Titre : Diffraction de Fraunhofer

Présentée par : Raphael Leriche

Rapport écrit par : Bernard Chelli

Correcteur : Agnès Maître

Date : 6/11/2019

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
TD Optique Diffraction 1 et 2 du centre de préparation de l'agrégation Montrouge	**Clément Sayrin**		2018-2019
Cours Optique Magistère de physique fondamentale de Paris Orsay	Jerome Leygnier		-
https://femto-physique.fr/optique/diffraction-de-fraunhofer.php			

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : L3

Prérequis :
Optique Géométrique ;
Interférences à deux ondes ;
Transformée de Fourier ;
Produit de convolution

Plan :

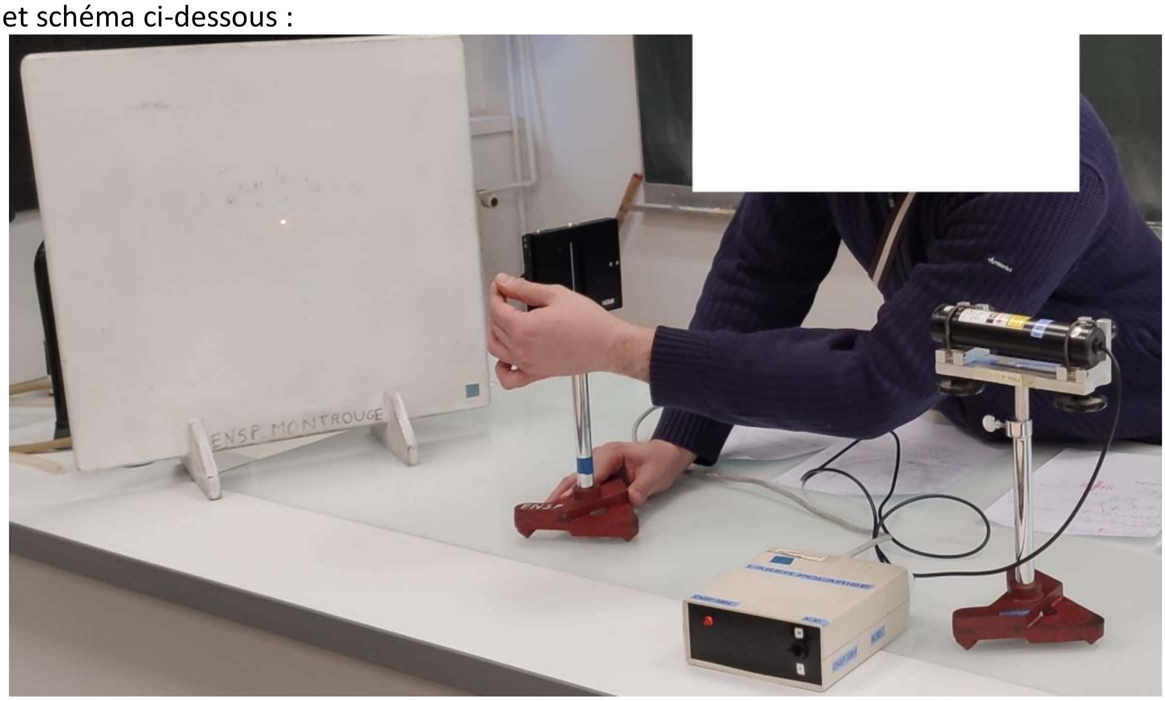
I) Présentation du phénomène de diffraction
   a. Principe de Huygens-Fresnel
   b. Approximation de Fraunhofer
   c. Cadre d'application de la diffraction de Fraunhofer

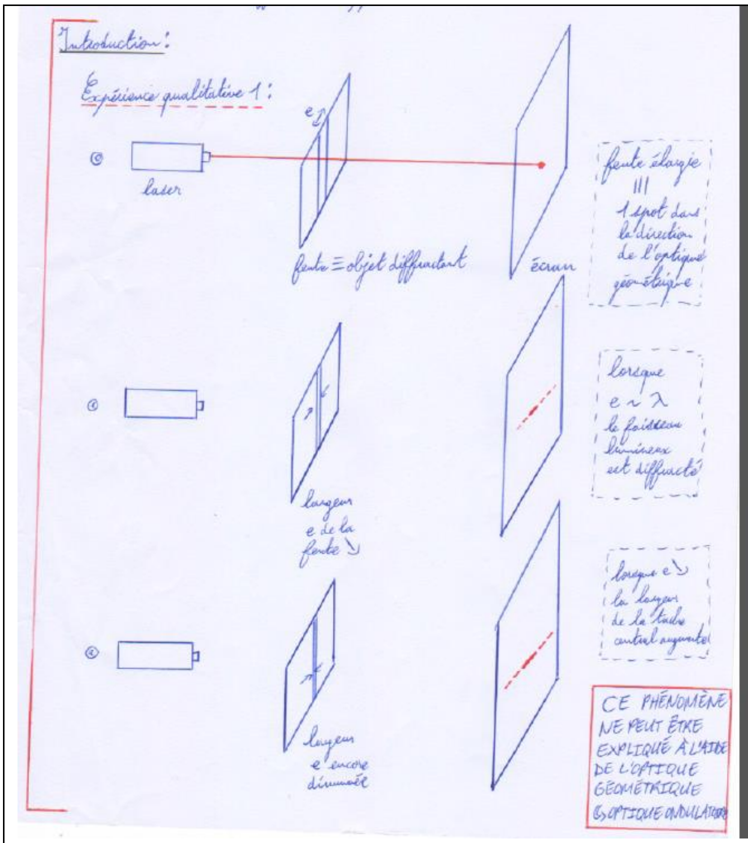
II) Exemples de figures de diffraction
   a. Diffraction par une fente triangulaire
   b. Retour sur les fentes d'Young

