مرحله بعد باید عدد به دست آمده را با عدد دوم مقایسه کنیم. ممکن است تعداد صفرهای سمت چپ دو عدد با یکدیگر متفاوت باشد و این حالت هم باید در نظر گرفته شود.