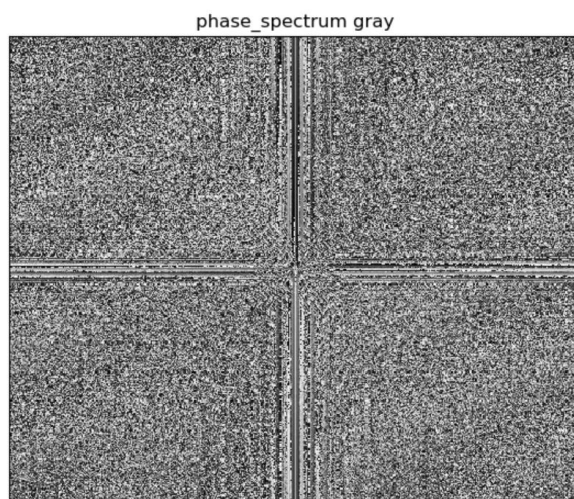
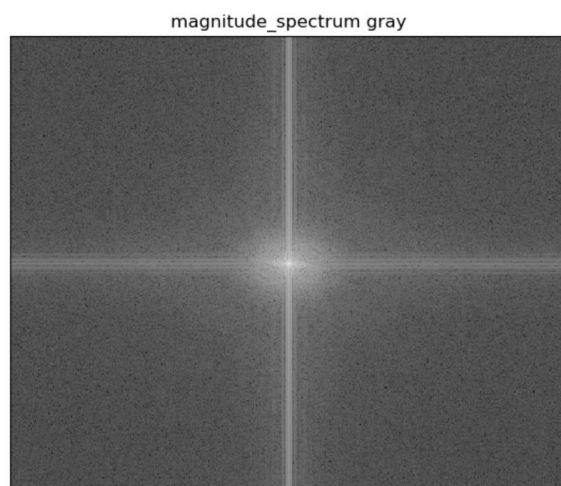


Medical Image Processing HW3  
Armaghan Sarvar 9531807

سوال ۱

الف) تابع آماده‌ی  $cv.dft()$  تبدیل فوریه را به صورت یک آرایه مختلط به ما می‌دهد. اما مولفه DC سیگنال (فرکانس ۰) در سمت چپ، بالا خواهد بود. برای انتقال آن به مرکز، نیاز به یک شیفت به اندازه  $N/2$  در ۲ جهت داریم. پس از تابع  $np.fft.fftshift()$  استفاده خواهیم کرد. نهایتاً اندازه و فاز بدست می‌آید.

خروجی این قسمت:



ب) بازگشت به تصویر اصلی:

