

Titre : LP 12 : Traitement d'un signal. Étude spectrale.

Présentée par :

Rapport écrit par :

Correcteur : Jérémy Neveu

Date : 23/10/19

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
[1] Physique MP/MP* tout en un	Sanz	Dunod	2014
[2] Physique PC/PC* tout en un	Sanz	Dunod	2006
[3] Dictionnaire de physique			
[4] Jérémy NEVEU. <i>Cours d'électronique de la préparation à l'Agrégation de Physique.</i> 2019.	Jeremy Neveu		2019
[5] Physique PC/PC* tout en un	Sanz	Dunod	2017

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : CPGE, MPSI ou MP

Pré-requis : Spectre d'un signal périodique, Fonction de transfert, Filtres du premier ordre, Diagramme de bode, Méthode d'Euler

I – Analyse fréquentielle et filtrage

a) Rappels sur les séries de Fourier

b) Filtrage linéaire

II – Traitement du signal pour le transport

a) Nécessité d'une modulation

b) Démodulation par détection synchrone

III – Traitement numérique du signal

a) numérisation d'un signal

b) Filtrage numérique

I – Analyse fréquentielle et filtrage

Intro : Domaines divers (astronomie, télécommunications (match foot), etc) on cherche à stocker et coder de l'information pour extraire de l'information ou les modifier. Or il faut souvent agir sur le signal pour avoir le signal voulu ou extraire les informations intéressantes. Agir directement sur des signaux lumineux ou acoustiques est compliqué (sensibles aux conditions extérieurs) donc on va les transformer en signaux électriques qu'on sait mieux manipuler.

- Donner la définition d'un signal [3] ou [1] p. 793

Signal : « variation temporelle d'une quantité physique portant une information, par opposition au bruit ».

Distinction entre signal et bruit subtil et peut dépendre du contexte, exemple :

- astrophysicien signal = lumière étoile, bruit : lumière provenant de l'atmosphère
- physicien s'intéressant à l'atmosphère c'est l'inverse.

Discipline qui traite ces questions c'est traitement du signal.

a) Rappels sur les séries de Fourier (suivre [1] p. 111-114, ne pas parler de l'exemple juste donner résultats) – 5 min max

- On connaît les signaux sinusoïdaux mais ils en existent d'autres – montrer signal crête/triangle dans l'oscillo.

- Pour un signal périodique on rappelle que l'on peut le décomposer en série de Fourier.

- Écrire équation 4.1 de [1] p. 111

- préciser dans le signal ce qui correspond à la composante continue, le fondamental et les harmoniques et ce qu'elles représentent.

[Montrer slide signal dents de scie](#)

- Préciser que les plus hautes fréquences (harmoniques de rang élevée) permettent de restituer les variations brusques d'un signal et donc les discontinuités qu'il peut éventuellement avoir. (c.f. encadré [1] p. 114).

Transition, on peut utiliser des filtres pour choisir une gamme de fréquences qu'on veut récupérer dans le signal.

b) Filtrage Linéaire

- Rappeler la définition d'un filtre, lire [3] mais se baser sur [1] p. 116.
- Préciser que l'équation différentielle est linéaire.
- Préciser qu'on se place dans un régime permanent, alors la pulsation d'entrée est la même que la pulsation de sortie.

Slide : Rappeler la définition de la fonction de transfert. Préciser le gain et la phase. Avec le principe de superposition justifier l'expression du signal de sortie.

La représentation de bode prend donc un intérêt particulier car il nous renseigne sur l'action du filtre sur les différentes fréquences du signal.

Prendre l'exemple d'un filtre RC classique, donner l'équation différentielle ([5] p. 137, LA GARDE | R POUR III) (rappel, travailler sur U_c avec $i = dq/dt$ et $q = C \cdot U_c$) et faire le schéma et en utilisant un pont diviseur de tension montrer que :

$$\frac{S}{e} = \frac{1}{1 + jRc\omega}$$

Ce qui donne un filtre passe bas. On peut montrer à l'oscillo avec un montage RC l'effet d'un filtre passe bas, notamment la fréquence de coupure. Faire le schéma du montage au tableau, on trouve H avec un pont diviseur de tension.

