

7. Numerik Übungen 2017/18

T12

a) Stellen Sie die Bedingungsgleichung für die Simpsonregel auf und bestimmen Sie damit aus den Knoten $c_1 = 0$, $c_2 = \frac{1}{2}$, und $c_3 = 1$ die Gewichte.

Welche Ordnung besitzt die Simpsonregel? Untersuchen Sie dazu, ob eventuell noch weitere Bedingungsgleichungen erfüllt sind.

b) Gegeben seien die Knoten $c_1 = \frac{1}{6}$, $c_2 = \frac{1}{2}$, und $c_3 = \frac{5}{6}$. Stellen Sie die ersten s Bedingungsgleichungen auf und setzen Sie die Knoten c_1, c_2, c_3 ein. Berechnen Sie daraus die Gewichte. Wie groß ist die Ordnung dieser Quadraturformel?

c) Bestimmen Sie alternativ die Gewichte b_1, b_2, b_3 durch Integration der zu den Knoten c_1, c_2, c_3 gehörigen Lagrange-Polynome l_1, l_2, l_3 .

d) Welche Ordnung hat eine Quadraturformel mit Knoten wie in (T12b) und Gewichten $b_1 = \frac{1}{3}, b_2 = \frac{1}{3}, b_3 = \frac{1}{3}$?

T13

Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-1}^2 \frac{1}{2+x} dx.$$

a) Exakt. b) Mit der Quadraturformel aus Aufgabe (T12b) und Schrittweite $h = 3$.

c) Mit der Quadraturformel aus Aufgabe (T12b) und Schrittweite $h = \frac{3}{2}$.

Machen Sie eine Skizze mit den Knoten und Gewichten.