



استاد: حجت

۱۴۰۱/۴/۱۵

امتحان پایان ترم نظریه زبانها و ماشین ها

مدت امتحان: ۲/۵ ساعت

نام، نام خانوادگی، شماره دانشجویی:

قبل از شروع امتحان لطفاً به موارد زیر توجه داشته باشید:

- طبق قوانین دانشکده استفاده از ماسک در تمامی مدت زمان امتحان الزامی است.
- نام خود را حتماً روی برگه سوال بنویسید و آنرا همراه با برگه پاسخ تحویل بدهید.
- این امتحان ۶ سوال دارد و در جمع ۱۰۰ نمره است.
- استفاده از هرگونه وسایل الکترونیکی نظیر موبایل، ساعت هوشمند، تبلت، لپ تاپ، ایکس باکس، ... ممنوع است.
- در صورت نیاز به کاری ضروری در خارج محل برگزاری آزمون، یک تی ای به عنوان ناظر فیفا شما را مشایعت خواهد کرد.
- همکلاسی های شما در سکوت تمرکز بهتر دارند. جهت رعایت حال آنها از استاد در حین امتحان کمتر سوال کنید.

سوال یک: (۲۰ نمره)

گرامر زیر را بر روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ در نظر بگیرید.

$$S \rightarrow ASB \mid BB$$

$$A \rightarrow SAa \mid bB \mid a$$

$$B \rightarrow Ab \mid Sa \mid b$$

الف) با نشان دادن دو درخت اشتقاق متفاوت برای یک رشته نشان بدهید که گرامر ابهام دارد.

ب) گرامر را به نرمال چامسکی تبدیل کنید.

پ) آیا گرامر قسمت ب هنوز هم بر روی رشته قسمت الف ابهام دارد؟ (پاسخ بلی/خیر کفایت می کند)

سوال دو: (۲۰ نمره)

آیا زبان های زیر مستقل از متن هستند؟ اگر بلی، گرامر مستقل از متن ارائه کنید. اگر خیر، با استفاده از لم تزریق اثبات کنید. (ممکن است هر دو زبان مستقل از متن، هر دو نامستقل از متن یا فقط یکی مستقل از متن باشد)

$$L_1 = \{w\#x\#y\#z \mid w, x, y, z \in \{a, b\}^* \text{ and } |w| = |z|, |x| = |y|\} \quad \text{الف)}$$

$$L_2 = \{w\#x\#y\#z \mid w, x, y, z \in \{a, b\}^* \text{ and } |w| = |y|, |x| = |z|\} \quad \text{ب)}$$

سوال سه: (۱۰ نمره)

برای زبان زیر بر روی الفبای $\Sigma = \{a, b, c\}$ یک اتوماتون پشته ای ترسیم کنید.

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, j = i + k\}$$

سوال چهار: (۲۰ نمره)

یک جوان مبتکر ایرانی به اسم «عمو پورنگ» یک نوع ماشین تورینگ به اسم «ماشین پورنگ» اختراع کرده است. ماشین پورنگ (نسخه آلفا) کاملاً مشابه ماشین تورینگ استاندارد است با این تفاوت که هد این ماشین تنها می تواند به سمت راست حرکت کند.

- الف) ماشین پورنگ نسخه آلفا توانایی پذیرفتن چه کلاسی از زبانها را دارد؟ (در قسمت الف سوال نیازی به توضیح نیست)
- ب) ماشین پورنگ نسخه بتا، مشابه ماشین پورنگ نسخه آلفا است با این تفاوت که نوار آن حلقوی است. در ماشین پورنگ نسخه بتا هنگامی که هد از روی آخرین کاراکتر ورودی نوار به سمت راست حرکت می کند به اولین خانه آن بر می گردد. مثالی از یک زبان نامستقل از متن به همراه نحوه پذیرش آن در ماشین پورنگ نسخه بتا ارائه کنید. توضیح شما باید قانع کننده باشد اما نیازی به ترسیم دقیق نمودار حالت-گذار نیست.
- پ) آیا قدرت ماشین پورنگ نسخه بتا معادل ماشین تورینگ استاندارد است؟ شرح بدهید.

سوال پنج: (۱۰ نمره)

از قضیه رایس برای اثبات تصمیم ناپذیری کدامیک از زبانهای زیر می توان استفاده کرد؟ منظور از M یک ماشین تورینگ است (در این سوال نیازی به توضیح نیست)

- الف) $L_1 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ روی هیچ ورودی خود متوقف نمی شود} \}$
- ب) $L_2 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ حداقل یک ورودی را می پذیرد} \}$
- پ) $L_3 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ رشته } \epsilon \text{ را می پذیرد} \}$
- ت) $L_4 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ بعد از سه قدم اجرا، عددی اول بر روی نوار خود می نویسد} \}$
- ث) $L_5 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ رشته ای به طول حداقل } 1401 \text{ می پذیرد} \}$

سوال شش: (۲۰ نمره)

آیا کلاس P تحت عمل Kleene star بسته است؟ به عبارت دیگر، اگر $L \in P$ آنگاه $L^* \in P$ ؟ اگر بلی، اثبات کنید. اگر خیر، مثال نقض بیاورید.

موفق باشید!