

Titre : Viscosité et écoulement visqueux

Présentée par :

Rapport écrit par :

Correcteur :

Date :

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
			2016

Plan détaillé

- [GHP01] Guyon, E., Hulin, J.-P., and Petit, L. *Hydrodynamique physique*. Edp scienc edition (2001).
- [LL71] Landau, L. and Lifschitz, E. *Course of theoretical physics, Fluid mechanics* (1971).
- [Nav] Naval. *Conversion électro-magnéto-mécanique*. URL http://lnspe2.fr/Cours_Phys/CP02.pdf.
- [Nev19a] Neveu, J. *Electronique* (2019). URL <https://gitlab.in2p3.fr/Jeremy/Electronique>.
- [Nev19b] Neveu, J. *Moteurs et transformateurs électriques* (2019). URL <https://gitlab.in2p3.fr/Jeremy/Moteurs>.
- [OGS00] Olivier, S., Gié, H., and Sarmant, J.-P. *Physique Spé. PC*, PC*. Tec&doc edition (2000).
- [Rab19] Rabaud, M. *Notes de cours sur les fluides*, volume 5 (2019). URL [http://www.fast.u-psud.fr/\\$\sim\\$rabaud/](http://www.fast.u-psud.fr/\simrabaud/).
- [SVSC16] Sanz, M.-N., et al. *Tout en Un Physique PC-PC**. Dunod edition (2016).
- [Thi14] Thibierge, E. *Propagation des ondes* (2014). URL http://www.etienne-thibierge.fr/agreg/ondes_poly_2015.pdf.

Code couleur

Cadre de la leçon.

Expérience. Les manip et l'expérience quantitative propre à l'agrégation externe spéciale.

Slide. Le contenu à projeter à l'écran : slides, vidéos, ressources internet, etc.

Les transitions indispensables à la fluidité du discours !

Fun facts : moins important que les remarques mais quand même.

Les remarques sur des points non essentiels mais qu'il est bon de grader en tête.

Les leçons LC01 à LC09 sont placées au niveau lycée. Les leçons LC10 à LC19 sont placées en CPGE.

1.1 LP03 Notion de viscosité d'un fluide. Écoulement visqueux

Niveau :
CPGE

Prérequis :

- Cinématique des fluides, description eulérienne
- Hydrostatique
- Équation de diffusion

Objectif de la leçon : Décrire la viscosité d'un fluide et comprendre son origine en la rattachant à un processus de diffusion. Mettre en évidence son influence dans plusieurs écoulements.

Cinématique des fluides c'est simplement que on utilise la dérivée particulaire et non la dérivée absolue pour la particule fluide

Introduction

Évaluation qualitative de la viscosité de quelques fluides. Faire couler plusieurs liquides et constater des différences majeures de comportement. Mentionner la différence entre les gaz et les liquides.

Existence de contraintes tangentielles dans un fluide.

<https://www.youtube.com/watch?v=8Ty07Jelhwg>

On peut montrer aussi une video sur les contraintes tangentielles du fluide : <https://www.youtube.com/watch?v=pqWwHxn6LNo&feature=youtu.be&t=213> mais elle prend du temps à expliquer. En gros on a aux bords 2 ceintures qui vont dans les sens opposés. Le fluide visqueux (glicine) a donc une vitesse moyenne nulle. Or si on ajoute des billes (encre) on observe que ça suit le mouvement de la ceinture la plus proche avec une vitesse +/- forte. (c'est un RP)

L'objectif de la leçon est de décrire la viscosité dans les gaz et fluides et comprendre comment elle peut influencer l'écoulement.

Pour faire mieux comprendre l'action tangentielle du fluide on montre slide 2.

1.1.1.1 Actions de contact dans un fluide

Dire un mot sur la pression : force normale.

Pas le temps. Choisir entre ça et l'intro. [Video](#). Bien décrire le setup et dire que le régime permanent est atteint lors de la mesure. On mesure la force nécessaire pour faire bouger les plaques, c'est une force surfacique.

La force dépend de la nature du fluide : introduire η .

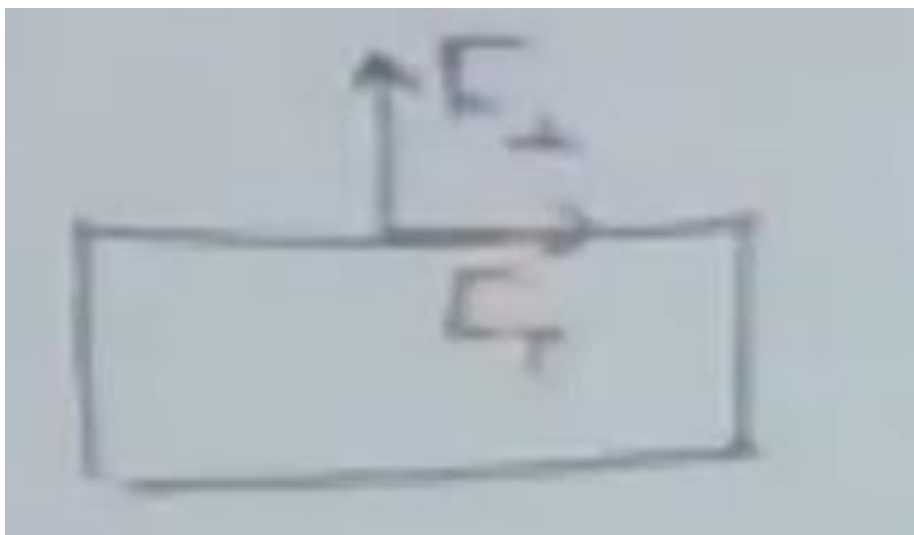
Établir l'expression de la force de viscosité mésoscopique [OGS00] p418 :

- unité de η
- exemples de valeurs [OGS00] p423
- commentaires de [OGS00] p419 pour introduire le caractère diffusif de la viscosité.

Cette forme de la force de viscosité est propre aux fluides newtoniens. Cette relation constitue la définition du coefficient de viscosité dynamique.

