Titre : Oscillateur harmonique

Présentée par : **Rapport écrit par** :

Correcteur : **Date** : 05/05/2020

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
MQ texier			
Cohen Tanudji			
Cours MQ magistère Orsay sur drive			

Plan détaillée

Niveau choisi pour la leçon : L3

Prérequis :

- PFD
- modélisation des forces
- fonction de Dirac
- relation de commutation
- Equation aux valeurs propres d'un Hamiltonien

Plan:

I – Oscillateur harmonique classique : cas de la masselotte sur un plan horizontal

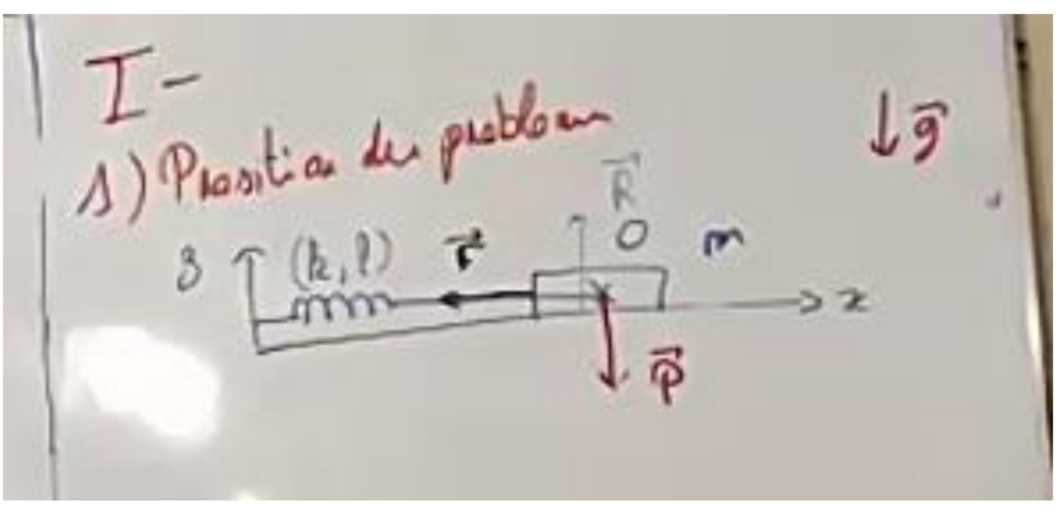
II –OH (oscillateur Harmonique) quantique

III – Application : Vibration des noyaux d'une molécule diatomique

Introduction :
On retrouve oscillateur harmonique dans système conservatifs qui evoluent autour d'une position d'équilibre (ex I et pendule). On verra ce qui se passe dans le mode quantique et lors de la vibration de molécules diatomiques.

I)
1) position du problème

Dessiner le système. Pas de frottements, énumerer les forces + Ref galilees.

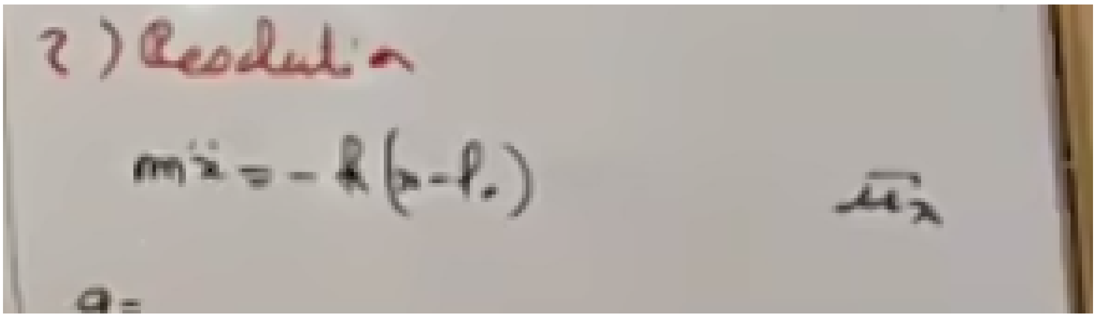


Écrire le PFD :

Ma = P + F + R (en vecteurs)

2) résolution

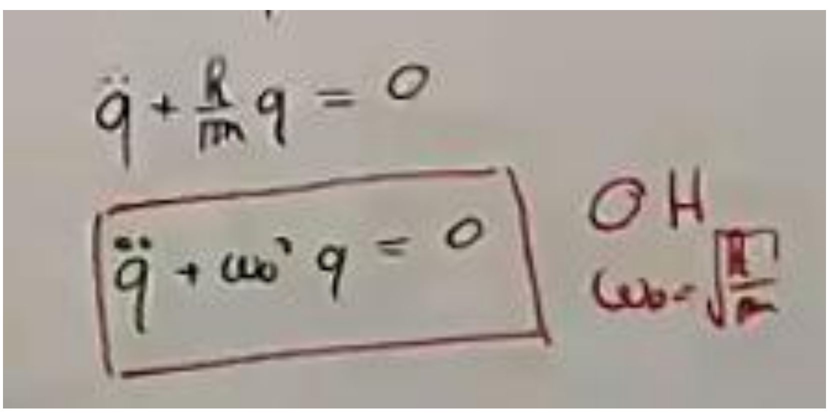
On projette sur x.



