

La situation est analogue à celle d'une boucle de courant, parcourue par une intensité moyenne I , égale à la charge qui passe en un point donné de la boucle par unité de temps, c'est-à-dire q/T où T est la période. Une telle boucle de courant possède un moment magnétique :

$$\mathcal{M} = I S = (q/T) S.$$

En repérant par \mathbf{r} un point de la trajectoire C on peut expliciter le vecteur surface (*):

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \oint_C \mathbf{r} \wedge d\mathbf{r},$$

ce qui conduit à l'expression du moment magnétique :

$$\mathcal{M} = \frac{q}{T} \frac{1}{2} \oint_C \mathbf{r} \wedge \frac{d\mathbf{r}}{dt} dt = \frac{1}{2T} \oint_C (\mathbf{r} \wedge q \mathbf{v}) dt.$$

L'intérêt de cette expression est que nous pouvons la généraliser à tout mouvement, pour lequel la particule reste localisée dans une petite région de l'espace, même s'il n'est pas périodique. En désignant par \bar{a} la moyenne dans le temps d'une grandeur $a(t)$, le moment magnétique orbital, associé à une particule chargée en mouvement, est donné par :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2} \overline{\mathbf{r} \wedge q \mathbf{v}}.$$

Cette expression n'est pas sans analogie avec celle du moment cinétique de la particule; c'est ce lien que nous allons préciser.

1-2. Rapport gyromagnétique

Considérons tout d'abord un mouvement à force centrale. Le moment cinétique de la particule, de masse m , par rapport au centre des forces, $\mathbf{l} = \mathbf{r} \wedge m \mathbf{v}$, est une constante du mouvement (*); il en est de même pour le moment magnétique associé :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2} (\mathbf{r} \wedge q \mathbf{v}) = \frac{q}{2m} (\mathbf{r} \wedge m \mathbf{v}) = \frac{q}{2m} \mathbf{l},$$

(*) Cf. même collection *Electromagnétisme I*, chap. 14, § 4-1.

(*) Cf. même collection, *Mécanique du point*, chap. 13, § 2.