


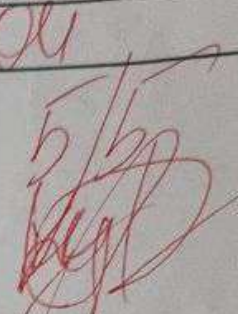
Группа Р3118

К работе допущен 02.04.22 

Студент Шульга А.И.

Работа выполнена 02.04.2022

Преподаватель Куксова П.А

Отчет принят 22.04 

## Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.03

### Изучение центрального соударения двух тел. Проверка второго закона Ньютона.

#### 1. Цель работы.

1. Исследование упругого и неупругого центрального соударения тел на примере тележек, движущихся с малым трением.
2. Исследование зависимости ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки.

#### 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Исследовать упругое и неупругое центральное соударение тел с помощью тележек, движущихся с малым трением.
2. Исследовать зависимость ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки.

#### 3. Объект исследования.

Две тележки, скользящие по наклонной плоскости.

#### 4. Метод экспериментального исследования.

Многократные измерения скорости тележек.



# Результаты экспериментальных измерений

Таблица 1.1

№ опыта	$m_1, \text{г}$	$m_2, \text{г}$	$\vartheta_{10}, \text{м/с}$	$\vartheta_{1x}, \text{м/с}$	$\vartheta_{2x}, \text{м/с}$
1	50	50	<del>0,57</del> 0,57	0,07	<del>0,45</del> 0,45
2			0,59	0,05	0,45
3			0,54	0,05	0,47
4			0,55	0,06	0,43
5			0,58	0,05	0,40

Таблица 1.2

№ опыта	$m_1, \text{г}$	$m_2, \text{г}$	$\vartheta_{10}, \text{м/с}$	$\vartheta_{1x}, \text{м/с}$	$\vartheta_{2x}, \text{м/с}$
1	50	101	0,5	-0,07	0,28
2			0,52	-0,07	0,3
3			0,57	-0,07	0,28
4			0,56	-0,07	0,3
5			0,57	-0,07	0,31

Таблица 2.1

№ опыта	$m_1, \text{г}$	$m_2, \text{г}$	$\vartheta_{10}, \text{м/с}$	$\vartheta, \text{м/с}$
1	53	54	0,52	0,22
2			0,53	0,29
3			0,53	0,22
4			0,53	0,22
5			0,40	0,2

Таблица 2.2

№ опыта	$m_1, \text{г}$	$m_2, \text{г}$	$\vartheta_{10}, \text{м/с}$	$\vartheta, \text{м/с}$
1	53	104	0,51	0,14
2			0,53	0,15
3			0,56	0,15
4			0,56	0,15
5			0,56	0,16

Координаты оптических ворот  $x_1 = 0,3 \text{ м}$   $x_2 = 0,7 \text{ м}$

Таблица 3.1 ( $M_1 = 482$ )

№ опыта	Состав гирьки	$\vartheta_1, \text{м/с}$	$\vartheta_2, \text{м/с}$	$m, 2$
1	подвеска	0,32	0,51	<del>1</del>
2	Подвеска + одна шайба	<del>0,42</del> 0,42	0,58	2
3	Подвеска + две шайбы	<del>0,52</del> 0,52	0,62	3
4	Подвеска + три шайбы	0,57	0,82	4
5	Подвеска + четыре шайбы	0,64	0,96	5
6	Подвеска + пять шайбы	0,69	1,04	6
7	Подвеска + шесть шайбы	0,74	1,12	7

Таблица 3.2 ( $M_2 = 292$ )

№ опыта	Состав гирьки	$\vartheta_1, \text{м/с}$	$\vartheta_2, \text{м/с}$	$m, 2$
1	подвеска	0,22	0,36	<del>1</del>
2	Подвеска + одна шайба	0,29	0,45	2
3	Подвеска + две шайбы	0,3	0,47	3
4	Подвеска + три шайбы	0,35	0,55	4
5	Подвеска + четыре шайбы	0,42	0,62	5
6	Подвеска + пять шайбы	0,46	0,79	6
7	Подвеска + шесть шайбы	0,51	0,81	7

02.04.22

## 5. Рабочие формулы и исходные данные.

Формула для измерения импульса (1):  $p = mv$

Формула для измерения относительного изменения импульса (2):  $\delta_p = \frac{\Delta p}{p_1}$