Tracer le diagramme de bode asymptotique correspondant au tableau (ra. La fréquence de coupure est obtenue pour $H = \frac{H}{\sqrt{2}}$ ce qui correspond à 3dB, donc pour $\omega = 1/RC$, si on prend $R = 1k\Omega$ et $C = 0.1\mu F$ on obtient $f_c = 1,59KHz$, des meilleurs diagrammes sont p. 806 [2]. (pas le temps)

Expérience

Réaliser un filtre RC :

- Choix de $C = 0.1 \mu F$, R variable.
- Envoyer un créneau ou un triangle en entrée.
- Montrer la fréquence de coupure
- Mettre en évidence l'effet intégrateur aux hautes fréquences.

Transition : Quel est l'usage de ces dispositifs ? On va voir qu'ils sont particulièrement utiles pour permettre le transport d'un signal. Cependant, on devra aussi avoir recours à des transformations non linéaires.

Montrer à l'oscillo que les fréquences faibles sont correctement transmises et les fréquences fortes sont atténuées.

Cette partie ne doit pas durer plus de 10 minutes au total, si trop long virer l'expérience. Transition, souvent en télécommunications on ne modifie pas le signal sur le point d'arrivée, on doit donc pouvoir aussi le transmettre sur des grandes distances.

II – Traitement du signal pour le transport (15 min max)

a) Nécessité d'une modulation (10 min max)

Objectif : envoyer onde sonore entre deux points. On utilise une antenne pour émettre le signal, or pour réceptionner et émettre un signal il faut une taille d'antenne similaire à la longueur d'onde. Donner ordre de grandeur des antennes nécessaires [4] p. 107, voir aussi [2] p. 941, parler aussi de l'encombrement de fréquence.

- Donc on utilise un autre signal qu'on appelle porteuse qui sera modulé par le signal utile. [2] p.941

- La porteuse est un signal sinusoïdal de la forme : $p(t) = A_p * \cos(2\pi f_p t + \varphi)$; [4] p. 107

- Le signal modulant fait varier une des caractéristiques de la porteuse dans le temps : amplitude, fréquence ou phase. On se limite dans ce cours à la modulation en amplitude.

L'opération de modulation est non-linéaire, on peut la réaliser en pratique avec un multiplieur analogique. Le multiplieur multiplie les 2 signaux (slide multiplieur analogique). [Montrer slide multiplieur](#).

À noter que le signal modulant peut être quelconque.

Faire le calcul dans le cas d'un signal utile $v_u(t)$ sinusoïdal [4] p. 112. Il n'est pas nécessaire de introduire l'indice de modulation dans la leçon.

On obtient finalement $s(t) = k * A_p * V_u * [1 + u * \cos(\omega t)] * \cos(\omega_p t)$

Pour $A_p = V_u = v_u = k = 1$ on obtient : $s(t) = \cos(\omega_p t) + \cos(\omega t) * \cos(\omega_p t)$

[Montrer slide avec exemple de modulation d'amplitude](#).

Préciser que ce que l'on a fait c'est une DBPC.

-Porteuse conservée car à la fin on a toujours une composante qui oscille à la fréquence de la porteuse ;

- Double bande car on a les composantes $\omega - \omega_p$ et $\omega + \omega_p$, 3 raies au voisinage de ω_p

L'avantage de cette méthode est que on conserve la porteuse et ça facilite la démodulation. Le désavantage est que de l'énergie est distribuée dans les fréquences de la porteuse

b) démodulation (5 min max)

On veut récupérer le signal d'origine $v_u(t)$, il faut réaliser une autre opération pour pouvoir démoduler le signal.

Détection synchrone : On fait une démodulation en amplitude connaissant la forme de la porteuse.

Suivre l'explication de [4] p. 116 après reconstitution de la porteuse. Montrer la ligne de calcul de démodulation.

Montrer slide du principe de démodulation

On peut dire 2 mots sur $\cos \phi$ et la synchronisation.

Transition : Souvent on veut modifier le signal pour supprimer ou ajouter des informations. Par exemple de la musique dans les films, des effets sonores, etc. La numérisation du signal permet de le stocker et le modifier.

III – Traitement numérique du signal (prévoir 15 min)

Donner la définition d'un signal numérique (chercher numérique dans [3])

Nuérique : « qualifie un signal ou une grandeur ne pouvant prendre que un nombre fini de valeurs discrètes ». (analogique peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle de façon continue).

Citer les avantages de la numérisation [5] p. 136.

Désavantage :

- Résolution limitée (on est passé d'un signal continu à un signal discret), mais perd-on vraiment de l'information ?

a) conditions pour numériser un signal (7 min)

Étude d'un exemple concret, une roue qui tourne. On prend des images avec un appareil photo à des temps fixes et on veut retrouver le sens de rotation.

