به نام خدا

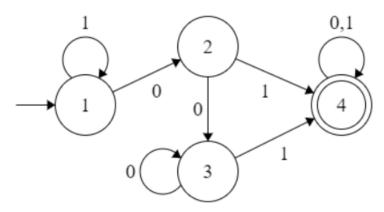


نظریه زبانها و ماشینها - پاییز ۱۴۰۱ تمرین شماره ۱ دستیار آموزشی این مجموعه: معین شیردل moein.shirdel@ut.ac.ir

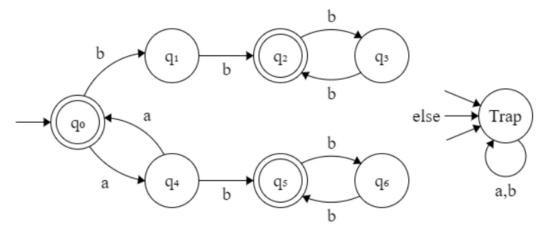
تاریخ تحویل: یکشنبه ۲۴ مهرماه ۱۴۰۱



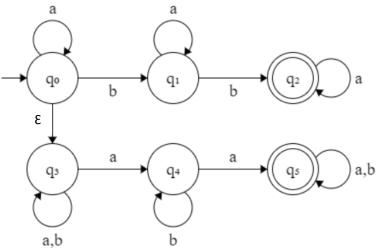
(۱) برای زبانهای زیر، DFA معادل را رسم کنید: (۲۰ نمره) $(\sum=\{0,1\})$.L = $\{w_101w_2\mid w_1,w_2\in\{0,1\}^*\}$ الف) $\{w_1,w_2\in\{0,1\}^*\}$ باسخ:



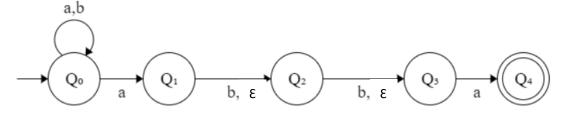
 $(\sum = \{a, b\})$.L = $\{a^ib^j \mid (i, j \ge 0) \text{ and } ((i+j) \text{ mod } 2 = 0) \}$... $(\sum = \{a, b\})$.L = $\{a^ib^j \mid (i, j \ge 0) \text{ and } ((i+j) \text{ mod } 2 = 0) \}$...



(بانهای زیر، NFA مناسب را ترسیم کنید: (۲۰ نمره) $L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid n_a(w) \geq 2 \text{ or } n_b(w) = 2 \}$ (با حداکثر ۶ استیت) $w \in \{a,b\}^* \mid n_a(w) \geq 2 \text{ or } n_b(w) = 2 \}$

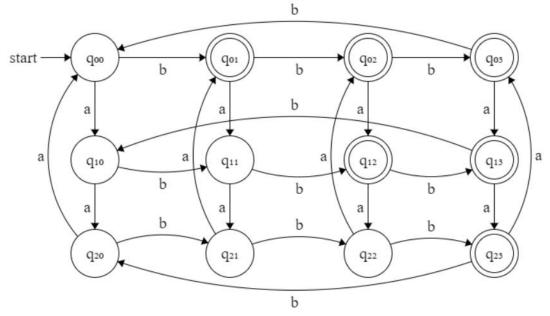


(با حداکثر ۵ استیت) L = { $w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ ends with "abba", "aba" or "aa"} }$ (با حداکثر ۵ استیت)



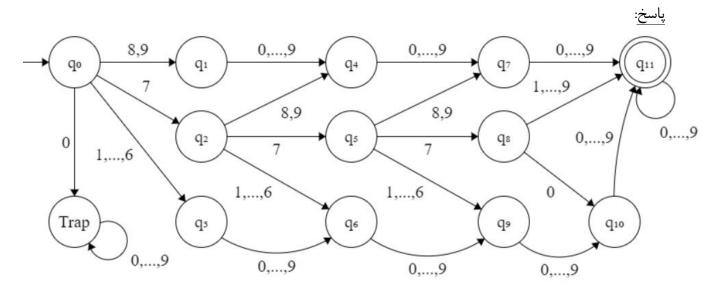
a زبان L با الفبای $\sum = \{a,b\}$ را در نظر بگیرید. این زبان شامل رشتههایی است که باقی مانده ی تعداد $\sum = \{a,b\}$ معادل زبان $\sum = \{a,b\}$ نمره)

پاسخ:



* توجه کنید که ساختار فوق قابل تعمیم برای سوالاتی با اعداد متفاوت نیز هست. در هر استیت، اندیس آن استیت بیان گر باقی مانده ی تعداد a ها بر a و a ها بر a است. در هر ردیف از استیت ها، باقی مانده ی تعداد a ها بر a محاسبه می شود و در هر ستون، باقی مانده ی تعداد a ها بر a هم چنین، accepting state ها نیز آن هایی هستند که اندیس اول آن ها از اندیس دومشان کمتر باشد.

