Метод Ньютона, **алгоритм Ньютона** (также известный как **метод касательных**) — это итерационный численный метод нахождения корня (нуля) заданной функции. Метод был впервые предложен английским физиком, математиком и астрономом Исааком Ньютоном (1643—1727), под именем которого и обрёл свою известность. Поиск решения осуществляется путём построения последовательных приближений и основан на принципах простой итерации. Метод обладает квадратичной сходимостью. Улучшением метода является метод хорд и касательных. Также метод Ньютона может быть использован для решения задач оптимизации, в которых требуется определить нуль первой производной либо градиента в случае многомерного пространства. [править]
Описание метода

Обоснование

Чтобы численно решить уравнение $f(x)=0$методом простой итерации, его необходимо привести к следующей форме: $x=\varphi(x)$, где φ — сжимающее отображение.

Для наилучшей сходимости метода в точке очередного приближения x^*должно выполняться условие $\varphi'(x^*)=0$. Решение данного уравнения ищут в виде $\varphi(x)=x+\alpha(x)f(x)$, тогда:

$$\varphi'(x^*)=1+\alpha'(x^*)f(x^*)+\alpha(x^*)f'(x^*)=0.$$

В предположении, что точка приближения «достаточно близка» к корню $\tilde{x}$, и что заданная функция непрерывна $(f(x^*)\approx f(\tilde{x})=0)$, окончательная формула для $\alpha(x)$такова:

$$\alpha(x)=-\frac{1}{f'(x)}.$$

С учётом этого функция $\varphi(x)$определяется выражением:

$$\varphi(x)=x-\frac{f(x)}{f'(x)}.$$

Эта функция в окрестности корня осуществляет сжимающее отображение[1], и алгоритм нахождения численного решения уравнения $f(x)=0$сводится к итерационной процедуре вычисления:

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

По теореме Банаха последовательность приближений стремится к корню уравнения $f(x)=0$.

1) f' и f'' - непрер, сохраняю определенные знаки на $[a;b]$
2) $f(a)\cdot f(b)<0$
3) $f(x_0)\cdot f''(x_0)>\underline{0}$