

UN PLUS UN ÉGALE DEUX

1. Notations

<u>Symbole</u>	<u>Sens</u>
PT	pour tout
,	tel que
S	successeur
->	implique

2. Axiomes

Rappelons les axiomes de l'arithmétique de Peano.

2.1. Les naturels

1. PT n , NON ($S_n = 0$)
0 n'a pas de prédécesseur.
2. PT n EX p , NON ($n = 0$) $\rightarrow S_n = p$
Tout naturel non nul est le successeur d'un naturel.
3. PT n PT p , ($S_n = S_p$) $\rightarrow (n = p)$
Deux naturels admettant le même successeur sont égaux.

2.2. L'addition

4. PT n , $n + 0 = n$ 0 est neutre pour l'addition.
5. PT n PT p , $n + S_p = S(n + p)$ L'addition du successeur et le successeur de l'addition.

2.3. La multiplication

6. PT n , $x * 0 = 0$ 0 est absorbant pour la multiplication.
7. PT n PT p , $n * S_p = n * p + n$

3. Démonstration

Pour $n = S_0$ et $p = 0$, P5 donne $S_0 + S_0 = S(S_0 + 0)$.

Or, d'après P4 $S_0 + 0 = S_0$. Donc $S(S_0 + 0) = SS_0$.

Finalement, $S_0 + S_0 = SS_0$ ou $1 + 1 = 2$.