L0 position d'équlibre de la masselote

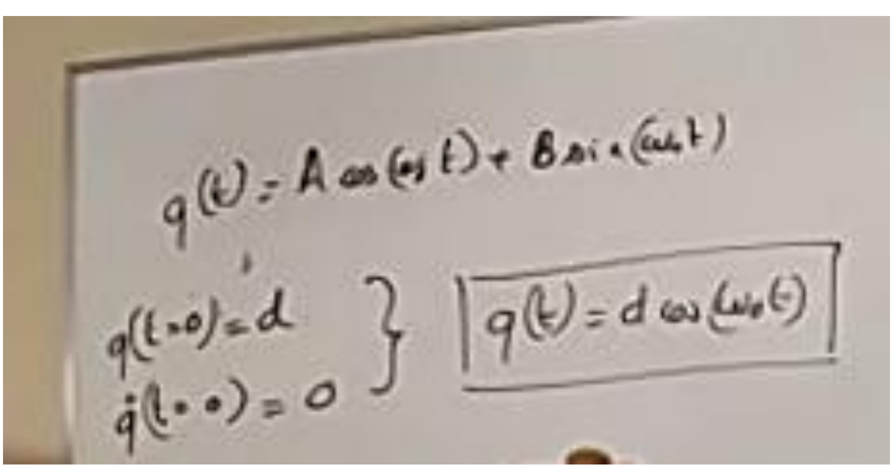
On fait un changement de variable pour résoudre le système, q = x-l0.

On arrive à :



La solution depend des conditions initiales. Théorème de Cauchy ? (à verifier).

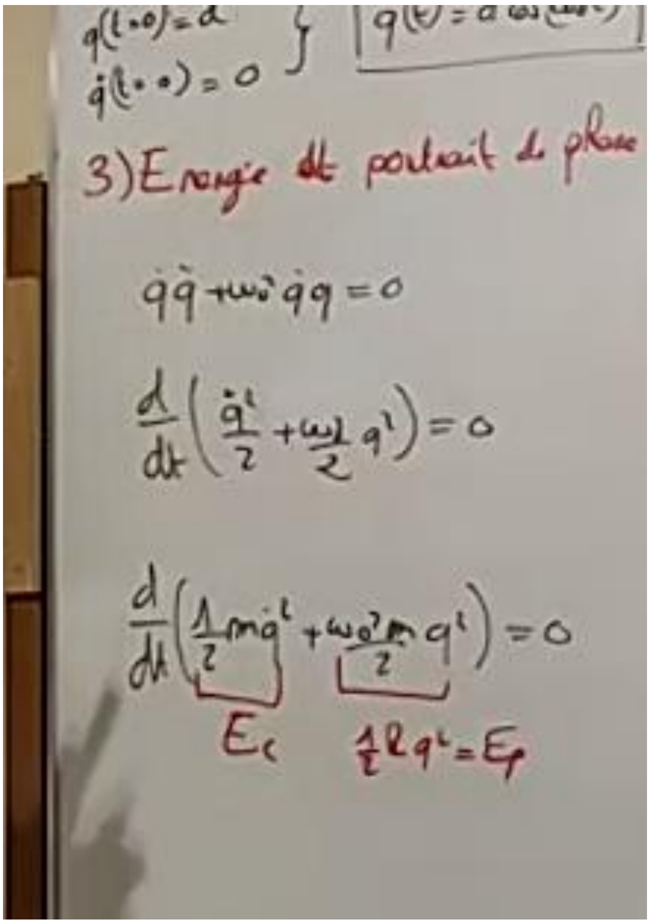
Donner slution générale et fixer conditions initiales pour donner la solution



6 :15
3) Énergie et portrait de phase

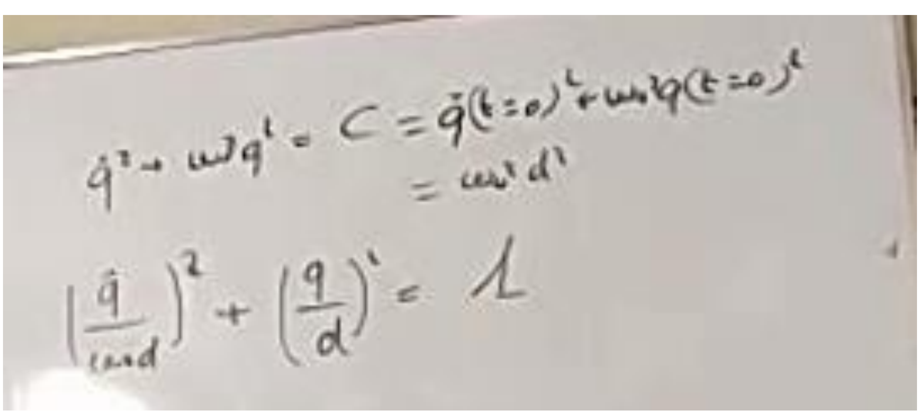
Pour avoir énergie on multiplie par vitesse léquiation de l'OH.

Déroules les calculs pour arriver à l'énergie. Identifier Ep et Ec



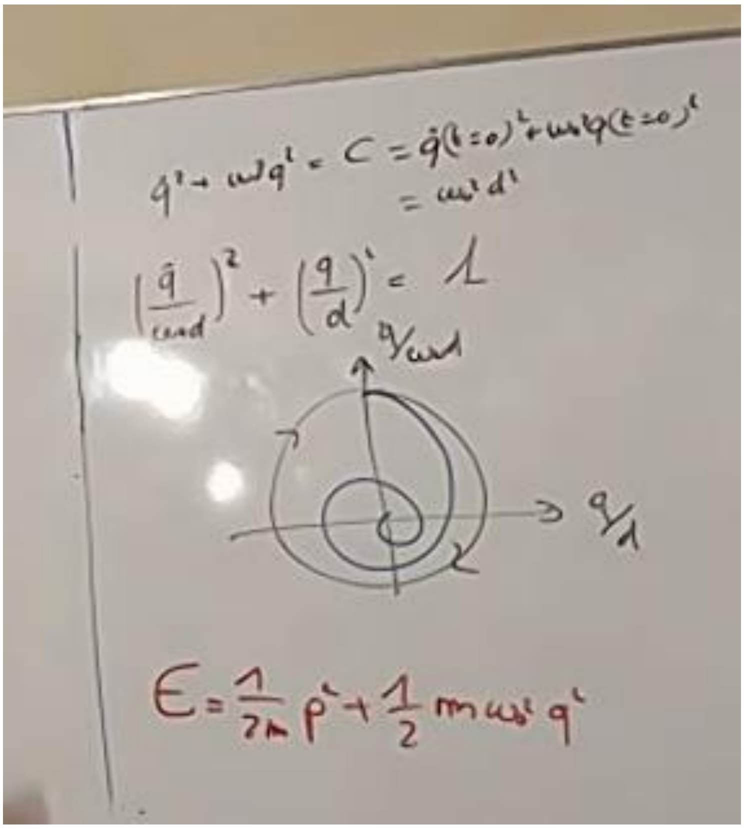
Ec + Ep = Em, conservation de l'énergie mécanique.

