

Grammar Normal Forms

$$\begin{cases} S \rightarrow aSa \mid T \\ T \rightarrow Ta \mid bT \mid b \end{cases}$$

الف (5 نمره

$$\{a^m b^n a^k \mid k \geq m \geq 0, n \geq 1\}$$

نکته: اگر فرمت $a^m b^n a^k$ ذکر شده باشد اما محدودیت های روی k, m, n به درستی بیان نشده باشد 2 نمره داده می شود.

ب (5 نمره

$$S \rightarrow AV \mid TA \mid BT \mid b$$

$$V \rightarrow SA$$

$$T \rightarrow TA \mid BT \mid b$$

$$A \rightarrow a \quad B \rightarrow b$$

پ (5 نمره

$$S \rightarrow aSA \mid bT \mid b$$

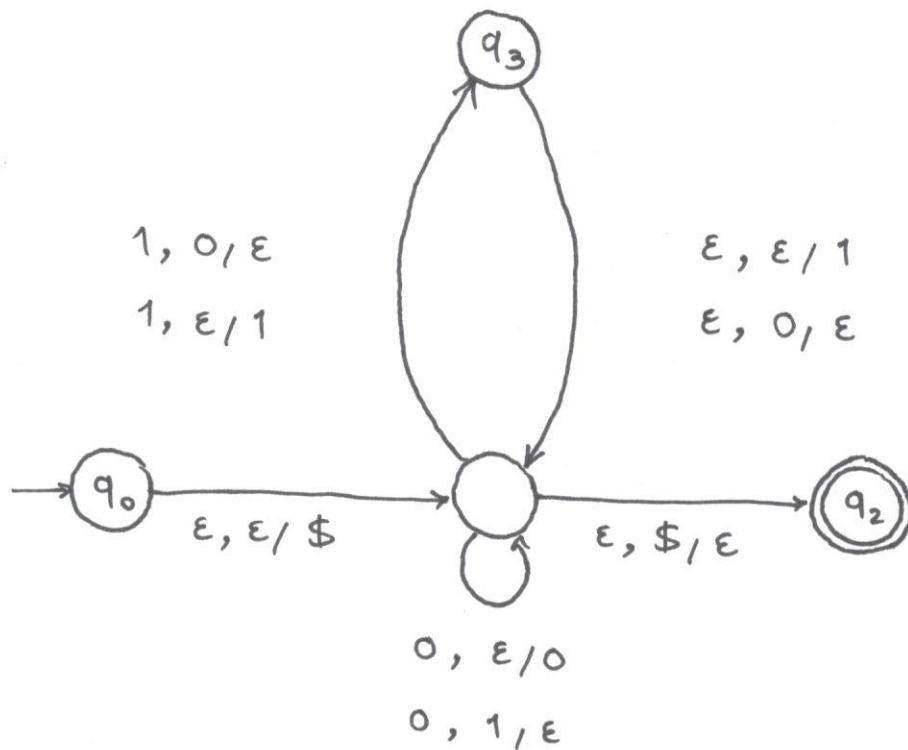
$$T \rightarrow bT \mid b \mid aA \mid a$$

$$A \rightarrow aA \mid a$$

نکته: اگر در هر کدام از قسمت های ب و پ گرامر به نرم فرمال خواسته شده نباشد یا رسته ناصحیحی بنویسد (یا رسته های صحیح عضو زبان را ننویسد) در آن قسمت نمره داده نمی شود.

(سؤال عیناً در تمرینهای سری ششم درس آمده بود - بچه هایی که تمرینها را حل می کردند کارشان راحت بود!)

$$\{w \in \{0,1\}^* \mid n_0(w) = 2 n_1(w)\}$$



نکته: اگر اتوماتون رشته ناصحیح بپذیرد (یا رشته صحیح را نپذیرد) نمره ای داده نمی شود.

مثال: رشته های 001، 010 و 100 هکلی به زبان این ماشین تعلق دارند

و بایستی توسط اتوماتون شنایذیرفته بشوند.

نکته: چنانچه اتوماتون درست باشد اما جای 0، 1 را عوض کرده باشد $n_1(w) = 2 n_0(w)$

(را بپذیرد) در آن صورت 12 نمره داده می شود.

$$L = \{0^m 1^n 0^m 1^n \mid m, n \geq 1\}$$

الف) زبان مستقل از متن نیست (5 نمره)

(با تشریح رسته ای مثل $0^p 1^p 0^p 1^p$ می توان اثبات کرد - در این قسمت نیازی به اثبات نیست)

