

Решение задачи для поступления на 3 курс бакалавриата

Крестики-нолики

Ответ: победные позиции - 138.

Решение.

Разделим искомые позиции по количеству шагов до победы:

1. 5, 7, 9 шагов – выиграл крестик;
 - 1.1. 9 шагов – ничья;
2. 6, 8 шагов – выиграл нолик.

Рассмотрим игры в 5 шагов.

Победных позиций для крестика 8 (3 горизонтальные, 3 вертикальные, 2 диагональные), но из них 4 стоящие по краям (2 горизонтальных и 2 вертикальных), 2 прямые комбинации, проходящие по центру и 2 диагональные получаются поворотами и симметрией. Следовательно победных комбинаций, которые невозможно получит из других, всего 3. Для удобства рассмотрим одну по вертикали с левого края, одну вертикальную по центру и диагональную с левого верхнего до правого нижнего. Осталось посчитать количество возможных расстановок ноликов при таких победных комбинациях.

Начнём с диагональной. У нас осталось 6 пустых клеток, по 3 с каждой стороны диагонали. Позиций, где оба нолика с одной стороны, 3, но два из них совпадают при диагональной симметрии (по пустой диагонали). Случаев, когда нолики в разных сторонах, 4: 3 случая, когда один нолик рядом с крестиком, в боковой клетке, а другой во в какой-нибудь из оставшихся, и один случай с диагонально противоположной расстановкой ноликов. Всего 6 комбинаций.

При прямой – центральной расстановке победной комбинации ситуация похожа, таких ситуаций тоже 6.

При прямой – боковой расстановке (победная линия – левая вертикальная) 9 возможных вариантов:

- 5 – один нолик в боковой клетке сверху, все возможные расстановки
- 2 – один нолик в центральной клетке, второй – в угловой или в соседней боковой (остальные случаи уже учтены из-за симметрии)
- 2 – оба нолика в правом столбике (остальные уже учтены)

Таким образом у нас получился $6 + 6 + 9 = 21$ вариант для победы крестиков после 5 шагов.

Не трудно распространить подобное рассуждение на остальные варианты побед. Получим следующие значения:

- 6 шагов – 21 позиция ($10 + 5 + 6$)
- 7 шагов – 58 позиций ($28 + 14 + 16$)
- 8 шагов – 23 позиции ($10 + 5 + 8$)
- 9 шагов – 12 позиций ($5 + 3 + 4$)

В случае игр в 9 шагов есть одна особенность: игра может закончиться ничьей.

Эти комбинации можно получить вручную, так как неповторяющихся ничейных позиций всего 3. Следовательно для 9 шагов получаем 15 позиций.

X	O	X	X	O	X	X	O	X
X	X	O	X	O	X	X	O	O
O	X	O	O	X	O	O	X	X

Ничейные позиции.

5	21
6	21
7	58
8	23
9	15
Итого	138