



استاد: حجت

۱۴۰۱/۱۰/۲۵

امتحان پایان ترم نظریه زبانها و ماشین ها

مدت امتحان: ۲/۵ ساعت

نام، نام خانوادگی، شماره دانشجویی:

قبل از شروع امتحان لطفاً به موارد زیر توجه داشته باشید:

- نام خود را حتماً روی برگه سوال بنویسید و آنرا همراه با برگه پاسخ تحویل بدهید.
- این امتحان ۵ سوال دارد و در جمع ۱۱۰ نمره است.
- (نمره کامل از ۱۰۰ است و ۱۰ نمره اضافی/تشویقی به خاطر مسائل و دشواری های ترم گذشته در نظر گرفته شده است)
- همکلاسی های شما در سکوت تمرکز بهتر دارند. جهت رعایت حال آنها از استاد در حین امتحان کمتر سوال کنید.

سوال یک: (۲۰ نمره)

با استفاده از الگوریتم CYK تعیین کنید که آیا رشته $abaaab$ متعلق به زبان گرامر زیر هست یا خیر.
(جدول را کامل ترسیم کنید)

$$S \rightarrow AB \mid AA$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow AB \mid b$$

سوال دو: (۲۰ نمره)

برای زبان پرانتزهای متوازن بر روی گرامر $\Sigma = \{[,]\}$ می توان گرامر مستقل از متن زیر را طراحی کرد.

$$S \rightarrow [S] \mid SS \mid []$$

گرامر را به فرم نرمال گریباخ تبدیل کنید.

در این سوال تنها پاسخ نهایی شما ارزیابی می شود و مراحل رسیدن به گرامر جزء بارم بندی نیست.

سوال سه: (۲۵ نمره)

یک جوان مستعد از لم تزریق برای اثبات مستقل از متن نبودن زبان زیر استفاده می کند.

$$L = \{w_1 \# w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^* \text{ and } w_1 \neq w_2\}$$

مراحل اثبات به شرح زیر است:

$$L = \{w_1 \# w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^* \text{ and } w_1 \neq w_2\}$$

- حریف عدد مثبت $p \geq 1$ را انتخاب می کند.
- ما رشته $s = a^p \# a^{p+5}$ را انتخاب می کنیم.
- حریف رشته را به $s = uvwxy$ می شکند.
- اگر v یا x شامل کاراکتر $\#$ می شدند کافیست $i = 0$ انتخاب شود تا با حذف کاراکتر $\#$ رشته متعلق به زبان نباشد. در غیر این صورت a ها را طوری پمپ می کنیم که تعداد a های سمت چپ و راست علامت $\#$ با هم برابر شوند.
- آیا این اثبات صحیح است؟ اگر خیر، اشکال آنرا بیان کنید و نحوه درست استفاده از لم تزریق برای این مساله را بنویسید.
- (اگر هم فکر می کنید که زبان مستقل از متن است اثبات کنید!)

سوال چهار: (۲۵ نمره)

آیا زبان های زیر تصمیم پذیر هستند؟ اگر بلی، یک روش تصمیم ارائه کنید (نیازی به نشان دادن جزئیات ماشین تورینگ نیست). اگر خیر، کاهشی از یکی از زبانهای تصمیم ناپذیر ATM ، $EMPTY_{TM}$ ، PCP و یا ALL_{CFG} ارائه کنید.

(ممکن است هر دو زبان تصمیم پذیر، هر دو تصمیم ناپذیر یا فقط یکی تصمیم پذیر باشد)

$$L_1 = \{ \langle G_1, G_2 \rangle \mid |L(G_1)| = |L(G_2)|, G_1, G_2 \text{ are context-free grammars} \} \quad \text{(الف)}$$

$$L_2 = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid |L(M_1)| = |L(M_2)|, M_1, M_2 \text{ are Turing machines} \} \quad \text{(ب)}$$

نکته: برای یک مجموعه دلخواه مثل A ، کاردینالیتی آن ($|A|$) نشان دهنده ی تعداد عناصر آن مجموعه است. در این سوال اگر تعداد عناصر دو مجموعه بی نهایت باشند کاردینالیتی آن دو را مساوی در نظر می گیریم.

سوال پنج: (۲۰ نمره)

یک جوان نخبه نسخه جدیدی از مساله PCP به اسم (NCP) Nokhbeh Correspondence Problem را تعریف کرده است. در NCP برای صرفه جویی در حروف الفبا، از الفبای ورودی دودویی استفاده می شود. به عبارت دقیق تر، یک نمونه از مساله NCP شامل دومینوهایی به فرم زیر است که در آن به ازای هر i ($1 \leq i \leq n$) شرط $a_i, b_i \in \{0, 1\}^*$ برقرار است.

$$P = \left\{ \left[\frac{a_1}{b_1} \right], \left[\frac{a_2}{b_2} \right], \dots, \left[\frac{a_n}{b_n} \right] \right\}$$

آیا مساله NCP تصمیم پذیر یا تصمیم ناپذیر است؟ ادعای خود را اثبات کنید.

موفق باشید!