Possible que si $f_e > 2f$.

Énoncer le critère de Shannon [5] p. 129

Montrer avec programme python l'effet sur le signal. (tiré du [5] p. 129). Montrer un signal qui respecte et qui ne respecte pas le critère de Shannon. Dans le deuxième cas on a un repliement du spectre.

Il faut comprendre que on prend le signal sur un intervalle égal à $T_e = 1/f_e$. Donc on aura accès, d'après le théorème de Shannon aux fréquences comprises entre $[1 ; f_e/2[$ du signal.

Si $f > 2f_e$ alors on a un comportement similaire à celui d'un produit entre un signal rectangulaire (fenêtre) de période T_e qui se répète très lentement (rapport cyclique très grand) et du signal. Ce signal rectangulaire comprend une somme de signaux de fréquence $n \cdot f_e$.

Alors comme on a vu lors de la modulation où on a fait le produit de 2 signaux, on obtiendra 2 signaux tq $f_s = n \cdot f_e \pm f$. Ce signal rentrera alors dans la case $[1 ; f_e/2[$ que l'on observe.

Exemple signal tq $f = 941\text{Hz}$ et $f_e = 1000\text{Hz}$. Ceci correspond à $f = 16/17 f_e$. Alors $f_e - f = 59\text{Hz}$ qui correspond à ce qu'on trouve dans le programme de simulation. ([5] p. 131)

Se rappeler que si on a des fréquences plus élevées que $2 \cdot f_e$ alors on aura des composantes dans notre spectre qui seront fausses. On voit l'importance du filtrage avant numérisation si on est contraint dans l'échantillonnage (ex du au stockage) (d'où l'intérêt du filtre rc en début du cours!).

b) Filtrage numérique (5 min)

Donner définition de filtrage numérique ([5] p. 136). Suivre [5] p. 136-138 pour reprendre l'exemple du filtre passe bas vu en début de cours.

Avec l'équation différentielle appliquer méthode d'Euler et retrouver l'équation qui code pour le filtre.

Ensuite une boucle for permet de faire le calcul des différents points du signal.

Conclusion

Ouvrir sur la conversion analogique digitale et si on a le temps sur la conversion digitale analogique. Illustrer avec un signal radio qui peut être acquis, numérisé, modulé, transmis, démodulé, filtré pour donner un meilleur gain aux basses fréquences (button bass sur les lecteurs).

Avoir lu [4] p. 125-127, 139, 145-151

Questions posées par l'enseignant

Série de questions sur l'optique adaptative (discussion initiée par Théo en conclusion) :

Quid de l'astronomie ?

Optique adaptative. Problème des turbulences de l'atmosphère. 2 solutions : télescope en orbite.

Autre option : corriger en live. On utilise un analyseur de front d'onde.

Et le retard ?

Demande une grande puissance de calcul pour ne pas être trop en retard

Analogique et numérique ?

Au moins un peu pour les calculs

Comment ça marche l'analyseur de front d'onde

Réseau de micro-lentilles.

N'importe quel type de front d'onde ? C'est limité par quoi ? Si on diminue la taille des lentilles ? Et le repliement de spectre ?

Résolution limitée par le pas du réseau de micro-lentilles.

Est ce qu'on peut parler de série de Fourier, de transformée de Fourier ? Dans quelle mesure ?

Le Sol de guitare : quel est le traitement après ?

CAN (conversion analogique numérique) puis FFT.

C'est quoi une FFT ?

Scinder la TF discrète en en partie paire et partie impaire. Cela réduit notre complexité de n^2 à $n \log(n)$.

Quelles précautions ?

Éviter le repliement de spectre, notamment par un passe-bas. Utiliser une fonction de fenêtrage.

Il y a moyen de rendre cette manip quantitative ?

Via une mesure de la fréquence de résonance.

Que fait la non-linéarité dans une pédale wah-wah analogique ?

Elle rajoute des harmoniques et donnent un son plus riche.

Année en CPGE ?

PSI mais sans transformée de Fourier.

Partie réservée au correcteur

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

- Les fonctions de transfert, ou si elles sont en prérequis, uniquement leur utilisation en filtrage
- Fourier (attention la FFT à l'oscillo est un concept difficile, il faut s'entraîner)
- Le numérique

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Filtres, modulation/démodulation, convertisseur numérique analogique, analyse spectrale avec oscillo

Bibliographie conseillée