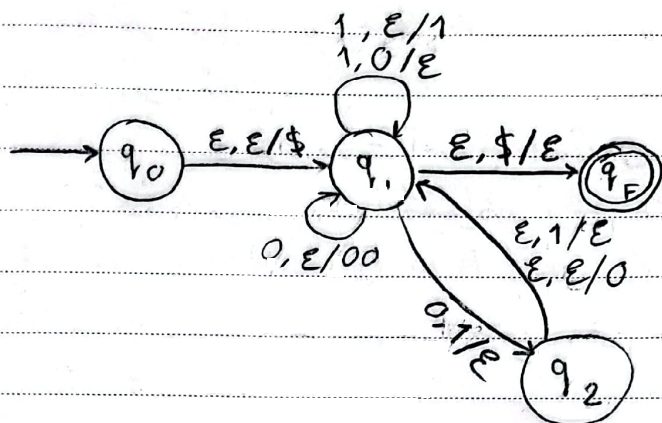
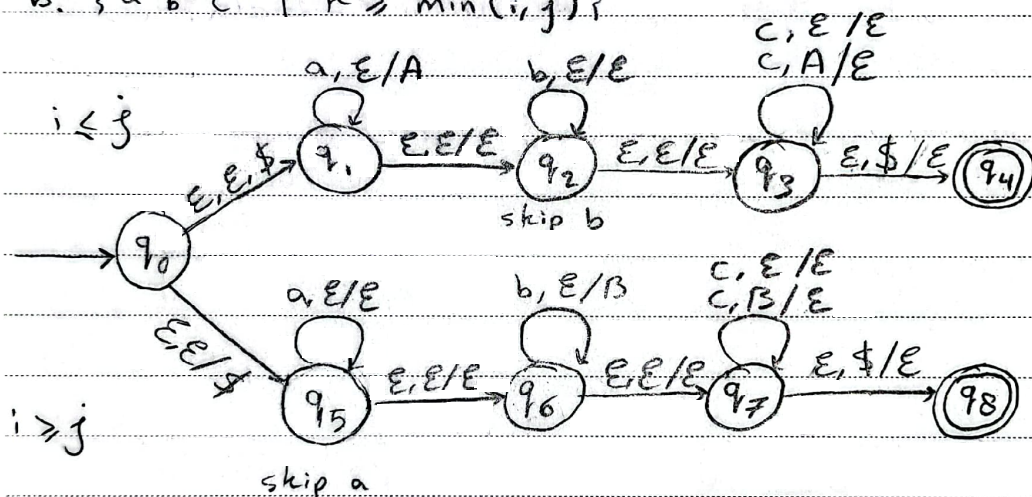


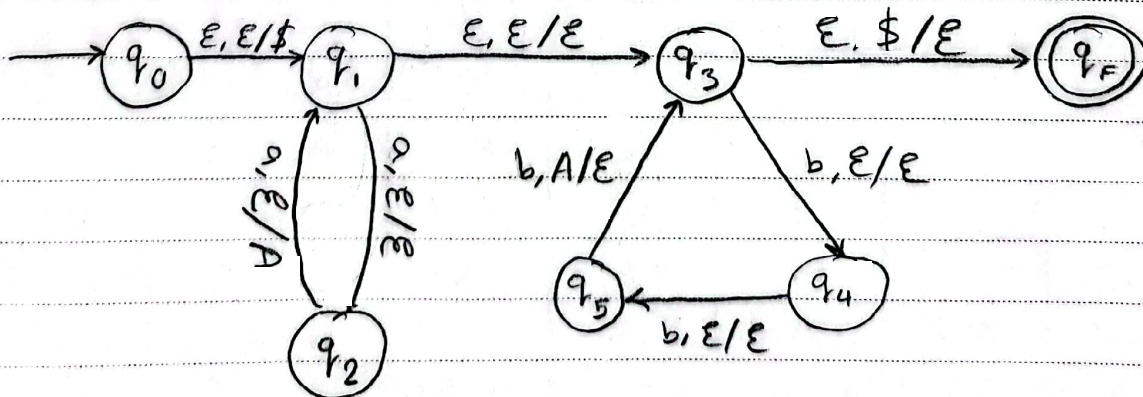
a. $\{w \mid w \in \{1, 0\}^*, n_1(w) = 2n_0(w)\}$



