



استاد: حجت

۱۳۹۹/۸/۲۲

امتحان میان ترم نظریه زبانها و ماشین ها

مدت امتحان ۲: ساعت

آزمون در منزل

قبل از شروع امتحان لطفاً به موارد زیر توجه داشته باشید:

- این آزمون غیرحضوری و کتاب باز (open book) است.
- برای یافتن پاسخ به یک سوال، دنبال جستجوی صورت آن در اینترنت نباشید. از نرم افزارهای کمک آموزشی برای حل مسائل استفاده نکنید. هدف از این آزمون سنجش دانش شما در درس است.
- در مورد این آزمون با کسی (جز استاد) صحبت یا مشورت نکنید. اگر چنانچه نکته ای برای شما شفاف نیست به صورت خصوصی به استاد ایمیل بزنید. همچنین به پیام های ارسالی در سامانه elearn در مورد آزمون حتماً توجه داشته باشید.
- لطفاً پاسخ های خود را قبل از پایان زمان امتحان (ساعت ۱۱ صبح) ارسال کنید. زمان امتحان تمدید نخواهد شد. ارسال کردن درخواست تمدید تنها وقت شما را تلف می کند. هیچ پاسخی بعد از پایان زمان آزمون تحویل گرفته نخواهد شد.
- اگر احتمال می دهید که نزدیک زمان پایان آزمون به اینترنت دسترسی نداشته باشید کمی زودتر پاسخ را ارسال کنید. چنانچه به هر دلیلی سامانه elearn کار نمی کرد پاسخ های خود را ایمیل بزنید.
- پاسخ های شما باید خوانا باشند و با کیفیت خوب آپلود شوند.
- به سؤال ها سرسری پاسخ ندهید! گاهی یک اشتباه به ظاهر خیلی کوچک موجب می شود که یک اتوماتون یا یک گرامر کاملاً غلط بشود. بی جهت نمره از دست ندهید.
- این امتحان ۵ سوال دارد و در جمع ۱۰۰ نمره است.
- «اعتماد» متقابل مهم ترین سرمایه ی اجتماعی در مواجهه با بحران هایی نظیر کرونا است. استاد درس به شما اعتماد دارد و از هیچ ابزاری جز اعتماد جهت اطمینان پیدا کردن نسبت به رعایت قوانین آزمون استفاده نخواهد کرد.



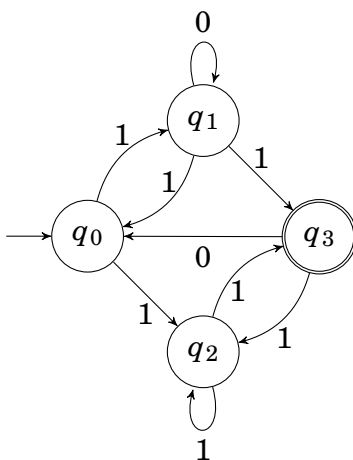
- تلاش کنید که در آرامش کافی مسائل را حل کنید. نوشیدن چای، قهوه، دمنوش یا هر نوشیدنی مجاز آرام بخش در حین امتحان فراموش نشود. موفق باشید!

سوال یک: (۱۰ نمره)

عبارت منظمی بر روی الفبای $\Sigma = \{0, 1\}$ بنویسید که نشان دهنده ی تمامی رشته هایی باشد که در آنها کاراکترهای قرار گرفته در جایگاه های مضرب ۳ از سمت چپ برابر با 1 است. چند مثال: ϵ ، 00، 011، 0010010، 1011111011 و ...

سوال دو: (۲۰ نمره)

فرض کنید زبانی که اتوماتون محدود زیر نمایش می دهد L باشد. برای متمم این زبان (\bar{L}) یک اتوماتون محدود ترسیم کنید.



سوال سه: (۳۰ نمره)

دو عملگر زیر را بر روی زبان های منظم تعریف می کنیم. تعیین کنید که آیا زبان های منظم تحت این عملگرها بسته هستند یا خیر. اگر جواب شما مثبت است اثبات کنید. اگر جواب شما منفی است مثال نقض بیاورید.

(الف)

$$Op_1(L) = \{w \in L \mid |w| \text{ زوج باشد}\}$$

(ب)

$$Op_2(L) = \{x \mid x = wuv \text{ and } w, u, v \in L \text{ and } |w| = |u| = |v|\}$$

سوال چهار: (۲۰ نمره)

رشته ای بر روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ پیدا کنید که گرامر زیر برای آن دو درخت اشتقاق متفاوت درست کند. سپس در هر کدام از درخت ها یک اشتقاق از چپ (leftmost derivation) برای رشته خود بنویسید.

$$S \rightarrow Aa \mid SbS \mid bA$$

$$A \rightarrow SAA \mid bB \mid a$$

$$B \rightarrow Ab \mid Sa \mid b$$

سوال پنج: (۲۰ نمره)

زبان $L = \{a^n b^m c^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$ را در نظر بگیرید.

(الف) با استفاده از لم تزریق نشان بدهید که این زبان منظم نیست.

ب) یک جوان مبتکر ایرانی که از لم تزریق متفکر است برای اثبات نامنظم بودن زبان فوق استدلال زیر را آورده است. آیا به نظر شما این استدلال صحیح است؟ توضیح بدهید.

«می دانیم زبان های منظم تحت عملگر الحاق (concatenation) بسته هستند. زبان L را می توان به صورت الحاق دو زبان نوشت:

$$L = L_1.L_2$$

$$L_1 = \{a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$L_2 = \{b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

چون زبان L_2 منظم نیست نتیجه می گیریم که L هم منظم نیست.»