III) Limitations dues à la diffraction/applications
   a. Résolution angulaire limite
   b. Filtrage spatial, expérience d'Abbe

<u>Introduction</u>

Mise en évidence de l'aspect ondulatoire de la lumière par expérience qualitative 1 de la photo et schéma ci-dessous :





Rq. On peut éventuellement montrer que les interférences sont non localisées. En bougeant l'écran on a toujours la figure de diffraction. Cependant, il ce concept est abordé plus naturellement dans la leçon sur les interféromètres à division d'amplitude dont la localisation des interférences sont une caractéristqiues. Donc ne pas insister sur ceci.

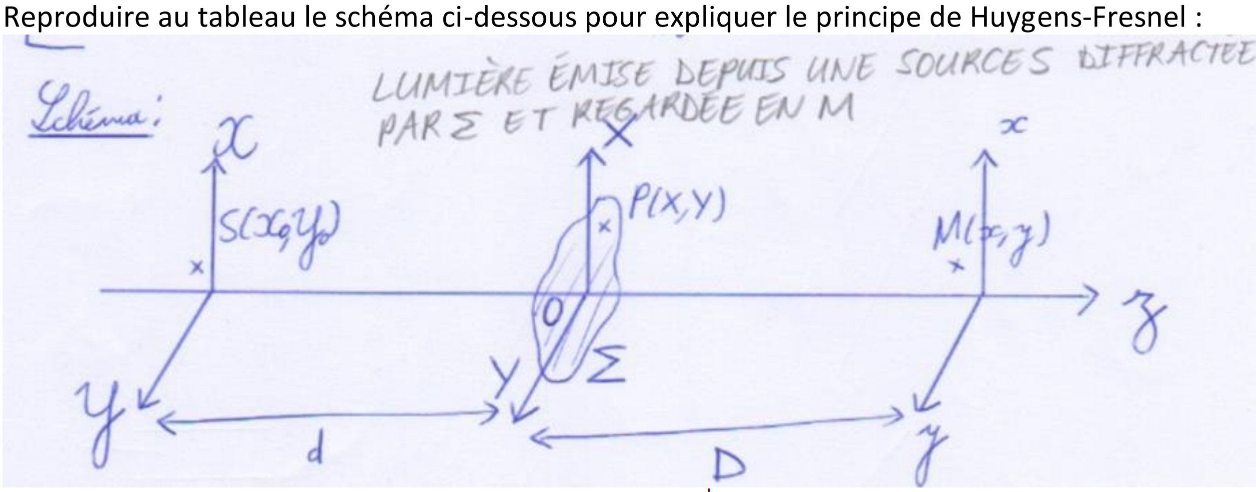
<u>I-a)</u> *(on est à 2min 20sec de leçon)*
Transition avec Faire un parallèle entre les vagues et les ondes EM de l'image ci-dessous. Notamment décrire comportement à l'approche d'un obstacle (slides se retrouvent sur Dropbox groupe).

Faire Rappel : Dans l'interférence à 2 ondes on adopte le modèle scalaire de la lumière. On pose s(M) la vibration lumineuse en M. Cette modélisation a été traité dans la leçon Interférences à deux ondes (c.f. prérequis).

Énoncer le principe de Huygens-Fresnel (l'écrire au tableau) :

Chaque point P d'une surface Σ atteint par la lumière émise par la source S se comporte comme une source secondaire émettant une onde sphérique.
La vibration lumineuse émise par l'élément de surface dΣ centré en un point P est proportionnelle à dΣ et à la vibration lumineuse de l'onde incidente arrivant en P.
Les vibrations lumineuses issues des différentes sources secondaires sont cohérentes entre elles et interfèrent pour donner l'onde finale.

