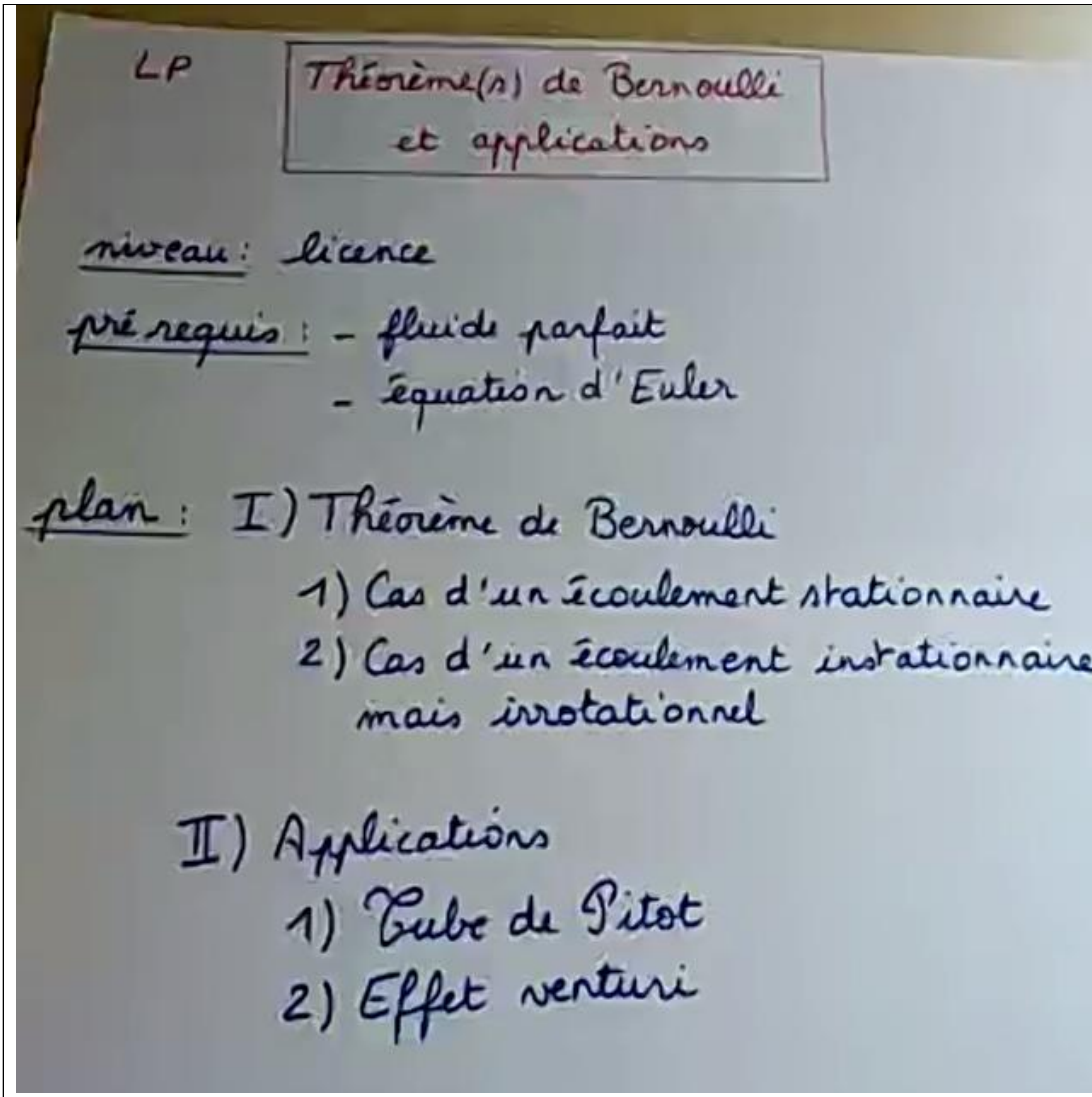
Titre : Bernouilli et applications

Présentée par : **Rapport écrit par** :

Correcteur : **Date** : 28/05/2020

Bibliographie de la leçon :			
Titre	**Auteurs**	**Éditeur**	**Année**
			2016

Plan détaillé



LP

Théorème(s) de Bernoulli et applications

niveau : licence

pré requis : - fluide parfait
- équation d'Euler

plan : I) Théorème de Bernoulli
1) Cas d'un écoulement stationnaire
2) Cas d'un écoulement instationnaire mais irrotationnel

II) Applications
1) Tube de Pitot
2) Effet venturi

Dans une leçon precdente on etablis equation d'éuler pour un fluide parfait. On s'interesse au bilan d''energie qui est décrit par Th. De Bernouiili. ON considère 2 cas et on fera 2 exemples classiques.

