получаем
$$[f(\xi)]^2 \le 0,$$
откуда следует, что $f(\xi) = 0$, т.е. ξ – корень уравнения (I).

В этом случае процесс деления отрезка продолжается до тех пор, пока не выполнится условие
$$b_n - a_n < \varepsilon.$$
Тогда $\xi = \bar{\xi}$, где $\bar{\xi}$ – любая точка отрезка $[a_n, b_n]$, при этом
$$|\xi - \bar{\xi}| < \varepsilon.$$
Следует однако заметить, что этот метод очень медленно сходится, поэтому он применяется для грубого определения корня, который затем уточняется более совершенными методами.

§ 3. МЕТОД ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ

Пусть дано уравнение (I), где $f(x)$ – непрерывная функция, и требуется определить его вещественные корни.

Заменим (I) эквивалентным уравнением
$$x = \varphi(x). \tag{4}$$
Предположим, что $[a, b]$ – отрезок, на котором находится только один корень ξ уравнения (I). Выберем на $[a, b]$ начальное приближение x_0 к корню и положим
$$x_1 = \varphi(x_0).$$
Аналогично, считая начальным приближением x_1, получим новое приближение

$$x_2 = \varphi(x_1).$$
Повторяя этот процесс, будем иметь последовательность приближений [2] :
$$x_n = \varphi(x_{n-1}), \quad n = 1, 2, \dots \tag{5}$$
Если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \xi$ существует, то, переходя в (5) к пределу, получим $\xi = \varphi(\xi)$, т.е. ξ – корень уравнения (4) (уравнения (I)).

Геометрическая интерпретация метода простой итерации.

Построим на плоскости xOy графики функций $y = x$ и $y = \varphi(x)$. Каждый действительный корень ξ уравнения (4) является абсциссой точки пересечения M кривой $y = \varphi(x)$ с прямой $y = x$ (см.рис.5).

Отправляясь от точки $A_0[x_0, \varphi(x_0)]$, строим ломаную $A_0 B_1 A_1 B_2 A_2 \dots$ ("лестница"), звенья которой попеременно параллельны оси Ox и Oy. Общие абсциссы точек A_1 и B_1, A_2 и $B_2, \dots$, очевидно, представляют собой последовательные приближения $x_1, x_2, \dots$ корня ξ.

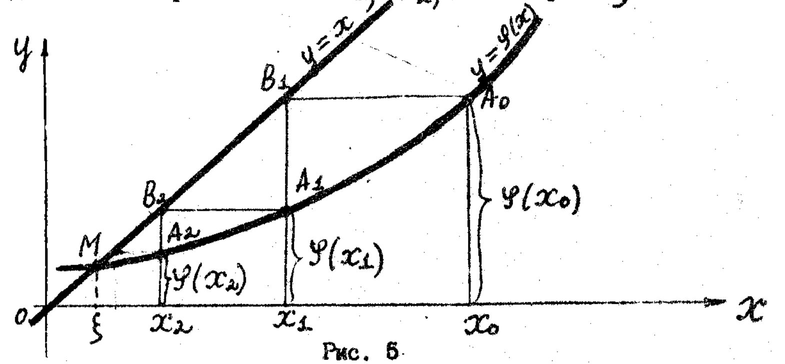

Рис. 5