img\_inverse\_transform gray



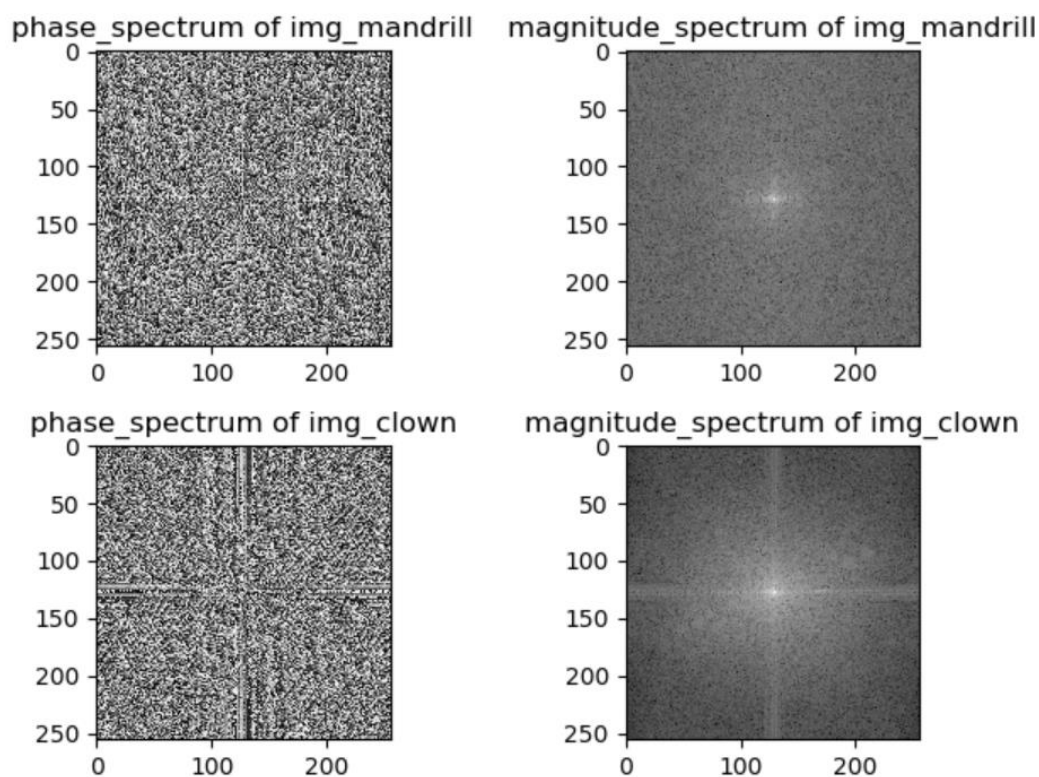
پ) برای این بخش باید از مزدوج تبدیل فوریه استفاده کنیم. یعنی کافیت برای چرخش، فاز سیگنالمان را منفی کرده و اندازه را نگه داریم. بخش حقیقی و موهومی تبدیل فوریه تصویر جدید به این صورت قابل بازسازی خواهد شد.  $= <$  مجددا معکوس تبدیل فوریه

mirrored gray



## سوال ۲

پس از تبدیل فوریه:



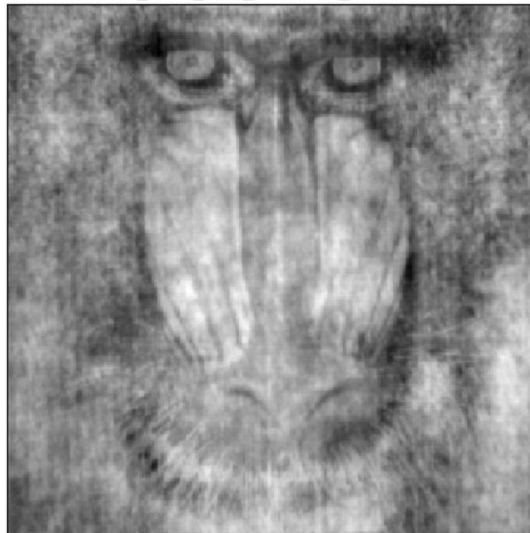
تصویر حاصل از ترکیب اندازه تصویر mandrill و فاز تصویر clown:

mandrill\_mag\_and\_clown\_phase gray



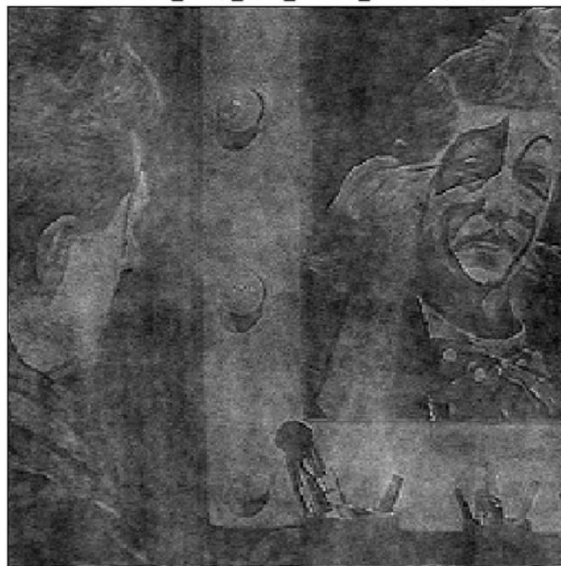
تصویر حاصل از ترکیب اندازه تصویر clown و فاز تصویر mandrill:

clown\_mag\_and\_mandrill\_phase gray



حال اگر از تصویر فوق حاصل از جابه‌جایی فاز و اندازه ۲ تصویر ورودی مقدار absolute value را بدست آوریم نتیجه نهایی دقیق به صورت زیر می‌شود:

