

به نام خدا



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۱

تمرین شماره ۷

دستیار آموزشی این مجموعه: محمد عظیم پور

azimpour102@ut.ac.ir



تاریخ تحویل: ۲۷ اردیبهشت

(۱) با استفاده از لم تزریق نشان دهید زبان‌های زیر مستقل از متن نیستند.

الف) $L = \{a^{2n}b^{3n}c^n | n \geq 0\}$ (۵ نمره)

ب) $L = \{a^{(n-1)(n+1)} | n \geq 0\}$ (۵ نمره)

ج) $L = \{a^m b^n c^k | k = m^n, n \geq 0\}$ (۱۰ نمره)

(۲) با استفاده از خواص زبان‌های مستقل از متن ثابت کنید زبان‌های زیر مستقل از متن هستند.

الف) $L = \{a^m b^k c^n | m, n \geq 0 \text{ and } (m = k + n \text{ or } k = m + n \text{ or } n = k + m)\}$ (۵ نمره)

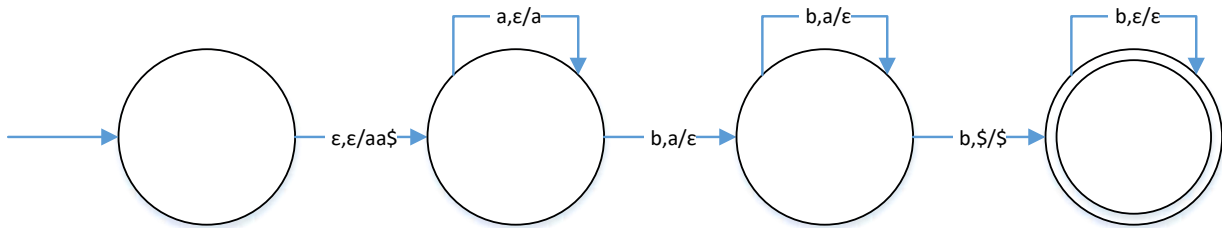
ب) $L = \{a^{m_1} b^{k_1} c^{n_1} \dots a^{m_i} b^{k_i} c^{n_i} | i \geq 0 \text{ and } \forall j \leq i, m_j, n_j \geq 0 \text{ and } k_j = 3m_j + 4n_j\}$ (۵ نمره)

(۳) برای زبان‌های زیر DPDA رسم کنید.

الف) $L = \{W a^n b^n W^R | W \in (a, b)^*, n \geq 0\}$ (۱۰ نمره)

ب) $L = \{a^n b^{3n} | n \geq 1\} \cup \{a^n c^{2n} | n \geq 1\}$ (۱۰ نمره)

(۴) برای زبان متناظر DPDA زیر گرامر مستقل از متن بنویسید. (۱۵ نمره)



(۵) عملیات O به صورت زیر تعریف می‌شود. آیا زبان‌های مستقل از متن نسبت به این عملیات بسته هستند؟ (راهنمایی: می

توان ثابت کرد زبان $L = \{a^n b^n a^n b^n | n \geq 0\}$ مستقل از متن نیست). (۱۵ نمره)

$$O(L_1, L_2) = \{W_1 W_2 | W_1 \in L_1 \text{ and } W_2 \in L_2 \text{ and } |W_1| = |W_2|\}$$

۶) عملیات O^* روی دو زبان به این صورت تعریف می‌شود که به ازای جفت رشته‌های با طول یکسان در دو زبان (یکی در زبان اول و دیگری در زبان دوم)، بلندترین رشته‌ای که پسوند رشته زبان اول و پیشوند رشته زبان دوم است از ابتدای رشته زبان دوم حذف میکند و آن را به رشته زبان اول پیوند می‌زند؛ به عنوان مثال حاصل اجرای عملیات روی دو رشته $aaab$ و $bbba$ ، برابر رشته $aaabba$ خواهد بود. اگر دو زبان $L_1 = \{a^{2m}b^m | m \geq 0\}$ و $L_2 = \{b^n a^{3n} | n \geq 0\}$ را داشته باشیم، آیا حاصل $O^*(L_1, L_2)$ مستقل از متن است؟ (۲۰ نمره)

۷) امتیازی: ثابت کنید زبان زیر مستقل از متن است، ولی مستقل از متن قطعی نیست. (۲۰ نمره)

$$L = \{a^m b^n | m = 2, 4, 6 \dots \text{ and } (m = 2n \text{ or } n = 2m)\}$$