I1)
On établis le Th. De Bernoulli

HyP :
- écoulement stationnaire (derivée temporelles nulles)
- fluide parfait (pas de viscosité)
- écoulement incompressible (masse volumique du fluide est constante)
- fluide soumis à des forces volumiques qui derivent d'un potenteil (f = -grad(phi)), dans notre cas que au poid.\
- u est la vitesse de l''ecoulement

On écrit équation d'Euler :

équation d'Euler : $\rho(\vec{u}\cdot\vec{\nabla})\vec{u} = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{g}$

On veut integre spatiallement donc on met tout sous la forme de gradient.

Formule vectorielle :

• $(\vec{u}\cdot\vec{\nabla})\vec{u} = \vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}\vec{u}^2\right) + (\underbrace{\vec{\nabla}\wedge\vec{u}}_{\vec{\omega}\ \text{vecteur vorticité}})\wedge\vec{u}$

- on introduit vecteur vorticité.

On définit la conventon pour définir le gradient du poid (FAIRE LE SCHËMA de l'écoulement).

• $\rho\vec{g} = \vec{\nabla}(\rho g z)$ convention : $\vec{g} = -g\vec{e_z}$ $\uparrow \vec{e_z}$

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}\vec{u}^2 + p + \rho g z\right) = -\rho\vec{\omega}\wedge\vec{u} \quad (1)$$

On a presque une égalité facile à intégrer, mais il reste un therme. Il y a deux caas ou ce therme s'annule :

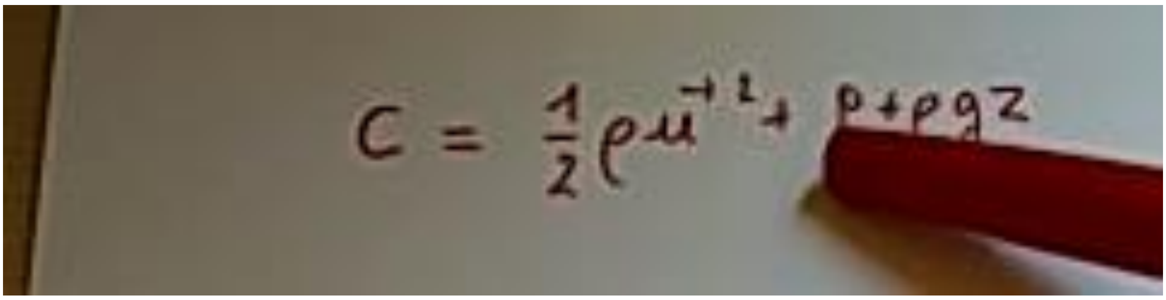
$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}\vec{u}^2 + p + \rho g z\right) = -\rho\vec{\omega}\wedge\vec{u} \quad (1)$$

$\vec{\omega}\wedge\vec{u} = \vec{0}$
• le long d'une ligne de courant $/\!/\ \vec{u}$
• le long d'une ligne de vorticité $/\!/\ \vec{\omega}$

On se place le long d'une ligne de courant.

On se place dans l'abscisse curviligne de la ligne de cournant, alors on integre dans une direction parallèle à u et ce therme disparait.