Le montrer avec le protrait de phase en integrant une fois l'équation de l'OH



On reconnait l'équation d'un cercle, déssiner le cercle on peut montrer ce qui ce passe si amortissement.

Changer les cariables pour Em pour faire la transition entre monde quantique et classique

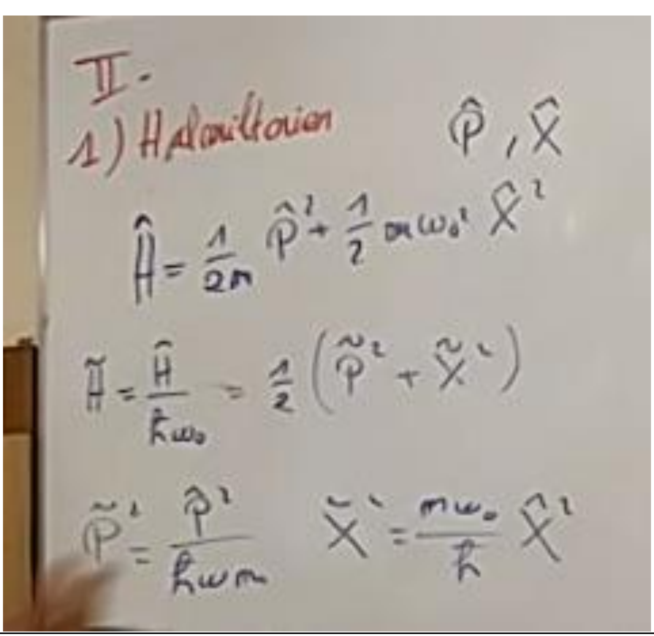


Coordonnées généralisées p et q en classique.

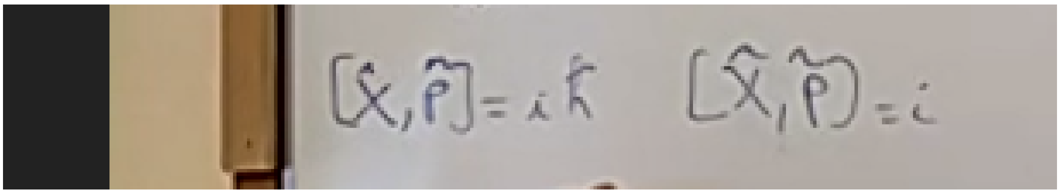
10 :00

II
1) Hamiltonien

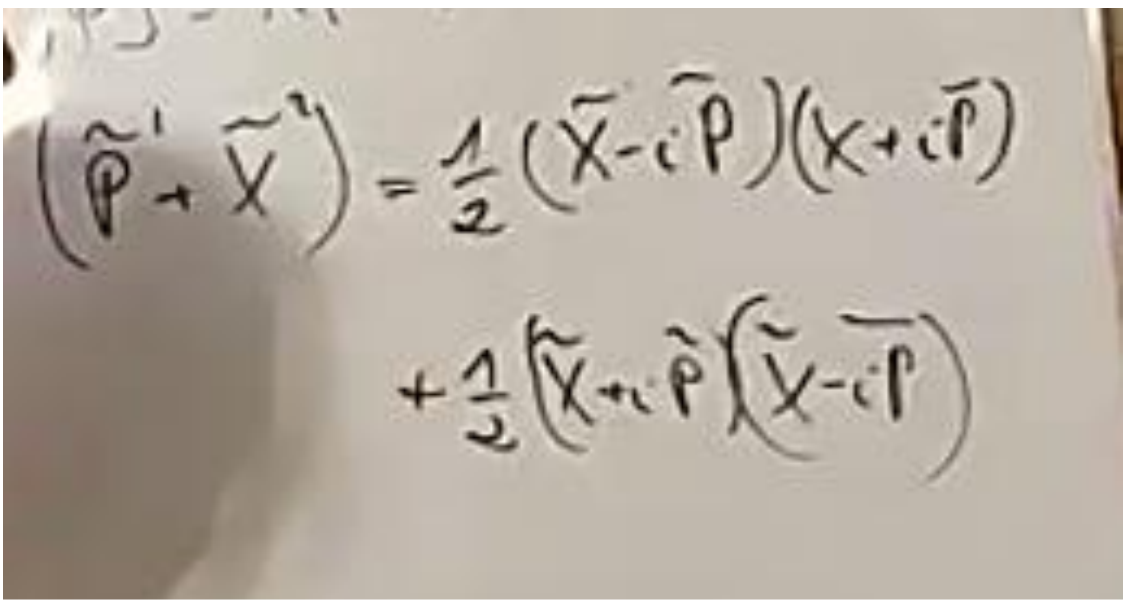
Les coordonnées généralisées deviennent des opérateurs. On vas travailler avec des variables adimensionnées pour alleger les calculs.



