HANDOUT KULIAH

Fisika Matematika 1

(PAF211003)

S U G I T O
MUFLIHATUN

2025

UNIVERSITAS JENDERAL SOEDIRMAN
FAKULTAS MIPA
JURUSAN FISIKA
P U R W O K E R T O

KONTRAK PEMBELAJARAN

Mata Kuliah (Kode)	:	Fisika Matematika 1 (PAF211003)
Kredit / Semester	:	2 SKS / GENAP TA 2024-2025
Kegiatan	:	Tatap Muka di Kelas, Mandiri dan Terstruktur
Tipe	:	C1, C2, C3, C4 (Pemahaman, Aplikatif, Analisis)
Tugas Mandiri/Kelomp	:	Latihan Soal, Diskusi, Paper (Makalah)

Selama di Kelas

- mahasiswa berpakaian sopan dan memakai sepatu
- HP dalam keadaan non-aktif (*silent*) dan tidak melakukan komunikasi dengan alat bantu lain
- bila menggunakan laptop mohon tidak dalam kondisi update status, chatting atau browsing

Kehadiran di kelas

- maksimum ketidakhadiran mahasiswa selama 1 semester adalah 25% dari total pertemuan
- keterlambatan lebih dari 30 menit tidak diperkenankan mengikuti kuliah
- tetap mengisi absensi bagi yang sakit berijin dan/atau tugas univ/fak/jur.

Porsi Penilaian (Dosen Pengampu Tim, dua orang dosen)

	Dosen I	Dosen II
- Keaktifan/Mandiri	10%	10%
- Tugas Terstruktur	10%	10%
- Quis/Test	10%	10%
- UTS	20%	---
- UAS	---	20%

DAFTAR ISI

KULIAH 1

Pokok Bahasan : DERET TAK BERHINGGA (*INFINITE SERIES*)

Sub Bahasan : Pengertian Deret

Uji Konvergensi dan Divergensi Deret

PUSTAKA RUJUKAN

1. Mary L. Boas, 1983. *Mathematical Methods in the Physical Sciences*. 2nd Edition. John Wiley & Sons
2. Hans J. Wospakrik, 1993. Dasar-Dasar Matematika Untuk Fisika. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, Jakarta
3. Roswati Mudjiarto dan Frans J. Krips, 1995, Matematika Fisika 1, Penerbit ITB, Bandung

Tujuan Pembelajaran, mahasiswa mampu

- mendefinisikan pengertian deret bilangan
- membedakan deret bilangan dan barisan bilangan
- menyebutkan contoh deret dalam kehidupan sehari-hari
- membedakan deret konvergen dan divergen
- menggunakan uji konvergensi : Uji Awal dan Uji Integral

DERET TAK BERHINGGA

1.1 Pendahuluan

Pengertian Deret Bilangan

Andaikanlah sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 10 m. Setelah sampai di lantai, maka bola tersebut akan dipantulkan kembali (berubah arah geraknya). Misalkan bola tersebut mencapai ketinggian 5 m. Bola kembali jatuh dan lantai memantulkannya kembali hingga mencapai ketinggian 5/2 m. Kemudian peristiwa yang sama terjadi lagi, bola jatuh dan dipantulkan mencapai ketinggian 5/4 m dan seterusnya. Maka dapat dituliskan bahwa sejak bola dijatuhkan, lintasan yang ditempuh bola adalah :

$$S = 10 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot \frac{5}{2} + 2 \cdot \frac{5}{4} + 2 \cdot \frac{5}{8} + \cdots \qquad (1.1)$$

Faktor 2 yang muncul mulai dari suku kedua di sebelah kanan tanda "=" adalah karena jarak 2 kali bolak-balik. Apa yang dituliskan dalam persamaan (1.1) merupakan suatu pernyataan "*deret bilangan*" dan deret tersebut dapat dihitung untuk menentukan jarak lintasan yang ditempuh bola sejak dijatuhkan sampai dengan waktu yang ingin ditentukan. Jadi deret merupakan suatu untaian bilangan-bilangan yang terdiri dari suku-suku. Apabila jumlah sukunya terbatas, maka deret tersebut dinamakan deret berhingga (*finite series*) dan jika jumlahnya tak berhingga disebut sebagai deret tak berhingga (*infinite series*).

Untuk deret yang nilai tiap sukunya tertentu berdasarkan letaknya, maka deret tersebut dinamakan sebagai deret geometri. Notasi untuk suku-suku tersebut dapat dituliskan sebagai a_n, sehingga bentuknya dapat dituliskan sebagai :

$$S_n = \sum_{n=0}^{n=\infty} a_n \qquad (1.2)$$

dengan *n* adalah jumlah suku. Jika *n* berhingga, maka deret S_n menjadi deret berhingga, dan jika *n* tak berhingga, maka deret S_n menjadi deret tak berhingga. Jika suku-sukunya bernilai positif maka deret disebut sebagai deret positif dan jika bernilai negatif disebut sebagai deret negatif.

