

Titre : Diélectriques

Présentée par :

Rapport écrit par :

Correcteur :

Date :

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
BFR EM 4		Dunod	1996
http://www.phys.ens.fr/cours/notes-de-cours/jmr/sources.pdf	[2]		
http://www.lkb.upmc.fr/cqed/wp-content/uploads/sites/14/2019/10/optique_TD_polarisation_corrige.pdf	[3]		

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : L3

Pré-requis :

Ondes Électromagnétiques dans le vide

- Oscillations forcées
- Optique géométrique
- Étude macroscopique des milieux diélectriques (polarization, équations de Maxwell, relations de passage), réponse à un champ sinusoïdal, moment dipolaire électrique.
- Polarisation en optique

Biblio :

[8] *Électromagnétisme 4*, Bertin-Faroux-Renault

- [66] Tout-en-un Physique PC/PC*, ancien programme (2009).

- [61] Cours de Jean-Michel Raimond

- On peut aussi trouver des informations dans [38] C.

Garing, *Ondes 3*.

- [53] *Physique PC/PC**, H. Gié et coll.

Idée à faire passer :

Dans un premier temps la méthode de résolution est la même dans les DLHI que dans les conducteurs : les équations de Maxwell couplées aux équations constitutives donnent l'équation de propagation. Ce qui change en revanche c'est la réponse du milieu au passage de l'onde au niveau microscopique et ici en l'occurrence la forme de $\chi(\omega)$.

Dans un premier temps la méthode de résolution est la même dans les DLHI que dans les conducteurs : les équations de Maxwell couplées aux équations constitutives donnent l'équation de propagation. Ce qui change en revanche c'est la réponse du milieu au passage de l'onde au niveau microscopique et ici en l'occurrence la forme de $\chi(\omega)$.

Introduction : Ce cours s'inscrit dans la suite directe du cours sur l'électromagnétisme dans les milieux. On ne va travailler ici que dans des milieux diélectriques (sous-entendu non magnétiques), linéaires, homogènes et isotropes (abrégés en DLHI). On suppose donc connues les relations constitutives du milieu (liens entre \vec{E} , \vec{P} , \vec{D} , $\chi(\omega)$, $\epsilon(\omega)$, etc... A rappeler éventuellement sur [slide](#)). Il va de soit que des ondes électromagnétiques peuvent se propager dans ces milieux (dans le verre, par exemple) de sorte que le but de cette leçon est d'en prolonger l'étude par leur réponse au passage d'une telle onde. Dans un premier temps on va déterminer les équations associées à la propagation de l'onde, puis on verra comment, en fonction de la fréquence, le milieu réagit à cette excitation.

I.1

Petite discussion introductive sur χ_e dans un LHI. Aboutir à l'équation de D'alambert et la relation de dispersion

Cette partie dure 13 min max

I.DLHI

1) Hypothèses des DLHIs

On se place dans un milieu diélectrique, i.e non conducteur, que l'on suppose :

- linéaire : $\vec{P} = \epsilon_0 [\chi_e(r, \omega)] \vec{E}$,
- homogène : $\vec{P} = \epsilon_0 [\chi_e(\omega)] \vec{E}$,
- isotrope : $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e(\omega) \vec{E}$.

On a donc la relation suivante pour le vecteur déplacement électrique :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} \text{ .}$$

On va négliger l'effet de l'aimantation : $\mu_r \approx 1$, d'où :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \text{ .}$$

Ensuite continuer comme dans [1] p. 200-202 pour aboutir à l'équation de Dalambert et écrire la relation de dispersion. Nottament on prend convention de 2.2 p. 201 [1]. Cela aboutis aux relations de l'indice réel et complexe que nous avons.

On a donc :

$$\vec{k} \times (\omega \vec{B}) = \vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = -k^2 \vec{E} = \frac{-\omega^2}{c^2} \vec{E}$$

On en déduit la relation de dispersion :

$$k^2 = \epsilon_r \frac{\omega^2}{c^2} = n^2 \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 ,$$

où l'on a posé $n^2 = \epsilon_r$ l'indice du milieu.