بان NUMBERS با الفبای $\sum = \{0, 1, ..., 9\}$ را در نظر بگیرید. این زبان شامل تمام رشتههای نشانگر اعداد بزرگ تر از ۷۷۷۰ (و نه خود آن) است. برای این زبان، DFA مناسب را طراحی کنید. توجه داشته باشید که زبان قابلیت پذیرش اعداد با هر تعداد رقم را دارد، ولی رشتههایی که با رقم صفر در سمت چپ شروع می شوند باید در ابتدا reject شوند. (۱۵ نمره)



ه) درستی یا نادرستی جملات زیر را با ارائهی اثبات یا مثال نقض مناسب مشخص کنید. (۱۰ نمره) NFA مدر یک NFA که زبان L را می پذیرد، با تبدیل L میرسیم. L پذیرندهی زبان L میرسیم.

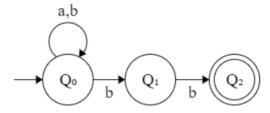
باسخ:

نادرست. این گزاره برای DFA صادق است و نه برای NFA.

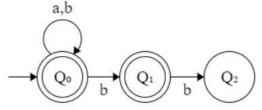
مثال نقض: زبان ${
m L}$ را بدین صورت تعریف می ${
m كنیم}$.

 $L = \{ w \in \{a,b\} * \mid w \text{ ends with "bb"} \}$

بدین ترتیب، NFA زیر برای آن قابل تصور است:



که پس از تبدیل non-accepting state ها به accepting state و برعکس، به NFA زیر میرسیم.



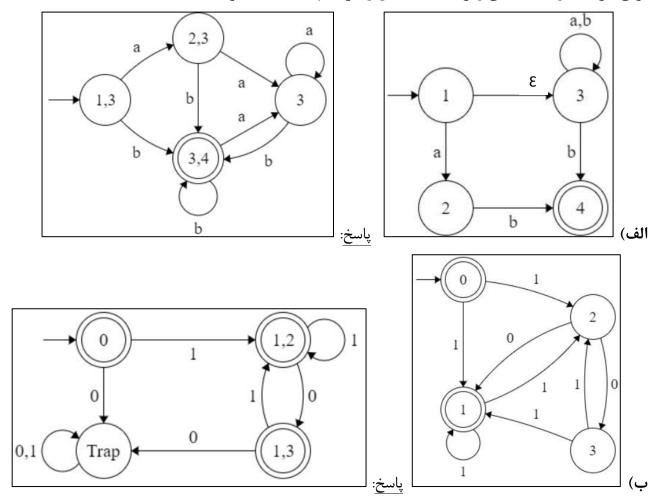
حال در این NFA تبدیل یافته، رشته abb قبول می شود در حالی که abb عضو حال نیست.

ب) میدانیم که M (که یک NFA است) زبان L را میپذیرد. در این صورت، حتما یک NFA وجود دارد که \overline{L} را بپذیرد.

پاسخ:

درست. اگر یک NFA وجود داشته باشد که زبان L را بپذیرد، یعنی این زبان منظم است و حتما یک DFA معادل وجود دارد که L را بپذیرد. زبانهای منظم تحت عملگر متمم بسته هستند، زیرا با تبدیل accepting state ها وجود دارد که L را بپذیرد. زبانهای منظم تحت عملگر متمم بسته هستند، زیرا با تبدیل DFA مناف دست یافت. به non-accepting state و برعکس در DFA آنها میتوان به DFA مربوط به زبان متممشان دست یافت. پس اگر زبان L منظم باشد برای آن یک DFA موجود است که از روی آن یک DFA برای \overline{L} قابل طراحی خواهدبود (و \overline{L} نیز منظم خواهدبود).

۶) برای هر یک از NFA های زیر، DFA معادل را ترسیم کنید. (۲۰ نمره)



ید. L^R نشان دهنده ی زبانی است که با وارونه کردن تمامی رشتههای زبان L به دست می آید. ثابت کنید اگر L یک زبان منظم باشد، L^R نیز منظم است. (۱۰ نمره)

پاسخ:

اگر زبان L یک زبان منظم باشد، یک DFA وجود دارد که رشتههای آن را بپذیرد. اگر در این DFA، جهت تمامی initial state و بنین L^R از امعکوس کنیم، initial state را به final state تبدیل کنیم و final state را به prad داشته باشد، L^R را خواهد پذیرفت. در صورتی که در DFA ابتدایی چند تا L^R وجود داشته باشد، می توان ابتدا یک final state جدید تعریف کرد و با تعداد L^R ابتدایی جند final state ها را به آن متصل کرد و بعد عمل معکوس کردن prad state و جهت فلشها را انجام داد (برای جلوگیری از ایجاد و بعد عمل معکوس کردن initial state و جهت فلشها را انجام داد (برای جلوگیری از ایجاد چند brad state در استیت ماشین جدید). در چنین حالتی، یک NFA به وجود خواهدآمد. در هر دو حالت، یک استیت ماشین برای L^R یافتهایم. پس ثابت می شود که L^R نیز منظم است.