mandrill\_mag\_and\_clown\_phase gray



clown\_mag\_and\_mandrill\_phase gray



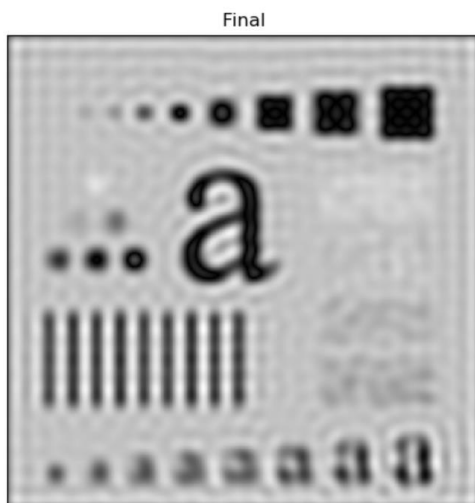
همان طور که قابل مشاهده است، تاثیر فاز در یک تصویر بسیار بالاتر است. در حالت کلی فاز تصویر بیانگر مکان object ها در آن بوده (اشیای تصویر) و اندازه در مورد شدت ها و دامنه ها اطلاعات می دهد و حاوی اطلاعات مکانی نیست. با حذف اندازه (magnitude)، اطلاعات شدت حذف شده است.

### سوال ۳

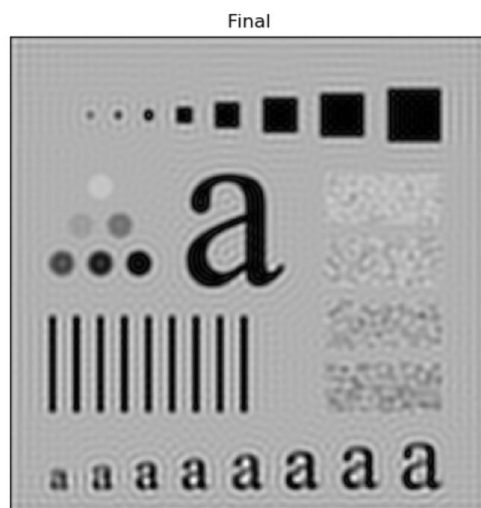
الف) تابع اصلی خواسته شده با نام `main_func` نوشته شده است.

ب) هر چه شعاع (اندازه کات آف) کمتر باشد تصویر بیشتر `blur` و مات می‌شود. از طرفی با بزرگ شدن آن به تصویر اصلی نزدیک می‌شویم اما همچنان پدیده حلقه حلقه شدن قابل تشخیص است.

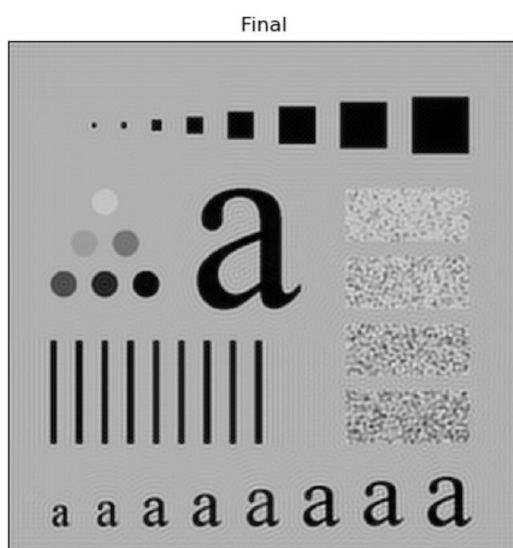
پایین گذر ایده آل با شعاع ۵۰:



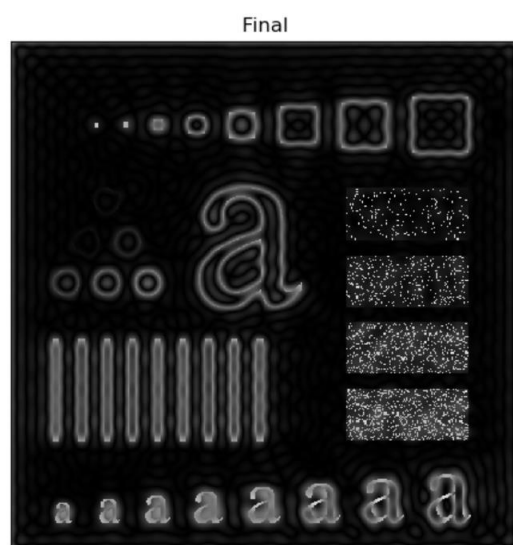
پایین گذر ایده آل با شعاع ۱۰۰:



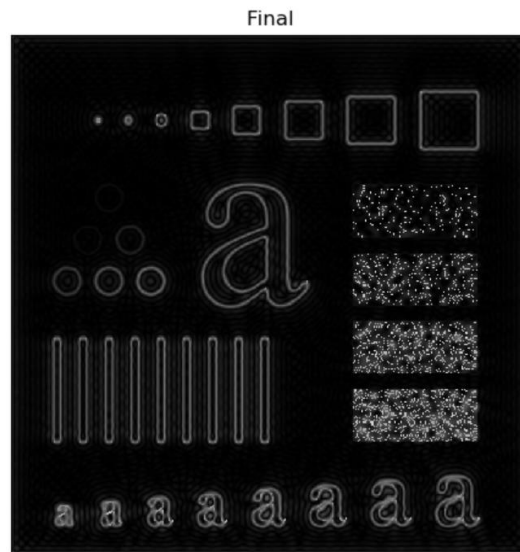
پایین گذر ایده آل با شعاع ۲۰۰:



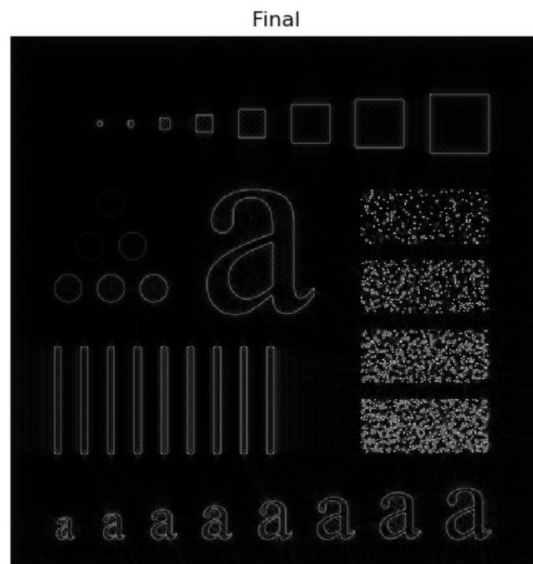
بالا گذر ایده آل با شعاع ۵۰:



بالا گذر ایده آل با شعاع ۱۰۰:



بالا گذر ایده آل با شعاع ۲۰۰:



پس در این حالت تشخیص لبه‌ها با کم شدن شعاع سخت‌تر می‌شود.  
برای کاهش اثر ringing از فیلتر گاوسی زیر استفاده می‌کنیم که در آن شیب لبه‌ها smooth تر است:



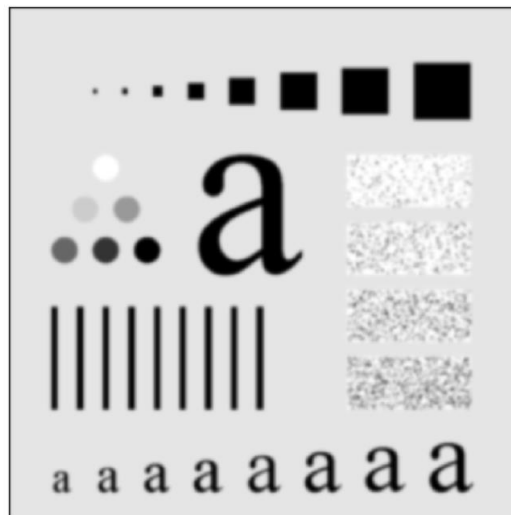
پایین‌گذر گاسین با شعاع ۵۰:

Final

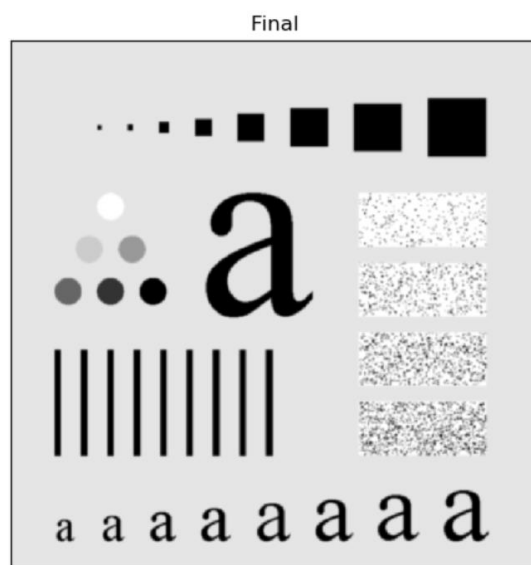


پایین‌گذر گاسین با شعاع ۱۰۰:

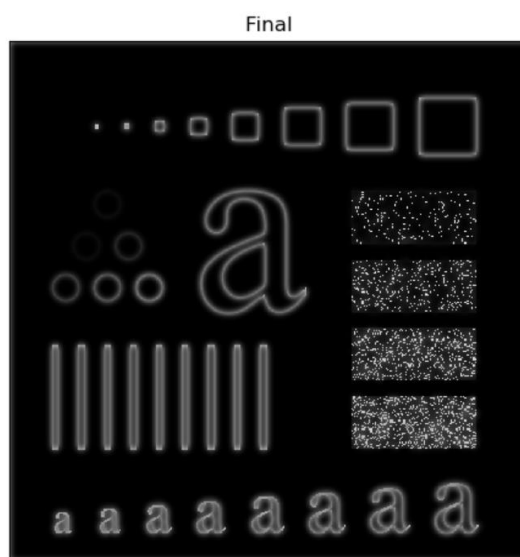
Final



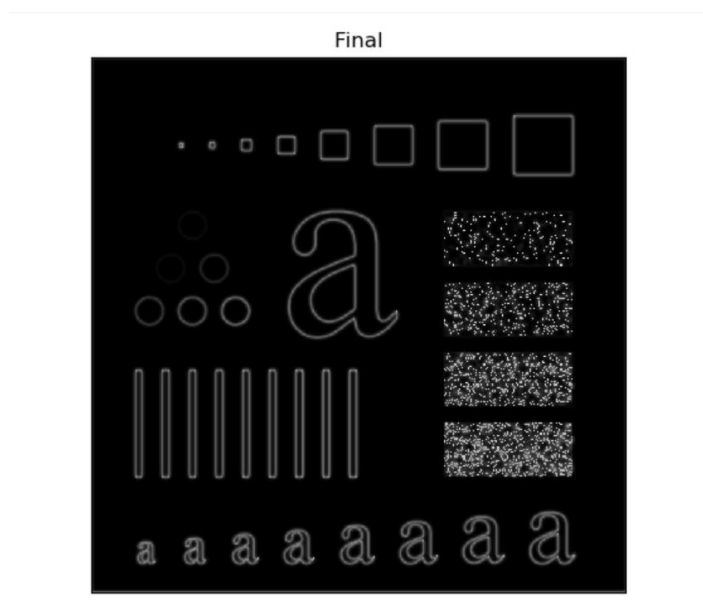
پایین‌گذر گاسین با شعاع ۲۰۰:



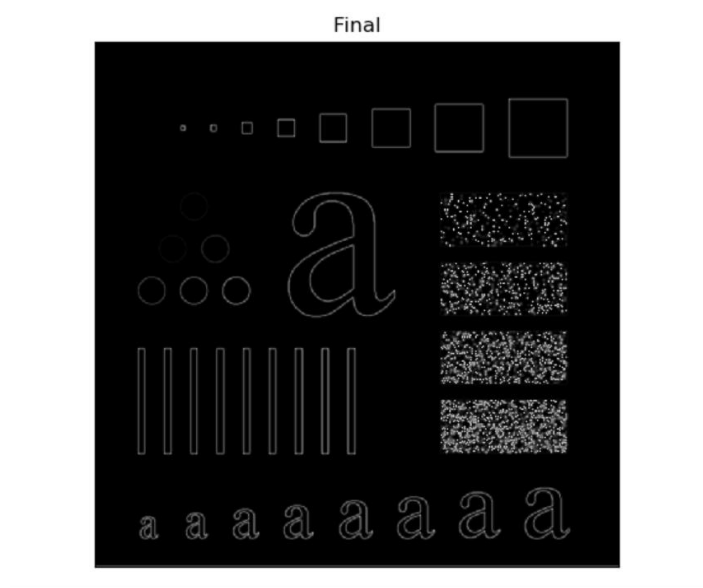
بالاگذر گاسین با شعاع ۵۰:



بالاگذر گاسین با شعاع ۱۰۰:



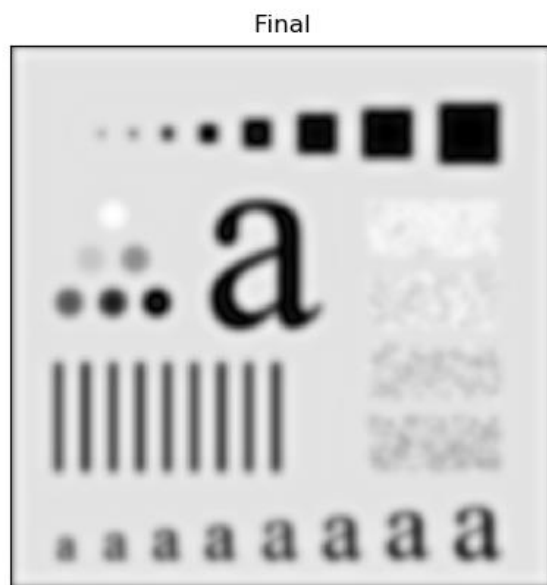
بالاگذر گاسین با شعاع ۲۰۰:



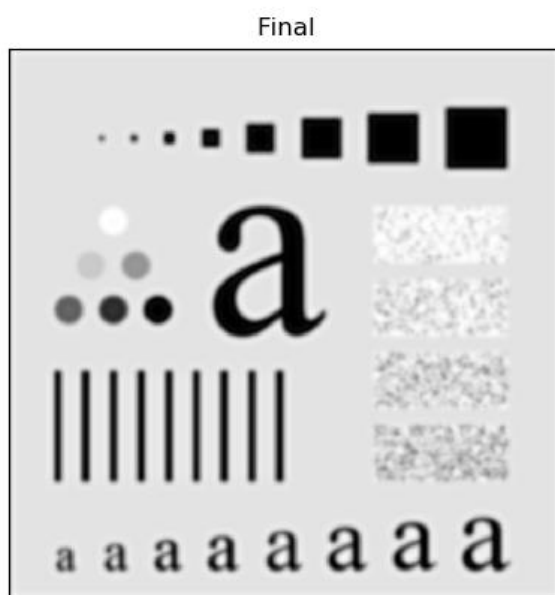
در این حالت نیز با افزایش شعاع تصویرمان sharp شد. یعنی لبه‌ها وضوح بالاتری یافتند.

حال برای فیلتر باترورث، از order برابر با ۲ استفاده می‌کنیم تا اثر ringing کمتر شود. (همه‌ی حالات زیر)

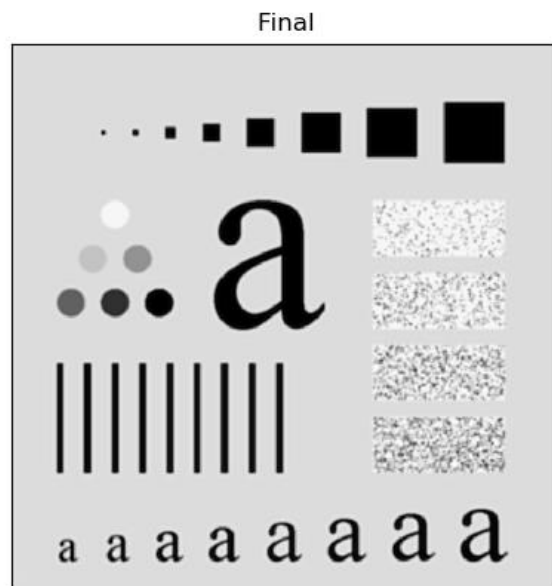
پایین‌گذر باترورث با شعاع ۵۰:



پایین‌گذر باترورث با شعاع ۱۰۰:

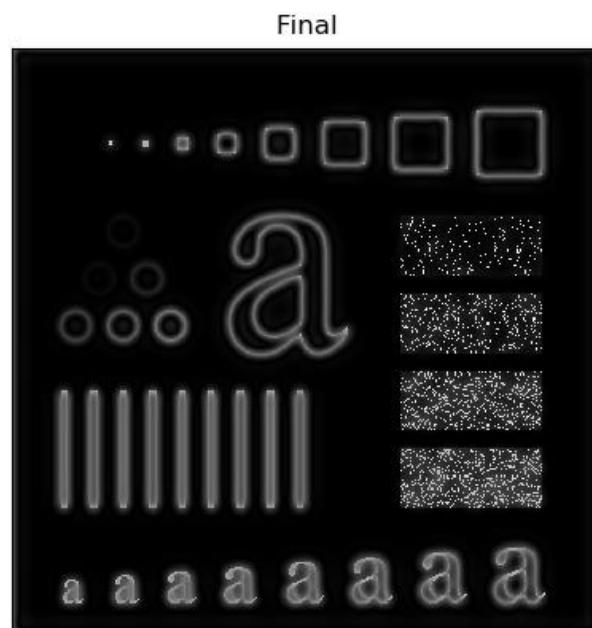


پایین‌گذر باترورث با شعاع ۲۰۰:

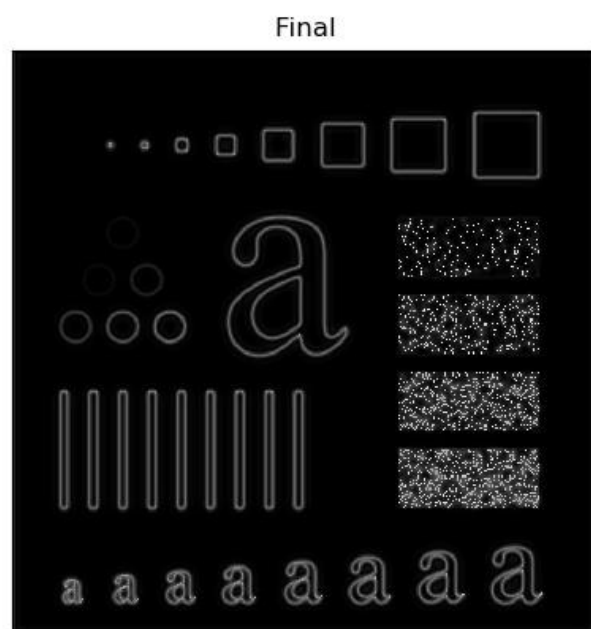


پس با این فیلتر نیز اگر شعاع را زیاد کنیم اثر blur کمتر می‌شود.

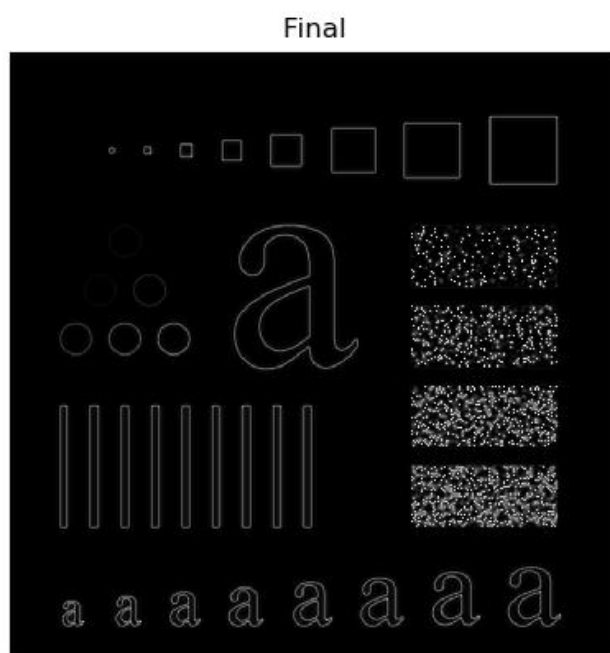
بالاگذر باترورث با شعاع ۵۰:



بالاگذر باترورث با شعاع ۱۰۰:



بالاگذر باترورث با شعاع ۲۰۰:



پس در این فیلتر هم اتفاق مشابه حالت قبل می افتد (کاهش blurring و افزایش sharpening) به طور کلی :

فیلتر بالاگذر بر فرکانسهای بالای تصویر و پایین گذر بر فرکانسهای پایین آن تأکید دارد. تفاوت بین فیلترهای Butterworth و Gaussian در این است که اولی مشخص تر شد و تصاویر حاصل از باترورث واضح تر از گاسین بودند. با اعمال گاسین و باترورث روی عکس، توانستیم شدت رنگ فیلترهای عبور بالا تصاویر FFT را تغییر دهیم. می دانیم در حالت کلی لبه های شکاف باترورث کشیده و گسترده تر از گاسین هستند و در گاسین لبه ها sharp اند. این لبه های شکاف باترورث منجر به تصویر واضح تر از گاسین شده اند.

در مورد فیلتر پایین گذر هم گاسین smoothing کمتری نسبت به باترورث به دست آورد. در فیلترهای پایین گذر هدفمان smoothing و در بالاگذر sharpening بود. مشاهده کردیم که با بالا رفتن شعاع (cutoff frequency) به وضوح بالاتر و اثر کمتر موارد فوق دست یافتیم. اگر از padding استفاده نمی کردیم، اثر فیلتر uniform نمیشد. همچنین هرچه قدر order در باترورث بالا رود به حالت ideal نزدیک تر میشود => تارتر => ringing بیشتر.

پس : باندگذر کمتر در حوزه فرکانس (cutoff) = تارری بیشتر = پهنای بیشتر در حوزه زمان

4.27

ا) میانگین مکانی:

$$g(n) = \frac{1}{4} [f(n, n+1) + f(n+1, n) + f(n, 1) + f(1, n)]$$

طبق تافلن translation داریم:

$$G(u, v) = \frac{1}{4} \left[ e^{j2\pi u/M} + e^{-j2\pi u/M} + e^{j2\pi v/N} + e^{-j2\pi v/N} \right] F(u, v)$$

$$= H(u, v) F(u, v)$$

برابری با تابع انتقال فیلتر در صفحه فرکانس. که همان  $H$  برابری با:

$$H(u, v) = \frac{1}{4} \left[ \cos\left(\frac{2\pi u}{M}\right) + \cos\left(\frac{2\pi v}{N}\right) \right]$$

ب) برای محض کردن پایین گذر بدون فیلتر داریم:

$$H(u, v) = \frac{1}{2} \left( \underbrace{\cos\left(\frac{2\pi(u - M/2)}{M}\right)}_A + \cos\left(\frac{2\pi(v - N/2)}{N}\right) \right)$$

$$u \in [0, M-1], \quad A \in [-1, 1] \quad (u = M/2 \Rightarrow A = 1)$$

$$(u = M \Rightarrow A = -1)$$

در محدوده می شود که برای خاصه از مرکز فیلتر، اشاره آن کاهش می یابد.  
یعنی فیلتر پایین گذر



4.36

- (a) دلیل اینکه نتیجه نهایی بسیار روشن به نظر می رسد این است که ناپیوستگی‌ها و edgeها در مرزهای حلقه (ring) بسیار بالاتر از هر جای تصویر دیگر هستند.
- در حقیقت ، این حلقه دارای یک مرکز تاریک در نتیجه عملکرد فیلتر بالاگذر است. با این حال، ناحیه تاریک مرکز با فیلتر پایین گذر، میانگین گیری و smooth شده است.
- (b) فیلترینگ با تبدیل فوریه عملیات خطی است و ترتیب اهمیتی نخواهد داشت.