Формула для измерения относительного изменения кинетической энергии экспериментально (3):  $\delta_W^{(\text{э})} = \frac{\Delta W_{\text{к}}}{W_{\text{к0}}}$

Формула для СКО (4):  $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$ , где N - число измерений

Формула для измерения погрешности (5):  $\Delta \bar{x} = t_{\alpha_{\text{доп.}}, N} \sigma_x$

Формула для измерения относительного изменения кинетической энергии теоретически (6):  $\delta_W^{(\text{т})} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}$

Формула для расчёта ускорения тела (7):  $a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(x_2 - x_1)}$

Формула для расчёта силы натяжения (8):  $T = m(g - a)$

Формулы для коэффициентов а, b по МНК (9) и (10):  $b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$ ;  $a = \bar{y} - b\bar{x}$

Формула для расчёта значений  $d_i$  и D для расчёта СКО в МНК (11) и (12):

$$d_i = y_i - (a + bx_i)$$

$$D = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

Формулы для СКО коэффициентов а, b по МНК (13) и (14):  $S_b^2 = \frac{1}{D} \frac{\sum d_i^2}{n-2}$ ;  $S_a^2 = \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{D} \right) \frac{\sum d_i^2}{n-2}$

## 6. Измерительные приборы.

### Характеристики средств измерения

Наименование средства измерения	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	Погрешность
Линейка на рельсе	1,30 м	1 см/дел	—	0,5 см
ПКЦ-3 в режиме измерения скорости	9,99 м/с	0,01 м/с.	—	0,01 м/с
Лабораторные весы	250 г	0,01 г	—	0,01 г

## 7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

Схема экспериментальной установки представлена на Рис.2.

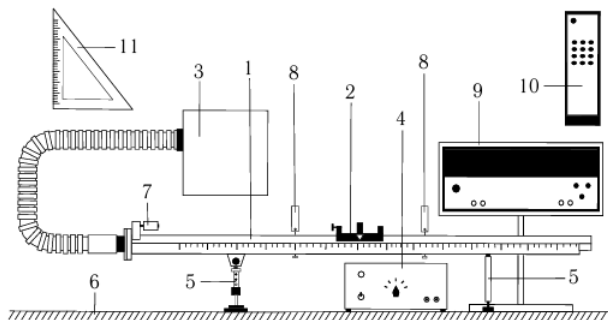


Рис. 2. Общий вид экспериментальной установки

1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Тележка
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3
11. Линейка — угольник

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Результаты прямых измерений представлены на последнем листе «Результаты экспериментального исследования».

Таблица 1.1

N опыта	m <sub>1</sub> , г	m <sub>2</sub> , г	v <sub>10</sub> , м/с	v <sub>1x</sub> , м/с	v <sub>2x</sub> , м/с
1	50,00 ± 0,01	50,00 ± 0,01	0,57 ± 0,01	0,07 ± 0,01	0,45 ± 0,01
2			0,59 ± 0,01	0,05 ± 0,01	0,45 ± 0,01
3			0,54 ± 0,01	0,05 ± 0,01	0,47 ± 0,01
4			0,55 ± 0,01	0,06 ± 0,01	0,43 ± 0,01
5			0,58 ± 0,01	0,05 ± 0,01	0,40 ± 0,01

Таблица 1.2

N опыта	m <sub>1</sub> , г	m <sub>2</sub> , г	v <sub>10</sub> , м/с	v <sub>1x</sub> , м/с	v <sub>2x</sub> , м/с
1	50,00 ± 0,01	101,00 ± 0,01	0,50 ± 0,01	-0,07 ± 0,01	0,28 ± 0,01
2			0,52 ± 0,01	-0,07 ± 0,01	0,30 ± 0,01
3			0,57 ± 0,01	-0,07 ± 0,01	0,28 ± 0,01
4			0,56 ± 0,01	-0,07 ± 0,01	0,30 ± 0,01
5			0,57 ± 0,01	-0,07 ± 0,01	0,31 ± 0,01