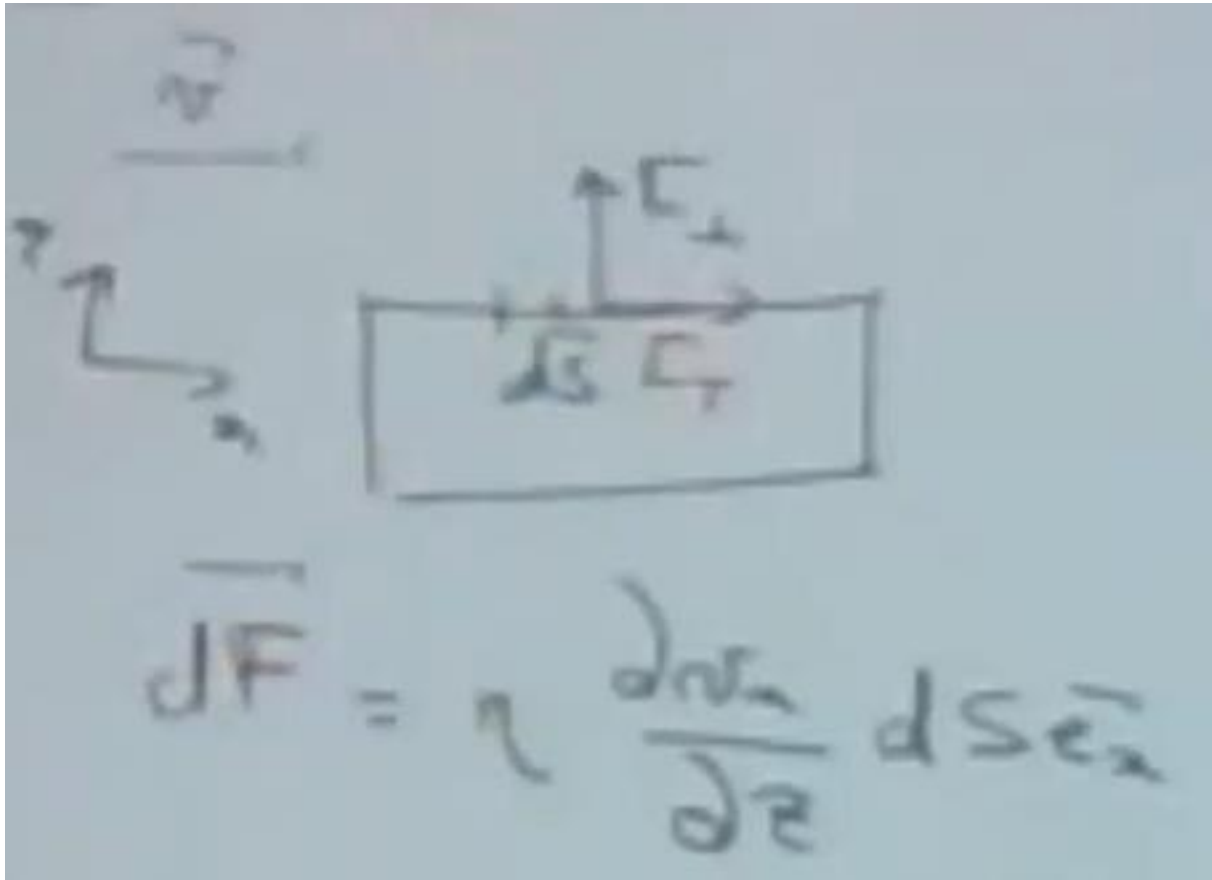
Ici on modélise bien l'interaction avec une paroi, mais dans un fluide il vaut mieux utiliser l'équivalent volumique des forces de viscosité

Dans un fluide on a forces de pression normales (exercée par le fluide dans notre schéma) à la surface et forces tangentielles du à la viscosité, exercée par le fluide sur la surface supérieure (qui peut être une autre couche de fluide ou une paroi). C'est la loi de Newton.



POUR UN FLUIDE NEWTONIEN, Si la surface supérieure est en mouvement par rapport à la particule de fluide, on peut exprimer la force subie par la surface élémentaire dS de la particule fluide

en fonction du coefficient de viscosité dynamique et ici du gradient vertical des vitesses et de la surface. On suppose inhomogénéité du gradient de vitesse selon \vec{e}_z . (à revoir formulation, voir dunod p. 290)