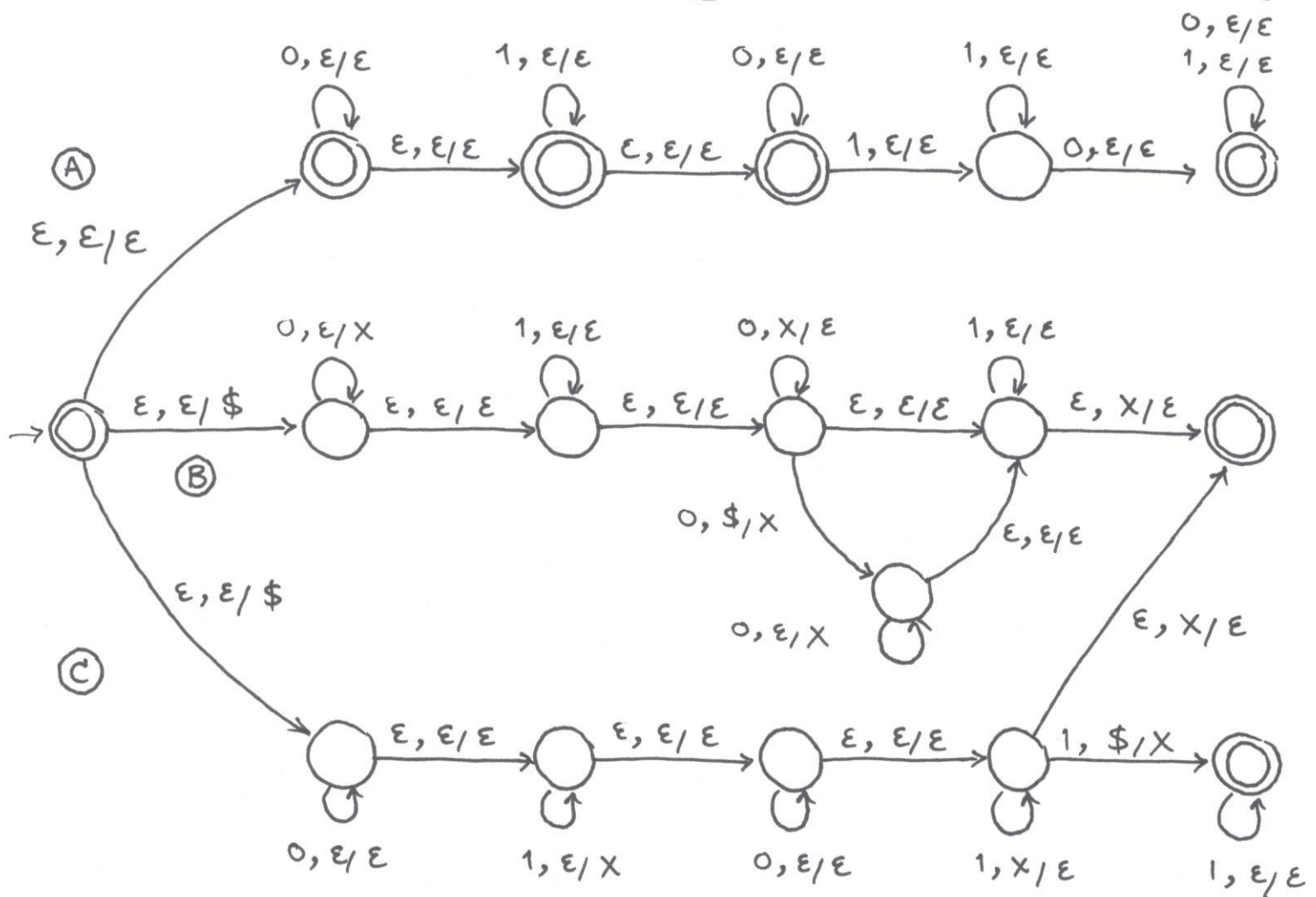
ب) زبان مستقل از متن است (20 نمره)

رسته های متعلق به \bar{L} دو حالت دارند :

* به فرم $0^* 1^* 0^* 1^*$ نیستند (A)

* به فرم $0^l 1^k 0^z 1^i$ هستند که در آن $z \neq i$ یا $k \neq l$ باشد.