On montre ce que vaut la commutation de nios nouveaux opérateurs. Les opérateurs X et P ne sont pas hermetiques (X différent de X+),

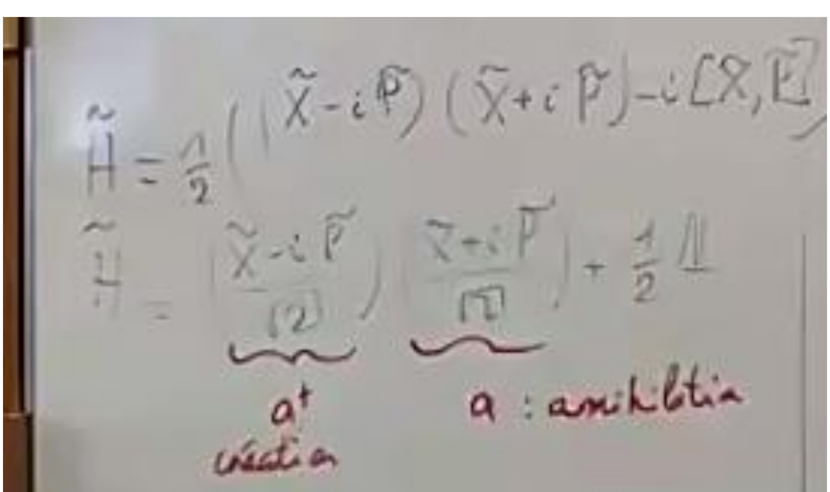


Par contre les opérateurs (X – iP) et (X + iP) le sont. Il faut symétriser le problème quand on a pas des opérateurs Hermetiques. En effet :

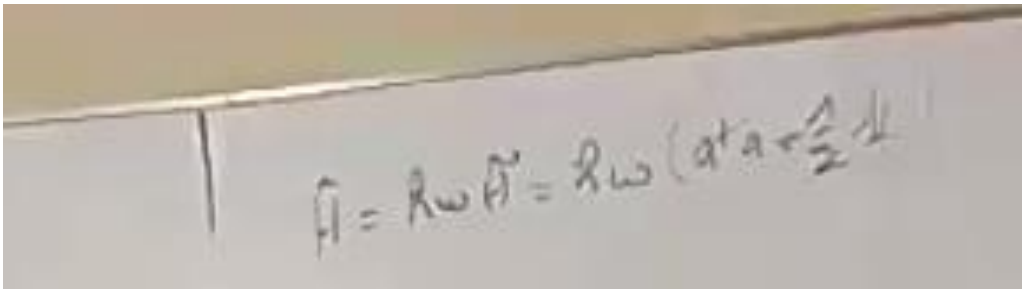


On utilisem alors ces opérateurs.

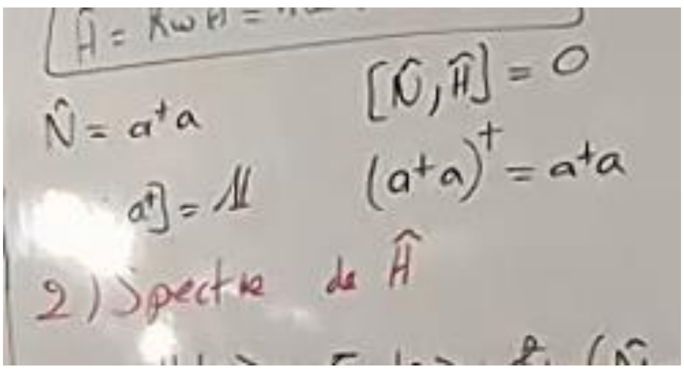
On définit operateurs Annilation et création.



Alors on réecrit le hamiltonien comme :



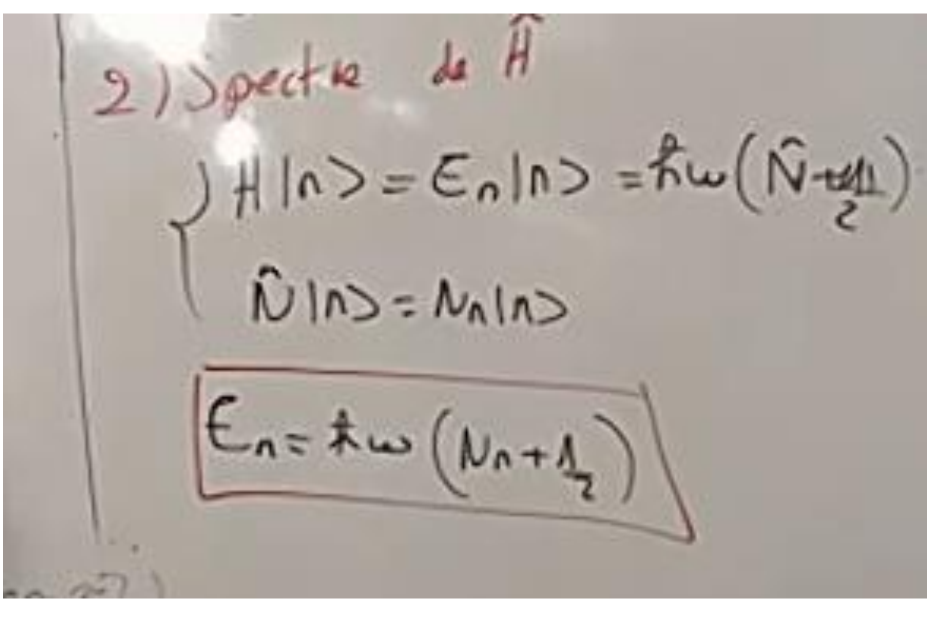
On définit N qui a des propriétés aoprticulières



