

উদাহরণমালা

উদাহরণ-1. $px + qy = 1$ রেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করে। দেখাও যে, (p, q) বিন্দুটি একটি বৃত্তের ওপর অবস্থিত।
[ঢা: বো: ০৬; কু: বো: ০৫; রা: বো: ০৫; য: বো: ০৩; ব: বো: ০৮, ১২; চ: বো: ০২]

সমাধান: বৃত্তটির কেন্দ্র $(0, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ $= a$

রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করবে, যদি কেন্দ্র হতে

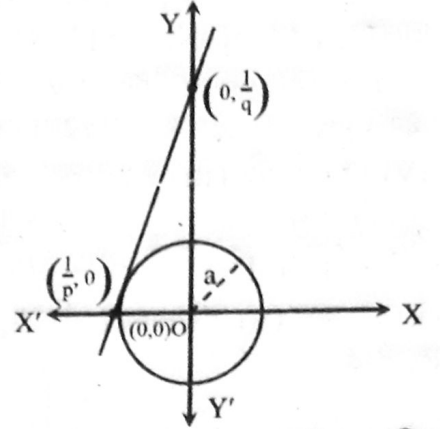
সরল রেখার লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান হয়।

$$\therefore \left| \frac{p \cdot 0 + q \cdot 0 - 1}{\sqrt{p^2 + q^2}} \right| = \pm a$$

$$\text{বা, } 1 = a^2(p^2 + q^2)$$

$$\text{বা, } p^2 + q^2 = \frac{1}{a^2} \therefore x^2 + y^2 = \frac{1}{a^2} \text{ একটি বৃত্তের সমীকরণ।}$$

সুতরাং (p, q) বিন্দুটি একটি বৃত্তের ওপর অবস্থিত।



উদাহরণ-2. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ বৃত্তে অভিক্রান্ত স্পর্শক $3x - 4y + 5 = 0$ রেখার ওপর লম্ব। স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।
[ঢা: বো: ১৬, ১০, ১২; রা: বো: ০৭; সি: বো: ১৩; কু: বো: ০৯, ০৫; চ: বো: ০৩; ব: বো: ১৬, ১০; মাদ্রাসা বো: ১১]

সমাধান: বৃত্তের কেন্দ্র $(1, 2)$ এবং ব্যাসার্ধ $= \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$

$3x - 4y + 5 = 0$ রেখার সাথে লম্ব, এরূপ যে কোনো সরলরেখার

সমীকরণ, $4x + 3y + k = 0 \dots \dots (i)$, k একটি ইচ্ছামূলক ধ্রুবক।

(i) নং সরলরেখাটি প্রদত্ত বৃত্তের স্পর্শক হলে, কেন্দ্র $(1, 2)$ হতে (i) নং এর লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধ এর সমান হবে।

$$\text{অর্থাৎ, } \left| \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + k}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right| = \pm 3 \text{ বা, } 10 + k = \pm 15 \text{ বা, } k = 5, -25$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় স্পর্শকের সমীকরণ, } 4x + 3y + 5 = 0, 4x + 3y - 25 = 0$$

উদাহরণ-3. $N(4, 5)$ বিন্দুটি LM জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং বৃত্তটির সমীকরণ

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$$

ক. $r = a \sin \theta$ বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

খ. N কেন্দ্রবিশিষ্ট যে বৃত্ত y -অক্ষকে স্পর্শ করে উহার এবং প্রদত্ত বৃত্তের সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপকের বৃত্তে LM জ্যা-এর সমান্তরাল স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: ক. $r = a \sin \theta$ বা, $r^2 = ar \sin \theta$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = ay \text{ বা, } x^2 + y^2 - ay = 0 \text{ বা, } x^2 + y^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{a}{2} + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 0$$

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\therefore \text{কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } \left(0, \frac{a}{2}\right)$$

খ. $N(4, 5)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত y -অক্ষকে স্পর্শ করে।

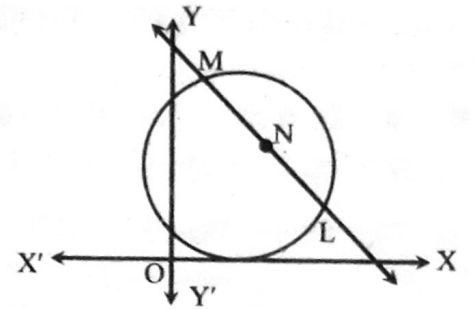
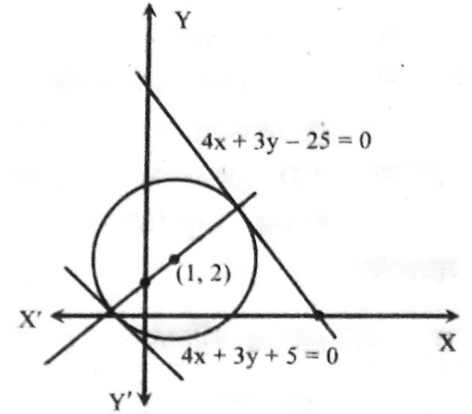
$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \text{কেন্দ্রের ভূজ} = 4$$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ: } (x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 4^2 \text{ বা, } x^2 + y^2 - 8x - 10y + 25 = 0 \dots \dots (i)$$