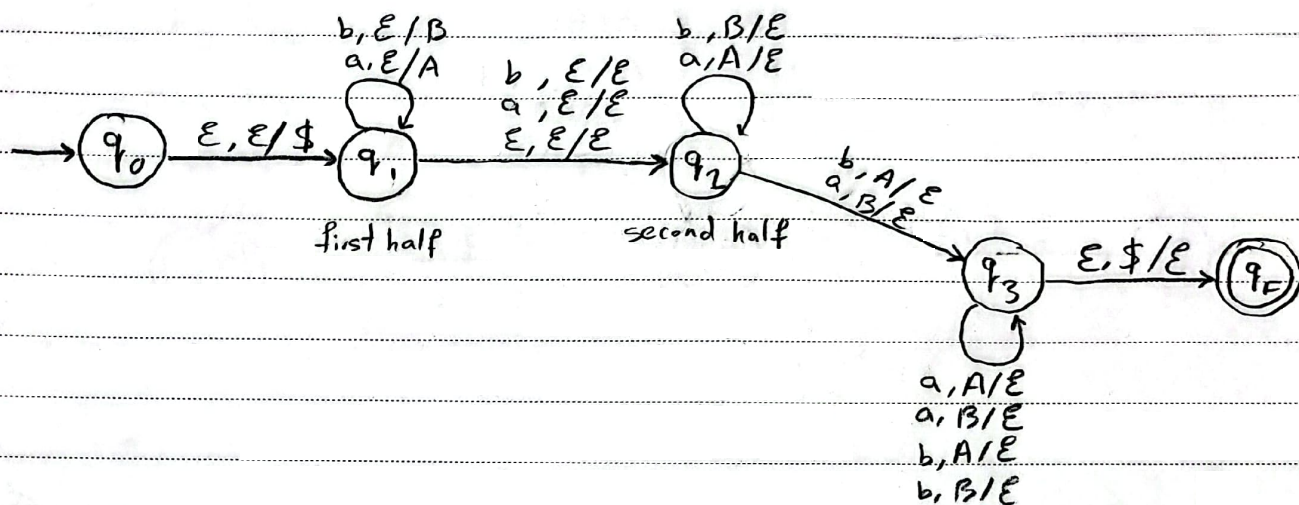
b. $\{a^i b^j c^k \mid k \geq \min(i, j)\}$



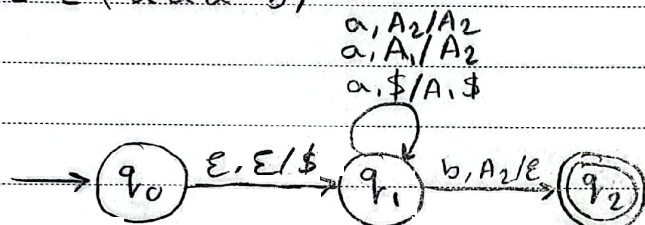
c. $\{a^{2n} b^{3n} \mid n \geq 0\}$



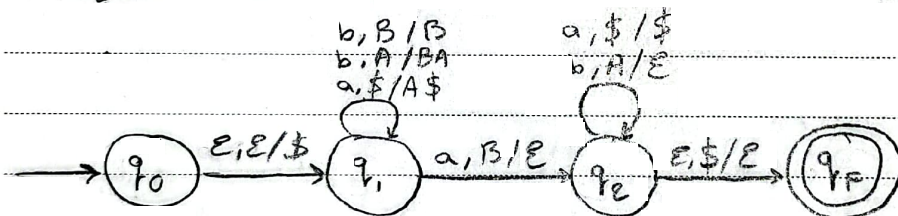
d. $\{w \mid w \in \{a, b\}^*$ به طوری که انتهای آن با a باشد $\}$