On integre alors :

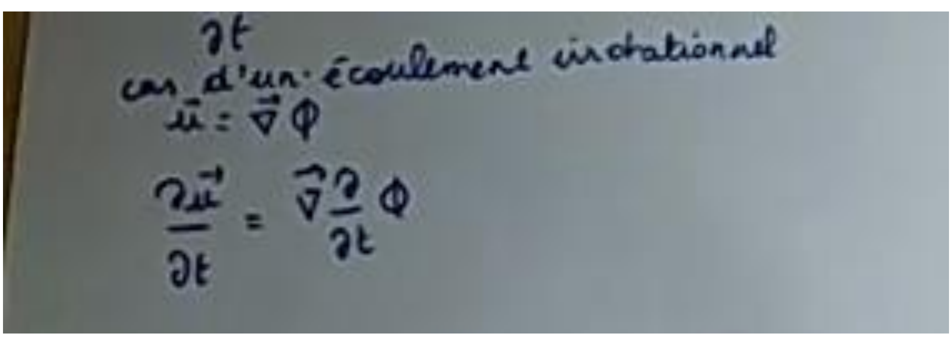


C = charge
- Ec + pression + Ep [8 :30]

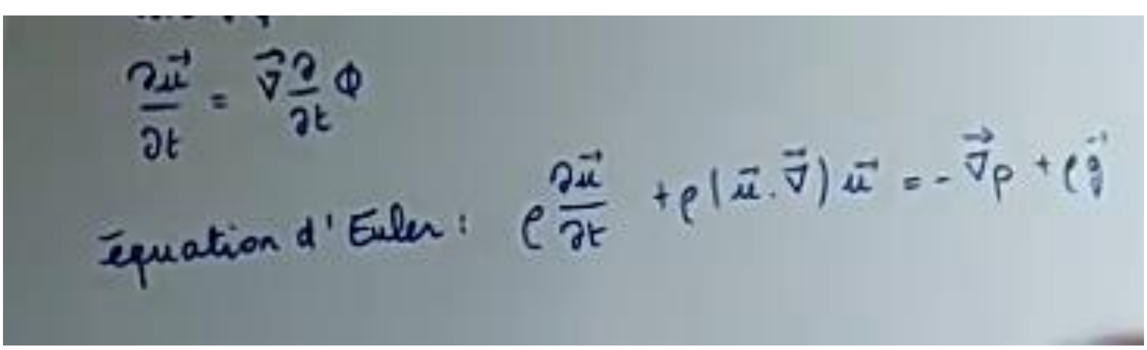
Que ce passe t'il quand on est pas en regime stationnaire ?

- On se place quand même en écoulement irrotationnel

Alors u = grad(phi), écoulement potentiel.



On écrit alors l'équation d'Euler dans ce cas :



On met tout sous la forme d'un gradient et alors :

équation d'Euler : $\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho (\vec{u}\cdot\vec{\nabla})\vec{u} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g}$

$$\vec{\nabla}\left(\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\rho \vec{u}^2 + p + \rho g z\right) = \vec{0}$$

Le therme de droite est tujours nul, peu importe comment on integre.

La charge est constante dans tout l'espace, MAIS ! elle depend du temps !

$$C(t) = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\rho \vec{u}^2 + p + \rho g z.$$

Ce théorème s'applique dans d'autres situations que le premier. Citer avantages et desavantages si on peut. [12 :30]

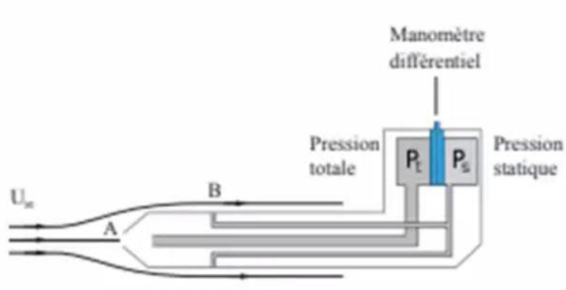
Le T de bernoulli montre que une variation de vitesse entraine une variation de pression et vie-versa, ceci entraine nue certain nombre d'applications.

II1) **[13 :00]**

Tube de Pitau :Henry pitau 1930, mesure vitesse de l'eau sur la scène. Utilisé dans les avions pour mésurer leur vitesse.

Monter photo + schéma sur slide :

II.1) Le tube de Pitot



Un manomètre mesure la dif. De pression entre 2 points. Point A appele point de stagnation et point B sur le coté du tube.

On suppose l''ecoulement parfait et permanent.
- v ecoulement faible devant la vitesse du son.

Alors on considère écoulement incompressible.

On considère deux lignes de courant qui viennent de l'infini avec une vitesse Vinfini.

On ;ecrit alors la relation de bernoulli :

II.1) Tube de Pitot.

$$\bullet\ p_\infty + \frac{1}{2}\rho u_\infty^2 = p_A + \frac{1}{2}\rho \underbrace{u_A^2}_{=0}$$

Sur la première ligne de courant ua = 0 car pojnt de stagnation.

