-۱

a. $L = \{a^i b^j a^k \mid j > i + k\}$

$S \longrightarrow LbR$

$L \longrightarrow aLb \mid B$

$R \longrightarrow bRa \mid B$

$B \longrightarrow bB \mid \varepsilon$

b. $L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 0, \ n+m \neq k\}$

برای نوشتن گرامر این حروف از اجتماع دو بخش $n+m > k$ و $n+m < k$ استفاده می‌کنیم:

$n+m<k \longleftarrow \qquad \longrightarrow n+m>k$

$S \longrightarrow S_1 \mid S_2$

$S_1 \longrightarrow aS_1c \mid X$

$X \longrightarrow bXc \mid X'c \mid \varepsilon \qquad X' \longrightarrow X'c \mid \varepsilon$

$S_2 \longrightarrow aS_2c \mid S_2' \qquad S_2' \longrightarrow aS_2' \mid aY \mid bY$

$Y \longrightarrow bYc \mid Y' \qquad Y' \longrightarrow bY' \mid \varepsilon$

c. $L = \{a^n w w^R a^n \mid n \geq 0, \ w \in \{a, b\}^*\}$

$S \longrightarrow aSa \mid bSb \mid \varepsilon$

d. $L = \{w \in \{a, b, c\}^*, \ |w| = 3k, \ Avg(n_a, n_b, n_c) = n_b\}$

$S \longrightarrow SbSXSXS \mid SXSbSXS \mid SXSXSbS \mid \varepsilon$
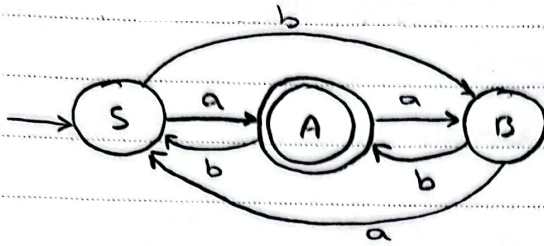
$X \longrightarrow a \mid c$

e. $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \geq 2, \ w[i] = w[i+2]\}$

$S \longrightarrow 00A \mid 01B \mid 10C \mid 11D$

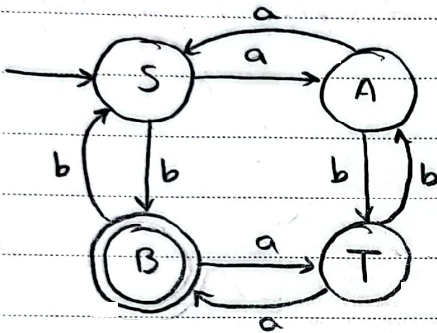$A \longrightarrow 00A \mid 0 \mid \varepsilon \qquad C \longrightarrow 10C \mid 1 \mid \varepsilon$

$B \longrightarrow 01B \mid 0 \mid \varepsilon \qquad D \longrightarrow 11D \mid 1 \mid \varepsilon$

٢-

a. $L = \{(n_a(w) - n_b(w)) \equiv 1\ (3)\}$

$S \longrightarrow aA \mid bB$

$A \longrightarrow aB \mid bS \mid \varepsilon$

$B \longrightarrow aS \mid bA$

b. $L = \{\ n_a(w)\ \text{زوج}\ ,\ n_b(w)\ \text{فرد}\ \}$

$S \longrightarrow aA \mid bB$

$A \longrightarrow aS \mid bT$

$B \longrightarrow aT \mid bS \mid \varepsilon$

$T \longrightarrow aB \mid bA$

$S \longrightarrow \underset{1}{aSb} \mid \underset{2}{aSbb} \mid \underset{3}{\varepsilon}$ str = aabbb   ٣-