Reproduire au tableau le schéma ci-dessous pour expliquer le principe de Huygens-Fresnel :



Introduire le facteur de transmission $t(X,Y) = \frac{s(X,Y,0^+)}{s(X,Y,0^-)}$

Établir le calcul de s(M) au tableau :

$s(M) = As(P)\frac{e^{ikPM}}{PM}t(X,Y)dXdY$ Avec :

$s(P) = s_0\frac{e^{ikSP}}{SP}$, alors

$$s(M) = A\left(\iint t(X,Y)s(P)\frac{e^{ikPM}}{PM}dXdY\right)$$

<u>I-b)</u> *(On est à 13 minutes du début de la leçon)*

Les équations font intervenir SP et PM, s'appuyer sur le schéma pour écrire :

$$PM = \begin{pmatrix} x-X \\ y-Y \\ D \end{pmatrix} \quad et \quad SP = \begin{pmatrix} X-X_0 \\ Y-Y_0 \\ -d \end{pmatrix}$$

Écrire la distance pour PM de manière explicite :

$$PM = \sqrt{(x-X)^2+(y-Y)^2+D^2}$$

$$PM = D\sqrt{1+\left(\frac{x}{D}\right)^2+\left(\frac{y}{D}\right)^2+\left(\frac{X}{D}\right)^2+\left(\frac{Y}{D}\right)^2-2\frac{xX}{D^2}-2\frac{yY}{D^2}}$$

Introduire l'approximation e Fraunhofer : diffraction d'une source ponctuelle à l'infini en champ lointain (diffraction à l'infini). Donc D et d très grandes devant la taille de l'objet diffractant. Donc on néglige thermes quadratiques dur X et Y et on fait un DL pour trouver :

$$PM = D\left(1+\frac{x^2+y^2}{2D^2}-\frac{xX}{D^2}-\frac{yY}{D^2}\right)$$

Le même calcul pour SP donne :

$$SP = d\left(1+\frac{X_0^2+Y_0^2}{2d^2}-\frac{X_0X}{d^2}-\frac{Y_0Y}{d^2}\right)$$

On obtient alors

$$s(M) = \frac{As_0}{dD}e^{ik\left(d+\frac{X_0^2+Y_0^2}{2d}\right)}e^{ik\left(D+\frac{x^2+y^2}{2D}\right)}\left(\iint t(X,Y)e^{-ik\left(\frac{x}{D}+\frac{X_0}{d}\right)}e^{-ik\left(\frac{y}{D}+\frac{Y_0}{d}\right)}dXdY\right)$$

Expliquer pourquoi on peut sortir les thermes de l'intégrale et pourquoi on garde que l'ordre zéro pour le dénominateur et l'ordre 1 pour la phase.

Introduire les angles directeurs des rayons :

$$\alpha = \frac{x}{D} \quad et \quad \alpha_0 = \frac{X_0}{d}$$

$$\beta = \frac{x}{D} \quad et \quad \beta_0 = \frac{X_0}{d}$$

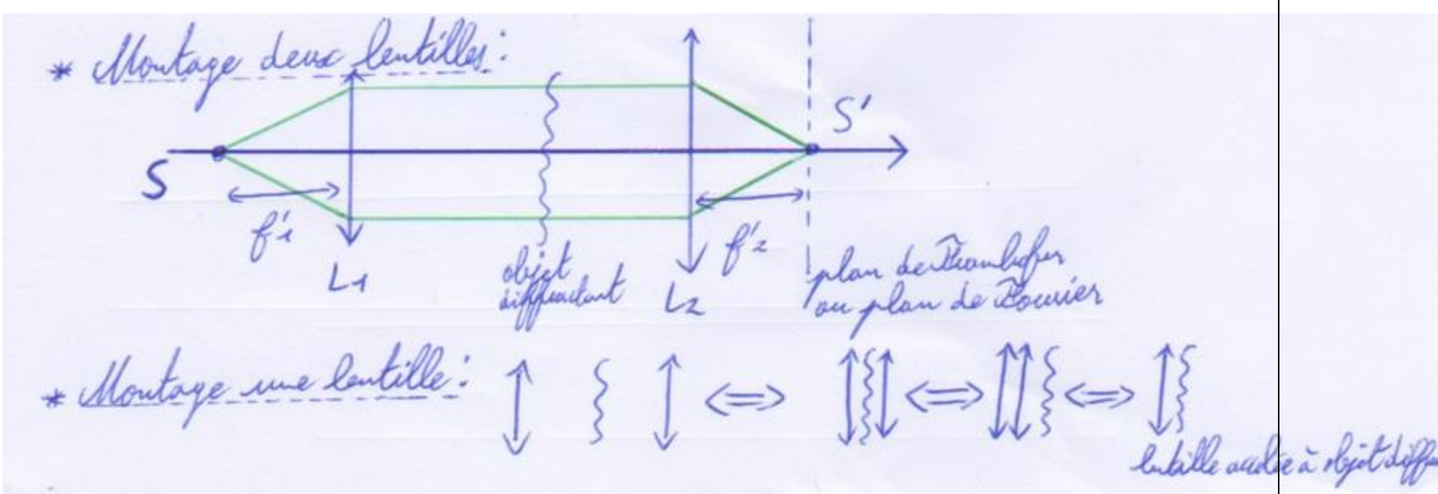
Alors on reconnait l'expression de la transformée de Fourier :

$$s(M) = \frac{A'}{dD}\left(\iint t(X,Y)e^{-i2\pi\left(\frac{\alpha-\alpha_0}{\lambda}+\frac{\beta-\beta_0}{\lambda}\right)}dXdY\right)$$

C'est la formule de Fraunhofer.