3) Propriétés physiques

ϵ_r peut être complexe :

$$\epsilon_r = \epsilon_r' + i \epsilon_r'' .$$

Et donc, en choisissant le repère de sorte que l'axe de propagation soit l'axe des x, on a :

$$k = k' + i k'' .$$

Ainsi, les facteurs exponentiels vont s'écrire :

$$e^{i(\omega t - kx)} = e^{k''x} e^{i(\omega t - k'x)} ,$$

où le second terme exponentiel décrit la propagation, tandis que le premier décrit, selon le signe de k'' , l'absorption ou l'amplification.

Dans la relation de dispersion, cela se traduit par :

$$k'^2 - k''^2 = \epsilon_r' \left(\frac{\omega}{c} \right)^2$$

La discussion du 3) est dans le début du 2.4 p. 204 [1]. Attention à notre convention ! C'est le choix de notre convention qui nous donne la différence de signe avec [1] dans l'équation d'onde. ADAPTER !

Souligner le fait que on a absorption/amplification et propagation, notamment absorption due à la partie complexe. On se limitera au cas de l'absorption mais l'amplification peut exister aussi.

et

$$2 k' k'' = \epsilon_r'' \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 .$$

On peut parler de la vitesse de phase mais ce n'est pas nécessaire pour le moment. Introduire que n est racine de epsilon r comme fait dans [1] p. 204 pour montrer que n dépend de w (optionnel)

pour le moment), pour le montrer proprement il faut faire le dvlp p. 206-207 du [1]. Si on parle de la vitesse de phase ce n'est que pour se raccrocher à ce qui a été vu en optique avec l'indice optique.

La partie II dure 13 min max (total 26 min)

II. Origine microscopique de la susceptibilité

1) Polarisabilité

On trouve dans le milieu des charges liées. L'application d'un champ électrique extérieur va donc engendrer la formation de dipôles électriques.

*Polarisabilité électronique : correspond à la déformation du nuage électronique. On va modéliser l'atome par un oscillateur harmonique amorti : c'est le modèle de l'électron élastiquement lié.

Les fréquences typiques sont de 10^{14} à 10^{16} Hz (UV-visible), et les longueurs d'ondes grande devant la taille des dipôles (taille atomique), ce qui permet de considérer le champ électrique comme uniforme.

La polarisabilité α s'exprime :

$$\alpha = \frac{e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} .$$

*Polarisabilité atomique : mise en vibration des liaisons entre atomes dans les molécules, à des fréquences typiques de 10^{13} Hz (IR), également selon un modèle d'oscillateur harmonique amorti.

*Polarisabilité d'orientation : si le milieu contient des dipôles permanents (molécules polaires), ils s'alignent dans la direction du champ (en compétition avec l'énergie thermique). Les dipôles sont régis par l'équation :

$$\tau \frac{dp}{dt} + p = \epsilon_0 \alpha E .$$

En régime sinusoïdal forcé, on montre alors que :

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + i\omega\tau} .$$

Ce passage correspond à [1] p. 85-92 pour parler des trois types de polarisabilité. Dans cette Leçon on s'intéresse que à la polarisabilité électronique.

Donc changer 1) types de polarisabilité, 2) cas de la polarisabilité électronique.

Le calcul de la polarisabilité électronique est traité dans [2] p. 259-261 Mais ça reste complexe. Le modèle de l'électron élastiquement lié doit être fait de manière simple ([1] p. 86) en énonçant les bonnes hypothèses :

- On considère un électron qui est contraint de rester proche du noyau (on ne l'ionise pas). On peut rapidement mentionner le modèle « plum pudding » décrit dans [2] p. 256. On modélise ceci par

une force de rappel élastique k . Alors on voit apparaître une forme de oscillateur avec une fréquence propre ω_0

- L'électron subit une force de Lorentz du au champ électrique d'une onde EM monochromatique incidente de manière continue. On ne s'intéresse que à des fréquences optiques avec $\lambda \sim 600\text{nm} \gg 0.1\text{ nm}$ taille caractéristique de de l'atome. Donc l'onde peut être considéré comme plane.

- L'électron perd de l'énergie par desexcitation radiative et/ou collisions, on modélise cela simplement par un terme dissipatif proportionnel à la vitesse avec un temps caractéristique γ ($\gamma = m/\tau$ avec τ temps de relaxation dans [1]).

- On néglige ici la contribution du champ B. Raison pour questions, il est beaucoup plus faible car pas d'aimantation (HYP, remonter avec complexes et eq. De Maxwell).

On remonte au moment dipolaire $\vec{p} = -e \cdot \vec{r}$ (\vec{r} étant le déplacement de l'électron).

