



استاد: حجت

۱۳۹۹/۱۰/۲۷

امتحان پایان ترم نظریه زبانها و ماشین ها

مدت امتحان ۲/۵ ساعت

آزمون در منزل

قبل از شروع امتحان لطفاً به موارد زیر توجه داشته باشید:

- این آزمون غیرحضورى و كتاب باز (open book) است.
- برای یافتن پاسخ به یک سوال، دنبال جستجوی صورت آن در اینترنت نباشید. از نرم افزارهای کمک آموزشی برای حل مسائل استفاده نکنید. هدف از این آزمون سنجش دانش شما در درس است.
- در مورد این آزمون با کسی (جز استاد) صحبت یا مشورت نکنید. اگر چنانچه نکته ای برای شما شفاف نیست به صورت خصوصی به استاد ایمیل بزنید. همچنین به پیام های ارسالی در سامانه elearn در مورد آزمون حتماً توجه داشته باشید.
- لطفاً پاسخ های خود را قبل از پایان زمان امتحان (ساعت ۱۱ صبح) ارسال کنید. زمان امتحان تمدید نخواهد شد. ارسال کردن درخواست تمدید تنها وقت شما را تلف می کند. هیچ پاسخی بعد از پایان زمان آزمون تحویل گرفته نخواهد شد.
- اگر احتمال می دهید که نزدیک زمان پایان آزمون به اینترنت دسترسی نداشته باشید کمی زودتر پاسخ را ارسال کنید. چنانچه به هر دلیلی سامانه elearn کار نمی کرد پاسخ های خود را ایمیل بزنید.
- پاسخ های شما باید خوانا باشند و با کیفیت خوب آپلود شوند.
- به سؤال ها سرسری پاسخ ندهید! گاهی یک اشتباه به ظاهر خیلی کوچک موجب می شود که یک اتوماتون یا یک گرامر کاملاً غلط بشود. بی جهت نمره از دست ندهید.
- این امتحان ۶ سوال دارد و در جمع ۱۰۰ نمره است.
- «اعتماد» متقابل مهم ترین سرمایه ی اجتماعى در مواجهه با بحران هایی نظیر کرونا است. استاد درس به شما اعتماد دارد و از هیچ ابزاری جز اعتماد جهت اطمینان پیدا کردن نسبت به رعایت قوانین آزمون استفاده نخواهد کرد.



- تلاش کنید که در آرامش کافی مسائل را حل کنید. نوشیدن چای، قهوه، دمنوش یا هر نوشیدنی مجاز آرام بخش در حین امتحان فراموش نشود. موفق باشید!

سوال یک: (۱۰ نمره)

برای زبان زیر یک گرامر در فرم نرمال چامسکی بنویسید.

$$\{0^n 1^m \mid m \leq n + 3\}$$

سوال دو: (۱۵ نمره)

برای زبان زیر یک اتوماتون پشته ای قطعی (deterministic pushdown automaton) طراحی کنید.

$$\{0^n 1^m \mid n \neq 2m + 1 \text{ and } n, m > 0\}$$

سوال سه: (۱۰ نمره)

ماشین تورینگ استاندارد طراحی کنید (با ترسیم نمودار حالات) که بر روی الفبای $\Sigma = \{0, 1\}$ رشته هایی با طول فرد را بپذیرد که در آنها علامت میان رشته 0 است. به عنوان مثال، 11001 و 1110111 بپذیرفته می شوند اما 0000 و 110 بپذیرفته نمی شوند.

سوال چهار: (۱۵ نمره)

یک جوان مبتکر ایرانی به اسم «عمو پورنگ» ادعا دارد ایده ی اصلی ماشین تورینگ از اوست لذا باید این ماشین را به افتخار او «ماشین پورنگ» نامید. ماشین پورنگ مشابه ماشین تورینگ استاندارد نوار نامحدود از راست دارد. تنها تفاوت ماشین پورنگ با ماشین تورینگ در این نکته است که هد ماشین پورنگ در هنگام حرکت به سمت چپ به جای اینکه به خانه مجاور برود به سلول ابتدایی پرتاب می شود. به نظر شما توانایی ماشین پورنگ به اندازه ی ماشین تورینگ است؟ اگر بله نشان بدهید که چگونه می تواند یک ماشین تورینگ استاندارد را شبیه سازی کند. اگر خیر، زبانی را مثال بزنید که ماشین تورینگ استاندارد آنرا می پذیرد اما ماشین پورنگ نمی تواند آنرا بپذیرد.

سوال پنج: (۳۰ نمره)

برای هر یک از دو زبان زیر توضیح بدهید که آیا زبان (۱) تصمیم پذیر، (۲) تشخیص پذیر اما تصمیم ناپذیر، (۳) تشخیص ناپذیر است. در این قسمت نمی توانید از قضیه رایس استفاده کنید. برای کاهش (در صورت نیاز) می توانید از زبانهای ATM و $HALT_{TM}$ و متمم های آنها استفاده کنید.

(الف)

$$L_1 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ یک ماشین تورینگ است که زبان آن کمتر مساوی 6 عضو دارد} \}$$

(ب)

$$L_2 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ یک ماشین تورینگ است که زبان آن بیشتر از 6 عضو دارد} \}$$

سوال شش: (۲۰ نمره)

نشان بدهید که Halting Problem یک مساله NP-hard است.