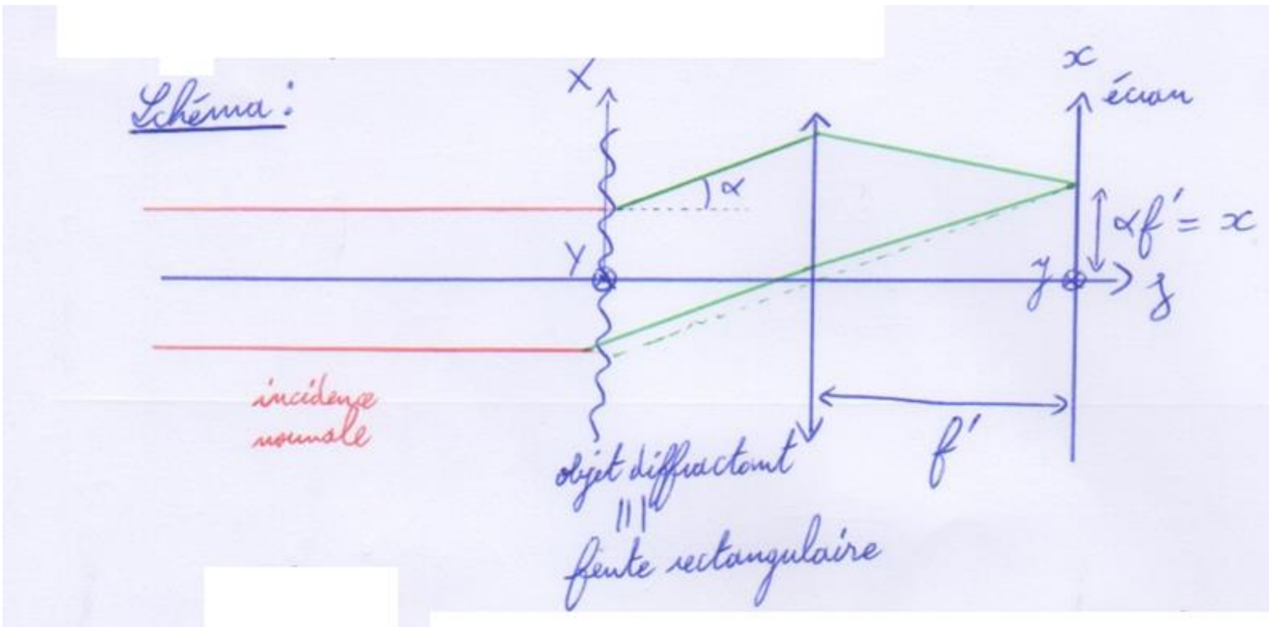
<u>I-c)</u> (*on est à 22 min de leçon)*

Expliquer que dans la modélisation, comme la source ponctuelle est à l'infini l'onde incidente est plane. D'où montage à deux lentilles rentre dans l'approximation de Fraunhofer. Dessiner schéma ci-dessous pour expliquer. Expliquer comment on peut passer au schéma avec une lentille en se basant sur le diagramme ci-dessous.



II-a) *(nous sommes à 25 min de leçon)*

Faire le lien avec la formule de Fraunhofer établie plus tôt dans la leçon. On obtient da,s le plan image de la source (ici au foyer de la lentille) la transformée de Fourier de l'objet diffractant qui est ici une fonction porte rectangulaire de longueurs a et b.



