Titre : Diffraction par des structures périodiques

Présentée par : Thibault Chastel **Rapport écrit par** : Thibault Chastel

Correcteur : Erwan Allys **Date** : jeudi 14 mai 2020

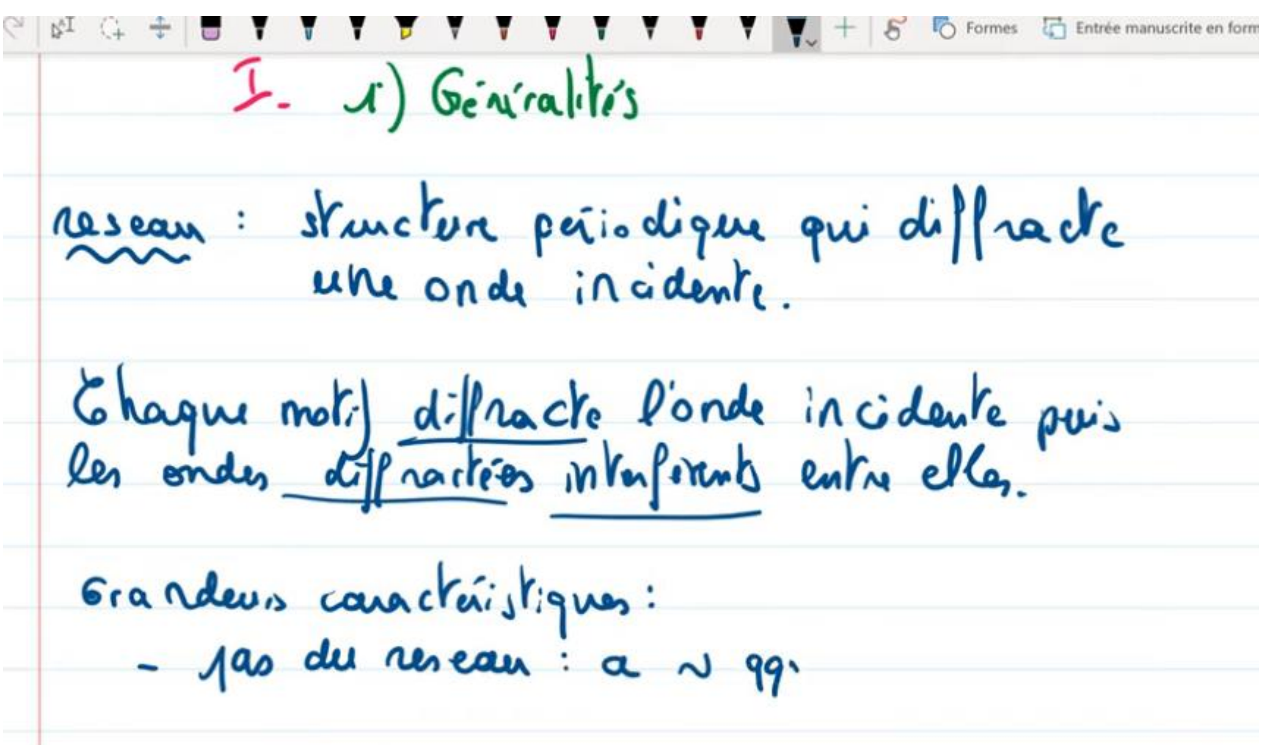
Bibliographie de la leçon :			
Titre	**Auteurs**	**Éditeur**	**Année**
Physique du Solide	Ashcroft		
DUNOD PC-PC*	Sanz		
Optique	Houard		
Optique	Perez		
Optique Physique	Taillet		

Plan détaillé

I- Diffraction par un réseau plan

a) Généralités

Définition d'un réseau. Réseau par transmission, réflexion. Définir les grandeurs caractéristiques du problème et donner leurs ordres de grandeur



.

a pas du reseau qq um (distance entre fentes)