Таблица 2.1

N опыта	m <sub>1</sub> , г	m <sub>2</sub> , г	v <sub>10</sub> , м/с	v, м/с
1	53 ± 0,01	54 ± 0,01	0,52 ± 0,01	0,22 ± 0,01
2			0,53 ± 0,01	0,21 ± 0,01
3			0,53 ± 0,01	0,22 ± 0,01
4			0,53 ± 0,01	0,22 ± 0,01
5			0,49 ± 0,01	0,20 ± 0,01

Таблица 2.2

N опыта	m <sub>1</sub> , г	m <sub>2</sub> , г	v <sub>10</sub> , м/с	v, м/с
1	53,00 ± 0,01	104,00 ± 0,01	0,51 ± 0,01	0,14 ± 0,01
2			0,53 ± 0,01	0,15 ± 0,01
3			0,56 ± 0,01	0,15 ± 0,01
4			0,56 ± 0,01	0,15 ± 0,01
5			0,56 ± 0,01	0,15 ± 0,01

Таблица 3.1 (M = 48 г)

N опыта	состав гирьки	v <sub>1</sub> , м/с	v <sub>2</sub> м/с	m, г
1	подвеска	0,32 ± 0,01	0,51 ± 0,01	1,00 ± 0,01
2	подвеска + одна шайба	0,42 ± 0,01	0,58 ± 0,01	2,00 ± 0,01
3	подвеска + две шайбы	0,49 ± 0,01	0,62 ± 0,01	3,00 ± 0,01
4	подвеска + три шайбы	0,57 ± 0,01	0,82 ± 0,01	4,00 ± 0,01
5	подвеска + четыре шайбы	0,64 ± 0,01	0,96 ± 0,01	5,00 ± 0,01
6	подвеска + пять шайб	0,69 ± 0,01	1,04 ± 0,01	6,00 ± 0,01
7	подвеска + шесть шайб	0,74 ± 0,01	1,12 ± 0,01	7,00 ± 0,01



Таблица 3.2 (M = 99 г)

№ опыта	состав гирьки	v <sub>1</sub> , м/с	v <sub>2</sub> м/с	m, г
1	подвеска	0,22 ± 0,01	0,36 ± 0,01	1,00 ± 0,01
2	подвеска + одна шайба	0,29 ± 0,01	0,45 ± 0,01	2,00 ± 0,01
3	подвеска + две шайбы	0,30 ± 0,01	0,47 ± 0,01	3,00 ± 0,01
4	подвеска + три шайбы	0,35 ± 0,01	0,55 ± 0,01	4,00 ± 0,01
5	подвеска + четыре шайбы	0,42 ± 0,01	0,62 ± 0,01	5,00 ± 0,01
6	подвеска + пять шайб	0,46 ± 0,01	0,74 ± 0,01	6,00 ± 0,01
7	подвеска + шесть шайб	0,51 ± 0,01	0,81 ± 0,01	7,00 ± 0,01

## 9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

По данным таблиц 1.1 и 1.2 заполним таблицы 4.1 и 4.2 соответственно. В качестве примера расчёта используем расчёт первой строчки таблицы 4.1 (данные из 1.1):

Рассчитаем  $p_{10x}$ ,  $p_{1x}$ ,  $p_{2x}$  по формуле (1):

$$p_{10x} = m_1 v_{10} = 50 \cdot 0,57 = 28,5 \text{ мН} \cdot \text{с}$$

$$p_{1x} = m_1 v_{1x} = 50 \cdot 0,07 = 3,5 \text{ мН} \cdot \text{с}$$

$$p_{2x} = m_2 v_{2x} = 50 \cdot 0,45 = 22,5 \text{ мН} \cdot \text{с}$$

По формуле (2) рассчитаем относительное изменение импульса:

$$\delta_p = \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{p_{1x} + p_{2x}}{p_{10x}} - 1 = \frac{3,5 + 22,5}{28,5} - 1 \approx -0,09$$

По формуле (3) рассчитаем относительное изменение кинетической энергии:

$$\delta_W = \frac{\Delta W_K}{W_{K0}} = \frac{m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2}{m_1 v_{10x}^2} - 1 = \frac{50 \cdot (0,07)^2 + 50 \cdot (0,45)^2}{50 \cdot (0,57)^2} - 1 = \frac{10,37}{16,245} - 1 \approx -0,36$$