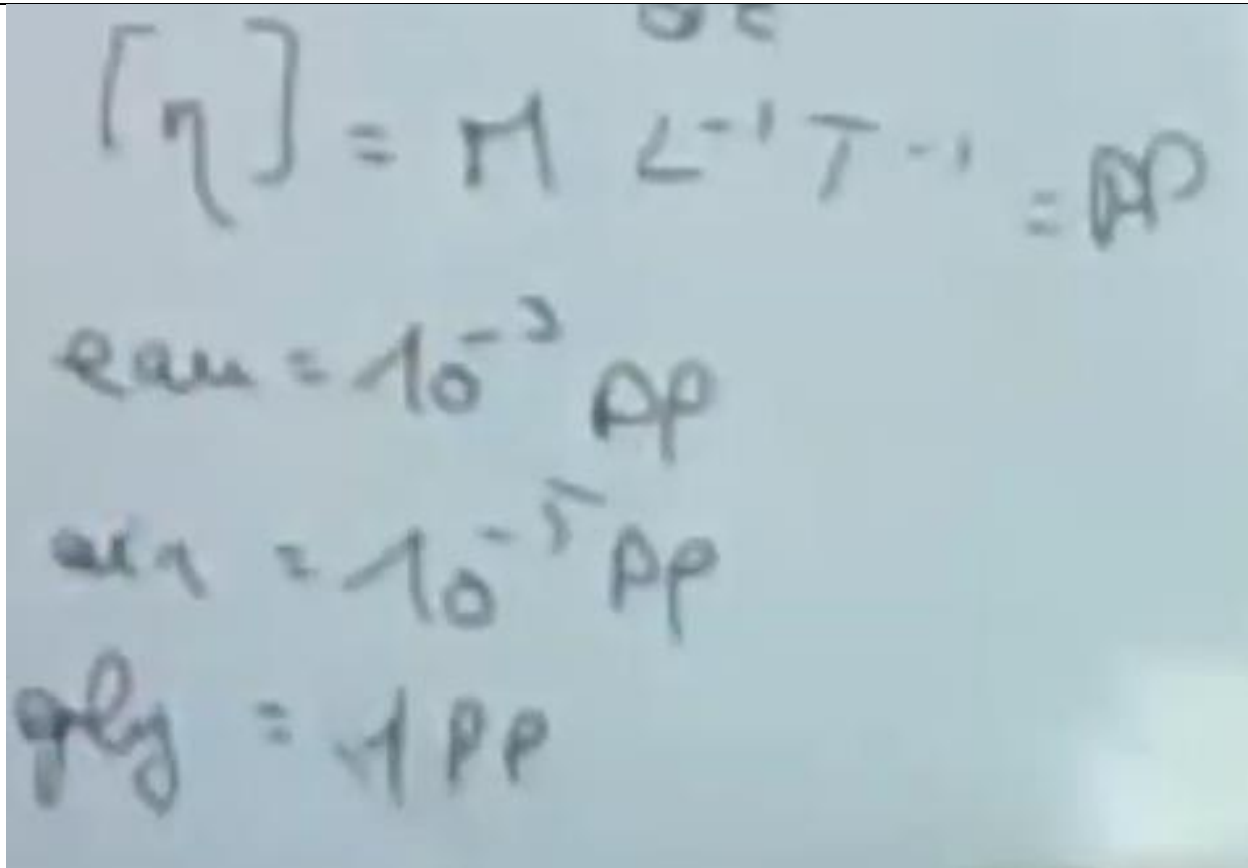


F est la force exercée par la surface sur le fluide.

Rq. Cette équation définit la grandeur η viscosité dynamique.

Donner la définition de fluide newtonien : Un fluide dont la viscosité ne dépend pas des contraintes appliquées. Ceci veut dire que la relation entre la vitesse et la contrainte de déformation est linéaire en vitesse. La contrainte de déformation est ici $-dF$ et l'expression de dF est linéaire en v .

On fait analyse dimensionnelle de η et on donne quelques ODG donner l'unité (poiseuille).



Glycerol déjà très visqueux.

La forme de F montre que Forces de viscosité existent que si on a inhomogénéité de vitesse dans le milieu. Les forces de viscosité ont tendance à homogénéiser la vitesse dans le milieu (c.f. on fait bouger les couches de fluide successives dans l'expérience/slide). Caractère diffusif des forces de viscosité.

On voudrait établir la force volumique de viscosité.

1.1.1.2 Force volumique de viscosité

Faire le bilan sur une particule mésoscopique de fluide [OGS00] p420. Bien faire le schéma et préciser les hypothèses sur l'écoulement. L'expression est valable pour un écoulement incompressible, ce qui est le cas ici.

Se rappeler de la démonstration pour montrer qu'un écoulement incompressible ($\frac{D\rho}{Dt} = 0$) est équivalent à $\text{div } \vec{v}$ avec la conservation locale de la masse et la définition de la dérivée particulaire. Il existe une viscosité de volume ou viscosité volumique qui intervient dans le cas des écoulements compressibles.

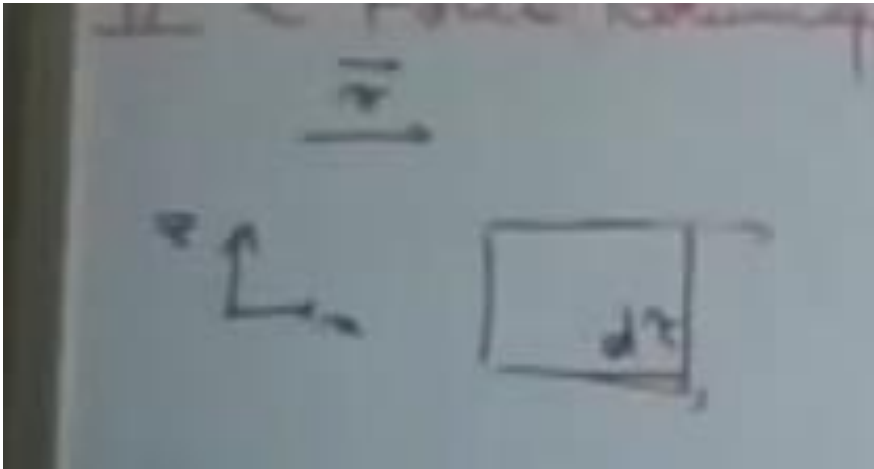
Quelle est l'origine de la viscosité? Comme souvent, l'explication se trouve dans la description de phénomènes microscopiques.

On suppose que l'écoulement se fait selon \mathbf{ex} seulement

On s'intéresse à une particule de fluide dt .

On garde le même profil de vitesse **qui correspond à un écoulement incompressible** ($\text{div}(\mathbf{v}) = 0$).

On peut écrire une force tangentielle dans la partie supérieure de la particule fluide et dans sa partie inférieure.



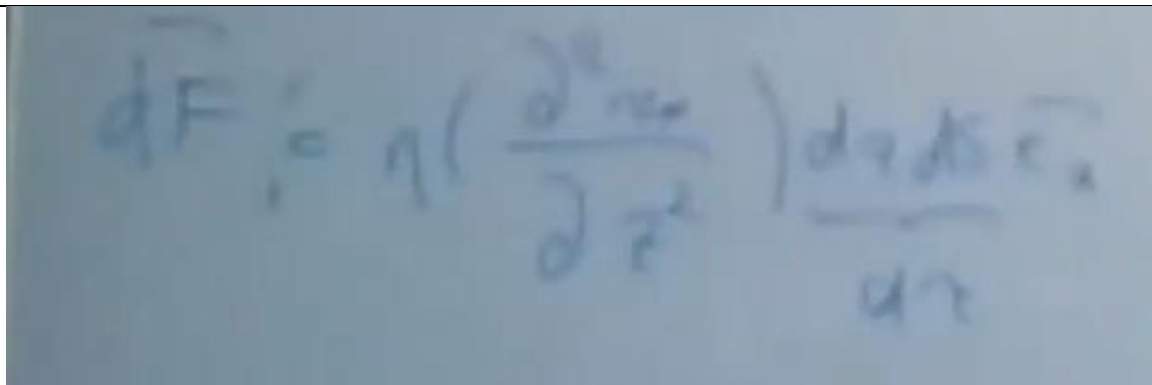
Alors, si on écrit la force subie en haut et en bas en utilisant l'expression établie avant :

$$\vec{dF}(\text{en haut}) = \eta \left. \frac{\partial v_x}{\partial z} \right|_{z+dz} dS \vec{e}_x$$

$$\vec{dF}(\text{en bas}) = -\eta \left. \frac{\partial v_x}{\partial z} \right|_z dS \vec{e}_x$$

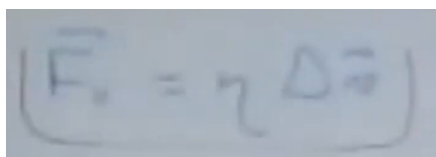
(dans les dérivées ce sont bien des v_x), la hauteur de la particule fluide est dz .