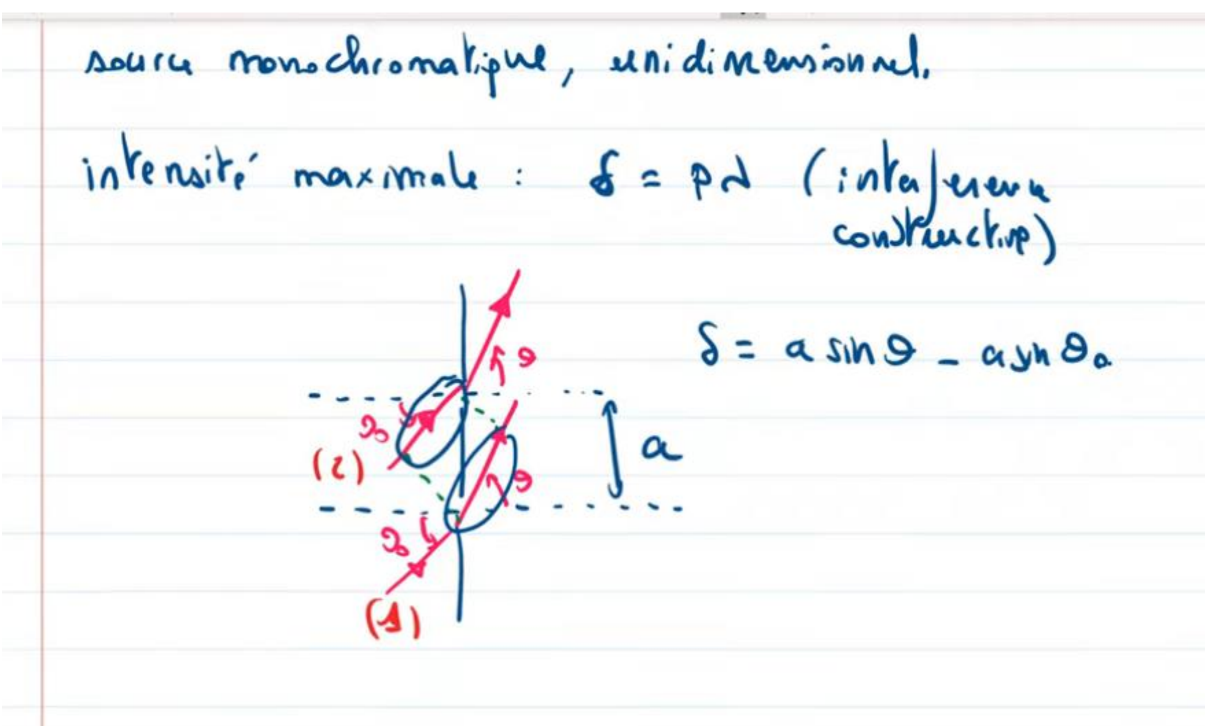
b longeur d’une fente < 1um

N nombre de traits éclairees = n*L n = nombre de traits par mm, L longeur de la surface éclairée

b) Formule des réseaux (Perez p.356)

Démo formule des réseaux avec un angle d’incidence. Faire la manip de vérification de la formule des réseaux (laser + réseau 300 traits/mm + écran). Discuter de ce qu’on observe sur l’écran !

Inutile d’imposer un angle d’incidence non-nul pour la formule des réseaux : on sera en incidence normale tout au long de la leçon. Ne pas compliquer la leçon inutilement.



(1)

$$\boxed{\sin\theta = \sin\theta_0 + p\frac{\lambda}{a}}$$ Formule des réseaux.

- pour $p \neq 0$, dépendance en longueur d'onde.
  ↳ le réseau disperse
  ↳ spectre.
- plus a diminue, plus le rayon est dévié.

c) Intensité diffracté (voir Taillet p.103, 148)

Il faut poser clairement les hypothèses du problème (exemple : on est dans le cadre de la diffraction de Fraunhofer pour la démo.

Obtention de l'intensité diffractée par un réseau à partir de la somme des vibrations diffractées par une fente. Améliorer ensuite l'expression en appliquant à chaque fente du réseau les résultats de la théorie de la diffraction.

Discuter de l'expression obtenue (facteur de forme, de structure) à partir du programme Python. Montrer l'influence des paramètres géométriques définis dans le I.a).

$\underline{s}_1 = A e^{-i\omega t}$ vibration diffractée par la 1ère fente.

… $\underline{s}_p = A e^{-i\omega t} e^{i(p-1)\varphi}$ " " " pième fente.

