Clément Sayrin
clement.sayrin@lkb.ens.fr

TD d'Optique 3

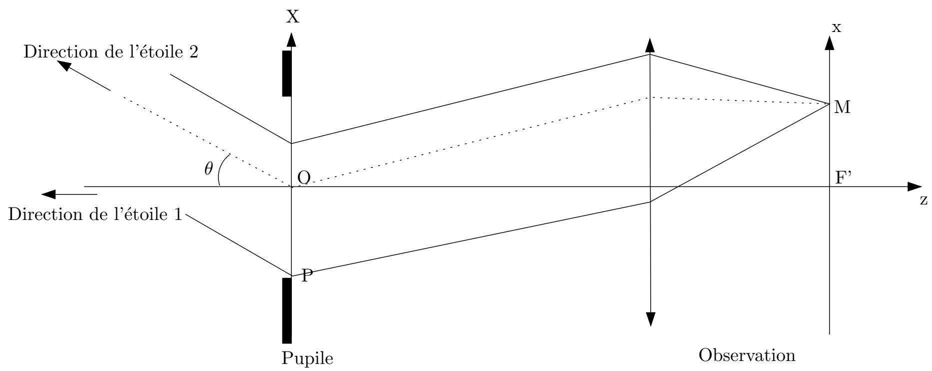
Diffraction (2) : Applications

25/09/2019

Exercice I — Rôle de la diffraction dans la formation des images – Apodisation

Le but de cet exercice est de mettre en évidence l'effet de la diffraction dans la formation des images et de voir comment il peut être nécessaire de choisir un diaphragme adapté à chaque cas particulier. Dans un souci de simplification, nous raisonnerons sur des fentes infiniment longues, tout en sachant que le phénomène reste qualitativement le même dans le cas des instruments d'optique réels à symétrie cylindrique.

On schématise un télescope par une lentille mince de distance focale f' précédée d'une pupille diffractante rectangulaire de largeur a, infinie dans la direction Y, dont la transparence complexe est notée $t(X)$. On observe deux étoiles assimilables à deux sources ponctuelles monochromatiques à l'infini. L'une d'elle est sur l'axe optique, l'autre se trouve dans une direction repérée par l'angle θ. Les intensités des étoiles ne sont pas nécessairement identiques.



1. Déterminer l'éclairement dans le plan focal de la lentille dû à chaque étoile, puis en déduire l'éclairement total. Quelle est l'influence de la largeur de la fente ?

2. Dans un premier cas, on considère que les deux étoiles ont la même intensité I_0. Selon le critère de Rayleigh, la limite à partir de laquelle on peut distinguer deux taches de diffraction différentes correspond au cas où le maximum de l'une est confondu avec la première annulation de l'autre. En utilisant ce critère, déterminer l'angle θ_l limite que permet de résoudre un tel télescope. Commentaires ?

3. On ajoute désormais à cette fente un filtre de transparence
$$t(X) = \cos\left(\frac{\pi X}{a}\right) \quad \text{pour} \quad |X| \leq a/2.$$
Quels sont les avantages et inconvénients de cette pupille par rapport à la précédente ?

   Pour mettre en évidence l'avantage d'un tel filtre, on considère le cas où l'intensité de la seconde étoile est beaucoup moins élevée que la première. Donner l'allure de l'éclairement total avec et sans filtre dans le cas où $\theta = \frac{5\lambda}{2a}$ et commenter les résultats obtenus.

Exercice II — Optique de Fourier

1. Rappeler la relation qui existe, dans l'approximation de Fraunhofer, entre la fonction de transparence d'une structure diffractante et l'amplitude diffractée à l'infini (ou dans le plan focal d'une lentille).

2. **Expérience d'Abbe**

   On propose une expérience pour illustrer ce principe : on considère un réseau $\mathcal{R}$ de période a, éclairé par une onde plane. On fait l'image de ce réseau à l'aide d'une lentille de focale f_1. On note P_2 le plan image de $\mathcal{R}$ par la lentille, et P_1 le plan focal de la lentille, dans lequel on observe la figure de diffraction «à l'infini» du réseau.

   On utilise un objet Σ, placé dans le plan P_1, dit plan de Fourier, pour modifier l'image du réseau obtenue dans le plan P_2. Comment doit être constitué Σ pour obtenir un doublement du nombre de traits de l'image du réseau ?

3. Qu'est-ce que la strioscopie ? L'imagerie par contraste de phase ?

Clément Sayrin
clement.sayrin@lkb.ens.fr

Exercice III Diffraction des rayons X par les solides

Les atomes ou molécules d'un cristal sont ordonnés selon un arrangement régulier de motifs en 3 dimensions, formant ainsi un cas particulier de réseau.

1. Déterminer l'ordre de grandeur de la longueur d'onde nécessaire pour sonder un cristal solide, et en déduire les types de rayonnement utilisables pour observer une figure de diffraction de ces cristaux.

   On considère par la suite la diffraction de rayons X, diffusés de façon élastique par les atomes du cristal.

2. **Loi de Bragg**

   On suppose que les plans parallèles d'atomes présents dans le cristal agissent comme des miroirs semi-réfléchissants, chaque plan ne réfléchissant qu'une partie du rayonnement incident. Quelle est la condition, appelée Loi de Bragg, sur la distance d entre les plans, la longueur d'onde λ du rayonnement et son angle d'incidence θ sur les plans considérés pour observer une amplitude diffractée non nulle ?

3. **Condition de Laue**

   La loi de Bragg est une condition claire et facile à utiliser, mais elle nécessite de faire l'hypothèse de réflexion de l'onde sur des plans réticulaires (c'est-à-dire de raisonner en terme d'optique géométrique) puis d'utiliser les interférences entre les ondes lumineuses (c'est-à-dire de raisonner en termes d'optique ondulatoire).

   Pour réaliser une étude plus complète, on peut partir de l'équation générale donnant l'amplitude diffractée par l'échantillon en un point M, dans l'approximation de Fraunhofer. On note $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ les vecteurs élémentaires d'une maille du cristal, par combinaison desquels on peut générer tout le cristal.

   Donner les conditions sur $\Delta\vec{k} = \vec{k} - \vec{k}_0$ pour que $\vec{k}$ corresponde à la direction des pics d'interférence constructive de la figure de diffraction, $\vec{k}_0$ étant le vecteur d'onde incident.

   Déterminer les vecteurs de base du réseau réciproque, c'est-à-dire les vecteurs sur lesquels on peut décomposer $\Delta\vec{k}$.

   Retrouver la loi de Bragg.