

**Titre :** Statistiques quantiques. Applications,

**Présentée par :** Camille MERIDJA

**Rapport écrit par :** Camille MERIDJA

**Correcteur :** Fabrice Debbasch

**Date :** 03/04/20

**Bibliographie de la leçon :**

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Physique statistique	C. Texier, G. Roux	Dunod	

**Plan détaillé**

Niveau choisi pour la leçon : L3

Pré-requis : -Distributions canonique et grand-canonique

- Traitement classique du gaz parfait
- Postulat de symétrisation en MQ
- Notion de spin
- Loi de Planck

Intro : On a vu lors de précédentes leçons l'établissement des lois du gaz parfait classique, dans cette leçon on étudie l'influence des corrélations quantiques dans le régime haute densité/basse température.

**1min**

I) Formalisme des statistiques quantiques

1) Rappel des résultats classiques

Calcul de la fonction de partition du gaz parfait monoatomique classique

Calcul de l'énergie moyenne canonique du GPMC, pression canonique → loi des gaz parfaits, entropie canonique et formule de Sackur-Tetrode.

La formule de Sackur-Tetrode fait directement apparaître les limites de la description classique : c'est une approximation de haute température/basse densité.

**7min50**

2) Formalisme de statistiques quantiques

Postulat de symétrisation : notion de fermions et de bosons suivant le comportement de la fonction d'onde globale d'un système de particules identiques sur l'échange de deux particules.

Lien entre le comportement de la fonction d'onde et le spin des particules via le théorème spin-statistique

Etablissement de la densité d'états en énergie du gaz parfait monoatomique

Factorisation de la grande fonction de partition sur les états quantiques individuels

Définition de la grande fonction de partition individuelle et du facteur d'occupation moyen d'un niveau individuel

**20min**

II) Distributions de Fermi-Dirac et Bose-Einstein

1) Fermi-Dirac

Facteur d'occupation d'un niveau seulement 0 ou 1 => facteur d'occupation moyen d'un niveau suit Fermi-Dirac

**2min**

2) Bose-Einstein

Pas de contrainte sur le facteur d'occupation  $\rightarrow$  facteur d'occupation moyen suit Bose-Einstein

**4min**

## II) Applications

### 1) Comportement des électrons dans un métal

A Tamb comportement des électrons dans le métal  $\sim$  comportement à 0K

Définition de l'énergie de Fermi, vitesse de Fermi

**Interruption par l'examineur à 40min**

### 2) Rayonnement du corps noir

Densité de modes d'un gaz de photons

Etablissement de la loi de Planck en considérant un gaz parfait de photons.

Conclusion : Importance des corrélations quantiques par leurs nombreuses manifestations macroscopiques

**Questions posées par l'enseignant**

**Vous avez parlé de modes plutôt que d'états pour le corps noir, pourquoi ?**

Vocabulaire qui permet de bien distinguer les états de polarisation possibles pour une même pulsation

**C'est quoi le spin du photon ? Dégénérescence de spin du photon ?**

Spin du photon = 1 mais seulement deux états de dégénérescence (au lieu de 3)

**Pourquoi la dégénérescence est de 2 ?**

Correspond aux 2 états d'hélicité du photon

**A quoi correspond classiquement les deux états d'hélicité ?**

Deux polarisations circulaires de l'onde

**Vous nous avez parlé du postulat de sym, principe de Pauli et du th spin statistique. Quel est l'apport du principe de Pauli par rapport au postulat de sym ? Le postulat de sym, comment le justifier (au moins partiellement) ? Pourquoi pour une particule donnée on a toujours + ou -1 ?**

Justification par les valeurs propres de l'opérateur de permutation

**C'est quoi le th spin statistique ?**

Permet de faire le lien entre le spin et ladite valeur propre

**C'est quoi le spin ?**

Voir vidéo

**Partie 1 précisez quand vous passez de la somme à l'intégrale ce que vous appelez**

**« classique ». Est-ce que cette approximation est la même que celle que vous appelez régime classique par la suite. Est-ce que ça dépend de la densité  $n$  ? D'où vient de  $dpdr/h$  dans l'intégrale, en particulier en lien avec ce que vous avez présenté. Comment convaincre un étudiant qu'on peut transformer la somme en intégrale ? Le  $1/N$  ! comment on le montre, d'où il vient ? Est-ce qu'on a une hypothèse sur  $N$  ?**

