



استاد: حجت

۱۴۰۰/۴/۲۳

امتحان پایان ترم نظریه زبانها و ماشین ها

مدت امتحان ۳: ساعت

آزمون در منزل

قبل از شروع امتحان لطفاً به موارد زیر توجه داشته باشید:

- این آزمون غیرحضورى و كتاب باز (open book) است.
- برای یافتن پاسخ به یک سوال، دنبال جستجوی صورت آن در اینترنت نباشید. از نرم افزارهای کمک آموزشی برای حل مسائل استفاده نکنید. هدف از این آزمون سنجش دانش شما در درس است.
- در مورد این آزمون با کسی (جز استاد) صحبت یا مشورت نکنید. اگر چنانچه نکته ای برای شما شفاف نیست به صورت خصوصی به استاد ایمیل بزنید. همچنین به پیام های ارسالی در سامانه elearn در مورد آزمون حتماً توجه داشته باشید.
- لطفاً پاسخ های خود را قبل از پایان زمان امتحان (ساعت ۱۱:۳۰ صبح) ارسال کنید. زمان امتحان تمدید نخواهد شد. ارسال درخواست تمدید تنها وقت شما را تلف می کند. هیچ پاسخی بعد از پایان زمان آزمون تحویل گرفته نخواهد شد.
- اگر احتمال می دهید که نزدیک زمان پایان آزمون به اینترنت دسترسی نداشته باشید کمی زودتر پاسخ را ارسال کنید. چنانچه به هر دلیلی سامانه elearn کار نمی کرد پاسخ های خود را ایمیل بزنید.
- پاسخ های شما باید خوانا باشند و با کیفیت خوب آپلود شوند.
- به سؤال ها سرسری پاسخ ندهید! گاهی یک اشتباه به ظاهر خیلی کوچک موجب می شود که یک اتوماتون یا یک گرامر کاملاً غلط بشود. بی جهت نمره از دست ندهید.
- این امتحان ۶ سوال دارد و در جمع ۱۰۰ نمره است.
- «اعتماد» متقابل مهم ترین سرمایه ی اجتماعى در مواجهه با بحران هایی نظیر کرونا است. استاد درس به شما اعتماد دارد و از هیچ ابزاری جز اعتماد جهت اطمینان پیدا کردن نسبت به رعایت قوانین آزمون استفاده نخواهد کرد.



- تلاش کنید که در آرامش کافی مسائل را حل کنید. نوشیدن چای، قهوه، دمنوش یا هر نوشیدنی مجاز آرام بخش در حین امتحان فراموش نشود. موفق باشید!

سوال یک: (۱۰ نمره)

تعیین کنید که آیا زبان های زیر ① منظم، ② نامنظم اما مستقل از متن و یا ③ غیر مستقل از متن هستند. در این سوال نیازی به توضیح یا اثبات نیست.

	reg. ①	② c.-f. but not reg.	③ not c.-f.
$\{a^n b^m c^k d^\ell \mid 2n = 3k \text{ or } 5m = 7\ell\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{a^n b^m c^k d^\ell \mid 2n = 3k \text{ and } 5m = 7\ell\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{a^n b^m c^k d^\ell \mid 2n = 3m \text{ and } 5k = 7\ell\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{a^n b^m c^k d^\ell \mid 2n = 3\ell \text{ and } 5k = 7m\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{a^m b^n \mid m, n \geq 0 \text{ and } 5m + 3n = 24\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{a^m b^n \mid m, n \geq 0 \text{ and } 5m - 3n = 24\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ توانی از } ۳ \text{ باشد}\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ توانی از } ۲ \text{ را در نمایش دودویی نشان دهد}\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ مضربی از } ۷ \text{ را در نمایش دودویی نشان دهد}\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) - n_b(w) \bmod 3 < 2\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

سوال دو: (۱۰ نمره)

زبان زیر را در نظر بگیرید.

$$L_1 = \{a^m b^n \mid 1 \leq m \leq n \leq 2m\}$$

الف) یک گرامر در فرم نرمال چامسکی برای L_1 ارائه کنید.

ب) یک گرامر در فرم نرمال گریباخ برای L_1 ارائه کنید.

در این سوال تنها نوشتن گرامر کفایت می کند و نیازی به توضیح بیشتر نیست.

