



استاد: حجت

۱۴۰۲/۱۱/۱

امتحان پایان ترم نظریه زبانها و ماشین ها

مدت امتحان: ۲/۵ ساعت

نام و نام خانوادگی:

"Be kind, resourceful, beautiful, friendly, have initiative, have a sense of humour, tell right from wrong, make mistakes, fall in love, enjoy strawberries and cream, make someone fall in love with it, learn from experience, use words properly, be the subject of its own thought, have as much diversity of behaviour as a man, do something really new." – Alan Turing

سوال یک: (۲۰ نمره)

برای زبان زیر اتوماتون پشته ای (PDA) ترسیم کنید. با ورودی های گوناگون درستی اتوماتون خود را تست کنید. به عنوان مثال، اتوماتون شما رشته های $\{aab, aabbbb\}$ را باید رد کند اما رشته های $\{ab, aabb, aabbb\}$ را باید بپذیرد.

$$\{a^n b^m \mid n \leq m < 2n\}$$

سوال دو: (۲۰ نمره)

آیا زبان های مستقل از متن نسبت به عمل زیر بسته هستند؟ برای ادعای خود دلیلی دقیق ارائه کنید. در پاسخ خود مستقل از متن بودن یا نبودن هیچ زبانی را به صورت پیش فرض در نظر نگیرید.

$$\text{left}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^*. xy \in L \text{ and } |x| = |y|\}$$

سوال سه: (۲۰ نمره)

زبان زیر به کدام کلاس تعلق دارد؟ (۱) تصمیم پذیر (۲) تصمیم ناپذیر اما تشخیص پذیر (۳) تشخیص ناپذیر
برای پاسخ خود الگوریتم تصمیم یا کاهش مناسب (از مساله ATM یا متمم آن \overline{ATM}) ارائه کنید.

$$L = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid \epsilon \in L(M_1) \cup L(M_2) \text{ و } M_2 \text{ و } M_1 \text{ دو ماشین تورینگ هستند} \}$$

سوال چهار: (۲۰ نمره)

ماشین تورینگ طراحی کنید که روی ورودی $\#w$ که در آن $w \in \{0,1\}^*$ موارد زیر را انجام دهد: ($|w| = n$)

- اگر n زوج باشد، آنگاه ورودی $\#w$ را به $\#0^n$ تبدیل کند
- اگر n فرد باشد، آنگاه ورودی $\#w$ را به $\#1^n$ تبدیل کند

ماشین تورینگ پس از انجام تبدیل به حالت پذیرش می رود.

اگر ورودی به فرمت صحیح نباشد، ماشین تورینگ آنرا باید رد کند.

(فرض کنید ϵ رشته ای با طول زوج است).

سوال پنج: (۲۰ نمره)

فرض کنید یک کاهش با زمان چند جمله ای از مساله A به مساله B پیدا کرده ایم. کدامیک از گزاره های زیر صددرصد قابل نتیجه گیری هستند؟ برای هر قسمت توضیح مختصری بدهید (جواب درست/نادرست بدون توضیح نمره ای نمی گیرد)

الف) با استفاده از یک الگوریتم با زمان چند جمله ای برای حل B می توان مساله A را در زمان چند جمله ای حل کرد.

ب) اگر B الگوریتم چند جمله ای نداشته باشد آنگاه A هم ندارد.

پ) اگر A مساله ای NP-hard باشد و B یک الگوریتم چندجمله ای داشته باشد آنگاه $P=NP$

ت) اگر A مساله ای NP-complete باشد آنگاه B نیز NP-complete است.

ث) اگر B تصمیم ناپذیر باشد آنگاه A هم تصمیم ناپذیر است.

موفق باشید!