On fait ensuite la somme des 2 contributions :



(voir dunod PC/PC* 292-293, il y a aussi un passage qui parle des fluides newtoniens).

Ceci est vrai pour un cas particulier où la vitesse est sur une seule direction. Ce résultat se généralise en 3 dimensions pour tout fluide incompressible :



Comment comprendre ce résultat à l'échelle microscopique ?

1.1.1.3 Interprétation microscopique qualitative de la viscosité

Dans le cas d'un gaz. Faire un schéma d'un écoulement laminaire avec les différentes couches de fluide et expliquer la variation de quantité de mouvement d'une particule de fluide par le passage d'un atome dans la particule de fluide voisine par l'agitation thermique.

Dire que c'est bien un phénomène diffusif au même titre que la température, où le coefficient qui caractérise l'évolution du système est ν . Justifier sa forme par analyse dimensionnelle.

La modélisation quantitative [OGS00] p424 et [GHP01] p95-99 permet de relier la viscosité à la vitesse quadratique d'un gaz. C'est la modélisation d'Enskog. Il est alors normal que la viscosité soit fonction croissante de la température, contrairement aux liquides dans lesquels les interactions entre particules sont fortes. Voir la page [Wikipedia](#) pour quelques détails.

Comment décrire l'écoulement d'un fluide visqueux ?

(page wikipedia https://fr.wikipedia.org/wiki/Viscosit%C3%A9#Viscosit%C3%A9_des_liquides)

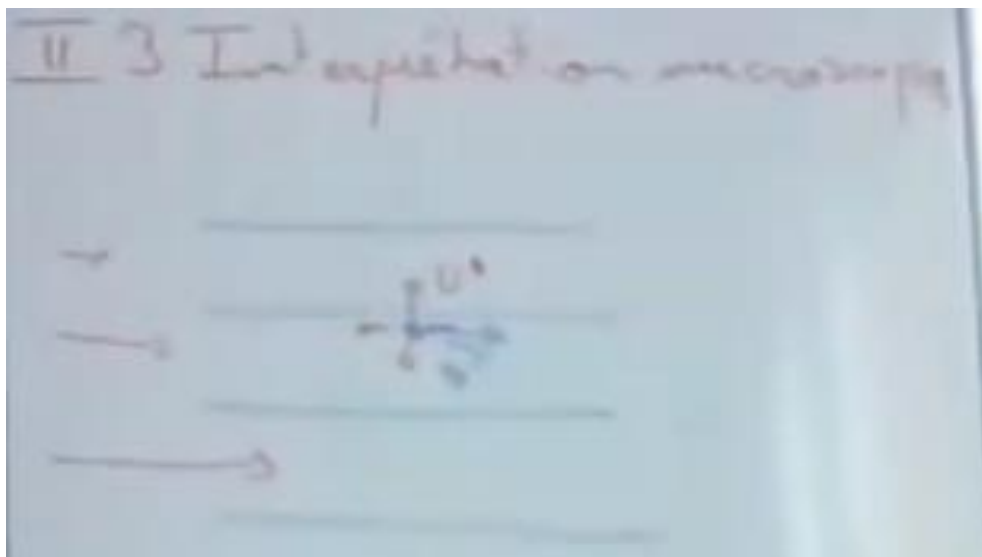
On considère un écoulement laminaire d'un **gaz**, les couches de fluide glissent les unes sur les autres et les interactions entre particules sont faibles.

Rq écoulement laminaire : (écoulement régulier d'un fluide selon diverses couches qui ne s'interpennetrent pas et évoluent en restant parallèles, peu d'interactions ayant lieu entre leurs constituants).

On maintient le profil inhomogène de vitesse selon ez . Et on s'intéresse à une petite particule de fluide.

Du fait de sa position dans l'écoulement il aura une vitesse moyenne égale à celle de la couche de l'écoulement ou elle évolue, mais aussi, du fait de l'agitation thermique, elle aura une composante qui peut être décomposée dans n'importe quelle direction de l'espace. La norme de cette composante est proportionnelle à la vitesse quadratique moyenne due à l'agitation thermique.

Si la particule passe dans une nouvelle couche du gaz, elle emmènera avec elle sa quantité de mouvement qui est différente de celle des autres particules de la nouvelle couche de gaz. C'est le caractère diffusif de la viscosité.



Un calcul complet de la viscosité dynamique dans un gaz a la forme :

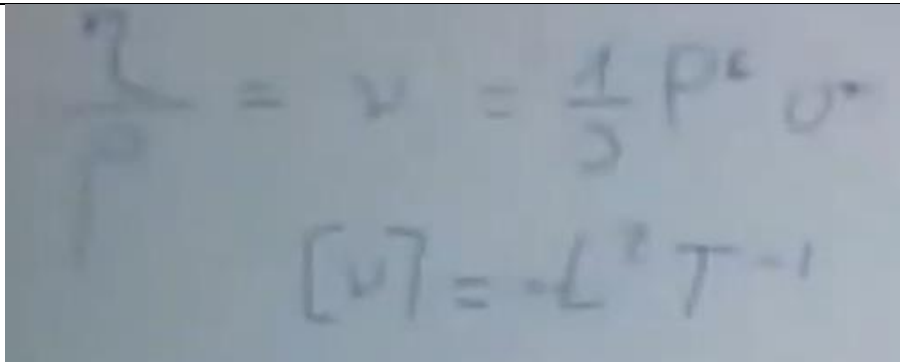
$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2 \lambda$$

(les 2 exposants sont au carré). λ est le libre parcours moyen, il intervient car entre deux chocs il faut que la particule change de couche de fluide.

Si T augmente, la vitesse quadratique moyenne augmente aussi, (théorème de l'équipartition, garder ça pour nous). Donc **POUR UN GAZ**, la viscosité dynamique augmente avec la température.

Pour un liquide par contre la viscosité dynamique diminue avec T . Dans le modèle que nous avons présenté, nous avons négligé les interactions entre particules ce qui est complètement faux pour un liquide. C'est normal que le modèle ne s'applique pas.