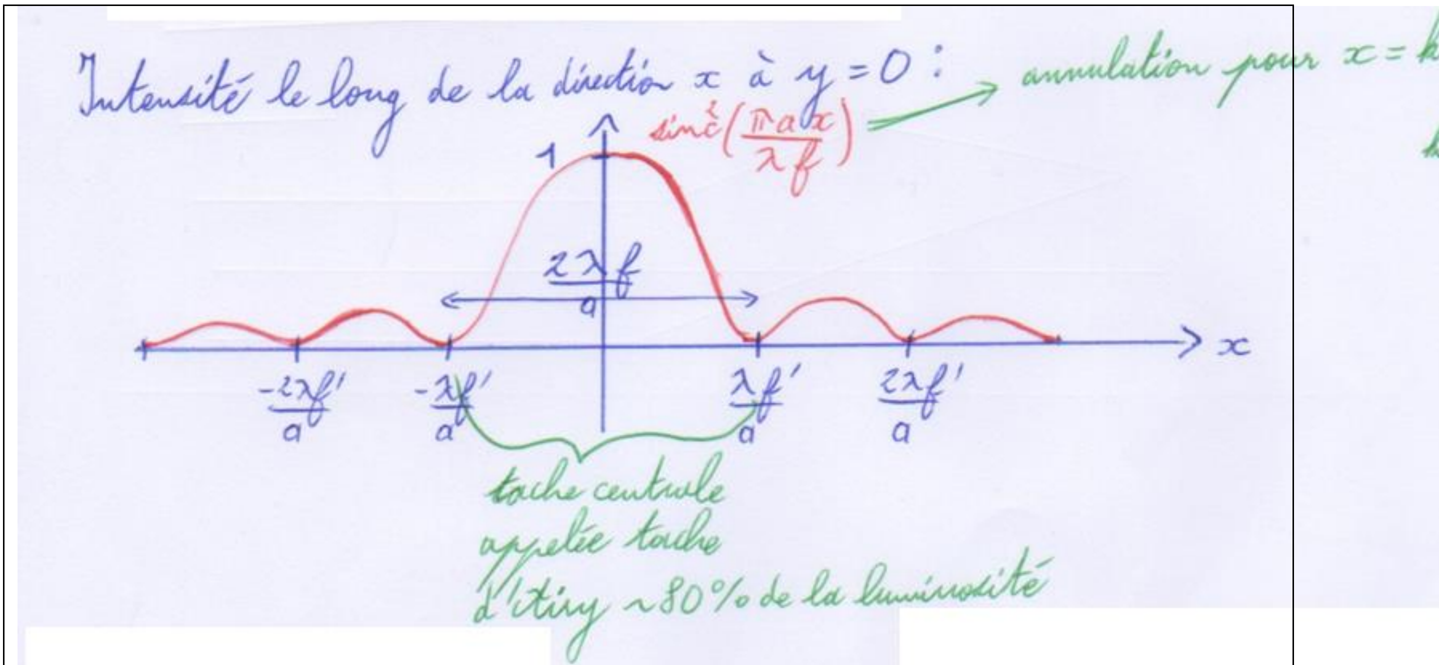
Rq. On peut expliciter en prérequis la transformée de Fourier d'une fonction porte.
Dessiner schéma ci-dessous pour introduire l'angle α et surtout la dépendance en x avec la focale de la lentille.
Rq. Il faut savoir poser le calcul de la TF d'une fonction porte.

Alors :

$$s(M) = \propto sinc\left(\frac{\pi a x}{\lambda f'}\right) sinc\left(\frac{\pi b y}{\lambda f'}\right)$$

$$I(M) = \propto sinc^2\left(\frac{\pi a x}{\lambda f'}\right) sinc^2\left(\frac{\pi b y}{\lambda f'}\right)$$

Discuter de la figure de diffraction obtenue et de l'annulation de la figure avec le schéma ci-dessous. Notamment la tâche centrale est la tâche d'Airy et contient 80% de la luminosité :



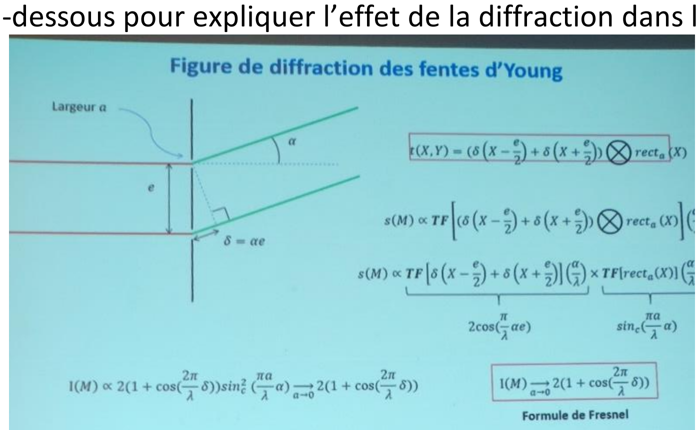
Rq. Il peut être intéressant de dire deux mots sur la diffraction d'une ouverture circulaire, on peut la relier aux diaphragmes des instruments optiques (i.e. lunette astronomique). Pas la peine de discuter de la formule (complexe) mais au moins dire que la tâche d'Airy vaut ~1,22.λ.f'/d.

Rq. Il faut connaitre la notion d'ouverture numérique et le lien avec la diffraction.

(on est à 31min30 de leçon).

Rq IMP. Il est important de garder du temps pour faire l'expérience d'Abbe et l'expliquer correctement. On peut ici faire le III-b) et faire le choix de passer moins de temps sur le II-b ou III-a). Il est recommandé de faire ceci si on est à plus de 28 minutes de leçon à cet instant.