N, H a et a+ sot un ECOC ?, le définir et passer au 2

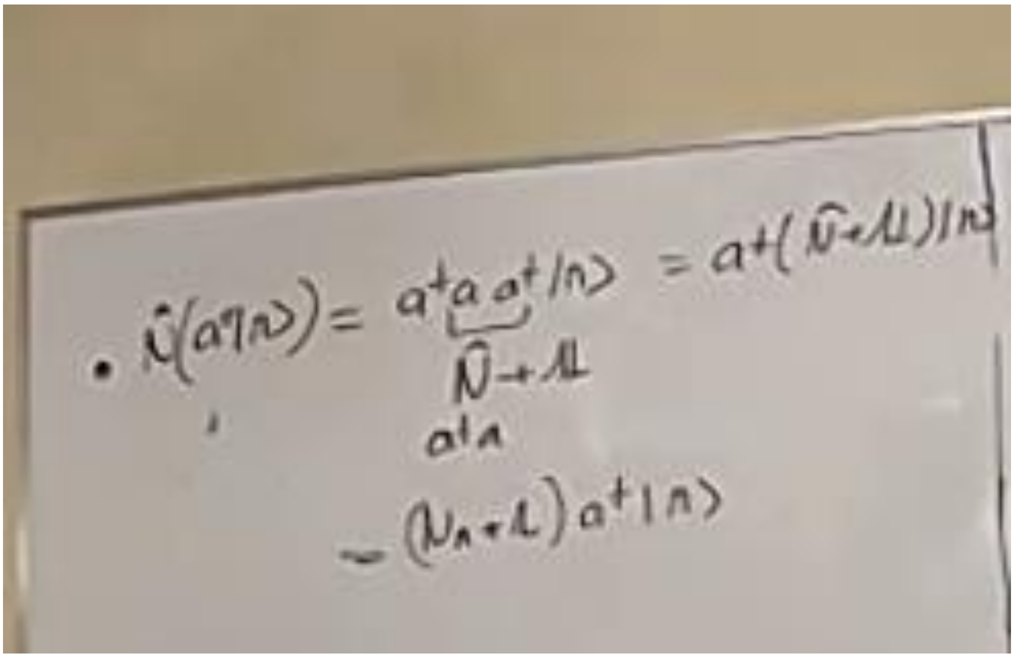
17 :20
2) Spectre de H

On cherche les valeurs propres de H

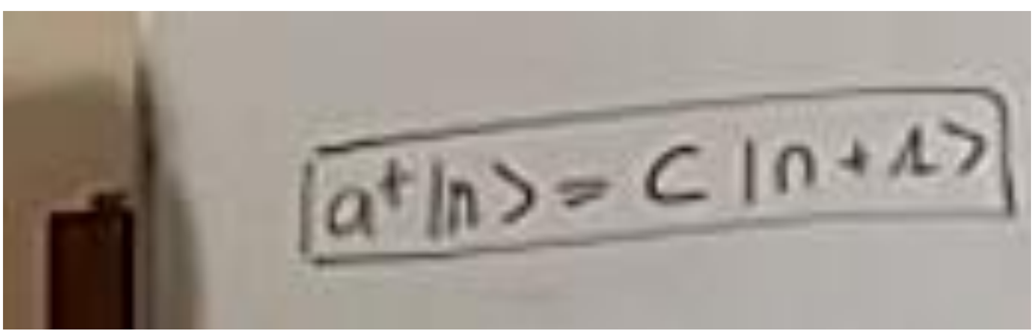


Or on ne conait pas le spéctre de N !

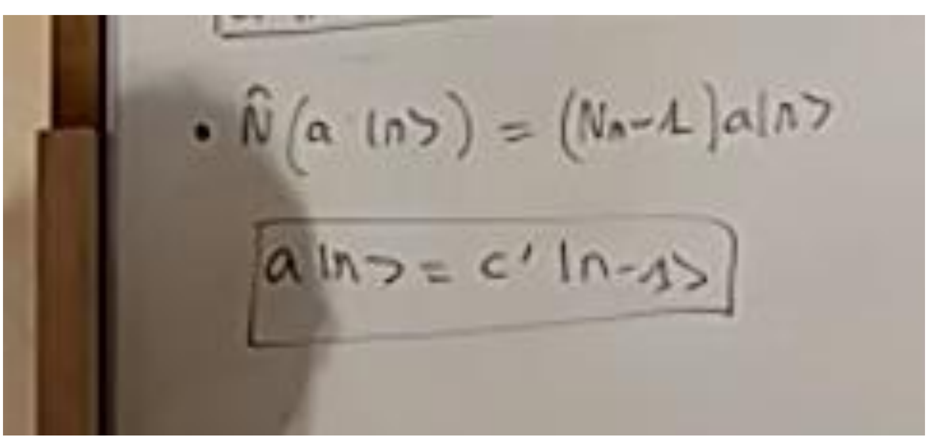
On vas alors chercher les valeurs propres de N sur un quet appliquée à a :



Alors on déduit que

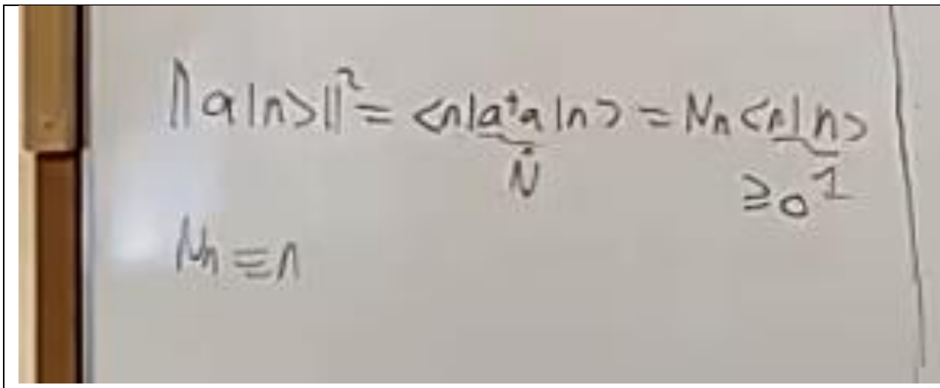


Le même raisonnement avec a+ nous montre que :