Si on divise η par la masse volumique, on obtient un coefficient qui est homogène à un coefficient de diffusion. **On introduit nu, viscosité cinématique.**


$$\frac{\eta}{\rho} = \nu = \frac{1}{3} P^2 v^2$$
$$[\nu] = -L^2 T^{-1}$$

On appuie sur le fait que la viscosité donne naissance à des processus diffusifs (d'énergie).

[13 min]

Quelle influence de la viscosité dans les écoulements visqueux ?

1.1.2 Écoulements visqueux

1.1.2.1 Équation de Navier-Stokes

Suivre [SVSC16] p305. Faire un bilan des forces et appliquer le PFD pour trouver l'équation de Navier-Stokes.

L'équation de Navier Stokes n'est valable que pour un écoulement incompressible et pour un fluide newtonien compte tenu de la forme supposée pour la force volumique de viscosité.

Suivre [OGS00] p422 pour la discussion des termes convectif et diffusif. Faire apparaître explicitement l'équation de diffusion sur la quantité de mouvement.

Viscosité de quelques fluides.

Introduire le nombre de Reynolds [OGS00] p423.

Interprétation du nombre de Reynolds en terme de temps caractéristiques de diffusion et convection dans [GHP01] p101.

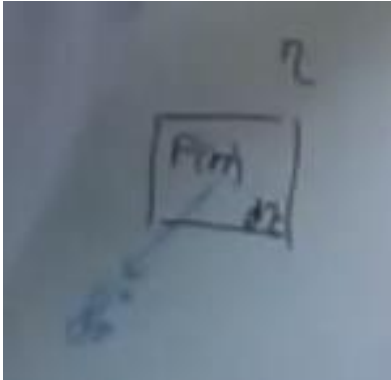
La résolution de l'équation de Navier-Stokes nécessite des conditions aux limites.

Hypothèses pour Navier Stokes (les rappeler) :

- écoulement incompressible (pour utiliser l'expression des forces volumiques de viscosité)
- Fluide newtonien (expression simple de τ)

On considère une particule fluide de volume $d\tau$.

- dans un fluide de viscosité η
- on prend en compte des éventuelles forces de pression dans l'écoulement
- pour être généraux, on ajoute une résultante d'autres forces volumiques \vec{f}_v



On applique le PFD à la particule de fluide. Comme nous l'avons vu précédemment, on utilise alors la dérivée particulaire. Alors :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla} P + \eta \Delta \vec{v} + \vec{f}_v$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} P + \eta \Delta \vec{v} + \vec{f}_v$$

On arrive donc à Navier Stokes qui permet de décrire les écoulements visqueux.

- Le terme $d\vec{v}/dt$ est un terme instationnaire (dépendance en temps)
- Le terme en $\vec{v} \cdot \vec{\nabla}$ est un transport convectif de quantité de mouvement, liée à l'agitation du milieu
- On reconnaît aussi les forces volumiques de pression, et la résultante des autres forces.
- De plus on reconnaît les forces volumiques visqueuses qui correspondent à un terme diffusif.

Cette équation est compliquée à résoudre, notamment à cause du laplacien et le terme en $\vec{v} \cdot \vec{\nabla}$. Nous allons donc essayer de négliger l'un de ces termes aussi souvent que possible dans les écoulements que nous allons étudier.

La question qui se pose est, comment on sait quand on peut négliger le terme convectif ou les forces volumiques visqueuses ?

Rq, si on néglige pression et autres:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{-(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}}_{\text{convection}} + \underbrace{\nu \Delta \vec{v}}_{\text{diffusion}}$$

rq : si on omet le terme convectif on retrouve une équation de diffusion de quantité de mouvement !

On fait le rapport entre les termes convectifs et diffusifs. On fait ensuite une analyse dimensionnelle et on remplace les termes par des valeurs caractéristiques de l'écoulement :

$$Re = \frac{\|(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}\|}{\|\nu \Delta \vec{v}\|} = \frac{U^2/L}{\nu U/L^2}$$

$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

On introduit le nombre de Reynolds. Il est utilisé pour savoir si on a des écoulements turbulents ou laminaires selon ce qui domine est le terme diffusif dans l'écoulement ou le terme convectif.

Montrer video : <https://www.youtube.com/watch?v=eD7LdS6bfOQ>

Si la convection est négligeable devant la diffusion ($Re \ll 1$) alors écoulement laminaire et vice-versa.

On peut aussi interpréter le nombre de Reynolds comme le rapport de deux temps caractéristiques, de diffusion et des phénomènes de convection

$$Re = \frac{\tau_{\text{diffusion}}}{\tau_{\text{convection}}} = \frac{L^2/\nu}{L/U} = \frac{UL}{\nu}$$

Pour résoudre l'équation, même si on la simplifie, il nous faut des conditions limites. Nous allons le mettre en évidence dans un cas particulier.

1.1.2.2 Conditions aux limites

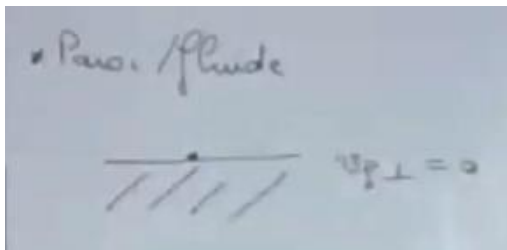
Suivre [Rab19] p25, les explications sont un peu plus poussées que dans [SVSC16].

On néglige ici les effets liés à la tension de surface, mais garder en tête qu'ils apparaissent dès que la surface est courbée (loi de Laplace).

Conditions aux limites. Présenter correctement le tableau directement pour gagner du temps si nécessaire.

Voyons un cas particulier : l'écoulement de Poiseuille.

On s'intéresse à une paroi solide immobile en contact avec un fluide qui possède une viscosité non nulle.

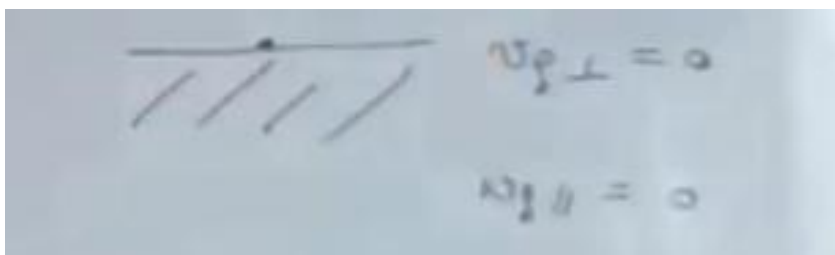


On commence par s'intéresser à la composante normale à la surface. On suppose que le matériau n'est pas poreux. Alors le fluide ne peut pas rentrer dans la paroi.