Проведём аналогичные расчёты для остальных строчек таблиц 4.1 и 4.2

Таблица 4.1

№ опыта	p <sub>10x</sub> мН/с	p <sub>1x</sub> мН/с	p <sub>2x</sub> мН/с	δ <sub>p</sub>	δ <sub>W</sub>
1	28,5	3,5	22,5	-0,09 ± 0,09	-0,36 ± 0,13
2	29,5	2,5	22,5	-0,15 ± 0,09	-0,41 ± 0,13
3	27	2,5	23,5	-0,04 ± 0,09	-0,23 ± 0,13
4	27,5	3	21,5	-0,11 ± 0,09	-0,38 ± 0,13
5	29	2,5	20	-0,22 ± 0,09	-0,52 ± 0,13

Таблица 4.2

№ опыта	p <sub>10x</sub> мН/с	p <sub>1x</sub> мН/с	p <sub>2x</sub> мН/с	δ <sub>p</sub>	δ <sub>W</sub>
1	25	-3,5	28,28	-0,01 ± 0,07	-0,35 ± 0,09
2	26	-3,5	30,3	0,03 ± 0,07	-0,31 ± 0,09
3	28,5	-3,5	28,28	-0,13 ± 0,07	-0,50 ± 0,09
4	28	-3,5	30,3	-0,04 ± 0,07	-0,40 ± 0,09
5	28,5	-3,5	31,31	-0,02 ± 0,07	-0,39 ± 0,09

По данным таблиц 2.1 и 2.2 заполним таблицы 5.1 и 5.2. В качестве примера расчётов будем использовать данные из первой строчки таблицы 2.1

Рассчитаем по формуле (1)  $p_{10}$  и  $p$ :

$$p_{10} = m_1 v_{10} = 53 \cdot 0,52 = 27,56 \text{ мН} \cdot \text{с}$$

$$p = (m_1 + m_2)v = 107 \cdot 0,22 = 23,54 \text{ мН} \cdot \text{с}$$

Рассчитаем по формуле (2) относительное изменение импульса:

$$\delta_p = \frac{\Delta p}{p_{10}} = \frac{p_1}{p_{10}} - 1 = \frac{23,54}{27,56} - 1 = -0,146$$

По формуле (3) рассчитаем относительное изменение кинетической энергии экспериментально:

$$\delta_W^{(э)} = \frac{\Delta W_K}{W_{K0}} = \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{m_1 v_1^2} - 1 = \frac{(53 + 54) \cdot (0,22)^2}{53 \cdot (0,52)^2} - 1 = \frac{5,1788}{14,3312} = -0,639$$

По формуле (6) рассчитаем относительное изменение кинетической энергии теоретически:

$$\delta_W^{(т)} = -\frac{54}{53 + 54} = -0,505$$

Проведём аналогичные расчёты для остальных строчек и заполним таблицы 5.1 и 5.2

Таблица 5.1

N	p10, мН*с	p, мН*с	$\delta p$	$\delta_W^{(a)}$	$\delta_W^{(\tau)}$
1	27,56	23,54	$-0,146 \pm 0,025$	$-0,639 \pm 0,021$	-0,505
2	28,09	22,47	$-0,200 \pm 0,025$	$-0,683 \pm 0,021$	
3	28,09	23,54	$-0,162 \pm 0,025$	$-0,652 \pm 0,021$	
4	28,09	23,54	$-0,162 \pm 0,025$	$-0,652 \pm 0,021$	
5	25,97	21,40	$-0,176 \pm 0,025$	$-0,664 \pm 0,021$	

Таблица 5.2

N	p10, мН*с	p, мН*с	$\delta p$	$\delta_W^{(a)}$	$\delta_W^{(\tau)}$
1	27,03	21,98	$-0,187 \pm 0,025$	$-0,777 \pm 0,014$	-0,66
2	28,09	23,55	$-0,161 \pm 0,025$	$-0,763 \pm 0,014$	
3	29,68	23,55	$-0,207 \pm 0,025$	$-0,787 \pm 0,014$	
4	29,68	23,55	$-0,207 \pm 0,025$	$-0,787 \pm 0,014$	
5	29,68	23,55	$-0,207 \pm 0,025$	$-0,787 \pm 0,014$	

Установим оптические ворота на координаты  $x_1 = 0,300 \pm 0,005$  и  $x_2 = 0,700 \pm 0,005$