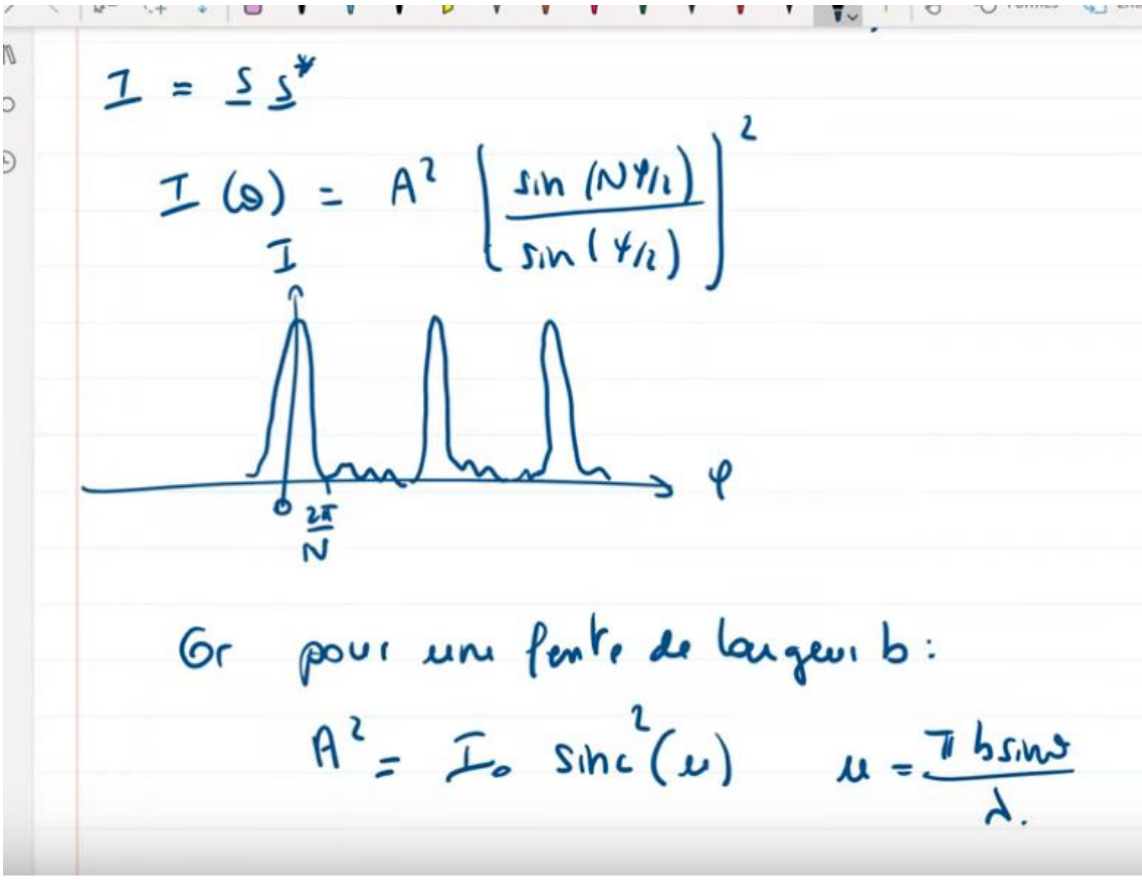
$$\underline{s} = \sum_{p=1}^{N} \underline{s}_p = A e^{-i\omega t}\left[1 + e^{i\varphi} + e^{2i\varphi} + \dots + e^{i(N-1)\varphi}\right].$$

