


Группа Р3118

К работе допущен

 08.04.22

Студент Шульга Артём Игоревич

Работа выполнена

08.04.2022

Преподаватель Куксова Полина Алексеевна Отчет принят

## Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.02 Изучение скольжения тележки по наклонной плоскости

### 1. Цель работы.

1. Экспериментальная проверка равноускоренности движения тележки по наклонной плоскости.
2. Определение величины ускорения свободного падения  $g$ .

### 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Измерить время движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона
2. Измерить время движения тележки по рельсу при разных углах наклона рельса к горизонту
3. Провести необходимые расчёты
4. Построить график экспериментальной зависимости
5. Рассчитать погрешности
6. Найти ускорение тележки методом наименьших квадратов
7. Определить величину ускорения свободного падения  $g$ .
8. Сделать выводы

### 3. Объект исследования.

Тележка, скользящая по наклонной плоскости.

### 4. Метод экспериментального исследования.

Многократные измерения времени прохождения тележкой различных расстояний при разных условиях (при неизменном угле наклона и с изменяющимся).



Таблица 2

$x, \text{ м}$	$x', \text{ м}$	$h_0, \text{ мм}$	$h'_0, \text{ мм}$
0,22	1	195	<del>195</del> 195

Таблица 3: Результаты прямых измерений (Задание 1)

№	Измеренные величины				Рассчитанные величины	
	$x_1, \text{ м}$	$x_2, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$x_2 - x_1, \text{ м}$	$\frac{t_2^2 - t_1^2}{2}, \text{ с}^2$
1	0,15	0,4	1,3	2,8		
2	0,15	0,5	1,4	3,9		
3	0,15	0,7	1,4	3,7		
4	0,15	0,9	1,4	4,2		
5	0,15	1,1	1,4	4,7		

Таблица 4: Результат прямых измерений

$N_{\text{пл}}$	$h, \text{ мм}$	$h', \text{ мм}$	№	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$
1	<del>188</del> 188	195	1	1,4	4,7
			2	1,4	4,6
			3	1,3	4,6
			4	1,4	4,6
			5	1,4	4,6
2	179	195	1	1,0	3,2
			2	0,9	3,2
			3	0,9	3,2
			4	1,0	3,2
			5	1,0	3,2
3	170	194	1	0,7	2,6
			2	0,8	2,6
			3	0,8	2,6
			4	0,7	2,6
			5	0,8	2,6
4	161	193	1	0,7	2,3
			2	0,7	2,3
			3	0,6	2,2
			4	0,6	2,2
			5	0,6	2,2
5	152	192	1	0,6	2,0
			2	0,6	2,0
			3	0,6	2,0
			4	0,6	2,0
			5	0,5	2,0

 $N_{\text{пл}}$  – количество пластин $h$  – высота на координате  $x = 0,22 \text{ м}$  $h'$  – высота на координате  $x' = 1,00 \text{ м}$

## 5. Рабочие формулы и исходные данные.

Формула для расчёта абсолютной погрешности (1):  $\Delta_z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \Delta_b\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \Delta_c\right)^2 + \dots}$

Формула для расчёта а методом наименьших квадратов при прохождении графика линейной зависимости  $Y = aZ$  через начало координат (2):

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2}, \text{ где } N - \text{ количество измерений.}$$

Формула для расчёта среднеквадратичного отклонения линейной зависимости  $Y = aZ$  (3):

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - aZ_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N Z_i^2}}, \text{ где } N - \text{ количество измерений}$$

Формула для расчёта абсолютной погрешности для доверительной вероятности  $\alpha = 0,90$  (4):

$$\Delta_a = 2\sigma_a$$

Формула для расчёта относительно погрешности величины а (5):

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta_a}{a} * 100\%$$

Формула для расчёта синуса угла наклона рельса (6):

$$\sin \alpha = \frac{(h_0 - h) - (h'_0 - h')}{x' - x}$$

Формула для оценки среднего квадратического отклонения результата измерения (7):

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

Формула для доверительного интервала случайной погрешности (8):

$$\Delta_{\bar{x}} = t_{\alpha, n} S_{\bar{x}}$$

Формула для расчёта ускорения (9):

$$\langle a \rangle = \frac{2(x_2 - x_1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2}$$

Формула для расчёта погрешности ускорения (10):

$$\Delta a = \langle a \rangle * \sqrt{\frac{(\Delta x_{n2})^2 + (\Delta x_{n1})^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 * \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}}$$

Формула для расчёта коэффициента  $B = g$  при зависимости  $A = B * \sin \alpha$  (11):

$$B = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N (\sin \alpha_i)^2 - \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2}$$

