

Рис. II

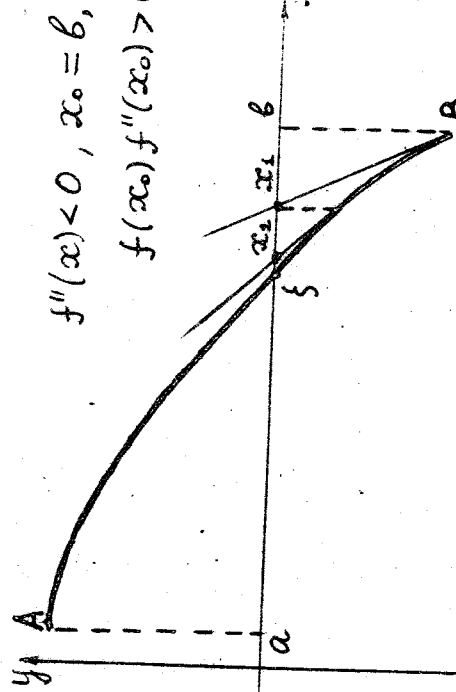


Рис. I2

Итак, применяя метод Ньютона, следует руководствоваться следующим правилом: в качестве начального приближения x_0

выбирается тот конец промежутка $[a, b]$, в котором знак функции совпадает со знаком второй производной.

ЗАМЕЧАНИЕ. Из формулы (II) видно, что чем больше численное значение $f'(x)$ в окрестности корня, тем меньше поправки, прибавляемая к очередному приближению. Поэтому метод Ньютона особенно удобно применять в случае, когда величина корня функции имеет большую крутизну. Но если численное значение $f'(x)$ близ корня мало, то поправки велики и процесс нахождения корня по этому поводу может оказаться очень долгим, иногда и вовсе невозможным. Следовательно, если величина корня принята почти горизонтальной, то применять метод Ньютона не рекомендуется.

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ. Рассмотрим

$$l(x_n) = f(x_{n-1}) + (x_n - x_{n-1}) = f(x_{n-1}) +$$

$$f'(x_{n-1})(x_n - x_{n-1}) + \frac{1}{2}f''(\xi_{n-1})(x_n - x_{n-1})^2,$$

$$\text{поэтому } f(x_{n-1}) + f'(x_{n-1})(x_n - x_{n-1}) = 0,$$

$$|f(x_n)| \leq \frac{1}{2} M_2 (x_n - x_{n-1})^2, \quad (14)$$

где M_2 - наибольшее значение $|f''(x)|$ на $[a, b]$.

$$f(x_n) - f(\xi) = (x_n - \xi) f'(\xi),$$

$$|f(x_n) - f(\xi)| = |f'(x_n)| |x_n - \xi|,$$