سوال سه: (۲۰ نمره)

زبان زیر را در نظر بگیرید:

$$L_2 = \{xx^R \mid x \in \{0, 1\}^*\}$$

آیا متمم این زبان ($\overline{L_2}$) زبانی مستقل از متن است؟ اگر بلی، اتوماتون پشته ای (PDA) ترسیم کنید (گرامر مستقل از متن در این سوال مورد قبول نیست). اگر خیر، با استفاده از لم تزریق اثبات کنید.

سوال چهار: (۲۰ نمره)

یک اتوماتون پشته ای را هنگامی «دقیق» می گوئیم که هیچ حالتی را نتوان در آن حذف کرد. یک حالت هنگامی قابل حذف کردن است که اتوماتون پشته ای با هیچ رشته ی ورودی نتواند به آن برسد. زبان زیر را در نظر بگیرید:

$$DAGHIGH_{PDA} = \{ \langle P \rangle \mid P \text{ یک اتوماتون پشته ای دقیق باشد} \}$$

آیا زبان $DAGHIGH_{PDA}$ تصمیم پذیر است؟ اگر بلی، یک روش تصمیم برای آن ارائه کنید (نیازی به نشان دادن جزئیات ماشین تورینگ نیست). اگر خیر، کاهشی از یکی از زبانهای تصمیم ناپذیر ATM ، PCP و یا ALL_{CFG} ارائه کنید.

سوال پنج: (۲۰ نمره)

یک گرامر مستقل از متن را هنگامی «دقیق» می‌گوییم که هیچ قانونی را نتوان در آن حذف کرد. یک قانون هنگامی قابل حذف کردن است که با حذف آن زبان تولید شده توسط گرامر هیچ تغییری نکند. زبان زیر را در نظر بگیرید:

$$DAGHIGH_{CFG} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ یک گرامر مستقل از متن دقیق باشد} \}$$

آیا زبان $DAGHIGH_{CFG}$ تصمیم پذیر است؟ اگر بلی، یک روش تصمیم برای آن ارائه کنید (نیازی به نشان دادن جزئیات ماشین تورینگ نیست). اگر خیر، کاهشی از یکی از زبانهای تصمیم ناپذیر PCP ، ATM و یا ALL_{CFG} ارائه کنید.

(اگر برای سوال چهارم اثبات تصمیم ناپذیری ارائه کرده اید و به نظر شما $DAGHIGH_{CFG}$ تصمیم ناپذیر است می‌توانید برای این سوال از $DAGHIGH_{PDA}$ هم کاهش ارائه کنید)

سوال شش: (۲۰ نمره)

«عمو پورنگ» یک جوان مبتکر ایرانی است که ادعا دارد یک نوع از ماشین تورینگ را تولید داخلی کرده است. ماشین طراحی شده توسط این جوان نابغه «ماشین پورنگ» نامیده می‌شود و قرار است خط تولید انبوه آن برای استفاده عموم به زودی راه اندازی شود. تعریف ماشین پورنگ (نسخه آلفا) دو تفاوت با تعریف استاندارد ماشین تورینگ دارد.

تفاوت اول: الفبای نوار ماشین پورنگ تنها دو عضو دارد: $\Gamma = \{\square, \blacksquare\}$ بنابراین الفبای ورودی در ماشین پورنگ $\{\blacksquare\}$ است.

تفاوت دوم: ماشین پورنگ (نسخه آلفا) هیچ گاه علامت خالی \square را روی علامت غیر خالی \blacksquare نمی‌نویسد.

آیا قدرت ماشین پورنگ (نسخه آلفا) معادل ماشین تورینگ استاندارد است؟

اگر خیر، فرض کنید ماشین پورنگ (نسخه بتا) تفاوت دوم را نداشته باشد (ماشین پورنگ بتواند علامت خالی \square را بر روی علامت غیر خالی \blacksquare بنویسد). آیا باز هم قدرت ماشین پورنگ (نسخه بتا) با ماشین تورینگ متفاوت است؟ توضیح بدهید.

(دقت: با توجه به اینکه الفبای ماشین پورنگ یگانی است بنابراین برای مقایسه با قدرت ماشین تورینگ استاندارد ممکن است نیاز به کد کردن حروف الفبا داشته باشید)

پایان.