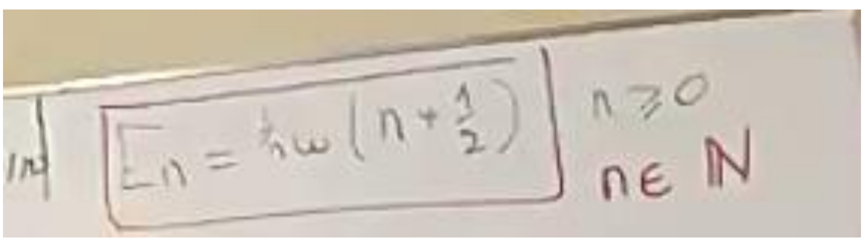
On associe alors a a+n -> hbar*w(Nn+ ½)
On associe alors a an -> hbar*w(Nn – ½)

En utilisant cuachy schwartz :



Nn est un nombre positif ou nul.

On admet que Nn est un entier naturel, la demonstration peut se faire avec une recurrence et on ne peut la faire par manque de temps.



On voit que :

- on a une énergie non nul pour l'état fondamental
- on monte ou baisse en énergie quand on applique l'opperateur créater ou annnhilation.

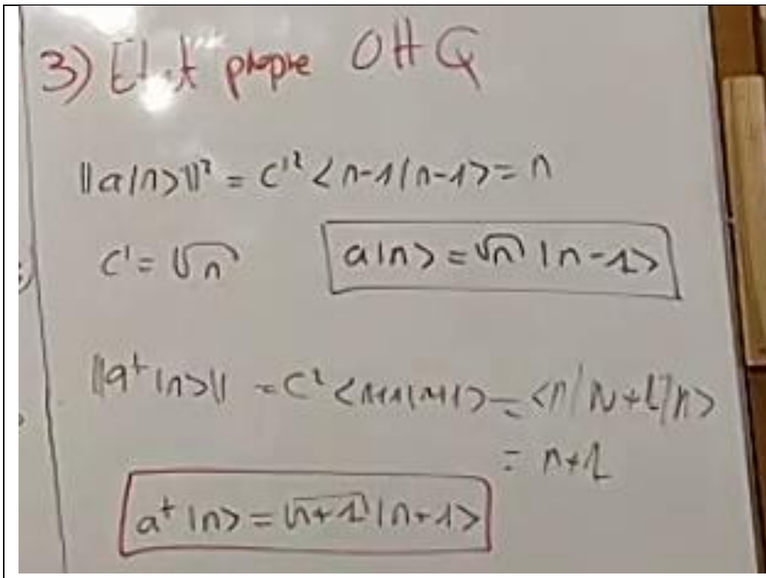
État fondamental pour n = 0 (le plus petit).

Comment exprimer les etats d'energie en fonction de l'état fondamental ?
26 :15

3) Etat propre de OH quantique

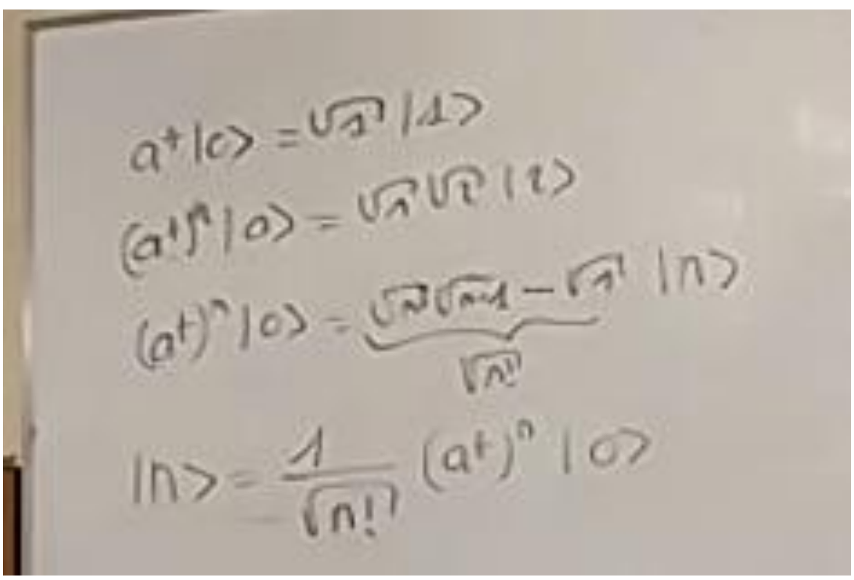
On ne connait pas ni C ni C', c'est u problème

Faire les calcules au tableau :



On les trouve ainsi.

Alors ensuite On applique l'opérateur création sur l'état fondamental.



Ce sont les états fondamentales dns le formalisme de Dirac. Montrer les fonctions d'onde du livre sur slide. Les trouver est un peu fastiduex donc ne pas le faire.