Ceci se traduit, par continuité que la composante normale de la vitesse de l'écoulement au niveau de la paroi soit nulle.

Nous avons vu que les forces de viscosité résultent des forces tangentielles entre les surfaces des couches de fluide. Ceci est aussi vrai pour l'interface paroi-fluide. Alors comme la paroi est immobile, la force tangentielle exercée à la surface de la paroi va arrêter momentanément les particules de fluide. C'est comme si les particules de fluide restaient accrochées aux rugosités de la paroi.

Alors la vitesse tangentielle de l'écoulement au niveau de la paroi est aussi nulle.



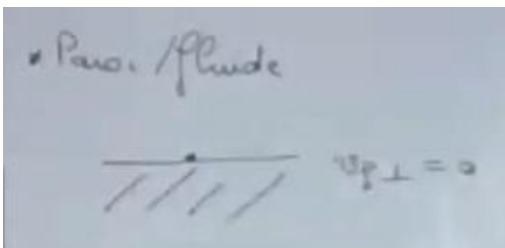
Si la paroi est mobile, les particules de fluide au niveau de la paroi vont la suivre dans son mouvement. On conclut alors que :

En terme de contraintes on déduit :

Où sigma est la contrainte tangentielle exercée par la paroi, et la pression exercée par la paroi sur le fluide est la même que celle qui exerce le fluide sur la paroi.

Au niveau de la paroi.

Attention, si l'écoulement est non visqueux, il y a aucune raison de considérer que les particules de fluide vont s'accrocher à la paroi, alors la seule chose qu'on peut conclure c'est la non pénétration du fluide.



Montrer slide 3 pour résumer la situation. Le raisonnement de la force tangentielle s'applique aussi à une interface paroi-paroi (par contre selon l'écoulement on peut avoir pénétration).

Interface	Vitesse	Pression	Contrainte tangentielle
Paroi solide	$v_{fluide} = v_{paroi}$	$p_{fluide} = p_{paroi}$	$\tau = \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{paroi}$
Fluides	$v_{fluide1} = v_{fluide2}$	$p_{fluide1} = p_{fluide2}$	$\tau_1 = \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{fluide1} = \tau_2 = \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{fluide2}$

On a tous les outils nécessaires pour étudier la dynamique d'écoulements visqueux. Nous allons maintenant regarder un problème particulier, l'écoulement de poiseuille. [21 :45]

1.1.2.3 Écoulement de Poiseuille

Pas faire l'écoulement de Poiseuille ça prend trop de temps. Faire plutôt l'exercice 2.4 de [OGS00] p444 pour insister encore sur le caractère diffusif.

[SVSC16] p351 ou mieux : [OGS00] p435. Retrouver le profil parabolique de vitesse et le montrer en vidéo.

Loi de Poiseuille et expérience de Reynolds. Faire la distinction entre écoulement laminaire et turbulent. Une belle vidéo pour montrer un écoulement à très faible Reynolds.

Écoulement de Poiseuille. Juste une idée, elle est pénible à installer mais bon.

L'exemple de l'écoulement de Poiseuille se prête mal à la discussion autour du nombre de Reynolds : dans la forme supposée de l'écoulement, le terme convectif est exactement nul. Le nombre de Reynolds est alors nul aussi et l'estimation par les grandeurs caractéristiques de l'écoulement est fautive.

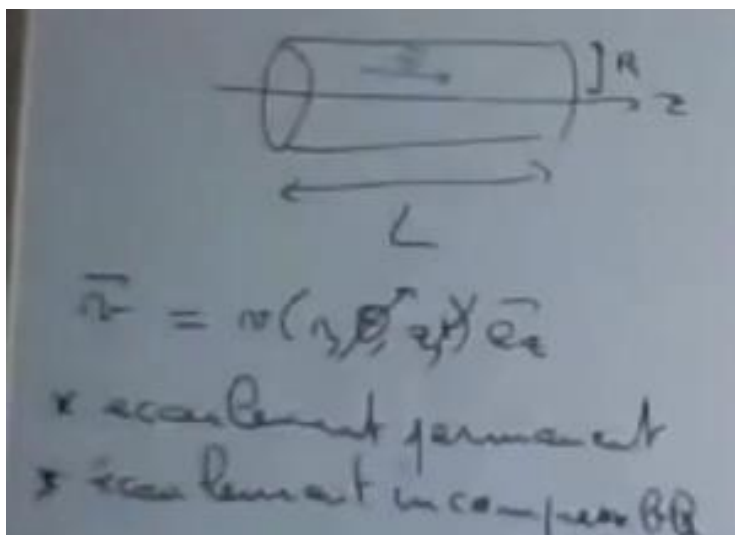
Sur l'analogie électrocinétique : la résistance hydraulique n'a pas la même dépendance en R car le profil de vitesse est différent en raison des conditions aux limites.

La viscosité est associée à des processus de dissipation. Voyons le cas d'un écoulement autour d'une bille.

On s'intéresse à une conduite cylindrique de rayon R , longueur L et d'axe \mathbf{ez} .

HYP :

- vitesse du fluide dirigée que selon \mathbf{ez} .
- Symétrie cylindrique, donc indépendante de θ
- régime stationnaire de l'écoulement (v ne dépend pas de t)
- fluide newtonien
- écoulement incompressible
- conduite horizontale, r suffisamment petit pour négliger la gravité



Si on s'intéresse à la conservation du débit, on conclut que la vitesse ne dépend pas de z .

Donc $v(r)\mathbf{e}_z$.

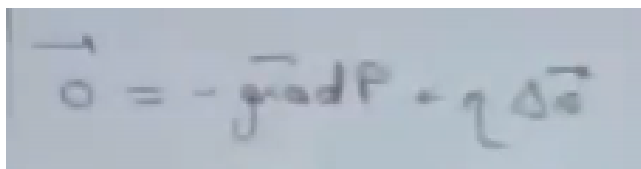
Pour la pression, à priori elle dépend de r et de z (régime stationnaire donc pas de dépendance en t).

On s'intéresse alors aux termes de l'équation de Navier Stokes :

$$dv/dt = 0$$

$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$ s'écrit **SLIDE**, et on montre alors qu'il est nul.