Заполним таблицы 6.1 и 6.2 по данным таблиц 3.1 и 3.2 по формулам (7) и (8). Ниже приведён пример вычислений для первой строчки таблицы 6.1

$$a = \frac{(0,51)^2 - (0,32)^2}{2(0,7 - 0,3)} = \frac{0,1577}{0,8} = 0,197 \text{ м/с}^2$$

$$T = 1 \cdot (9,82 - 0,197) = 9,623 \text{ мН}$$

Аналогично заполним остальные строчки таблиц 6.1 и 6.2

Таблица 6.1

N опыта	m, г	a, м/с^2	T, мН
1	$1 \pm 0,01$	0,20	9,6
2	$2 \pm 0,01$	0,20	19,2
3	$3 \pm 0,01$	0,29	28,9
4	$4 \pm 0,01$	0,43	37,5
5	$5 \pm 0,01$	0,64	45,9
6	$6 \pm 0,01$	0,76	54,4
7	$7 \pm 0,01$	0,88	62,6

Таблица 6.2

N опыта	m, г	a, м/с^2	T, мН
1	$1 \pm 0,01$	0,10	9,7
2	$2 \pm 0,01$	0,15	19,3
3	$3 \pm 0,01$	0,16	29,0
4	$4 \pm 0,01$	0,23	38,4
5	$5 \pm 0,01$	0,26	47,8
6	$6 \pm 0,01$	0,42	56,4
7	$7 \pm 0,01$	0,50	65,3

Методом наименьших квадратов вычислим массу тележки и силу трения для двух экспериментов. В качестве примера рассчитаем для таблицы 6.1

По формуле (9) вычислим массу, а по формуле (10) силу трения.

$$M = b = \frac{30,711}{0,459} = 66,9 \text{ г}$$

$$F_{\text{тр}} = a = 36,83 - 66,9 \cdot 0,49 = 4,05 \text{ мН}$$

Для таблицы 6.2 получим такие значения:

$$M = 128,7 \text{ г}$$

$$F_{\text{тр}} = 4,52 \text{ мН}$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Рассчитываем  $\Delta \bar{\delta}_p$  и  $\Delta \bar{\delta}_W$  для  $\alpha_{\text{дов}} = 0,95$  по формулам (4) и (5):

Для таблицы 4.1:

$$\sigma_{\bar{\delta}_p} = \sqrt{\frac{0,0199}{5 \cdot 4}} \approx 0,0315$$

$$\Delta \bar{\delta}_p = 2,77 \cdot 0,0315 \approx 0,09$$

$$\sigma_{\bar{\delta}_W} = \sqrt{\frac{0,041}{5 \cdot 4}} \approx 0,0454$$

$$\Delta \bar{\delta}_W = 2,77 \cdot 0,045 \approx 0,13$$

Проводя аналогичные вычисления, найдём значения Для таблицы 4.2:

$$\Delta \bar{\delta}_p \approx 0,07$$

$$\Delta \bar{\delta}_W \approx 0,09$$

Для таблицы 5.1:

$$\Delta \bar{\delta}_p \approx 0,025$$

$$\Delta \bar{\delta}_W^{(\Theta)} \approx 0,021$$

Для таблицы 5.2:

$$\Delta \bar{\delta}_p \approx 0,025$$

$$\Delta \bar{\delta}_W^{(\Theta)} \approx 0,014$$

Рассчитаем погрешность коэффициентов для а, b для таблиц 6.1 и 6.2.

Для примера рассчитаем для таблицы 6.1

По формуле (11) рассчитаем  $\sum d_i^2 = 117,34$

По формуле (12) рассчитаем  $D = \sum (x_i - \bar{x})^2 = 0,4593$

Рассчитаем по формуле (13):  $S_b^2 = \frac{1}{0,4593} \frac{117,34}{5} \approx 51,1$

Рассчитаем по формуле (5) погрешность при  $\alpha = 0,95$ :

$$\Delta M = 2,44 \cdot \sqrt{51,1} \approx 17,44 \text{ г}$$

Рассчитаем по формуле (14):  $S_a^2 = \left( \frac{1}{7} + \frac{(0,49)^2}{0,4593} \right) \frac{117,34}{5} = 15,62$