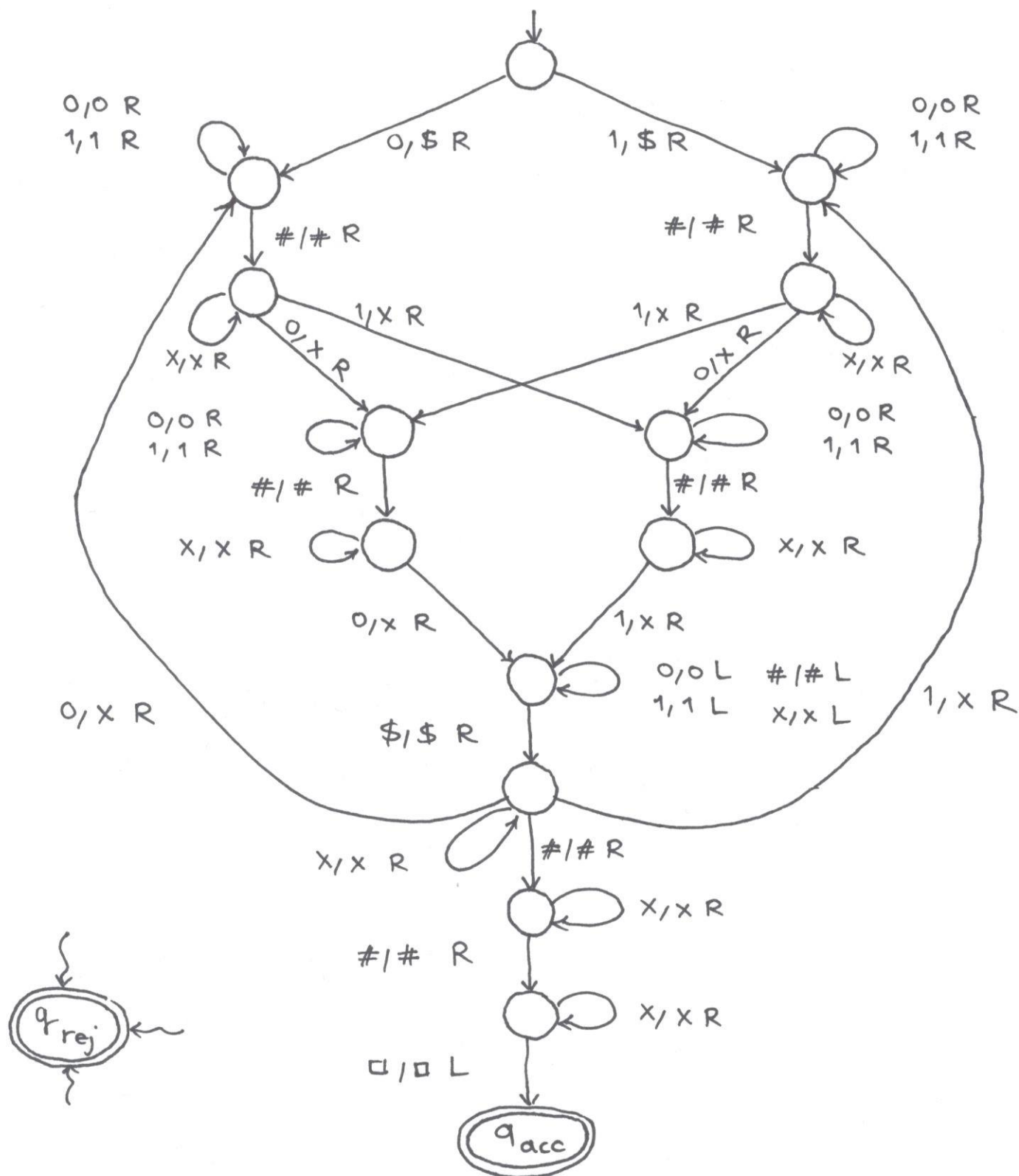
این حالات را در یک npda می توان ترسیم کرد. (B) (C)



اگرچه مستقل از متن بودن \bar{L} اشاره شده باشد اما اثبات context-free به درستی ارائه نشده باشد

5 نمره داده می شود.

$$L = \{ u \# v \# w \mid u, v, w \in \{0,1\}^* \text{ and } u \oplus v = w \}$$



الف (خیر نادرست است . (10 نمره برای پاسخ خیر و توضیح زیر)

مهم ترین ویژگی تابع کاهش $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ از سؤال A به B این است که w پاسخ سؤالی A باشد اگر و فقط اگر $f(w)$ پاسخ سؤالی B باشد. در کاهش جوان زرنگ این شرط برقرار نیست. رسیدن به موقعیت مکانی 1400 در M' لزوماً به معنای توقف ماشین تورینگ M نیست، چون ممکن است M' موقعیت 1400 را در جایی ببیند بعد در لوپ بیفتد.

ب (سؤالی تصمیم پذیر است . (15 نمره برای الگوریتم تصمیم زیر)

یک پیکربندی (configuration) ماشین تورینگ دلخواه M، یک سه تایی $(x, q, k) \in \Gamma^* \times Q \times \mathbb{N}$ است که در آن x محتوای نوار، q حالت کنونی ماشین و k موقعیت هدایت. در یک ماشین تورینگ قطعی، اگر در یک اجرا ماشین به پیکربندی c برسد پس از مدتی اجرا شدن دوباره پیکربندی آن c شود به ناچار در لوپ افتاده است.

برای 1400 موقعیت اول نوار، کلاً $1400 \times |Q| \times |\Gamma|^{1400} = m$ پیکربندی وجود دارد.

بنابراین می توان الگوریتم زیر را برای تصمیم گیری رسیدن به موقعیت 1400 اجرا کرد:

ماشین M را $m+1$ بار اجرای کنیم. اگر در حین اجرا ماشین به موقعیت 1400 رسید جواب بلی بری گردانیم. اگر در جایی پیکربندی تکراری ایجاد شد جواب خیر بری گردانیم.

طبق اصل لانه کبوتر، رسیدن به موقعیت 1400 باید قبل از رسیدن به مرحله $m+1$ رخ بدهد.

پس الگوریتم فوق عام می شود.

نکته: اگر در قسمت الف به نادرست بودن کاهش اشاره شود اما دلیل ارائه شده دقیق نباشد