

به نام خدا

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۱

تمرین شماره ۴

دستیار آموزشی این مجموعه: علیرضا آقایی

alirezaaghaei090@gmail.com

تاریخ تحویل: ۱۸ آبان



(1) گرامر $G = (V, \Sigma, R, S)$ را در نظر بگیرید که در آن V ، Σ و R به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$V = \{S, A\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$R = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow AA, \\ A \rightarrow AAA, \\ A \rightarrow a, \\ A \rightarrow bA, \\ A \rightarrow Ab \end{array} \}$$

(a) چه رشته‌هایی در $L(G)$ را می‌توان با حداکثر ۴ بار استفاده از قوانین گرامر تولید کرد؟

(b) ۴ اشتقاق متفاوت برای رشته‌ی $babbab$ ارائه دهید.

(c) روشی ارائه دهید تا با استفاده از گرامر G بتوان رشته‌ی $b^m a b^n a b^p$ را به ازای هر $m, n, p > 0$ تولید کرد.

(2) توضیح دهید که هر کدام از گرامرهای زیر چه رشته‌هایی را تولید می‌کنند. همچنین زبان تولید شده توسط هر گرامر را با نمایش ریاضی ارائه دهید.

a)

$$\begin{array}{l} S \rightarrow AB \\ A \rightarrow aAb \mid \varepsilon \\ B \rightarrow bBc \mid \varepsilon \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l} S \rightarrow aY \mid bY \\ Y \rightarrow aYa \mid bYb \mid aYb \mid bYa \mid \varepsilon \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{l} S \rightarrow bSa \mid bY \\ Y \rightarrow bY \mid aY \mid \varepsilon \end{array}$$

(3) برای هر یک از زبان‌های زیر، یک گرامر مستقل از متن بنویسید.

a) $L = \{w \in \{1,2,*\} \mid \text{عددی زوج باشد که حاصل ضرب اعداد، عددی زوج باشد به طوری که حاصل ضرب اعداد، عددی زوج باشد}\}$

b) $L = \{a^n b^m c^k \mid n \neq m \text{ or } m \neq k\}$

c) $L = \{a^m b^{2n} c^{3n} d^p \mid p > m, \text{ and } m, n \geq 1\}$

d) $L = \{uawb \mid u, w \in \{a, b\}^*, |u| = |w|\}$

(4) گرامر مبهم G را در نظر بگیرید.

$$S \rightarrow AB \mid aaB$$

$$A \rightarrow a \mid Aa$$

$$B \rightarrow b$$

a) رشته‌ای عضو گرامر پیدا کنید که برای آن حداقل دو درخت اشتقاق متفاوت وجود داشته باشد. آن دو درخت را ترسیم کنید.

b) گرامری غیر مبهم و معادل با گرامر G ارائه دهید.

(5) برای زبان‌های زیر یک Automata رسم کرده و سپس با استفاده از آن یک گرامر منظم برای آن‌ها بنویسید.

a) $L = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, (n_a(w) - n_b(w)) \bmod 3 = 1\}$

b) $L = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, n_a(w) \bmod 2 = 0, n_b(w) \bmod 2 = 0\}$

(6) با فرض این که اگر دو زبان L_1 و L_2 گرامر مستقل از متن داشته باشند آنگاه زبان $L_1 \cup L_2$ نیز گرامر مستقل از متن دارد، اثبات کنید که برای زبان B گرامری مستقل از متن وجود دارد. (امتیازی)

$$A = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

$$B = \bar{A}$$