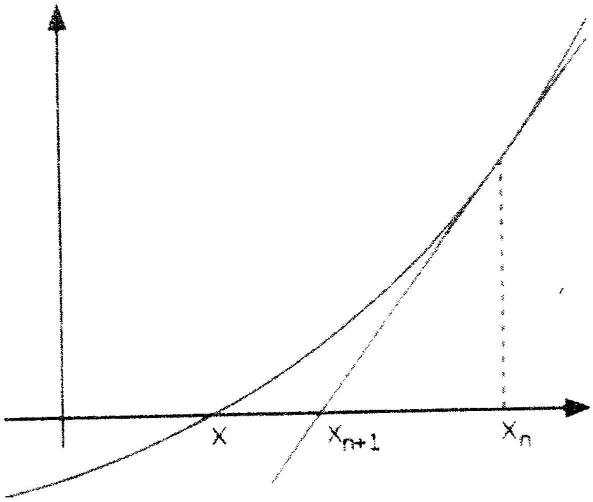

Иллюстрация метода Ньютона (синим изображена функция $f(x)$, нуль которой необходимо найти, красным — касательная в точке очередного приближения x_n). Здесь мы можем увидеть, что последующее приближение x_{n+1}лучше предыдущего x_n.

Геометрическая интерпретация

Основная идея метода заключается в следующем: задаётся начальное приближение вблизи предположительного корня, после чего строится касательная к исследуемой функции в точке приближения, для которой находится пересечение с осью абсцисс. Эта точка и берётся в качестве следующего приближения. И так далее, пока не будет достигнута необходимая точность.

Пусть $f(x)\colon\, [a,\ b] \to \mathbb{R}$ — определённая на отрезке $[a,\ b]$и дифференцируемая на нём вещественнозначная функция. Тогда формула итеративного исчисления приближений может быть выведена следующим образом:

$$f'(x_n) = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_n) - 0}{x_n - x_{n+1}} = \frac{0 - f(x_n)}{x_{n+1} - x_n},$$

где α — угол наклона касательной в точке x_n.

Следовательно искомое выражение для x_{n+1}имеет вид:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Итерационный процесс начинается с некоего начального приближения x_0 (чем ближе к нулю, тем лучше, но если предположения о нахождении решения отсутствуют, методом проб и ошибок можно сузить область возможных значений, применив теорему о промежуточных значениях).

Алгоритм

1. Задается начальное приближение x_0.