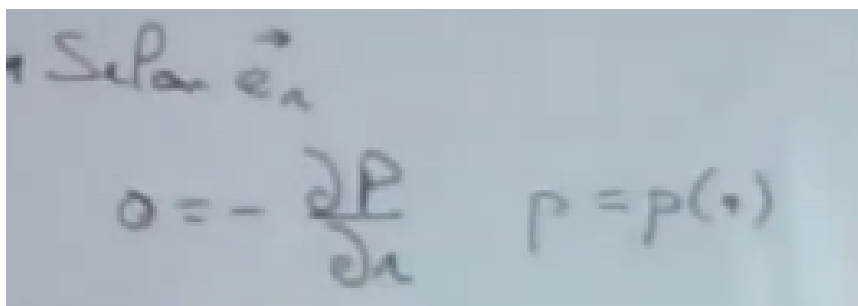
Lors l'équation de Navier Stokes s'écrit :



$$\vec{0} = -\vec{\text{grad}} P + \eta \Delta \vec{v}$$

On projette alors selon \mathbf{e}_r .

Pas de composante de vitesse selon \mathbf{e}_r , donc :



$$0 = -\frac{\partial P}{\partial r} \quad p = p(r)$$

P ne dépend que de z .

On projette selon \mathbf{e}_z .

Rq, le laplacien cylindrique est aussi une monstruosité :

$$\Delta \mathbf{A} = \left(\frac{\partial^2 A^r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A^r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 A^r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A^r}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial A^\theta}{\partial \theta} - \frac{A^r}{r^2} \right) \mathbf{u}_r + \left(\frac{\partial^2 A^\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A^\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 A^\theta}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A^\theta}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A^r}{\partial \theta} - \frac{A^\theta}{r^2} \right) \mathbf{u}_\theta + \left(\frac{\partial^2 A^z}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A^z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 A^z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A^z}{\partial r} \right) \mathbf{u}_z$$

Heureusement on s'intéresse que à la coordonnée v_z qui dépend de r , donc deux derniers termes

$$0 = -\frac{dP}{dz} + 2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_r}{dr} \right)$$

O a des dérivées par rapport à z et r, et une égalité qui est vraie pour tout r et z.

Donc on déduit que

$$\frac{dP}{dz} = C \Rightarrow P(z) - P(0) = Cz$$

En particulier :

$$P(L) - P(0) = CL$$

De même :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) &= \frac{C_r}{2} \\ r \frac{dv}{dr} &= \frac{C_r r^2}{2} + D \end{aligned}$$

Avec D une constante d'intégration

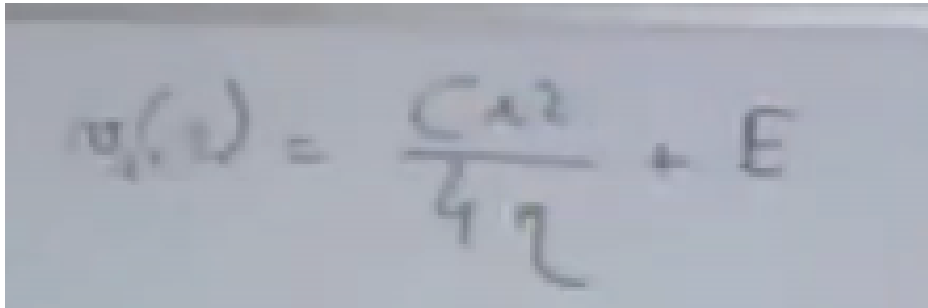
On fait passer r de l'autre côté

$$\frac{dv}{dr} = \frac{C_r}{2} r + \frac{D}{r}$$

(refaire le calcul car les notes confondent éta, r et 2).

Or le terme en D diverge quand $r = 0$ (centre de la conduite, donc forcément il est nul).

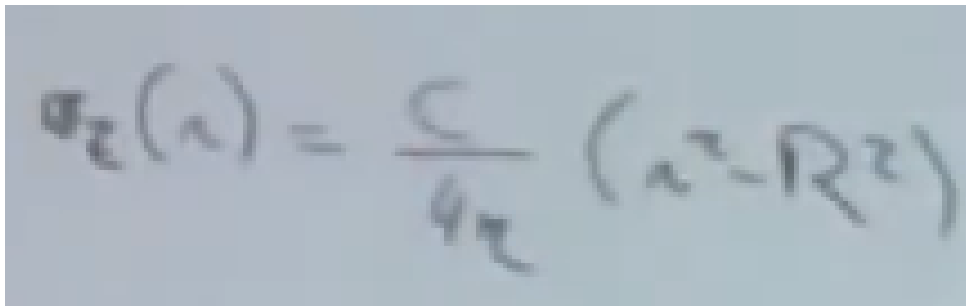
On intègre une deuxième fois :


$$v_z(r) = \frac{C r^2}{4\eta} + E$$

Cette constante d'intégration on la trouve avec les conditions limites.

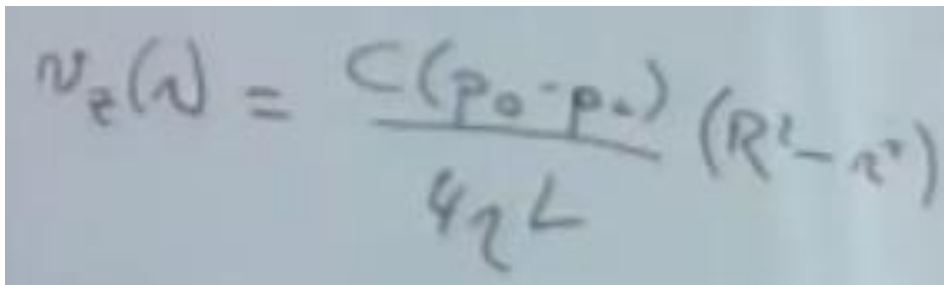
$v_z(R)$ est nulle car la conduite est immobile et l'écoulement est visqueux (égalité des vitesses tangentielles à la paroi).

On trouve alors :


$$v_z(r) = \frac{C}{4\eta} (r^2 - R^2)$$

On connaît déjà la constante C grâce à l'équation de la différence de pression aux bouts de la conduite.

On trouve alors :


$$v_z(r) = \frac{C(p_0 - p_L)}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

ATTENTION, LE C EST EN TROP ET ON A INVERSÉ LE R-r ET LE P0-PL

ON retrouve un profil parabolique en vitesse (montrer une slide, ou une video pour montrer le profil de l'écoulement.)