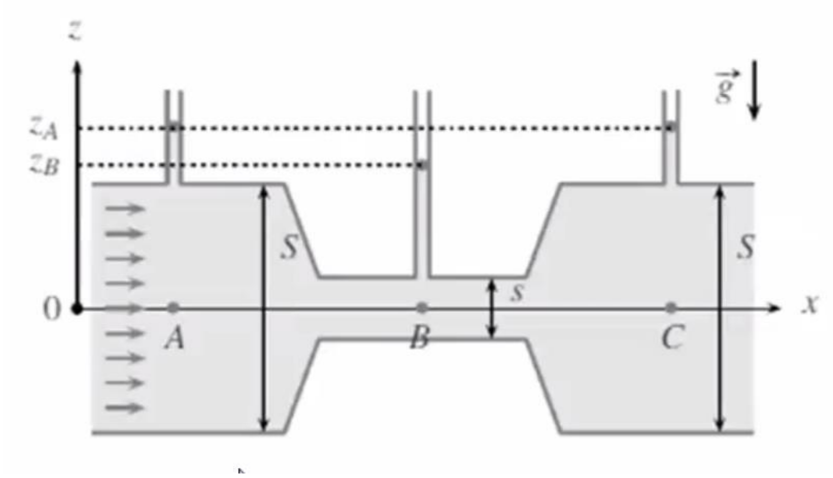
On se place dans l'autre ligne de cournat
Point a et point b suffisament éloignes pour supposer ub ~ uinfini. Alors :

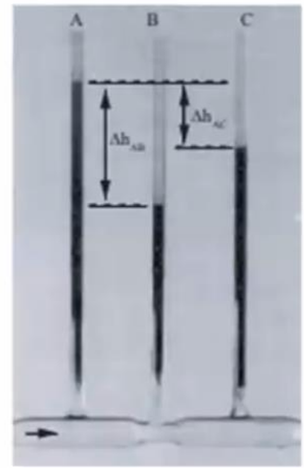
$$\bullet\ p_\infty + \frac{1}{2}\rho u_\infty^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho u_B^2 \qquad u_B \simeq u_\infty$$

$$\Rightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho u_\infty^2$$

On montre que la difference de pression donne la vitesse u infini, relative par rapport à la vitesse de l'air.
[17 ;53]

II.2)



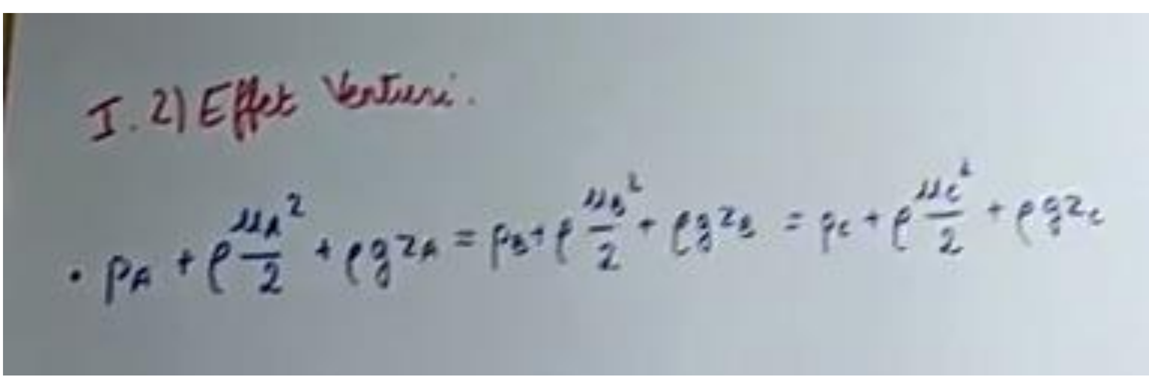


Conduite reliée à 3 tubes. Il y a un reserrement au niveau de la conduite.

HYP :
- écoulement parfait
- stationnaire

Incompressible
fluide au repos dans les tubes verticaux.

On écrit bernoullli le long de la ligne de courant qui traverse points A, B et C.



Simplification car points A, B et C même altidue.