Формула для расчёта коэффициента  $A$  при зависимости  $A = B * \sin \alpha$  (12):

$$A = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)$$

Формула для расчёта СКО для ускорения свободного падения (13):

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}}, \text{ где } d_i = a_i - (A + B \sin \alpha_i), \text{ а } D = \sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2$$

Формула для расчёта абсолютной погрешности (14):

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{x_{\text{н}}}\right)^2}$$

## 6. Измерительные приборы.

**Таблица 1:** Измерительные приборы

Наименование	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	$\Delta_{\text{н}}$
Линейка на рельсе	1,3 м	1 см/дел	—	5 мм
Линейка на угольнике	250 мм	1 мм/дел	—	0,5 мм
ПКЦ-3 в режиме секундомера	100 с	0,1 с	—	0,1 с

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

Схема экспериментальной установки представлена на Рис.2.

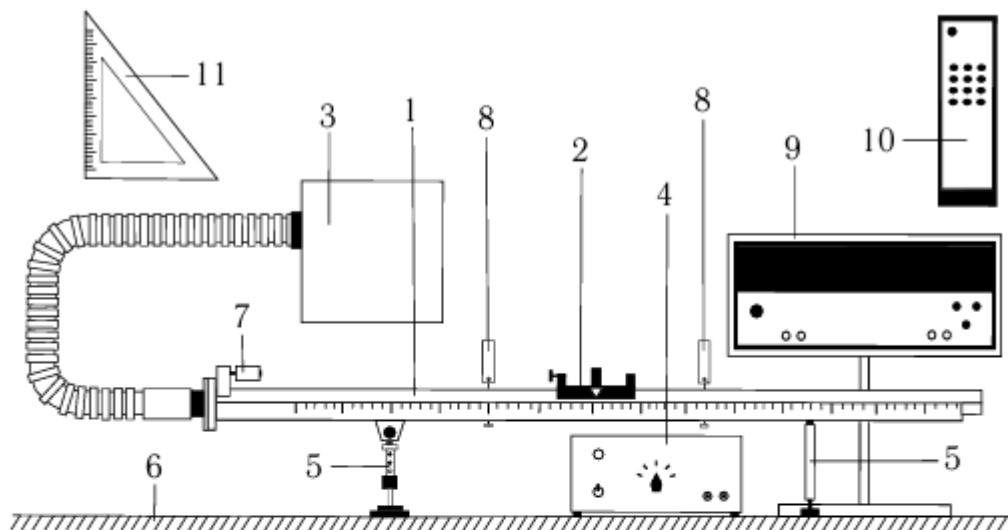


Рис. 2. Общий вид экспериментальной установки

1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Тележка
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3
11. Линейка – угольник

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Результаты прямых измерений представлены на последнем листе «Результаты экспериментального исследования».

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Рассчитаем величины  $Y = x_2 - x_1$  и  $Z = \frac{t_2^2 - t_1^2}{2}$

№	Y	Z
1	$0,250 \pm 0,007$ м	$3,1 \pm 0,31$ с <sup>2</sup>
2	$0,350 \pm 0,007$ м	$3,8 \pm 0,34$ с <sup>2</sup>
3	$0,550 \pm 0,007$ м	$5,9 \pm 0,4$ с <sup>2</sup>
4	$0,750 \pm 0,007$ м	$7,8 \pm 0,4$ с <sup>2</sup>
5	$0,950 \pm 0,007$ м	$10,1 \pm 0,5$ с <sup>2</sup>

С помощью метода наименьших квадратов найдём а, согласно зависимости  $Y = aZ$  по формуле (2):

$$a = \frac{\sum_{i=1}^5 Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^5 Z_i^2} \approx 0,094 \text{ м/с}^2$$

Затем рассчитаем среднеквадратичное отклонение по формуле (3), где  $a = 0,094$  м/с<sup>2</sup>:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (Y_i - aZ_i)^2}{4 \sum_{i=1}^5 Z_i^2}} \approx 0,00152 \text{ м/с}^2$$

Согласно заданию 2 оптические ворота были выставлены по координатам  $x_1 = 0,15$  м и  $x_2 = 1,10$  м.

Расчитаем синус угла наклона рельса по формуле (6) и внесём в таблицу 5.