<https://www.youtube.com/watch?v=BMgRU2luWMg&feature=youtu.be>

rq. On peut monter aussi la réversibilité des équations avec la video. Ça peut être une bonne façon d'introduire les notions de fluides très visqueux ou on est réversible. Lire le poly de cours sur les écoulements réversibles et regarder si on ne peut pas en parler un peu. Ça peut être très intéressant.

On a forcément une baisse de pression à la sortie de la conduite par rapport à l'entrée. Ceci est liée au caractère dissipatif des forces de viscosité.

Se renseigner rapidement sur le viscosimètre qui marche avec l'écoulement de Poiseuille.

Rq. La dissipation se traduit par l'échauffement du fluide (partout où il y a un gradient de vitesses) et l'échauffement de la paroi. On dissipe de l'énergie car l'énergie du système est liée à l'énergie cinétique du fluide mais aussi au travail des forces de pression. Le fait que l'énergie liée au travail des forces de pression soit plus faible en sortie de la conduite quand la vitesse du fluide reste constante, montre que il y a eu une dissipation d'énergie.

En mesurant le débit en fonction de la différence de pression dans une canalisation cylindrique nous pouvons estimer alors la viscosité dynamique du fluide.

Attention, lire la remarque sur le Reynolds pour cet écoulement dans le scan pdf. [31 :16]

1.1.3 Écoulement autour d'une sphère

1.1.3.1 Viscosimètre à chute de bille

Faire l'expérience qualitative pour introduire le fait que l'écoulement de fluide visqueux est à l'origine d'une traînée. Supposer « comme d'habitude » une force de frottement linéaire en la vitesse et calculer la vitesse limite. Présenter le principe de l'expérience et faire le calcul de la vitesse limite puis faire la manip.

Chute d'une bille dans le glycérol. L'expression de la vitesse limite trouvée dépend fortement des conditions aux limites. Elle n'est valable exactement que pour un fluide infini ce qui n'est pas le cas ici. Elle constitue une bonne approximation si le diamètre du contenant est cent fois plus grand que celui de la bille. Voir le poly de TP et le BUP pour plus d'informations là dessus.

Avoir en tête d'autres méthodes pour déterminer la viscosité d'un fluide :

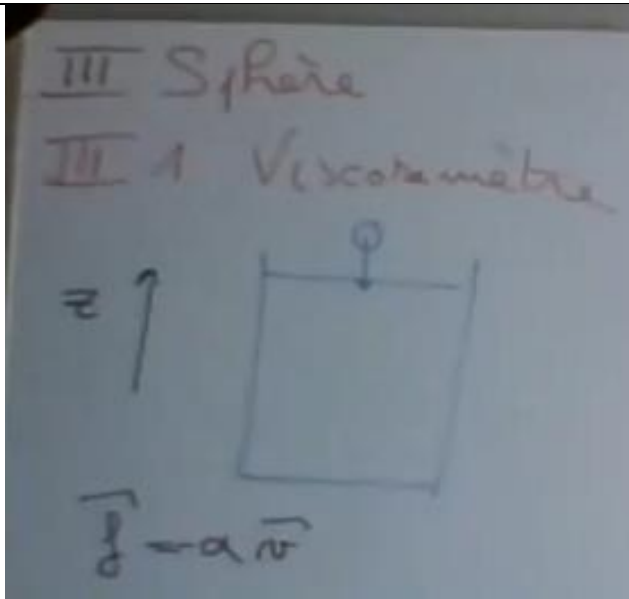
- viscosimètre à écoulement libre ;
- rhéomètre.

En fait l'expression de la traînée est plus complexe et dépend du nombre de Reynolds.

On présente un autre viscosimètre, le viscosimètre à chute de bille.

Présenter le schéma expérimental ou une vidéo.

Quand une bille chute dans un fluide on a l'habitude de supposer des forces de frottement f :



On utilise la formule de Stokes pour exprimer α , elle dépend de la viscosité et le rayon R de la bille.

$$\vec{f} = -6\pi\eta R \vec{v}$$

Rq. La formule de Stokes nécessite des hypothèses suivantes :

- faible Reynolds autour de la bille
- bille sphérique
- loi des interfaces (parois, surface, bas de la cuve)

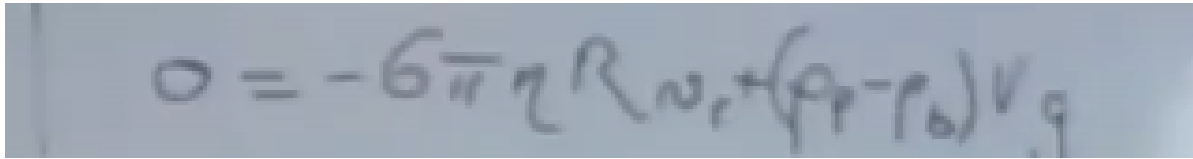
La bille est aussi soumise à son poids et à la poussée d'Archimède égale au volume de fluide déplacé.

$$P = m \vec{g} = \rho_b V \vec{g}$$

$$\vec{\Pi}_A = -\rho_f V \vec{g}$$

On s'intéresse à la vitesse limite.

On fait le PFD projeté sur la verticale.


$$0 = -6\pi\eta R v_r + (\rho_p - \rho_b) V g$$

Vrai loin des parois.

On peut faire ceci en manip, en mesurant la vitesse limite on peut remonter la viscosité.

Rq. Pour des billes de masse volumique identique, c'est la plus petite bille qui atteint la vitesse limite le plus rapidement. Quand on atteint la vitesse limite, on égalise les forces de frottement et le poids corrigé (avec la poussée d'Archimède). Or le poids corrigé est en début de chute plus important que les forces de frottement. Les forces de frottement varient en R tandis que la différence de densité varie en R^3 (V). Faire diminuer le rayon de la bille diminue alors la différence entre les deux termes. En pratique ça dépend aussi de comment on lâche la bille.

L'expression simple des forces de viscosité n'est pas général, elle dépend du régime turbulent ou laminaire.

Suivant le nombre de Reynolds on peut avoir une force de traînée. Ceci n'a pas été traité mais le garder en tête et le lire au cas où. Nous avons aussi un TD là dessus.

--

Questions posées par l'enseignant

--

Commentaires donnés par l'enseignant

Partie réservée au correcteur

