

نکته: اگر PDA در رشته‌های ارائه شده به عنوان آزمون در صورت سؤال صدق نکند، نمره‌ای داده نمی‌شود.

نکته: اگر ایده کلی PDA درست باشد اما یک اشغال کوچک داشته باشد (نظیر اشتباه در گذاشتن یک یال) نصف نمره داده می‌شود.

سؤال دوم) خیر، بسته نیستند.

مثال نقض:

$$L = \{a^n b^n a^m b b a^{3m} \mid n, m \geq 1\}$$

این زبان به وضوح مستقل از متن است:

$$S \rightarrow UT$$

$$U \rightarrow aUb \mid ab$$

$$T \rightarrow aTaaa \mid abbbaaa$$

فرض کنیم $half(L)$ مستقل از متن باشد. چون زبان‌های مستقل از متن نسبت به اشتراک بازبان‌های منظم بسته هستند:

$$L \cap a + b + a + b = \{a^n b^n a^n b \mid n \geq 1\}$$

اما این زبان مستقل از متن نیست.

اثبات بالکک لم تشریحی برای زبان‌های مستقل از متن.

① حرف عدد $p \geq 1$ را انتخاب می‌کند.

② ما رشته $s = a^p b^p a^p b$ را انتخاب می‌کنیم $(s \in L, |s| \geq p)$

③ حرف رشته‌های u, v, w, x, y را به صورت زیر انتخاب می‌کند:

$$s = uvwx y \quad vx \neq \epsilon \quad |vwx| \leq p$$

④ با تکراری دهیم $i = 0$

$$uv^i w x^i y = u w y$$

چون $|vwx| \leq p$ رشته vwx نمی‌تواند هم‌زمان از a های اول، b های میانی و a های پایانی کم کند بنابراین رشته حاصل به فرم $a^n b^n a^n b$ نخواهد بود.
 نکته: اگر به نبودن نسبت به عمل left ذکر شده باشد اما دلیل دقیق نباشد پس 5 تا 10 نمره داده می‌شود.

(سؤال سوم)

زبان L تصمیم ناپذیر اما تشخیص پذیر است.

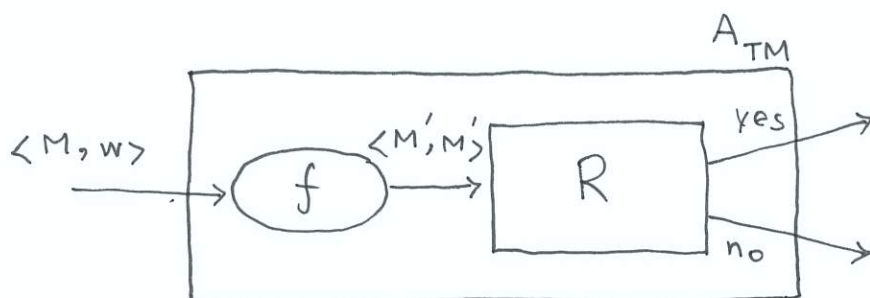
* تشخیص پذیر: برای تشخیص ماله کافی است که حرکات ماشین‌های تورینگ M_1 و M_2

را به صورت یکی در میان بر روی ϵ شبیه‌سازی کنیم. اگر هر دو ϵ را بپذیرند در یک جا بالا نره شبیه‌سازی تمام می‌شود.

* ماله تصمیم پذیر نیست.

$$A_{TM} \leq L$$

فرض کنیم R زبان L را تصمیم‌گیری کند (فرض خلف)



M' on input x : return $M(w)$

درستی تبدیل:

$\langle M, w \rangle \in A_{TM} \Rightarrow M \text{ accepts } w \Rightarrow M' \text{ accepts everything}$

$\Rightarrow \varepsilon \in L(M') \cap L(M') \Rightarrow \langle M', M' \rangle \in L$