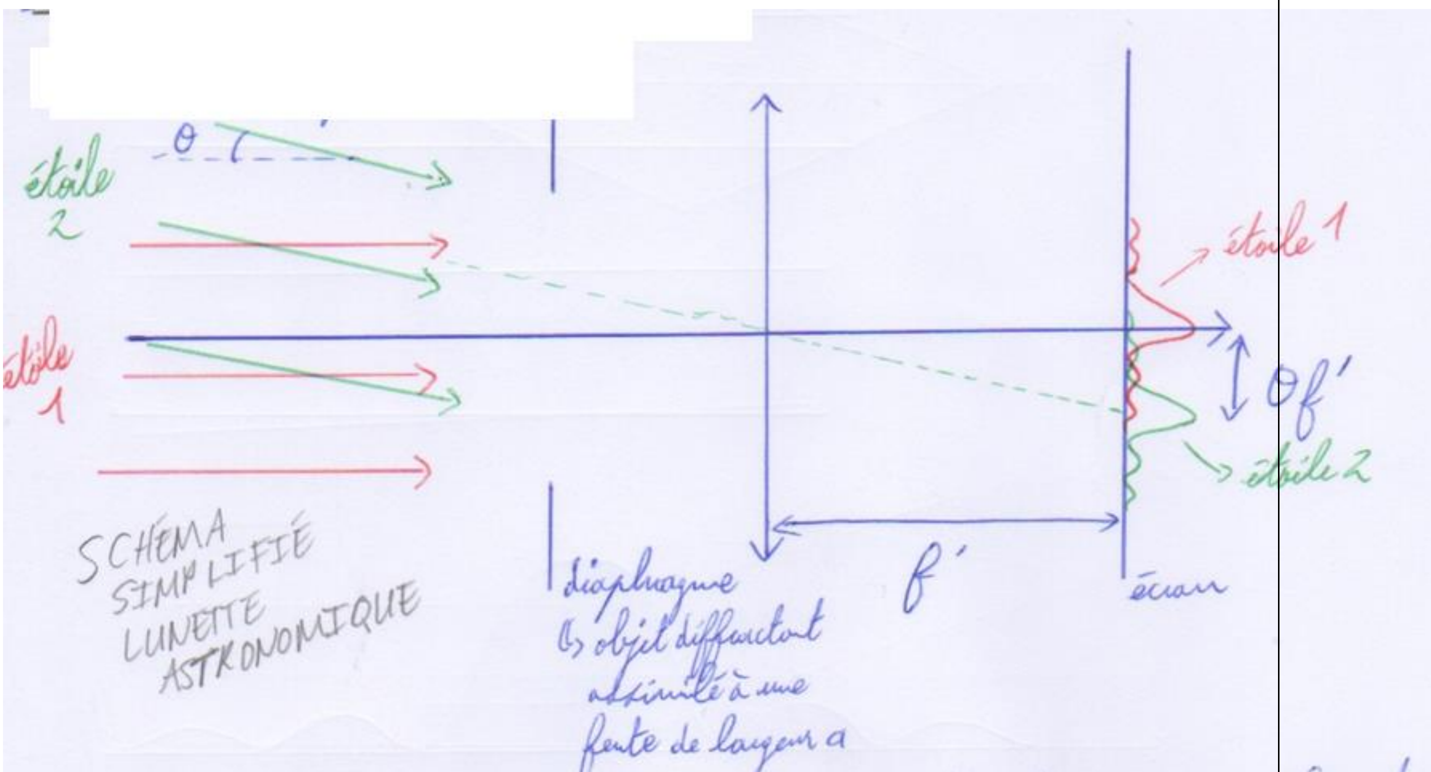
II-b) Utiliser le slide ci-dessous pour expliquer l'effet de la diffraction dans les fentes d'Young.



Le slide est à disposition sur le dropbox du groupe. Ne pas passer plus de 3 minutes sur cet exemple.

III-a) (*On est à 34 min de leçon, ce temps est trop court pour faire l'experience d'Abbe et introduire proprement le critère de Rayleigh, si on est dans cette situation introduire le critère de Rayleigh* sans demonstration *comme un critère pour séparer deux points proches en s'appuyant sur la superposition de deux fonctions sinc et garder au moins 4-5 min pour l'experience d'Abbe*).

Introduire le problème de la limite de résolutio angulaire en utilisant un exemple de deux étoiles lointaines proches l'une de l'autre qui agissent comme deux points sources qui sont pas cohérents entre eux (Somme des intensités). On suppose un diaphragme carré pour simplifier les calculs. Utiliser le schema ci-dessous :



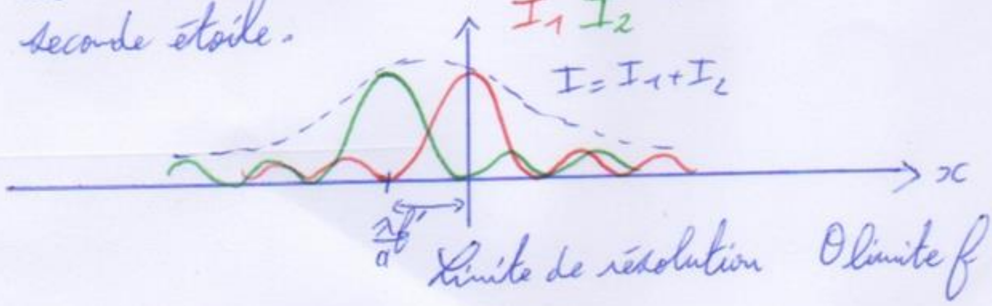
La tâche d'Airy pour chaque étoile est centrée sur l'image géométrique du point source et autour on observe la figure de diffraction. Si les étoiles sont trop proches la somme des deux figures fait qu'on ne peut plus les distinguer.