$$= A e^{-i\omega t}\left(\frac{1 - e^{iN\varphi}}{1 - e^{i\varphi}}\right)$$

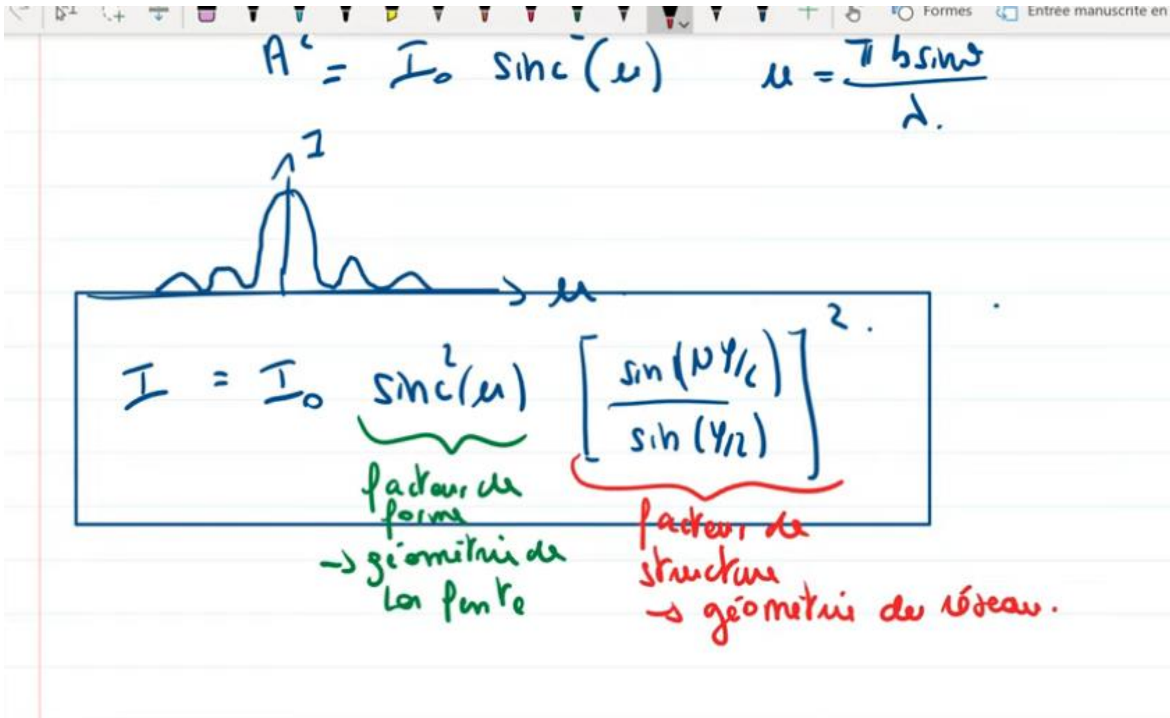
$$= A e^{-i\omega t}\,\frac{e^{iN\varphi/2}\left(e^{iN\varphi/2} - e^{-iN\varphi/2}\right)}{e^{i\varphi/2}\left(e^{i\varphi/2} - e^{-i\varphi/2}\right)}$$

$$\underline{s} = A e^{-i\omega t} e^{i(N-1)\frac{\varphi}{2}}\,\frac{\sin(N\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)}$$

Valeur de A^2 resul ;tat de la leçon precedente sur la diffraction. Ceci porend en compte que nous avoons diffreaction par les fentes qui ne sont pas infiniment fines.



on ne peux pas sans rien dire introduire en produit le facteur de forme et de structure. Cela vient de propriétés des transformées de Fourier (la TF d'un produit de convolution donne le produit des TFs). Il faut être rigoureux lors de cette étape délicate.



Montrer ensuite programme python pour illlustre variation du facteur de forme et le facteur de structure.

Pourquoi n'a-t-on pas de terme en exp(i k.r) pour la démo ? on a une différence de marche sur un même plan de front. C'est pour ça qu'on a pas de terme en exp(i k.r)

d) Application à la spectroscopie (voir Houard p.323)

On peut connaître des propriétés de la source à partir de l'objet diffractant. Définition du pouvoir de résolution R = $\lambda/\Delta\lambda$. Dire qu'on se sert du critère de Rayleigh pour montrer que R = p*N avec N le nombre de traits éclairés (je n'ai pas fait la démo mais il faut savoir la faire).

La capacité d'un réseau à séparer les pics de diffraction est mesurée par le pouvoir de résolution.

$$\boxed{R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}} = pN$$

- R ↗ avec p et N.
- ne dépend pas du réseau !

OdG : $L = 2,5$ cm
5000 traits/cm
$p = 2$
$\lambda = 500$ nm

ODG : L = 2,5

500traits/mm

P = 2

Lambda = 500 nm

R=2500 donc deltalambda =- 0.02 nm

Donner un ordre de grandeur pour R et $\Delta\lambda$ (on peut observer le doublet du sodium ! Le montrer si on a le temps).

II- Diffraction par des structures cristallines (voir Ashcroft)

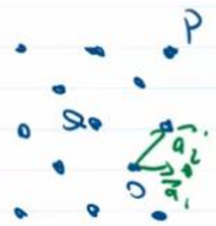
a) Réseaux cristallins (à verifier cette partie)

Définition d'un cristal : Solide dont les constituants sont assemblés de manière **PÉRIODIQUE**. (en opposition au verre, solide amorphe).