Kembali ke persamaan (1.1), bila *S* memiliki nilai yang terbatas, maka deret bersifat terbatas (*konvergen*) dan jika nilainya tak terbatas, maka deret bersifat tidak terbatas (*divergen*). Dalam suatu deret sering sekali yang ingin diketahui bukanlah berapa persis jumlahnya, tetapi apakah jumlahnya terbatas (*konvergen)* atau tidak terbatas (*divergen*). Untuk maksud tersebut maka perlu diketahui bagaimana cara mengujinya, yang disebut sebagai uji konvergensi.

Dalam hal menguji kekonvergenan suatu deret geometri Σa_n, maka dapat dilakukan dua jenis uji yaitu :

1.2 Uji Awal (*Preliminary Test*)

Uji ini disebut juga sebagai **syarat perlu**. Tinjaulah sebuah deret Σa_n ;

1. Bila $\lim_{n \to \infty} a_n \neq 0$, maka **deret** bersifat **divergen**.
2. Bila $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$, maka deret **belum tentu** apakah konvergen atau divergen. Jadi harus diuji dengan test lain (akan di bahas selanjutnya).

Jadi dari test awal ini dapat dilihat bahwa jika kondisi 1 dipenuhi, maka uji konvergensi deret sudah selesai, tetapi bila kondisi 2, maka perlu uji lain sebagai uji lanjut. Ada baiknya untuk menguji apakah deret konvergen atau divergen, pertama sekali digunakan uji awal ini.

CONTOH & SOLUSI

❖ **Untuk yang memenuhi kasus 1**

Ujilah deret $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n^2 - n + 1}{3n^2 - 2n + 4}$, konvergen atau divergen ?

Jawab :

$$\lim_{n \to \infty} \frac{2n^2 - n + 1}{3n^2 - 2n + 4} = \frac{2}{3} > 0$$

Maka deret $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n^2 - n + 1}{3n^2 - 2n + 4}$ adalah divergen.

❖ **Untuk yang memenuhi kasus 2 :**

➢ Ujilah deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ konvergen atau divergen?

Jawab :

$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} = 0 \rightarrow$ belum pasti, (dengan uji lanjut ternyata divergen)

➢ Ujilah deret $\sum \frac{1}{n^2}$ konvergen atau divergen ?

Jawab :

$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n^2} = 0 \rightarrow$ belum pasti (dengan uji lanjut ternyata konvergen).

1.3 Uji Lanjut

Uji lanjut terdiri dari beberapa macam. Tidak ada suatu ikatan uji mana yang lebih baik. Masing-masing uji ini memiliki beragam kelebihan dan kekurangan. Sebuah deret dapat diuji apakah konvergen atau divergen dengan uji lanjut yang tertentu, tetapi untuk deret lain mungkin harus dengan uji yang lain pula. Beberapa uji lanjut tersebut adalah :

- **Uji Perbandingan (*Comparison Test*)**

  Dalam hal ini; ada sebuah deret positif yang sudah diketahui konvergen atau divergen.

  a. Misalkan diketahui sebuah deret $\sum_{n=1}^{\infty} k_n = k_1 + k_2 + \cdots + k_n$ yang konvergen. Kemudian ingin ditentukan apakah deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ konvergen atau divergen.

     Maka dalam hal ini ;

     ✓ Jika $|a_n| \leq k_n$, maka deret Σa_n adalah konvergen.

     ✓ Jika $|a_n| > k_n$ maka deret Σa_n belum dapat dipastikan apakah konvergen atau divergen, jadi perlu uji yang lain.

  b. Misalkan diketahui sebuah deret $\sum d_n = d_1 + d_2 + d_3 + \cdots$ adalah deret positif yang divergen, maka untuk deret Σa_n:

     ✓ Jika $|a_n| \geq d_n$ maka deret Σa_n adalah divergen.

     ✓ Jika $|a_n| < d_n$ maka deret Σa_n belum dapat dipastikan apakah divergen atau konvergen, perlu uji yang lain.

     Dapat dilihat dalam uji ini bahwa jika ditemukan $|a_n| > k_n$ ataupun $|a_n| < d_n$ maka deret Σa_n tidak dapat disimpulkan.

CONTOH

Diketahui bahwa deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ adalah deret yang konvergen.

Tentukan apakah deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ konvergen atau divergen ?

Jawab :

$$\Sigma k_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729} + \frac{1}{2183} + \frac{1}{6549} +$$

$$\Sigma a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} + \frac{1}{5040} + \frac{1}{40320} + \cdots$$

Terlihat bahwa mulai dari suku ke-7, $|a_n| < k_n$. Jadi dapat disimpulkan bahwa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ adalah deret konvergen.

SOAL-SOAL

Gunakan uji awal untuk menyelidiki konvergensi deret-deret berikut :

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3^2 + 10n}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n!+1}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n + 3^n}$