Рассчитаем по формуле (5) погрешность при  $\alpha = 0,95$

$$\Delta F_{\text{тр}} = 2,44 \cdot \sqrt{15,62} \approx 9,64 \text{ мН}$$

Вычислим относительные погрешности:

$$\varepsilon_M = \frac{17,44}{48} = 36,3\%$$

$$\varepsilon_{F_{\text{тр}}} = \frac{9,64}{36,83} = 26,1\%$$

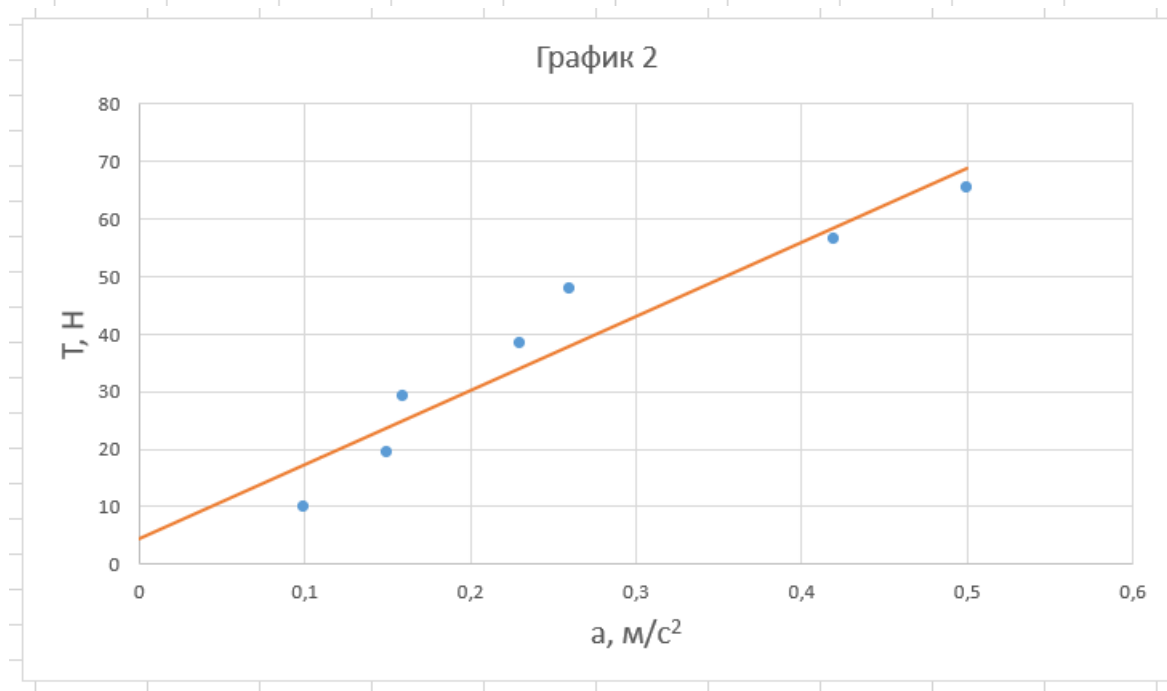
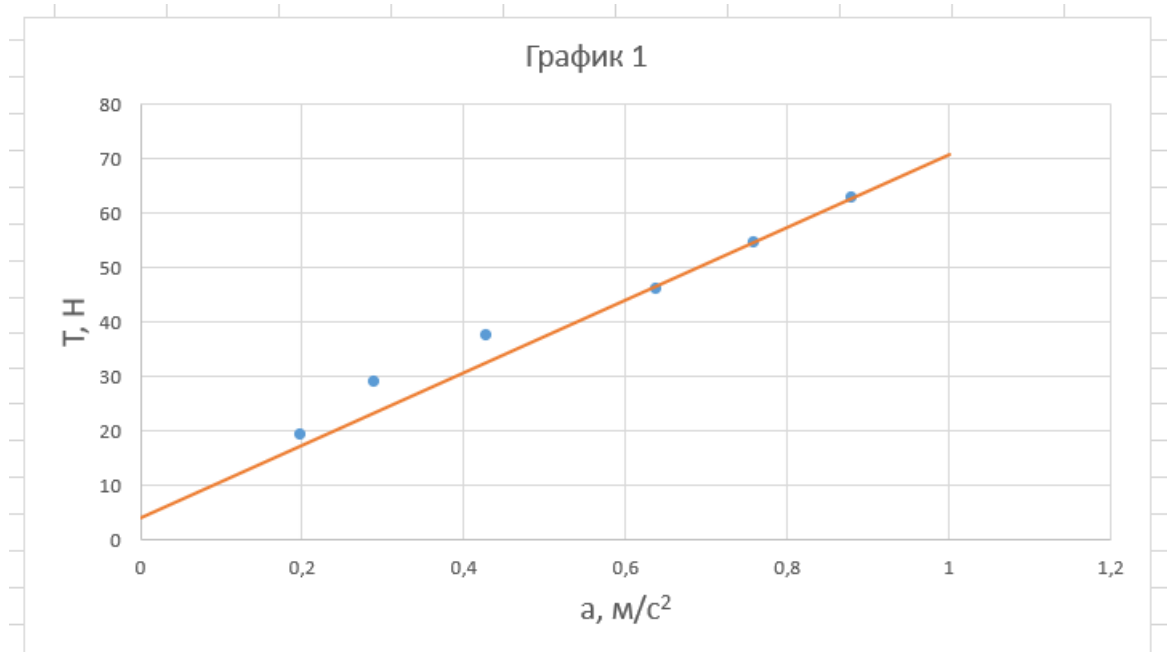
Аналогично вычислим по таблице 6.2 и получим:

$$\Delta M = 45,28 \text{ г}; \varepsilon_M = 45,7\%$$

$$\Delta F_{\text{тр}} = 13,31 \text{ мН}; \varepsilon_{F_{\text{тр}}} = 35\%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

График 1 - обычная тележка; график 2 - утяжеленная тележка



## 12. Окончательные результаты.

### Задание 1

Для случая изменения скоростей двух одинаковых по массе тележек при абсолютно упругом столкновении:

$$\bar{\delta}_p = -0,12 \pm 0,09 \text{ при } \alpha_{\text{дов}} = 0,95$$

$$\bar{\delta}_W = -0,38 \pm 0,13 \text{ при } \alpha_{\text{дов}} = 0,95$$

Для случая изменения скоростей обычной и утяжеленной тележек при абсолютно упругом столкновении:

$$\bar{\delta}_p = -0,04 \pm 0,07 \text{ при } \alpha_{\text{дов}} = 0,95$$

$$\bar{\delta}_W = -0,39 \pm 0,09 \text{ при } \alpha_{\text{дов}} = 0,95$$

Для случая изменения скоростей двух одинаковых по массе тележек при абсолютно неупругом столкновении:

$$\bar{\delta}_p = -0,169 \pm 0,025 \text{ при } \alpha_{\text{дов}} = 0,95$$

$$\bar{\delta}_W = -0,658 \pm 0,021 \text{ при } \alpha_{\text{дов}} = 0,95 \text{ (теоретическое значение } W = -0,51 \text{ не входит в доверительный интервал)}$$

Для случая изменения скоростей обычной и утяжеленной тележек при абсолютно неупругом столкновении:

$$\bar{\delta}_p = -0,194 \pm 0,025 \text{ при } \alpha_{\text{дов}} = 0,95$$

$$\bar{\delta}_W = -0,780 \pm 0,014 \text{ при } \alpha_{\text{дов}} = 0,95 \text{ (теоретическое значение } W = -0,66 \text{ не входит в доверительный интервал)}$$

### Задание 2

Для простой тележки:

$$M = 66,9 \pm 17,44 \text{ г } \varepsilon = 36,3\% \alpha = 0,95; \text{ Значение истинной массы попадает в этот интервал}$$

$$\bar{F}_{\text{тр}} = 36,83 \pm 9,64 \text{ мН } \varepsilon = 26,1\% \alpha = 0,95$$

Для утяжеленной тележки:

$$M = 128,7 \pm 45,28 \text{ г } \varepsilon = 45,7\% \alpha = 0,95; \text{ Значение истинной массы попадает в этот интервал}$$

$$\bar{F}_{\text{тр}} = 37,99 \pm 13,31 \text{ мН } \varepsilon = 35\% \alpha = 0,95$$



13. Выводы и анализы результата работы.

В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучил как изменяется движение тел при абсолютно упругом и неупругом столкновениях, а также движение тела под действием постоянной силы. Были изучены теоретические и экспериментальные зависимости.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещаются в этот пункт*).