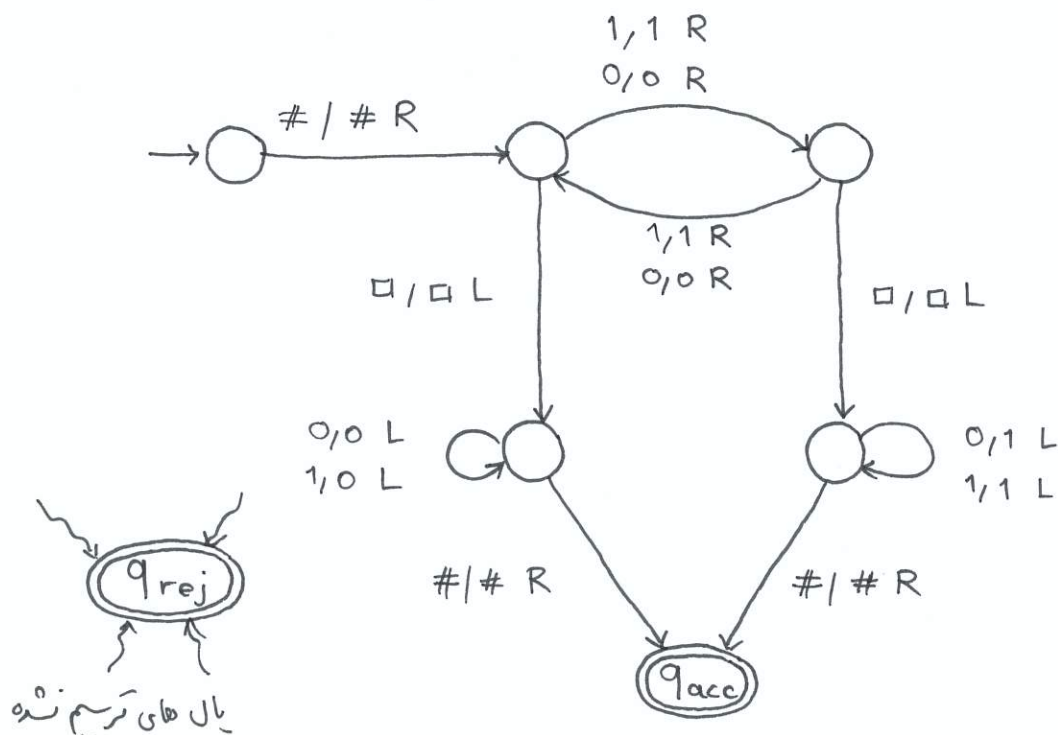
$\langle M, w \rangle \notin A_{TM} \Rightarrow M \begin{cases} \text{rejects} \\ \text{loops} \end{cases} \text{ on } w \Rightarrow M' \text{ accepts nothing}$

$\Rightarrow \varepsilon \notin L(M') \cap L(M') \Rightarrow \langle M', M' \rangle \notin L$

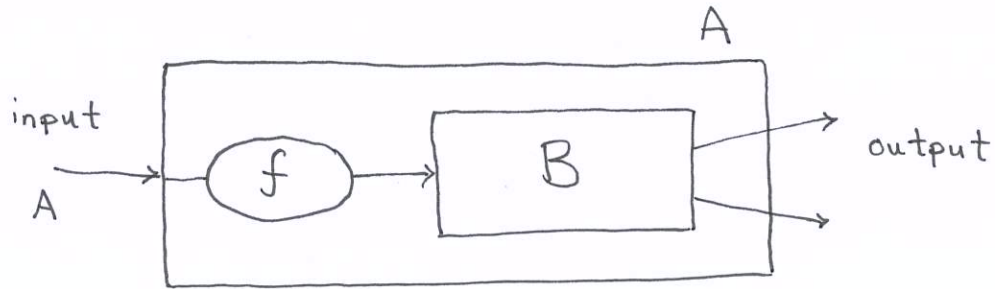
روش تشخیص زبان : 5 نمره

کاهش : 15 نمره

سوال چهارم



$$A \leq B$$



الف) بلی. یک الگوریتم برای حل سأل A با تبدیل ورودی A به B در زمان چند جمله‌ای و فراخوانی الگوریتم B می‌تواند پاسخ را در زمان چند جمله‌ای به دست آورد.

ب) خیر. با کاهش دادن سأل‌های دلخواه مثل A به سأل‌های دشوار نمی‌توان در مورد دشواری A با قطعیت نظر داد.

پ) بلی. با توجه به پاسخ مثبت الف اگر B الگوریتم چند جمله‌ای داشته باشد آن‌گاه A هم

الگوریتم چند جمله‌ای دارد. پس اگر سأل A از نوع NP -hard باشد $P = NP$

ت) خیر. با کاهش دادن فقط می‌توان در مورد NP -hard بودن سائل نظر داد

ولی برای تعلق به NPC باید شرط تعلق به NP جداگانه بررسی شود.

ث) خیر استدلال مشابه مثبت ب