Énoncer le critère de Rayleigh qui est empirique : Limite de résolution atteint quand le maximum de l'intensité de la tâche d'une étoile correspond à la première annulation pour la seconde étoile.

Montrer le critère avec le schéma ci-dessous :

Critère de Rayleigh :

Limite de résolution atteinte quand le maximum d'intensité de la tache d'une étoile correspond à la première annulation pour la seconde étoile.



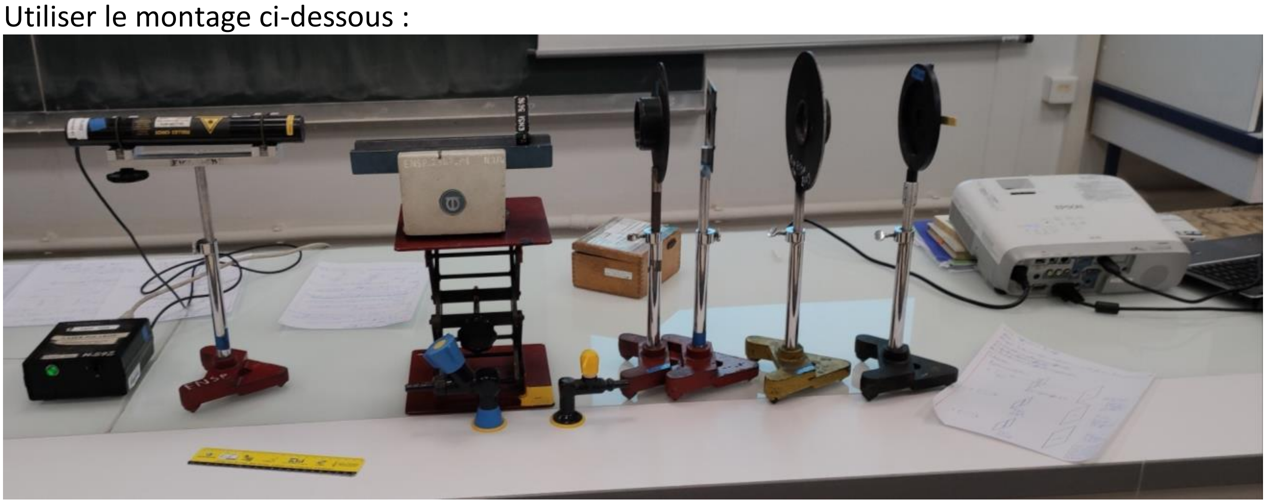
$$\theta_{limite} f' = \frac{\lambda f'}{a}$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta_{limite} = \frac{\lambda}{a}}$$

Rq. Le critère de Rayleigh est plus adapté pour la vision des hommes/femmes. En général un détecteur peut résoudre deux points sources légèrement plus proches.

III-b) *(on est à 38min 40 sec de leçon, on dépasse du temps imparti)*

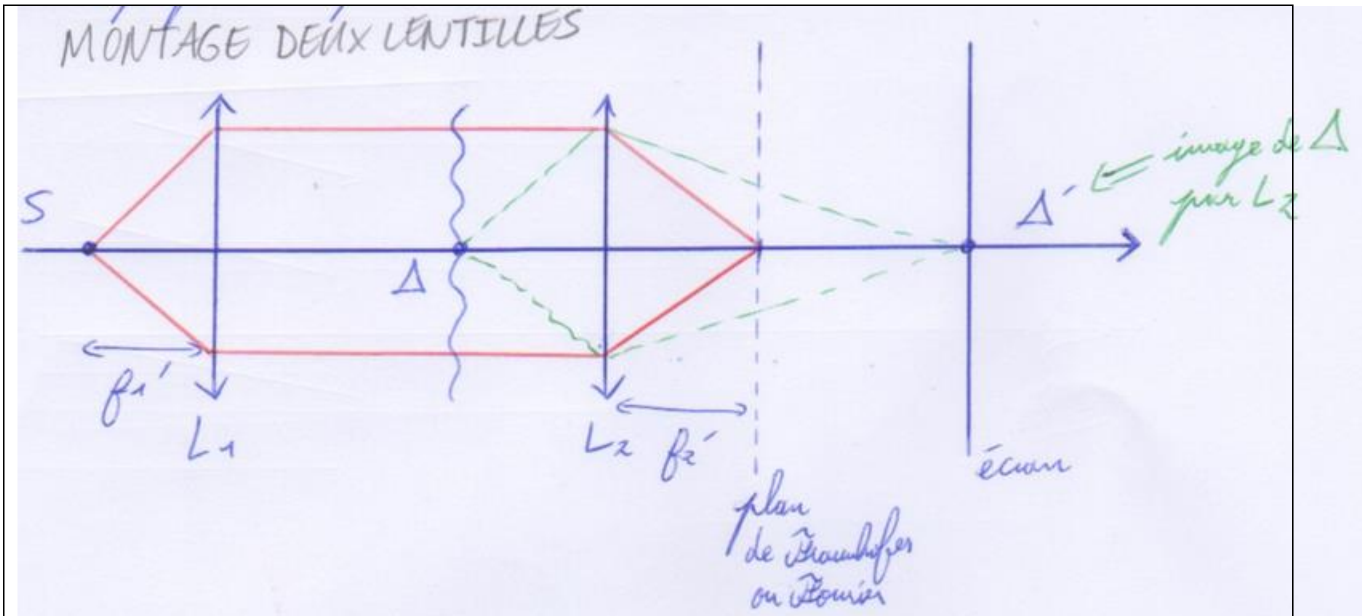
Utiliser le montage ci-dessous :