Затем для расчёта погрешностей рассчитаем оценку среднего квадратического отклонения результата измерения по формуле (7) и найдём доверительный интервал для  $\alpha = 0,95$  ( $t_{0,95,5} = 2,78$ ) по формуле (8):

Пример для  $N_{пл} = 1$  для  $t_1$  с, где  $\bar{t}_1 = 1,38$

$$S_{\bar{t}_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (t_{1i} - 1,38)^2}{5 * 4}} \approx 0,1 \text{ с}$$

$$\Delta_{t_1} = 2,78 * 0,1 \approx 0,278 \text{ с}$$

Вычислим абсолютную погрешность для  $\Delta_{t_1}$  по формуле (14):

$$\Delta_{t_1} = \sqrt{(0,278)^2 + \left(\frac{2}{3} * 0,1\right)^2} = 0,29 \text{ с}$$

Внесём данные в таблицу 5, применяя аналогичные расчёты.

Расчитаем  $\langle a \rangle$  по формуле (9) и  $\Delta a$  по формуле (10):

Пример расчёта для первой серии испытаний

$$\langle a_1 \rangle = \frac{2(1,10 - 0,15)}{(4,62)^2 - (1,38)^2} \approx 0,1 \text{ м/с}^2$$

Согласно документации  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0,005$  м и  $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 0,1$  с

$$\Delta a = 0,105 * \sqrt{\frac{(0,005)^2 + (0,005)^2}{(1,10 - 0,15)^2} + 4 * \frac{(0,4)^2 + (1,33)^2}{(4,62)^2 - (1,38)^2}} \approx 0,014 \text{ м/с}^2$$

Аналогично проведём измерения для других серий испытаний и заполним соответствующую колонку таблицы 5, которая представлена ниже.

Таблица 5



$N_{пл}$	$\sin \alpha$	$\langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1, \text{ с}$	$\langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2, \text{ с}$	$\langle a \rangle \pm \Delta a \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
1	0,009	$1,38 \pm 0,29$	$4,62 \pm 0,29$	$0,100 \pm 0,014$
2	0,021	$1,0 \pm 0,4$	$3,22 \pm 0,29$	$0,20 \pm 0,04$
3	0,031	$0,8 \pm 0,4$	$2,6 \pm 0,1$	$0,31 \pm 0,04$
4	0,041	$0,6 \pm 0,4$	$2,2 \pm 0,4$	$0,42 \pm 0,17$
5	0,051	$0,58 \pm 0,29$	$2,0 \pm 0,1$	$0,52 \pm 0,07$

$N_{пл}$  – количество пластин

$$\langle t_{1,2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{1i,2i}$$



Расчитаем коэффициенты В и А по формулам (11) и (12):

**Замечание:** мы возьмём модули значений синусов, так как синусы получили отрицательное значение из-за поворота рельса в правую сторону.

$$B \equiv g \approx 10,1 \text{ м/с}^2$$

$$A \approx -0,0013 \text{ м/с}^2$$

Расчитаем СКО по формуле (13), но для начала рассчитаем D

$$D \approx 0,001$$

$$\sigma_g \approx 0,33 \text{ м/с}^2$$

Вычислим абсолютную погрешность и относительную погрешность:

$$\Delta g = 2 * 0,33 = 0,66 \text{ м/с}^2$$

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} * 100\% = 6,5\%$$

Найдём абсолютное отклонение:

$$|g_{эксп} - g_{табл}| = |10,1 - 9,82| = 0,28 \text{ м/с}^2$$

Очевидно, что абсолютное отклонение меньше абсолютной погрешности.

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

- (а) Определим абсолютные погрешности для величин  $Y$  и  $Z$  по формуле (1).

$$\Delta_y = \sqrt{(-\Delta_{x_1})^2 + (\Delta_{x_2})^2} = \sqrt{\Delta_{x_1}^2 + \Delta_{x_2}^2}$$

$$\Delta_z = \sqrt{(-t_1 * \Delta_{t_1})^2 + (t_2 * \Delta_{t_2})^2} = \sqrt{(t_1 \Delta_{t_1})^2 + (t_2 \Delta_{t_2})^2}$$

Согласно документации  $\Delta_{x_1} = \Delta_{x_2} = 5$  мм и  $\Delta_{t_1} = \Delta_{t_2} = 0,1$  с. Тогда

$$\Delta_y = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} \approx 7 \text{ мм} = 0,007 \text{ м}$$

Пример для расчёта  $z_1$ , все остальные расчёты аналогичны.

$$\Delta_{z_1} = \sqrt{(1,3 * 0,1)^2 + (2,8 * 0,1)^2} \approx 0,31 \text{ с}^2$$

- (b) Определим случайную погрешность для величины  $a$  при зависимости  $Y = aZ$  при доверительной вероятности  $\alpha = 0,90$  по формуле (4):

$$\Delta_a = 2 * 0,0015 = 0,003 \text{ м/с}^2$$

- (с) Вычислим относительную погрешность  $a = 0,094 \text{ м/с}^2$  по формуле (5):

$$\varepsilon_a = \frac{0,003}{0,094} * 100\% = 3,2\%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