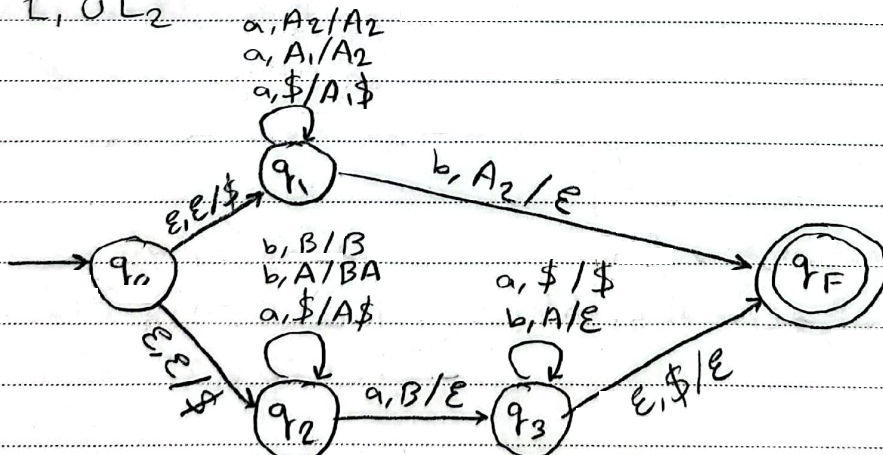
a. $L_1 = L(aaa^*b)$



b. $L_2 = L(abb^*aba^*)$



c. $L_1 \cup L_2$



همچنین می توانیم NPDA، ماشین NFA، رسم کنیم و از استک استفاده کنیم (push و pop). زیرا زبان های داده شده منظم هستند و نیازی به استک ندارند.

$$S \rightarrow aABBB \mid aAA$$

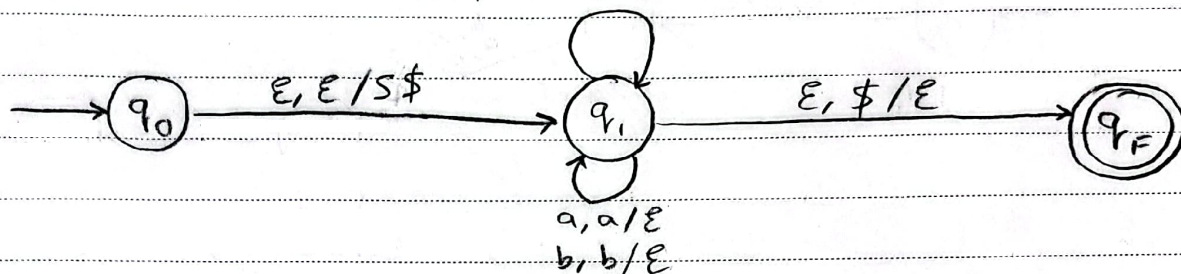
$$A \rightarrow aBB \mid a$$

$$B \rightarrow bBB \mid A$$

$$\epsilon, B/bBB \quad \epsilon, B/A$$

$$\epsilon, A/aBB \quad \epsilon, A/a$$

$$\epsilon, S/aABB \quad \epsilon, S/aAA$$



$$a. L_1 = \{ *^{2k+1} \mid k \geq 0 \}$$

$$L_2 = \{ *^n 0 *^{n+m} 1 *^m \mid n, m \geq 0 \}$$

$$L_3 = \{ *^n 1 *^{n+m} 0 *^m \mid n, m \geq 0 \}$$

$$L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \{ *^{2k+1} + *^n 0 *^{n+m} 1 *^m + *^n 1 *^{n+m} 0 *^m \mid k, n, m \geq 0 \}$$

$$b. L = \{ w \mid n_0(w) = 2n_1(w) \}$$

در این PDA به ازای هر 0 یا یک 0 در استک push می شود و یا یک 1 از استک pop می شود. همچنین به ازای هر 1 یا دو 1 در استک push می شود یا دو 0 از استک pop می شود و یا یک 0 از استک pop می شود (0 بعدی نمی تواند pop شود) و پس یک 1 در استک push می شود. در نتیجه تعداد 0 ها دو برابر 1 ها خواهد بود.