Voir la vidéo pour la discussion

**Explicitez  $dF$  = ? Qu'est ce qu'il se passe en grand canonique ? Donnez le grand potentiel  $J$**

$dF = -SdT - pdv + \mu dN$  ; en GC :  $dJ = -SdT - pdV - Nd\mu$  ; par extensivité :  $J = -p(T, \mu) V$

**Est-ce qu'on peut faire un gaz parfait classique en grand canonique ?**

Oui.

**C'est quoi la tête de la grande fonction de partition ?**

$K_i = \exp(\exp(\beta \mu) z)$  avec  $z$  fonction de partition à une particule

**Vous avez parlé d'équivalence d'ensemble ? D'où ça vient, pourquoi ces ensembles, quel en est le contenu physique, et qu'est ce qui permet de faire l'équivalence ? Citez des exemples simples de système physique sur lequel on peut faire de la phy stat sur un ensemble mais pas sur un autre ?**

Vrai à la limite thermo sauf pour des systèmes avec interactions à longue portée, typiquement les systèmes gravitationnels, où seul l'ensemble microcanonique fonctionne

**A  $T=0K$ ,  $FD$  devient une Heaviside, justifiez**

**Les électrons qui vont pouvoir bouger sont ceux d'énergies  $= \mu$ , pourquoi ? Comment justifier qu'ils sont libres**

Ceux à des énergies inférieurs sont bloqués, ne peuvent pas être excités. Théorie des bandes, on est dans un métal donc pas en limite de bandes

**Si vous aviez eu 3h vous auriez parlé de quelles autres applications ?**

Fermi-Dirac : étoiles à neutrons ; Bose-Einstein : phonons/capacités thermiques



**Commentaires donnés par l'enseignant**

C'est une leçon très difficile, la physique est compliquée pas les maths. Il y a énormément d'applications où il faut faire ressortir la physique.

Vous avez fait quelque chose de très théorique, ça manque d'applications pour faire ressortir la physique. Il faut trouver un moyen d'introduire FD et BE rapidement pour passer plus de temps sur les applications.

**Comment le faire ?** Deux solutions : balancer brutalement les choses, montrer qu'il y a un problème avec Sackur-Tetrode et donner sans justifier les solutions FD et BE.

Deuxième solution, faire du dénombrement sur un des deux cas et balancer l'autre.

Troisième solution, vous avez la notion de champ EM connue en particulier dans une cavité, ça revient à une particule dans une boîte avec des modes propres, chaque mode propre est un OH, posez la question aux étudiants de comment faire une description quantique de la chose => Oui on a le Z, on peut sortir BE à  $\mu=0$ . Avantage quand on fait ça c'est la même chose que pour les phonons. A choisir l'enseignant ferait le dénombrement + applications : corps noir, capacité calorifique des métaux.

On ne peut pas traiter les étoiles à neutrons en canonique/grand canonique (interactions à distance) => le faire en microcanonique donc avec des permutations : d'où le choix de la deuxième solution.

Vous avez tendance à parler des microétats, attention à se rappeler que ce sont des états d'un système macroscopique.

On pourrait aussi vous embêter avec pourquoi  $p=\hbar k$

Globalement le jury serait extrêmement frustré du manque d'applications. Il ne faut pas parler aussi longtemps du gaz parfait classique.





**Partie réservée au correcteur**

### **Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)**

Presentation pas mauvaise, mais beaucoup trop théorique, qui entraine donc des questions très theoriques, qui peuvent donc poser de gros problèmes a l'étudiant.

### **Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates**

Fondamentales: statistiques de Bose-Einstein et Fermi-Dirac, condensation de Bose, niveau de Fermi

Secondaires: démonstration de ces statistiques

Delicate: lien entre la statistique et le spin

### **Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)**

Corps noir?

### **Bibliographie conseillée**

N'importe quel livre de physique statistique, par exemple Diu et al., Landau tome 5, Reid: Fundamentals of statistical and thermal Physics, ...