где h_n – малая величина. Отсюда, применяя формулу Тей получим

$$0 = f(\xi) = f(x_n + h_n) \approx f(x_n) + h_n f'(x_n)$$

Следовательно,

$$h_n = -\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

и следующее приближение x_{n+1} к корню можно находить п формуле

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (n = 0, 1, 2, \ldots). \; ($$

Эту же формулу можно получить и исходя из геометричес соображений. Положим для определенности

$$f''(x) > 0, \quad f(a) < C, \quad f(b) > 0.$$

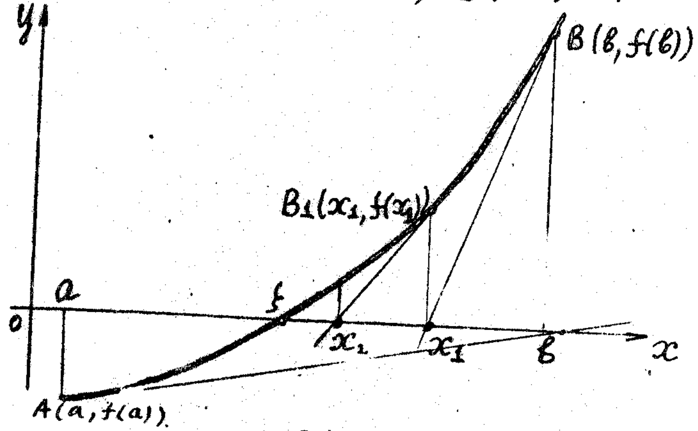

Рис.9

Проводим касательную к кривой в точке B. Уравнение касательной имеет вид

$$y - f(b) = f'(b)(x - b).$$

Находим точку x_1 пересечения касательной с осью Ox, для этого в уравнении касательной полагаем $x = x_1$, $y = 0$, откуда

$$x_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}.$$

Затем проводим касательную в точке B_1 и аналогично находим

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

и т.д. Если приближение x_n уже найдено, то следующее приближение x_{n+1} определяется формулой

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Точка $b = x_0$ здесь выступает в роли начального приближения, а конец a в этом случае остается неподвижным. Заметим, что

$$f(a)\, f''(a) < 0,$$

и

$$f(x_0)\, f''(x_0) > 0. \tag{12}$$