31 :00

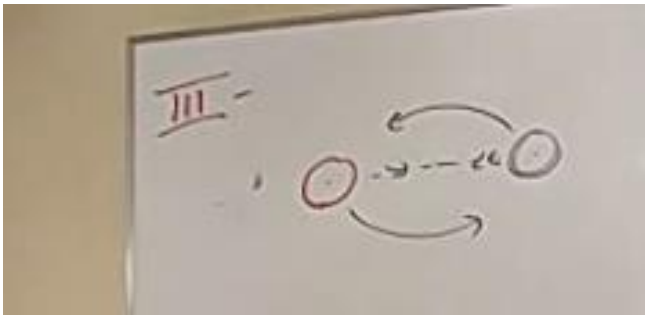
III –

La liaison moléculaire montre que le potentiel d'interaction possède un minima.

Modéliser les deux atomes, Noyaux éléctronique de l'état fondamental est une sphère. Approximation de Born Oppenheimer, si un noyaux bouge leur nuage éléctronique leur suit instantannement.

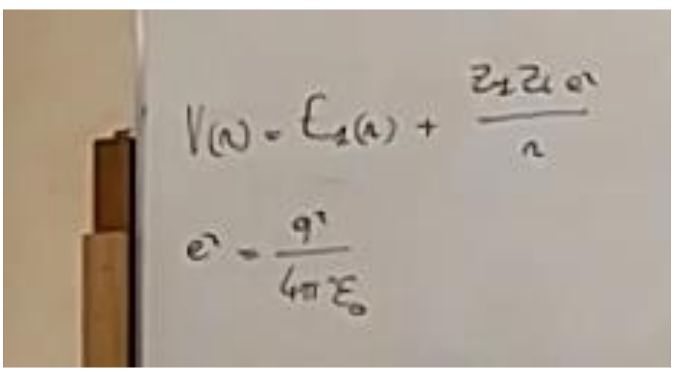
On ne regardera que les noyaux.

La molécule elle peut soit tourner



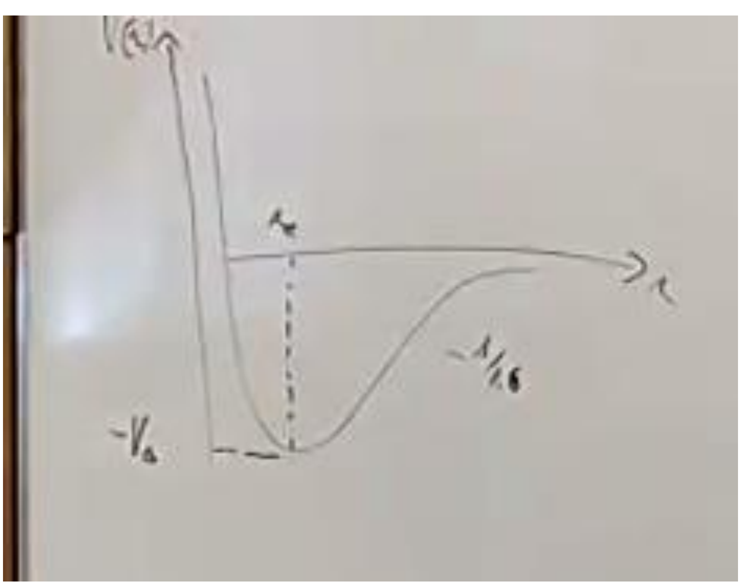
Soit vibrer. Si les vibrations sont pas trop importantes on peut découpler la vibration et la rotation. On se place dans ce cas.

Donner la formule du potentiel :

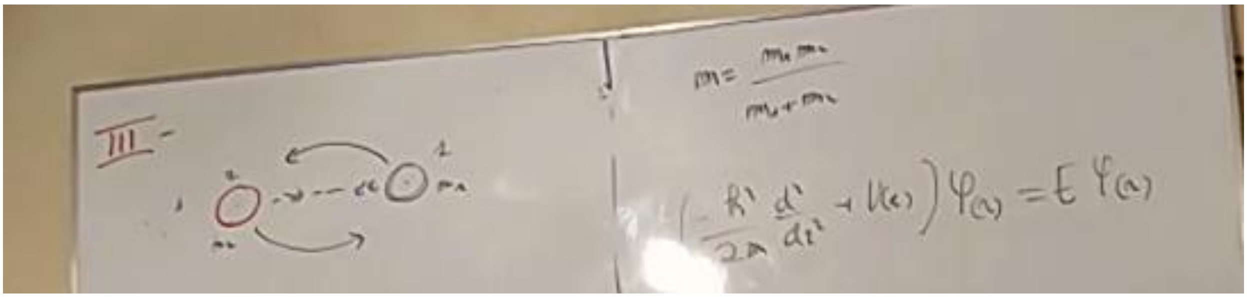


E1(r) cache beaucoup de choses, movt des éléctrons loins des atomes, intéractions éléctron-noyau, … etc.

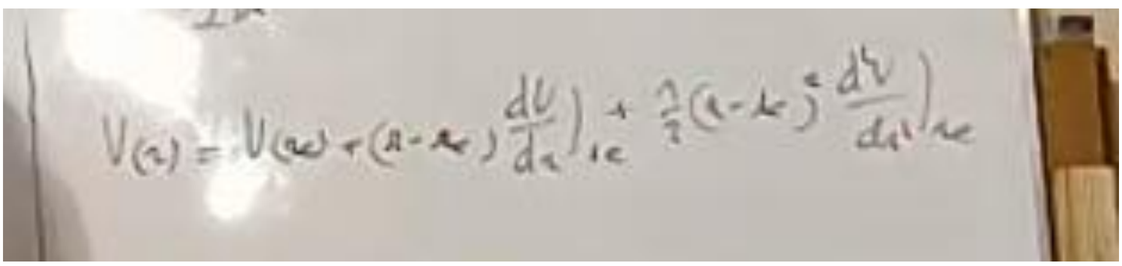
Déssiner le potentiel. Discuter du minima, rayon r0, augmentaton represente la repulsion éléctronique (recouvremnet des nuages éléctroniques, pp de Pauli).