Les focales des lentilles sont respectivement :
- 5mm pour l'élargisseur de faisceau ;
- 15cm pour la première lentille ;
- 10cm pour la deuxième lentille.

Utiliser le laser rouge et un réseau comme objet diffractant.
Faire attention à bien centrer et aligner le montage. De même faire en sorte que le faisceau soit ni trop haut ni trop bas pour pouvoir tourner la fente réglable de la position horizontale à verticale pour couper les fréquences horizontales et verticales.

Dessiner ou mettre sous slide le montage de l'expérience d'Abbe ci-dessous :



L’expliquer et montrer :

- La position spatiale de la TF et la figure de diffraction qu’on obtient pour un réseau carré ;
- La position de la figure de diffraction à l’infini ;
- Le filtrage vertical et horizontal ;
- L’invariance de la figure de diffraction s on bouge l’objet diffractant entre les deux lentilles (Attention la position du plan de Fourier va varier si on bouge l’objet diffractant donc faire ceci en dernier).

Parler des applications de ce type de filtrage (ex. anciennement en photo). Par ailleurs on peut aussi parler de l’application du filtrage optique lors des observations en microscopie à contraste de phase (ou on a aussi des interférences) et pour enlever les fonds continus dans une image.

Rq. *En réalité on peut bouger l’objet diffractant entre l’écran et la première lentille mais la démonstration de cette propriété n’a pas été abordée dans cette leçon. À garder en tête mais risqué à mettre sur la table.*

Conclure. E.g. diffraction des structures périodiques (lien avec l’expérience montrée ou on a un réseau).

Questions posées par l’enseignant

Pouvez-vous expliquer le schéma de l’expérience d’Abbe ?

Quelle est la focale de la première lentille (élargisseur de faisceau)?

Comment vous avez choisi les deux autres lentilles ?

La position de la première lentille est elle importante ?

À quoi sert l’expérience d’Abbe ?

est ce que ça sert en photo ? Pour supprimer des poussières par exemple ?

À quoi correspond le terme ‘a’ dans le critère de Rayleigh pour séparer deux étoiles ?

Quelle taille de miroir prendriez-vous pour observer deux étoiles proches ?

Qu’est ce que la diffraction d’une ouverture circulaire ?

Dans un instrument d’optique, est ce que la diffraction va jouer ?

Est-ce que la diffraction a d’autres conséquences dans les instruments d’optique ?

Par quoi est limitée résolution d’un système optique ?

Pourquoi l’image d’un point ne sera pas un point ?

Dans les instruments d’optique, quelles informations des données constructeur sont en lien avec la limite de résolution ?

Pouvez-vous discuter des aberrations ?

Qu’est ce que l’ouverture numérique ?

Pouvez-vous expliquer ce que vous voulez dire par « Rayleigh est un critère arbitraire » ?

Concrètement sur un détecteur, qu’est-ce que je vais utiliser pour donner un critère ?

Que se passe-t-il si les pixels du détecteur sont beaucoup plus petits que le rapport λ/a ?

Commentaires donnés par l’enseignant

Il faut traiter le critère de résolution.
Le théorème de Babinet n’est pas essentiel dans cette leçon.
Surtout ne pas faire un calcul de TF explicite en leçon.
Il faut faire la démonstration de la formule de Fraunhofer dans la leçon.

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Leçon bien menée et bien structurée qui reprend les notions essentielles
Il est important de faire certains calculs (essentiellement le calcul de la diffraction de Fraunhofer) qui ont été conduits ici.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Essentiel :
Calcul de la diffraction de Fraunhofer
Dire explicitement que la figure associée à la diffraction de Fraunhofer se trouve sur le plan image de la source (présenté de manière simplifiée, mais suffisante ici).
Parler de la diffraction d'une ouverture circulaire (ne pas faire les calculs) et des conséquences sur la résolution des instruments d'optique.

Possible
Théorème de Babinet (diffraction par une ouverture et par son complémentaire)
Conséquence de la translation de l'objet diffractant sur la diffraction
Translation de la source
Optique de fourier
filtrage

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Diffraction par une fente et discussion autour de la la figure obtenue

Expérience d'Abbe, intéressante mais prend un peu de temps et nécessite d'être bien interprétée

Bibliographie conseillée
Hecht, Houard, Perez, …
Tous les bons livres d'optique