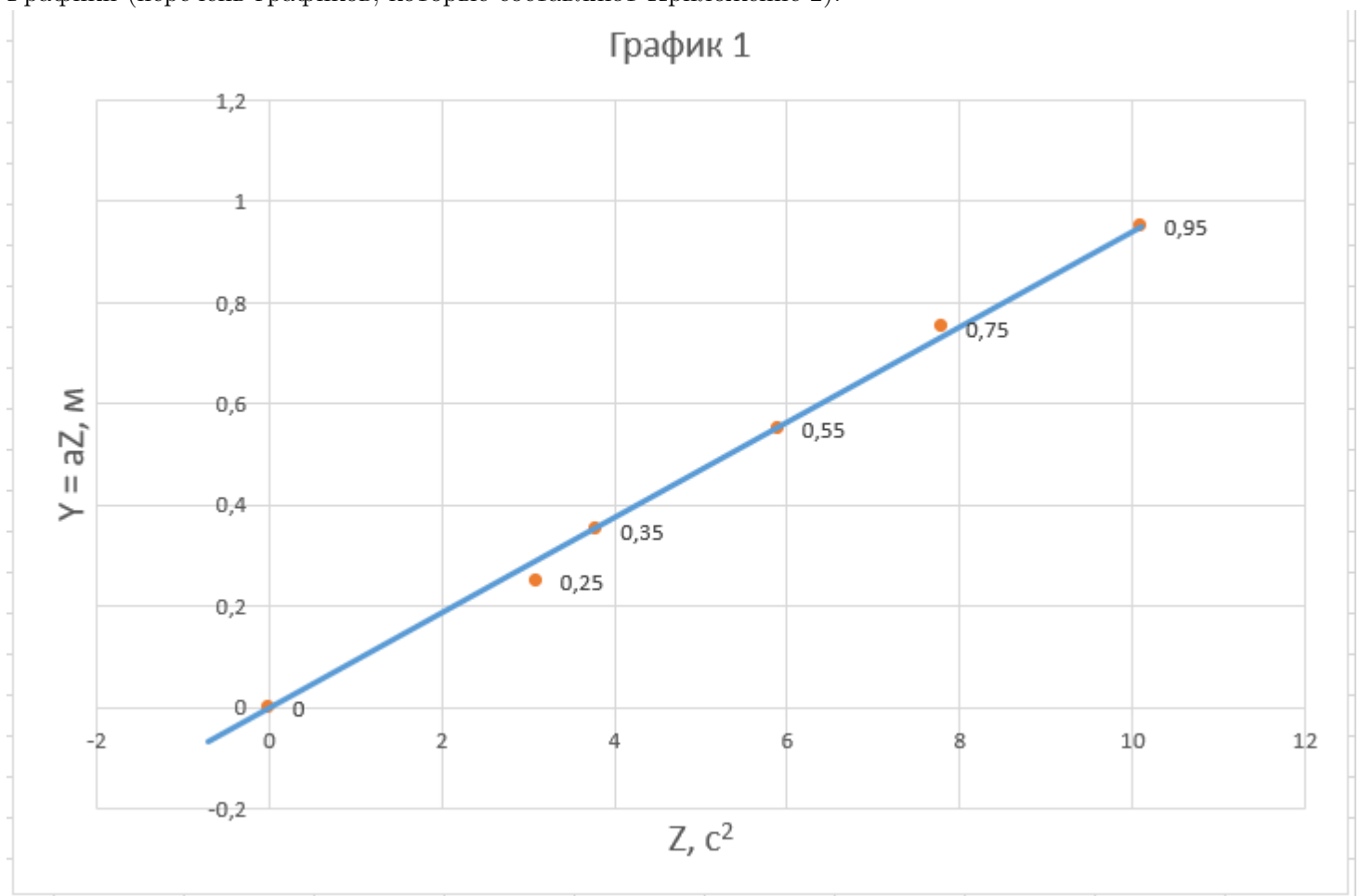


График 1 зависимости  $Y=aZ$ , где  $a = 0,094 \text{ м/с}^2$  и экспериментальные значения в виде точек