On not S la la surface de la conduie qui a la plus grande conduite, s la surface du reserrement.

Donc :

$$\bullet\ p_A + \rho\frac{u_A^2}{2} + \cancel{\rho g z_A} = p_B + \rho\frac{u_B^2}{2} + \cancel{\rho g z_B} = p_C + \rho\frac{u_C^2}{2} + \cancel{\rho g z_C}$$

$$z_A = z_B = z_C$$

$$\bullet\ \left.\begin{array}{l} v_A S = v_B s = v_C S \\ S > s \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} v_A = v_C \\ v_B > v_A \\ v_B > v_C \end{array}$$

Rq : ne pas utuliser za, zb et zc car utilisée après pour les tuyaux ! utiliser une notation za0 !

Hypothèse :

S>>s

(rq on utilise u pour la vitesse non v ! attention aux notations)

Conclure sur les vitesses relatives.

Et donc :

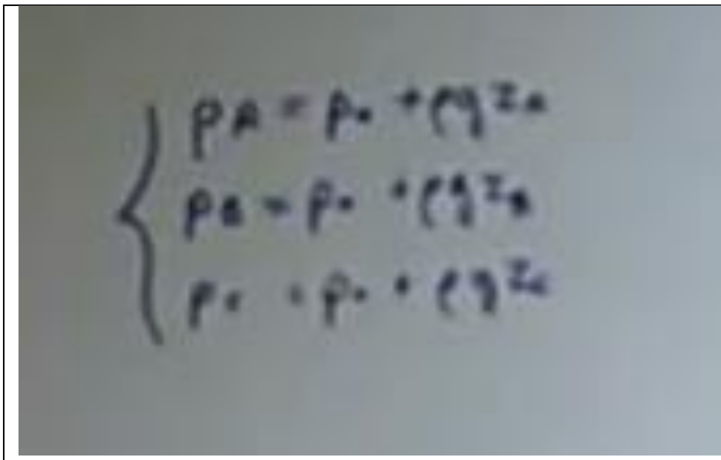
$$\bullet\ p_A = p_C > p_B$$

Alors, si la vitesse de l'écoulement est faible, la pression augmente, et inversement. [22 :35]

On peut déterminer plus precisement les pressions avec la loi de l'hydrostatique.

On regarde alors un des tubes ouvert à son extremité.

Alors on obtient l'équation :



On peut alors relier la vitesse à la difference de hauteur dans le tube mesurée !

Or va = vb en théorie et pourtant za est différente de zc. (montrer sur slide)

L y a eu une perte de charge i.e. énergie.

En effet le fluide est légèrement visqueux, donc il ya des forces de frottement fluides lorsqu'il traverse la conduite. Ceci faut que la vitesse après le reserrement est inferieure à la vitesse avant le reserrement ! Limite du modèle. [26 :33]

Quand le fluide est très visqueux nous pouvons pas utiliser le Th. De Bernoulli, (dissipation thermique à cause des frottements). N'eanmoins les aplications pour des fluides peu visqueux tels que l'air marche très bien.

Conclusion.

Questions posées par l'enseignant
Tout ce que tu as dis ici ça marche pour un écoulement parfait ? Oui. Pareil pour un écoulement incompressible. **Quelle difference entre fluide parfait et un écoulement parfait ?**

Fluide parfait : viscosité et coefficients de transport thermique (conductivité thermique) rigoureusement nuls
Ecoulement parfait : Un écoulement parfait est un écoulement où il n'y a pas de phénomènes dediffusion (pas de sources d'irréversibilité). La couhe limite est petite ou nous sommes loin de cette couche limite.

Fluides qui ont une viscosité nulle ?
- fluides superfluides (ex. helium supercritique).

Quelle forme à l'équation des forces de viscosité ?

$$\vec{f}_v = \eta \Delta \vec{v}$$

Écoulement incompressible v/s fluide incompressible ?
- fluide incompressible : sa masse volumique ne varie pas
- écoulement incompressible : div (v) = 0. C/f Un écoulement incompressible est un déplacement d'une quantité de fluide dont la masse volumique est considéré comme constante au cours du processus, soit une dérivée particulaire du champ scalaire de masse volumique négligeable (description eulérienne). Dans la pratique, on considère un écoulement incompressible quand il a lieu à un nombre de Mach suffisamment faible (inférieur à 0,3, en première approximation). On peut imaginer une situation ou div(v) = 0 mais la masse volumique du fluide peut, dans dd'autres écoulements, être compressible.

