

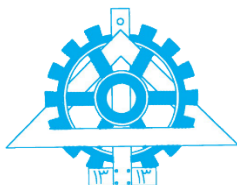
به نام خدا

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۱

تمرین شماره ۱۲

دستیار آموزشی این مجموعه: سید پارسا حسینی‌نژاد

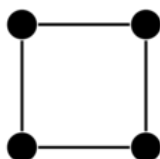
hoseininejad1999@gmail.com



تاریخ تحویل : ۳۱ خرداد (صفحه درس)

- در حل مسائل این تمرین، می‌توانید در نظر بگیرید که مسائل VERTEX-COVER، 3-SAT، SAT، CLIQUE، INDEPENDENT-SET و ¹UHAMPATH در دسته‌ی NP-Complete هستند.

(1) گراف‌های دوری ²گراف‌هایی هستند که یال‌های آن‌ها تشکیل تنها یک دور می‌دهند. زبان L ، مجموعه گراف‌های غیر جهت‌داری مانند G است که در هر گیرنده‌ی حداقل یک گراف دوری با تعداد رأس‌های چهار هستند. با توجه به این تعریف، کدام گزاره دقیق‌تر است؟ $L \in P$ یا $L \in NP$ ؟ ادعای خود را ثابت کنید.



C_4

¹ Undirected Hamiltonian Path

² Cycle Graphs

(2) الف) بسته بودن مجموعه زبان‌های دسته‌ی P را نسبت به عملیات‌های $(Star)^*$ و مکمل‌گیری نشان دهید (برای نشان دادن بسته بودن نسبت به عملیات $(Star)^*$ می‌توانید از برنامه‌نویسی پویا استفاده کنید³).

ب) بسته بودن مجموعه زبان‌های دسته‌ی NP را نسبت به عملیات‌های $(Star)^*$ و اشتراک نشان دهید.

(3) زبان SAT-SAT با تعریف زیر را در نظر بگیرید:

$$SAT-SAT = \{ \langle \varphi \rangle \mid$$

حداقل دو مقداردهی مختلف وجود دارد که به ازای آن‌ها عبارت منطقی φ برقرار می‌شود

ثابت کنید SAT-SAT یک زبان NP-Complete است.

(4) فرض کنید مجموعه‌ی $M = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ وجود دارد. S، یک مجموعه‌ی m تایی از زیرمجموعه‌های M است که اجتماع آن‌ها برابر مجموعه‌ی M می‌شود. برای مثال، اگر $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ باشد، S می‌تواند $S = \{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$ باشد. یک K-SET از مجموعه‌ی S، تعداد k عضو از S است که اجتماع آن‌ها برابر M خواهد شد. برای مثال، یک $3-SET$ از مجموعه‌ی S می‌تواند برابر $S = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$ باشد. ثابت کنید مسئله‌ی K-SET با ورودی‌های $\langle M, S, k \rangle$ یک مسئله‌ی NP-Complete است (می‌توانید از مسئله‌ی VERTEX-COVER استفاده کنید).

(5) زبان H-CLIQUE با تعریف زیر را در نظر بگیرید:

$$H-CLIQUE = \{ \langle G \rangle \mid$$

G یک گراف بدون جهت است که دارای یک زیرگراف کامل با حداقل $\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$ گره‌های است که m تعداد گره‌های G است

ثابت کنید H-CLIQUE یک زبان NP-Complete است.

³ Dynamic Programming

(6) (امتیازی) مسئله‌ی زیر را در نظر بگیرید:

دانشکده‌ی برق و کامپیوتر دانشگاه تهران هر ترم n درس ارائه می‌دهد که هر کدام از این درس‌ها در بازه‌ی زمانی S برگزار می‌شوند و این بازه‌های زمانی می‌توانند با یکدیگر تداخل داشته باشند. همچنین می‌دانیم دانشگاه k کلاس دارد و $k < n$. آیا می‌توان درس‌ها را به گونه‌ای در کلاس‌های دانشگاه برگزار کرد به گونه‌ای که هیچ دو کلاسی با هم تداخل نداشته باشند؟ نشان دهید این مسئله NP-Complete است (می‌توانید از NP-Complete بودن مسئله‌ی [k-coloring](#) استفاده کنید).