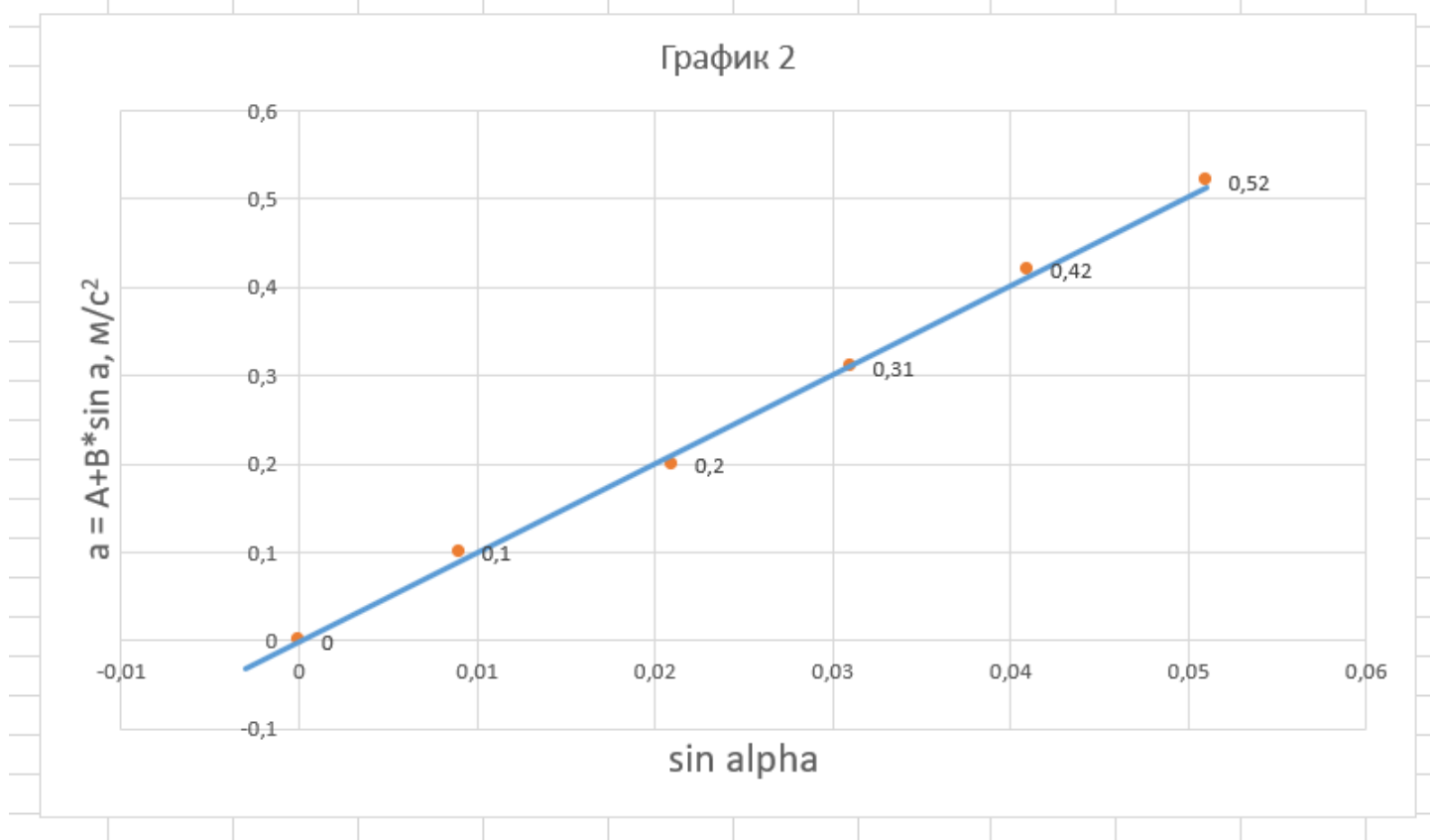


График 2 зависимости  $a = A + B \sin \alpha$ , где  $A = -0,0013 \text{ м/с}^2$ ;  $B = 10,1 \text{ м/с}^2$  и экспериментальные значения в виде точек

12. Окончательные результаты.

Задание 1:  $a = (0,094 \pm 0,003) \text{ м/с}^2$ ;  $\varepsilon_a = 3,2\%$   $\alpha = 0,9$

Задание 2:  $g_{\text{эксп}} = (10,1 \pm 0,66) \text{ м/с}^2$ ;  $\varepsilon_g = 6,5\%$   $\alpha = 0,9$

Абсолютное отклонение -  $|g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}| = 0,28 \text{ м/с}^2$

13. Выводы и анализы результата работы.

В ходе выполнения данной лабораторной работы я научился проводить измерения в лаборатории, обрабатывать полученные экспериментальные результаты, строить зависимости между величинами.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещаются в этот пункт*).