Parallèle entre 1èr pp et Bernoulli ?

Meme chose en volumique. La transofmration est adiabatique ! dnc Q = 0.

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta u = Q + W$$

$$C = \frac{1}{2}\rho \vec{u}^2 + P + \rho g z$$

W c'est pour forces non conservatives

On a une variation isenthalpique. Le therme de pression correspond à energie = cte. Similaire à joule thompson.

H = u + PV le p correspond à pv. Regarder wikipedia pour 1er pp encadre bernoulli.

On identifie Ec dans les 2 équations, rhogz à Ep, P à W, U a la charge. (pas surs des dernières choses)

U est la vitesse de l'écoulement ?

Pourquoi dans tes hypothèses tu a u inferieur à la vitesse du son ?
Nombre de Mach quantifie les regimes d'incompressibilité. M < 0.2-0.3 incompressibilité marche.
Supersonic, subsonic.
Depend de la pression (donc vitesse).

Une sonde de Pito mesure quelle vitesse ?
Il mesure vitesse d l'avion par rapport à la vitesse de l'air. Ça ne donne pas d'information à la vitesse absolue on ne peut pas s'en servir comme un velocimètre et donc savoir où est l'avion. Par contre c'est un avantage pour connaitre la portance ! (Insister que c'est très utile pour les avions)

Parler du vol paris-rio en exemple ! un vol russe : https://www.lexpress.fr/actualite/monde/europe/crash-d-avion-en-russie-les-sondes-pitot-mises-en-causes_1984540.html

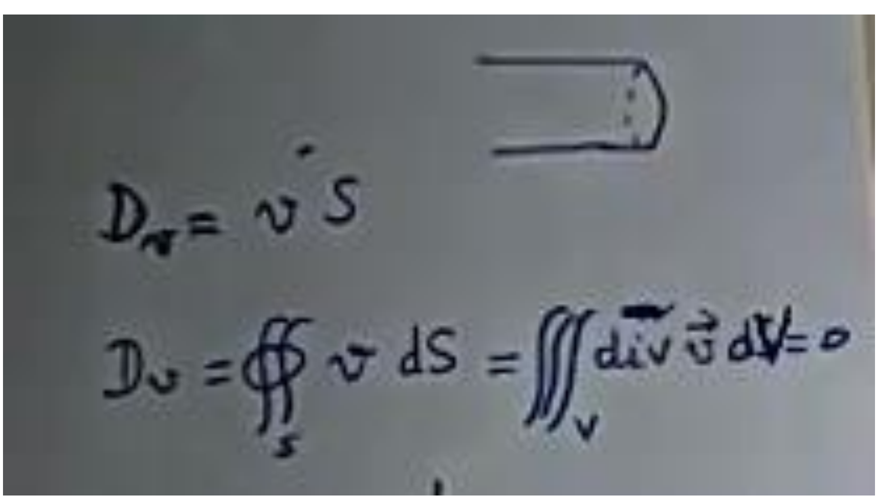
Il y a au moins 3 sondes pitau dans un avion. C'est un appareil encore très utilisé !

Si l'avion passe le mur du son alors l'écoulement est compressible, il faut apporter des corrections à Bernoulli. On utilise une seconde relation qui comprend la compressibilité. La relation matematique change.

Grace à quel phénomène vole un avion ?
Force de portance

On passe à Venturi :

Monter la conservation du débit à partir de rho = cte



Pourquoi la cavitation apparait ?

SI la pression diminue beaucoup il se forment des bulles. C'est mauvais car ça crée des variations locales de densité violentes qui peuvent endommager des pièces mécaniques ex. turbines.

Exemples de la vie de tous les jours des tubes venturi ?

Effet magnus ?

Capilarité ?

Pour pouvoir relier la hauteur du tube à la difference de pression il faut ppourvoir negliger la capilarité, ce qui veut dire que les diamètres des tubes verticaux doivent pas être trop ptits.

Il faut accentuer l’aspect debimètre du tube venturi.

Commentaires donnés par l’enseignant

Partie réservée au correcteur