Rq. Un métal peut aussi être un crystal.

I) 1) Réseaux cristallins.

cristal : solide dont les constituants sont assemblés de manière régulière.



$$\vec{OP} = -\vec{a_1} + 3\vec{a_2}$$

$$\vec{OQ} = -\vec{a_1} + \vec{a_2}$$

Réseau de Bravais : CFC, CC, HC.

Modélisation par un réseau de Bravais. Préciser qu'on a déjà vu des réseaux de Bravais 3D en chimie (structure CFC, HC…).

Une onde sera diffracté sur ces structures periodiques

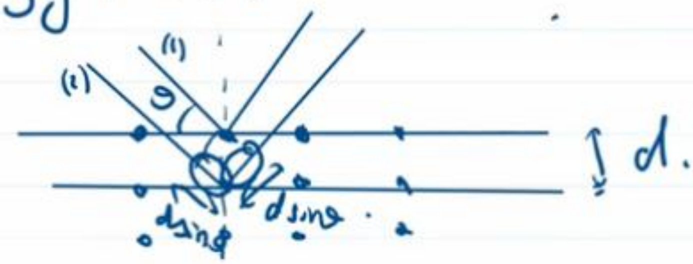
b) Diffraction par des Rayons X (Ashcroft)

On considère un cristal composé de plans d'ions parallèles séparés d'une distance d. Démontrer la condition de Bragg (père et fils, prix nobel 1913).

Chque couche d'atomes se comporte comme un reseau plan.

2) Diffraction des rayons X

(Bragg, 1913)



les rayons diffractés par les plans successifs interfèrent de manière constructive.

idée : Chaque ion agit comme un miroir.

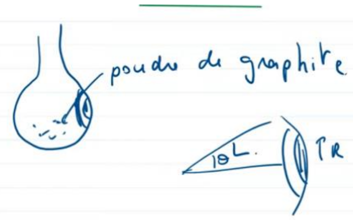
différence de marche : $\delta = 2d\sin\theta$.

Condition d'ijnterferences constructives : p*labmda = 2dsin(teta), condition de Bragg

Transition : on peut remonter aux propriétés de l'objet avec cette condition !

c) Détermination des paramètres de maille par la méthode des poudres (notice) (complex ne pas en parler et on est déjà à 30 min).

Pour des électrons, la relation de Bragg reste valable. Manip « diffraction des électrons » dispo dans la collection. Déterminer les paramètres de mailles à partir de Bragg (c'est dans la notice de la manip). **(complex ne pas en parler et on est déjà à 30 min)**.



$p\lambda = 2d\sin\theta$ $\qquad$ $\sin\theta = \frac{R}{L}$.

Ouverture : généralisation à d'autres types d'ondes (acoustiques par exemple). Voir compo 2014 Acoustique sous-marine.

Niveau choisi pour la leçon : L3

Pré-requis : interférences, diffraction, cristallographie, dualité onde-corpuscule

Quelques remarques suite à la correction de la leçon :

- Il faut poser clairement les hypothèses du problème (exemple : on est dans le cadre de la diffraction de Fraunhofer pour la démo du I.c)
- Inutile d'imposer un angle d'incidence non-nul pour la formule des réseaux : on sera en incidence normale tout au long de la leçon. Ne pas compliquer la leçon inutilement.
- Pour l'expression obtenue en I.c) on ne peux pas sans rien dire introduire en produit le facteur de forme et de structure. Cela vient de propriétés des transformées de Fourier (la TF d'un produit de convolution donne le produit des TFs). Il faut être rigoureux lors de cette étape délicate.
- Toujours pour la démo de l'intensité diffracté : préciser qu'on a une différence de marche sur un même plan de front. C'est pour ça qu'on a pas de terme en exp(i k.r).
- Définition d'un cristal : solide dont les constituants sont assemblés de manière périodique (et non régulière).
- La manip de diffraction des électrons est complexe… Il faut pouvoir expliquer pourquoi on observe des anneaux. Bref, après réflexion, j'éviterai d'en parler !