① $S \xrightarrow{1} aSb \xrightarrow{2} aaSbbb \xrightarrow{3} aabbb$

② $S \xrightarrow{2} aSbb \xrightarrow{1} aaSbbb \xrightarrow{3} aabbb$
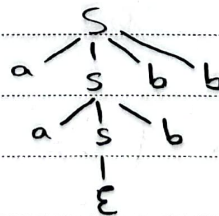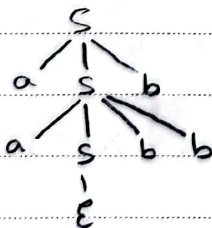
$S \longrightarrow aSbb \mid T$

$T \longrightarrow aTb \mid \varepsilon$

گرامر بی‌ابهام : مهم

٤- $S \rightarrow (S)S \mid [S]S \mid \varepsilon$

٥- الف) بله می تواند مبهم باشد. گرامر زیر حساب برای این مورد است :

$$S \rightarrow \overset{1}{a}S \mid \overset{2}{a}X$$
$$X \rightarrow \overset{3}{a}Y$$
$$Y \rightarrow \overset{4}{a}Y \mid \overset{5}{\varepsilon}$$

① $S \xrightarrow{1} aS \xrightarrow{2} aaX \xrightarrow{3} aaaY \xrightarrow{5} aaa$

② $S \xrightarrow{2} aX \xrightarrow{3} aaY \xrightarrow{4} aaaY \xrightarrow{5} aaa$

ب) می دانیم که یک زبان منظم را می توان با یک DFA کمینه نشان داد. این DFA به صورت زیر است:

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

همان که گرامر خطی راست برای این زبان می سازیم. جرم non-terminal های این گرامری

همان مجموعه حالت M یا همان Q است. حتی شروع گرامر هم همان q_0 خواهد بود.

این گرامر به صورت مقابل است : $G = (Q, \Sigma, R, q_0)$

R را به صورت زیر تعریف می کنیم:

١) اگر q_i با خواندن x به q_j برود. قانون $q_i \rightarrow xq_j$ را به R اضافه می کنیم.

٢) در حالت بالا اگر q_j یک حالت accepting باشد. قانون $x \rightarrow q_i$ را هم به R اضافه می کنیم.

٣) اگر زبان رشته خالی را قبول کند. قانون $q_0 \rightarrow \varepsilon$ را به R اضافه می کنیم.

اگر این گرامر مبهم باشد. یعنی دو اشتقاق متفاوت برای یک رشته وجود دارد. نتیجه این مورد

این است که در حالتی به ازای یک ورودی بیشتر از یک transition وجود دارد که با فرض

DFA بودن اتوماتون تناقض دارد، در نتیجه این گرامر مبهم نیست.

۶- الف) ابتدا اگر متغیر شروع (S) سمت راست قانونی بود، یک متغیر شروع جدید ('S) تعریف کرده و قانون 'S → S را اضافه می‌کنیم. در الگوریتم زیر فرض می‌کنیم که متغیر شروع همان S است، همچنین A و B نماینده متغیرهای گرامر هستند. p نماینده صفر یا تعدادی terminal است (می‌تواند ε هم باشد)

الگوریتم به صورت زیر است:

۱) اگر قانون S → p دگرام خطی چپ وجود داشت، این قانون را دگرام خطی راست هم وارد می‌کنیم.

۲) اگر قانون A → p دگرام خطی چپ وجود داشت، قانون S → pA را دگرام خطی راست اضافه می‌کنیم.

۳) اگر قانون B → Ap دگرام خط چپ وجود داشت، قانون A → Bp را در گرامر خطی راست وارد می‌کنیم.

۴) اگر قانون S → Ap دگرام خطی چپ وجود داشت، قانون A → p را به گرامر خطی راست اضافه می‌کنیم.

ب)

$S \to S_1 \mid S_2$

$S_1 \to AB$

$A \to 0A1 \mid \varepsilon$

$B \to 2B3 \mid \varepsilon$

$S_2 \to 0S_2 3 \mid C$

$C \to 1C2 \mid \varepsilon$