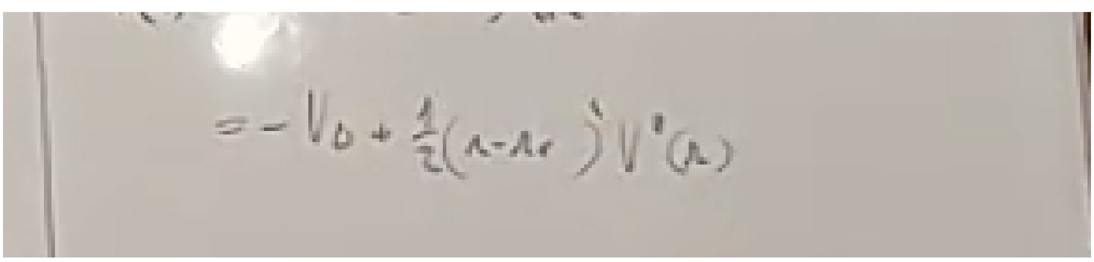
La dynamique des vibrations revinet à étudier une masse reduite avec l''equation de Schroddinger.



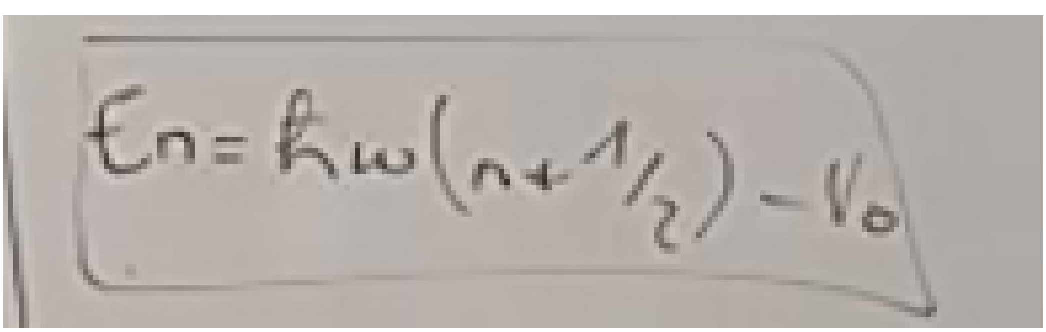
On peut alors faire u DL autour de la position d'équilibre pour étudier les virbations.



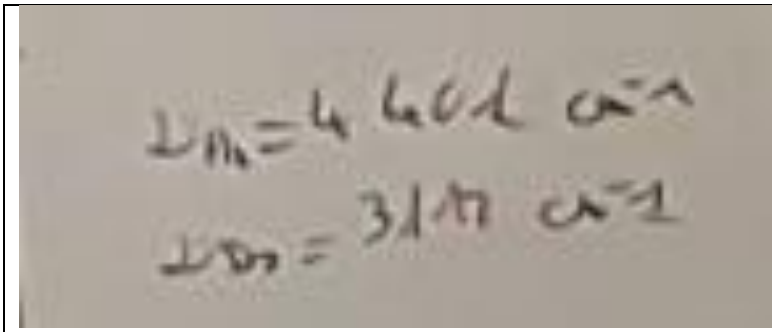
Position d'équilibre donc derivée première = 0. On trouve :



On reconnait un oscillateur harmonique, avec une solution constante la solution est donc :



L'énergie associée est donc pour l'hydrogène et le deutérium :



Conclusion
On montre que l'OH quantique explique le spéctre discret des vibrations atomiques.

Questions posées par l'enseignant

question 1 : Vous avez dit en intro : « tout système conservait pouvait se mettre sous la forme d'un OH » ?
Rép : Non, c'est seulement si on tourne autour d'une position d'équilibre on peut l'approcher par un OH.
Question 2 : Vous avez écrit la solution pour l'OH classique en prenant la vitesse initiale nulle. Pourriez vous écrire la solution générale à vitesse initiale non nulle.
*?
Question 3 : Quand vous avez tracé le portrait de phase vous avez obtenu un cercle plutôt qu'une ellipse. Pourquoi ?
Question 4 : En supposant que vous ne faites pas d'addimenssionnement comme ce que vous venez de montrer, comment interpréter l'aire de l'ellipse ?
Question 5 : Est ce qu'on peut toujours passer du problème classique au problème quantique en passant par les coordonnées généralisées ?
Réponse 5 : Oui en coordonnées cartésiennes

Question 6 : Vous avez fait un adimenssionnement pour X et P en quantique qui n'est pas le même que celui que vous avez fait en classique. Pourquoi ?
Réponse 6 : H barre intervient nécessairement dans les échelles d'énergie en quantique.

Question 7 : Pourrions nous faire le même adimensionnement en classique qu'en quantique en utilisant h barre ?
Question 8 : Vous nous avez dit qu'une fois qu'on avait introduit X tilde et P tilde vous avez fait une factorisation avec le commutateur de X tilde et P tilde. Ca a l'air complètement parachuté. Ca vient d'où plus heuristiquement ?
Question 9 : Vous nous avez affirmé que N_n était un entier naturel. Pourriez-vous nous expliquer comment on le démontre ?
Question 10 : Vous avez écrit : En+1 - En = h barre omega/2. Lapsus ?
Réponse 10 : Oui c'est h barre omega

Question 12 : Comment comparer le mouvement classique et le mouvement quantique ?
Question 13 : Est ce que le fait que l'état fonda n'ait pas une énergie nulle, c'est commun en mécanique quantique ?
Réponse 13 : C'est toujours le cas lorsqu'il y a confinement.

Réponse 12 : L'état fondamental a une énergie non nulle. Mais c'est pas suffisant.

Commentaires donnés par l'enseignant

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Bibliographie conseillée