

به نام خدا



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۱

تمرین شماره ۹

دستیار آموزشی این مجموعه: سامان اسلامی نظری

SamanEslami78@gmail.com



تاریخ تحویل: ۲۳ آذر (صفحه درس)

۱. ماشین تورینگ را در نظر بگیرید که در هر خانه از نوارش، حداکثر یک بار می‌توان نوشت؛ یعنی پس از آنکه روی خانه x مقداری نوشته شد، دیگر قابلیت تغییر آن را نخواهیم داشت. ثابت کنید این ماشین تورینگ قدرتی برابر ماشین تورینگ استاندارد دارد. (راهنمایی: ابتدا اثبات کنید ماشین تورینگ که حداکثر دو بار می‌تواند هر خانه را تغییر دهد، قدرتی برابر ماشین تورینگ استاندارد دارد.)

۲. ماشین تورینگ را در نظر بگیرید که به جای حرکت به چپ، حرکت به ابتدای نوار را دارد (منتهی الیه چپ نوار). تابع ترنزیشن در این ماشین بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{R, \text{Reset}\}$$

یعنی اگر داشته باشیم $\delta(q, a) = (r, b, \text{Reset})$ ماشین در حالی که در استیت q است، با ورودی a بجای خانه فعلی مقدار b را نوشته، به استیت r می‌رود و نشانگر نوار را به ابتدای چپ نوار می‌برد. اثبات کنید این ماشین قدرتی برابر ماشین تورینگ استاندارد دارد.

۳. ماشینی را فرض کنید که مشابه PDA رفتار می‌کند با این تفاوت که بجای استک از یک صف استفاده می‌کند. این ماشین یک اتوماتا با تعداد محدودی استیت است که می‌تواند در هر مرحله با توجه به ورودی و استیتی که در آن قرار دارد، استیت خود را عوض کند، عنصر سر صف را بردارد و به ته صف عنصری را اضافه کند. تعریف تابع ترنزیشن این ماشین بصورت زیر خواهد بود:

$$\delta: \Sigma \times Q \rightarrow \Gamma \times Q \times \{\text{push}, \text{pop}\}$$

ثابت کنید قدرت این ماشین با ماشین تورینگ استاندارد برابر است.

۴. ماشین تورینگ غیرقطعی را توصیف کنید که زبان زیر را بپذیرد. برای این کار می‌توانید از دو نوار استفاده کنید (نیازی به کشیدن استیت‌ها نیست):

تمام رشته‌های روی الفبای 0 و 1 که زیررشته‌ای به طول 20 در آن‌ها وجود دارد که حداقل یکبار در طول رشته تکرار می‌شود. یعنی رشته‌هایی به شکل $wxyz$ که در آن طول x برابر 20 و w, y و z رشته‌هایی به طول دلخواهند.

۵. ماشین تورینگ با صفحه دو بعدی را در نظر بگیرید که از هر طرف نامحدود است. در هر مرحله این ماشین می‌تواند به بالا، پایین، چپ و راست صفحه حرکت کند و عملیات خواندن و نوشتن روی آن انجام دهد. ثابت کنید قدرت این ماشین با ماشین تورینگ استاندارد برابر است. (راهنمایی: از تابع [canto pairing](#) استفاده کنید).
۶. ماشین تورینگی داریم که بجای یک نوار یک بعدی، فضای سه بعدی نامحدود به عنوان حافظه در اختیار دارد. اثبات کنید قدرت این ماشین تورینگ با ماشین تورینگ استاندارد برابر است.
۷. موارد زیر را ثابت کنید.
- a. PDA با ۲ استک، قدرتی یکسان با یک ماشین تورینگ استاندارد دارد.
- b. قدرت هر PDA با $i \geq 2$ استک، با هر PDA با $j \geq 2$ استک برابر است.
۸. (امتیازی) ماشین تورینگی را در نظر بگیرید که به جای یک نوار نامتناهی، $k + 1$ نوار نامتناهی دارد که k در اینجا نشان دهنده تعداد اعضای مجموعه الفبای نوار است. روی نوار $k + 1$ ام ورودی نوشته شده و قابلیت نوشتن بر روی آن را نداریم. روی نوار i ام، با فرض ترتیب قائل شدن برای اعضای مجموعه الفبای نوار، تنها می‌توان حرف $\Gamma[i]$ (حرف i ام الفبای نوار) را نوشت یا پاک کرد. ثابت کنید قدرت ماشین تورینگ استاندارد و این ماشین تورینگ یکسان است.