۵. با توجه به اینکه تنها یک final state داریم و هر transition فقط یک pop و یا یک push دارند و استک قبل از رسیدن به final state خالی می شود، این PDA یک simplified PDA است و نیازی به تبدیل نیست.

states: $A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{22}, A_{23}, A_{24}, A_{33}, A_{34}, A_{44}$

بخش اول: $A_{12} \rightarrow A_{12} A_{22}$ $A_{13} \rightarrow A_{12} A_{23}$ $A_{13} \rightarrow A_{13} A_{33}$

$A_{14} \rightarrow A_{12} A_{24}$ $A_{14} \rightarrow A_{13} A_{34}$

$A_{22} \rightarrow A_{22} A_{22}$ $A_{23} \rightarrow A_{22} A_{23}$ $A_{23} \rightarrow A_{23} A_{33}$

$A_{24} \rightarrow A_{22} A_{24}$ $A_{24} \rightarrow A_{23} A_{34}$

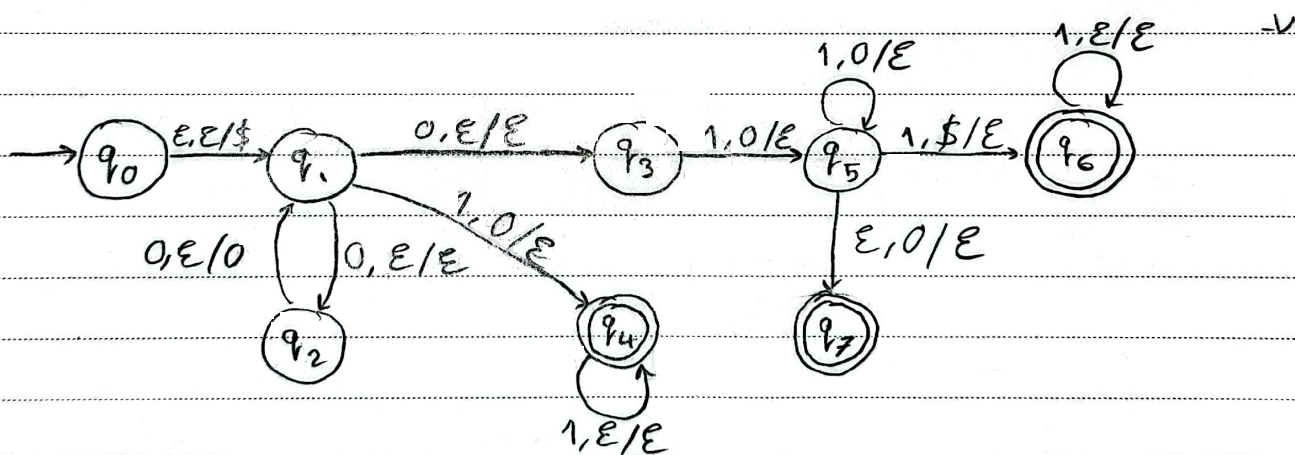
$A_{33} \rightarrow A_{33} A_{33}$ $A_{34} \rightarrow A_{33} A_{34}$

بخش دوم: $A_{14} \rightarrow A_{23}$ $A_{23} \rightarrow 0 A_{22} 1$ $A_{23} \rightarrow 0 A_{23} 1$

بخش سوم: $A_{11} \rightarrow \epsilon$ $A_{22} \rightarrow \epsilon$ $A_{33} \rightarrow \epsilon$ $A_{44} \rightarrow \epsilon$

۶. تفاوت این خرد زبان L این است که در این PDA باید همه $|w|$ فرد باشد (یک عدد).
 ۱ و ۰ در وسط عبارت وجود دارد. اما در زبان L رشته می تواند دارای طول زوج هم باشد.

۷. با اضافه کردن گره $\epsilon, \epsilon / \epsilon$ از q_2 به q_3 می توان گامی کرد که PDA متوجه زبان L را نیز بپذیرد.



q_4 : تعداد ۰ ها زوج است.

q_3 : تعداد ۰ ها فرد است.