Questions posées par l'enseignant

- Pour l'expression obtenue en I.c), d'où sort la formule avec le facteur de forme et le facteur de structure.
- On se place dans quel type de diffraction pour la démo formule des réseaux ?
- Influence de la largeur de la fente dans le programme python ? Du pas du réseau ?
- Critère de Rayleigh : expliquer.
- Pourquoi n'a-t-on pas de terme en exp(i k.r) pour la démo du I.c) ?
- Redéfinir un cristal
- Pourquoi pour sonder la structure cristalline, on a nécessairement besoin de rayon X ? Parce que les distances interatomiques typiques sont de l'ordre de l'Angström. L'énergie correspondante à cette taille caractéristique correspond à l'énergie typique des rayons X.

- Longueur des fentes grande devant leur largeur : qu’est-ce que cela implique ?

Commentaires donnés par l’enseignant

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

La leçon s'est un peu perdue à évoquer des notions qui étaient liées au sujet, mais sans dégager de cohérence ou de vue d'ensemble. Par ailleurs, la formule permettant d'introduire le facteur de forme ou de structure a été donné sans démonstration quelconque, et sans préciser d'où elle venait. Les formules données n'étaient que peu discutées, et le lien entre les transmittances utilisées et leurs figures de diffraction, notamment en terme de tailles caractéristiques, n'étaient pas du tout donnée.

Il faut faire attention à la rigueur des calculs. Bien poser le modèle, les hypothèses, et le cadre dans lequel on se place (où observe-t-on la diffraction, à quoi correspond la grandeur calculée, etc.). Il est important de ne pas confondre diffraction en général et diffraction de Fraunhofer. Attention aux notations, qui doivent introduites et cohérentes d'une partie du plan à l'autre. Il faut également identifier clairement les pré-requis, et les utiliser tout au long du texte pour éviter de refaire des calculs parfois lourds et qui n'apportent pas beaucoup à la leçon.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Il est fondamental d'introduire proprement la transmittance d'un objet périodique, et distinguant le motif qui se répète, et la répartition spatiale de l'apparition de ce motif. Cela peut être fait indépendant du calcul de la diffraction par un réseau. Par calcul direct, ou utilisation des propriétés des transformées de Fourier (La TF d'un produit de convolution et le produit des Tfs), on introduit alors les notions de facteur de forme et de facteur de structure. Cela forme le point central de la leçon, auquel il faudra se référer.

Un autre point important est le fait que la transmittance de l'objet périodique fait apparaître des tailles caractéristiques, à minima du motif et de la périodicité à laquelle il ré-apparait. Ces tailles caractéristiques vont réappaitre dans la transformée de Fourier. Elles permettront d'une part d'identifier facilement quel partie de la figure de la diffraction provient de quelle partie de la transmittance, et de comment la figure de diffraction est modifiée lorsqu'on change une de ces tailles caractéristiques.

Ces notions étant posées, la leçon va s'articuler autour du fait que la factorisation du facteur de forme et de structure permet de se focaliser sur un seul de ceux-ci. On connait alors un de ces facteurs, et on peut utiliser la diffraction pour étudier le spectre d'une source lumineuse (exemple du réseau), ou bien on ne connait pas la transmittance et on veut étudier soit son motif soit sa périodicité (sonder la matière via la diffraction, par exemple avec des rayons X, mais de manière générale à n'importe quelle fréquence selon la taille caractéristique des motifs que l'on veut sonder).

Il est possible de parler de différents domaines de la physique, cf par exemple l'émission d'onde par un sonar multi-faisceaux (composition 2014), le fait de sonder la matière avec différents types d'onde en fonction des tailles caractéristiques sondées, ou des principes généraux de spectrométrie. Cependant, il est important de ne pas se perdre dans les applications et les exemples, mais de dégager au contraire à chaque fois en quoi cela se rattache aux notions générales au cadre général de la diffraction par des structures périodiques présenté plus haut.

Si la diffraction par un réseau est évoquée, attention au fait que de faire le réseau fini avec des fentes de taille finie peut vite devenir lourd calculatoirement. Il est donc important d'être efficace et/ou rusé dans la façon dont on obtient la figure de diffraction.

Attention à l'expérience de diffraction des électrons par du graphite, qui demande à être bien comprise pour ne pas raconter n'importe quoi ! On peut vite se faire piéger dans l'interprétation de la figure de diffraction.

<u>Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)</u>

Diffraction par un réseau. Diffraction des électrons par du graphite.

<u>Bibliographie conseillée</u>

Confère la bibliographie assez complète donnée par l'étudiant.
https://www.youtube.com/watch?v=l6V5fbJV_z0&feature=youtu.be