$$|\xi - x_n| \le \frac{M_2}{2m_1}|\xi - x_{n-1}|^{2^1} \le \frac{M_2}{2m_1}\times$$

$$\times\left(\frac{M_2}{2m_1}|\xi - x_{n-2}|^2\right)^2 = \frac{2m_1}{M_2}\left(\frac{M_2}{2m_1}|\xi - x_{n-2}|\right)^{2^2} \le$$

$$\le \ldots \le \frac{2m_1}{M_2}\left(\frac{M_2}{2m_1}|\xi - x_0|\right)^{2^n}.$$

В силу (16) отсюда следует оценка

$$|\xi - x_n| \le \frac{2m_1}{M_2}\, q^{2^n}.$$

М о д и ф и к а ц и я   м е т о д а   Н ь ю т о н а. Если производная $f'(x)$ мало изменяется на отрезке $[a, b]$, то в формуле (11) можно положить

$$f'(x_n) \approx f'(x_0),$$

откуда

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}, \tag{18}$$

$$n = 0, 1, 2, \ldots .$$

Геометрически это означает, что касательные в точке $B_n(x_n, f(x_n))$ заменяются прямыми, параллельными касательной в точке $B_0(x_0, f(x_0))$ (рис.14).

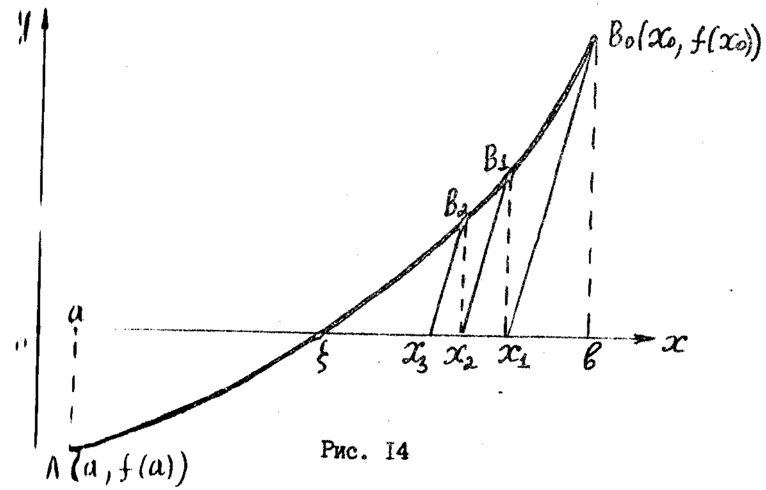

Рис. 14

Можно доказать сходимость метода со скоростью геометрической прогрессии [4].

§ 5. М Е Т О Д   Х О Р Д

Пусть требуется решить уравнение (1) на отрезке $[a, b]$, при этом

$$f(a) < 0, \quad f(b) > 0, \quad f'(x) > 0,$$

т.е. корень уже отделен. Проведем хорду, соединяющую точки $A[a, f(a)]$ и $B[b, f(b)]$ (рис. 15).

Уравнение хорды имеет вид

$$\frac{x - a}{b - a} = \frac{f(x) - f(a)}{f(b) - f(a)}.$$