Метод бисекции или *метод деления отрезка пополам* — простейший численный метод для решения нелинейных уравнений вида f(x)=0. Предполагается только непрерывность функции f(x). Поиск основывается на теореме о промежуточных значениях.

Обоснование

Алгоритм основывается на следующем следствии теоремы Больцано — Коши:

Пусть функция $f(x) \in \mathrm{C}([a,\ b])$, тогда если $f(a) > 0,\ f(b) < 0$, то $\exists c \in [a,\ b]:\ f(c) = 0$.

Таким образом, если мы ищем ноль, то на концах отрезка функция должна быть разных знаков. Разделим отрезок пополам и возьмём ту из половинок, для которой на концах функция по-прежнему принимает значения разных знаков. Если серединная точка оказалось искомым нулём, то процесс завершается.

Если задана точность вычисления ε, то процедуру следует продолжать до тех пор, пока длина отрезка не станет меньше ε.

Для поиска произвольного значения достаточно вычесть из значения функции искомое значение и искать ноль получившейся функции.

Описание алгоритма

Задача заключается в нахождении корней нелинейного уравнения

$$f(x) = 0. \qquad (1)$$

Для начала итераций необходимо знать интервал $[x_L, x_R]$ значений x, на концах которого функция принимает значения разных знаков:

$$f(x_L)f(x_R) < 0. \qquad (2)$$

Из непрерывности функции f и условия (2) следует, что на интервале $[x_L, x_R]$ существует хотя бы один корень уравнения (в случае наличия нескольких корней метод приводит к нахождению одного из них)

Выберем точку внутри интервала

$$x_M = (x_R + x_L)/2. \qquad (3)$$

Если $f(x_M) = 0$, то корень найден. Если $f(x_M) \neq 0$ разобьём интервал $[x_L, x_R]$ на два: $[x_L, x_M]$ и $[x_M, x_R]$. Теперь найдём новый интервал, в котором функция меняет знак. Пусть $f(x_L)f(x_M) < 0$ и соответственно корень находится внутри интервала $[x_L, x_M]$. Тогда обозначим $x_R = x_M$ и повторим описанную процедуру до достижения требуемой точности. За количество итераций N первоначальный отрезок делится в 2^N раз.

Поиск значения монотонной функции