$$\text{প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ: } x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0 \dots \dots (ii)$$

$$\text{বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ } (i) - (ii) = 0$$

$$-2x - 2y + 16 = 0 \therefore x + y - 8 = 0 \text{ (Ans.)}$$



46. নিম্নের কোন বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করে? [DU. 14-15]
 ক. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 4 = 0$ খ. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$
 গ. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ ঘ. $2x^2 + 2y^2 - 2x + 6y + 3 = 0$
47. $(3, -1)$ বিন্দুগামী এবং $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক বৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [DU. 13-14]
 ক. $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 16 = 0$ খ. $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 16 = 0$
 গ. $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$ ঘ. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$
48. একটি বৃত্ত $(-1, -1)$ এবং $(3, 2)$ বিন্দুগামী এবং এর কেন্দ্র $x + 2y + 3 = 0$ রেখার উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ— [DU. 10-11]
 ক. $x^2 + y^2 - 4x + 5y - 15 = 0$ খ. $x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3 = 0$
 গ. $x^2 + y^2 + 8x - 7y + 3 = 0$ ঘ. $x^2 + y^2 + 4x - 5y + 15 = 0$
49. $3x + ky - 1 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করে, k এর মান নির্ণয় কর। [DU. 10-11]
 ক. $2, \frac{1}{6}$ খ. $-2, \frac{1}{6}$ গ. $2, -\frac{1}{6}$ ঘ. $-2, -\frac{1}{6}$
50. $x^2 + y^2 + 2x + c = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 2y + c = 0$ বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে স্পর্শ করলে c এর মান কত? [BUET. 12-13]
 ক. 0 খ. $\frac{1}{2}$ গ. 1 ঘ. 2
51. কোন বৃত্তের দুইটি সমান্তরাল স্পর্শকের সমীকরণ $2x - 4y - 9 = 0$ এবং $6x - 12y + 7 = 0$ হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [BUET. 12-13]
 ক. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ খ. $\frac{17}{3\sqrt{5}}$ গ. $\frac{17}{5\sqrt{3}}$ ঘ. $\frac{17}{6\sqrt{5}}$
52. $x + y = 1$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত— [BUET. 11-12]
 ক. $a^2 - 2a = 1$ খ. $a^2 + 2a = -1$ গ. $a^2 + 2a = 1$ ঘ. $a^2 - 2a = -1$
53. $(0, -1)$ এবং $(2, 3)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তটি x -অক্ষ থেকে যে পরিমাণ অংশ ছেদ করে তা হল— [BUET. 10-11]
 ক. 2 খ. 3 গ. 4 ঘ. $3\sqrt{2}$
54. মূলবিন্দুগামী একটি বৃত্তের কেন্দ্র $(4, 3)$ । নিম্নে প্রদত্ত বিন্দুগুলির মধ্যে কোন বিন্দুটি বৃত্তের উপরে অবস্থিত নয়? [BUET. 07-08]
 ক. $(-1, 3)$ খ. $(9, 3)$ গ. $(0, 3)$ ঘ. $(8, 0)$
55. $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$ ও $x^2 + y^2 - 6x + 14y - 8 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা বৃত্তের বৃত্তের কেন্দ্র হতে যে দূরত্বে অবস্থিত তা হলো— [KUET 13-14]
 ক. $\frac{187}{\sqrt{584}}$ খ. $\frac{163}{\sqrt{584}}$ গ. $\frac{187}{\sqrt{488}}$ ঘ. $\frac{163}{\sqrt{488}}$
56. $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 32x + 24y = 0$ বৃত্তদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী ও বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্র সমূহের সংযোগকারী রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ হলো— [KUET. 12-13]
 ক. $6x - y = 0$ খ. $4x + 3y = 0$ গ. $3x - 4y = 0$ ঘ. $4x - 3y = 0$
57. 154 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসদ্বয় $2x - 3y = 5$ এবং $3x - 4y = 7$ হলে বৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [RUET. 10-11, KUET. 08-09]
 ক. $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 62$ খ. $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 51$
 গ. $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 47$ ঘ. $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 62$
58. k এর কোন মানের জন্য $(x - y + 3)^2 + (kx + 2)(y - 1) = 0$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে? [KUET. 11-12]
 ক. -2 খ. -1 গ. 1 ঘ. 2
59. $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্তটি x -অক্ষ ও y -অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। বৃত্তটির কেন্দ্র থেকে AB এর উপর অঙ্কিত লম্ব দূরত্বকে একটি বর্গের বাহু নির্দেশ করলে বর্গটির ক্ষেত্রফল কত হবে? [CUET. 11-12]
 ক. 4 বর্গ একক খ. 6 বর্গ একক গ. 8 বর্গ একক ঘ. 10 বর্গ একক