On définit la polarisabilité électronique α [1] p. 86. Insister sur le fait que c'est un champ local contrairement à \vec{P} même si les 2 formules se ressemblent.

Étudier la forme de la polarisabilité qui est complexe (partie réelle et imaginaire) la relier à l'absorption de l'énergie [1] p. 87, **donner simplement le resultat sans faire les calculs.**

Discuter sur l'absorption qui donne ensuite de la diffusion quand ω proche de ω_0 , résonance optique. **Etre très succinct ici.**

Pour une vapeur diluée $\vec{P} = N \cdot \vec{p}$ avec N le nombre d'atomes.

D'où $\chi_e = N \cdot \alpha$. Ensuite rappeler que dans notre cas LHI $\chi_e + 1 = \epsilon_r$, donc lien avec n complexe ! (milieu peu dense, les milieux denses aolaires la formule est plus complexe [1] p. 207 lorentz-lorentz).

Quand on a différents types d'atomes ce qui change c'est la fréquence de résonance propre. Alors la polarisation complexe est donné par:

$$\vec{P} = N \epsilon_0 \sum \frac{\frac{e^2}{\epsilon_0 \cdot m_i}}{\omega_0^2 - \omega_i^2 - j\gamma\omega_i} \vec{E}$$

On a traité le cas avec une seule polarisation mais on si on trace les 3 autres on trouve la courbe à monter sur slide.

Dernière partie a une expérience de birefringence avec un crystal de spath et un laser rouge pour montrer l'apparition de 2 spots. C'est un phénomène qui apparaît quand on a un milieu non isotrope. CETTE PARTIE DOIT COMMENCER VERS 25 :40. On s'intéresse à l'amplitude du champ E et on oublie pour le moment sa partie propagative.

III. Anisotropie

1) Lames retard

*Dans les milieux uniaxes, on a deux valeurs pour ϵ_r :

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 \neq \epsilon_3 .$$

*Dans les milieux uniaxes, on a deux valeurs pour ϵ_r :

$$\epsilon_1 \neq \epsilon_2 \neq \epsilon_3 .$$

On s'intéresse aux milieux uniaxes. On a alors deux permittivités $\epsilon_{r,o}$ et $\epsilon_{r,e}$ auxquelles on associe respectivement l'indice ordinaire n_o , qui est l'indice suivant les axes propres ainsi que l'indice extraordinaire n_e qui est l'indice suivant l'axe dit axe optique.

On considère une lame d'épaisseur e perpendiculaire à l'axe de propagation Oz. On choisit l'ax Ox comme axe optique. La lame introduit un déphasage

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) e .$$

*Pour une lame quart d'onde : $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$. Une polarisation rectiligne devient circulaire.

*Pour une lame demi-onde, $\Delta\varphi = \pi$. Une polarisation circulaire devient circulaire inversée.

2) Biréfringence

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} ,$$

$(\vec{k}, \vec{D}, \vec{B})$ forment un trièdre direct, de même que $(\vec{\Pi}, \vec{E}, \vec{B})$ (car $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$).

Cette partie est longue et très riche, ne pas passer du temps sur les lames à retard mais dire qu'elles existent. **LA LUMIÈRE INCIDENTE EST POLARISÉ RECTILIGNEMENT DANS LE CALCUL.** Faire directement le calcul du 2) après introduire le déphasage avec une slide. Ce calcul se trouve dans [3].

Donc \vec{E} et \vec{D} ne sont pas colinéaires, et $\vec{\Pi}$ et \vec{k} non plus.

Relation de continuité de \vec{D} :

$$\vec{D}_1 - \vec{D}_2 = \vec{\sigma}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 [\epsilon_r(\omega)] \vec{E}$$

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} D_x \\ 0 \\ D_z \end{pmatrix} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix}$$

$$\frac{D_x}{D_z} = \left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \frac{E_x}{E_z}$$

d'où :

$$\frac{1}{\tan \alpha} = \left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \frac{1}{\tan \alpha'}$$

Donc :

$$\tan \alpha = \left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \tan \alpha'$$

Nous avons fait des slides sur le sujet.

Une autre possibilité pour terminer le sujet est la loi de Cauchy. [1] p. 206. Attention il peut y avoir une petite erreur sur la dernière formule p.206 il y a λ au carré au numérateur aussi.