Titre : Systèmes conservatifs à 1 degré de liberté

Présentée par :

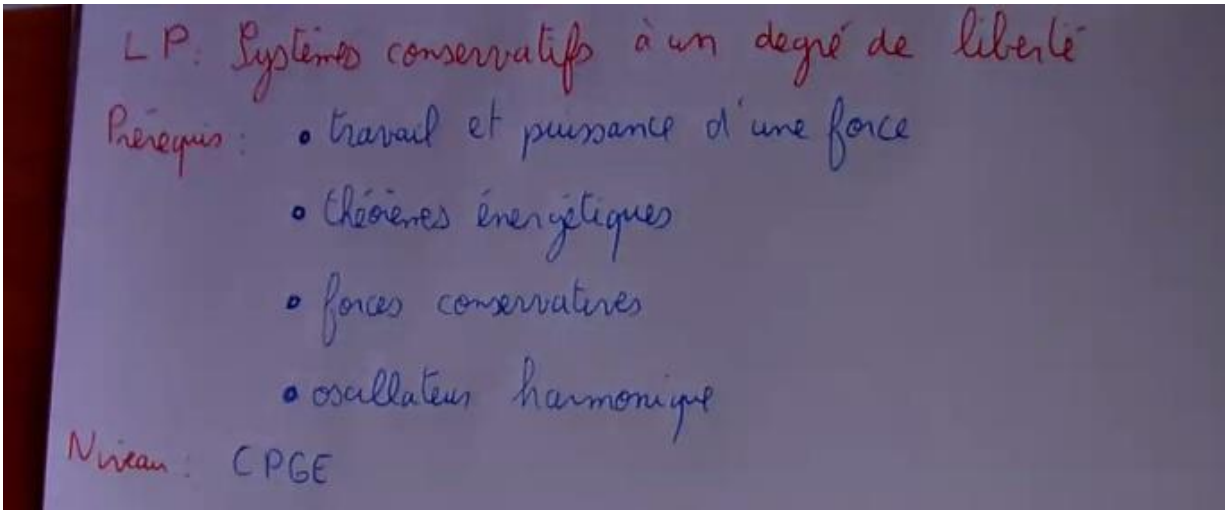
Rapport écrit par :

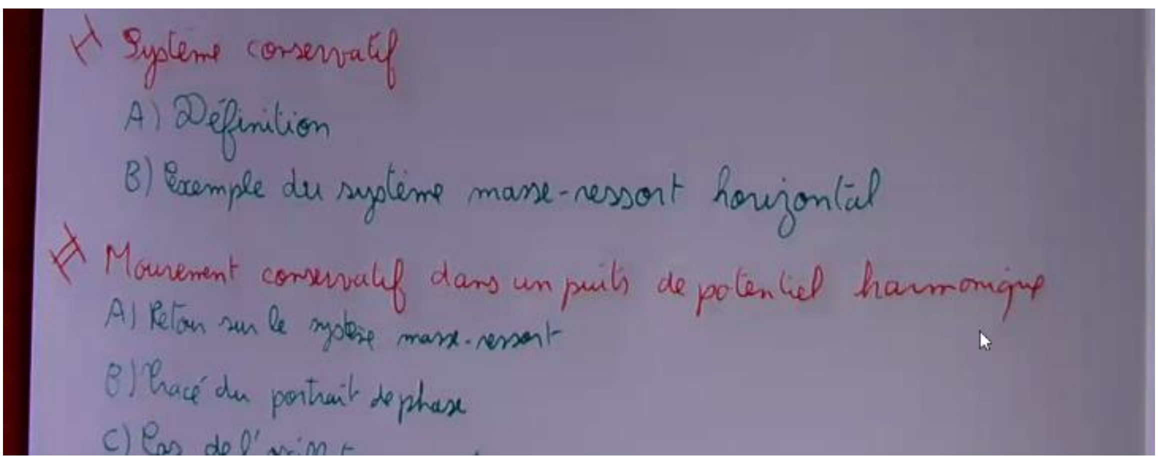
Correcteur :

Date :

Bibliographie de la leçon :			
Titre	**Auteurs**	**Éditeur**	**Année**
https://uhincelin.pagesperso-orange.fr/LP49_BUP_portrait_phase_oscil.pdf			
			2016

Plan détaillé





Maitriser TEM.

On commence par définir le cadre et on develpoera le reste sur u exemple.

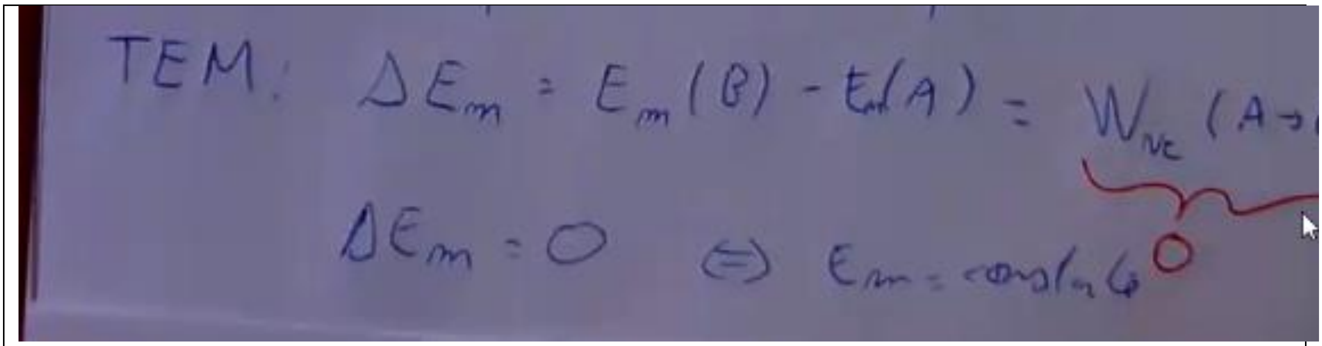
1A) degré de liberté : désigne un paramètre indpendant dans la description d'un système dynamique. Il peut évoluer sans contrainte dans le temps.

[2 :30]

La notioon de conservation est relative à l'énergie mecanique. Un système conservatif est soumis que à des forces conservatives ou a des forces non conservatives qui ne travaillent pas.

(Voir définition du travail des forces).

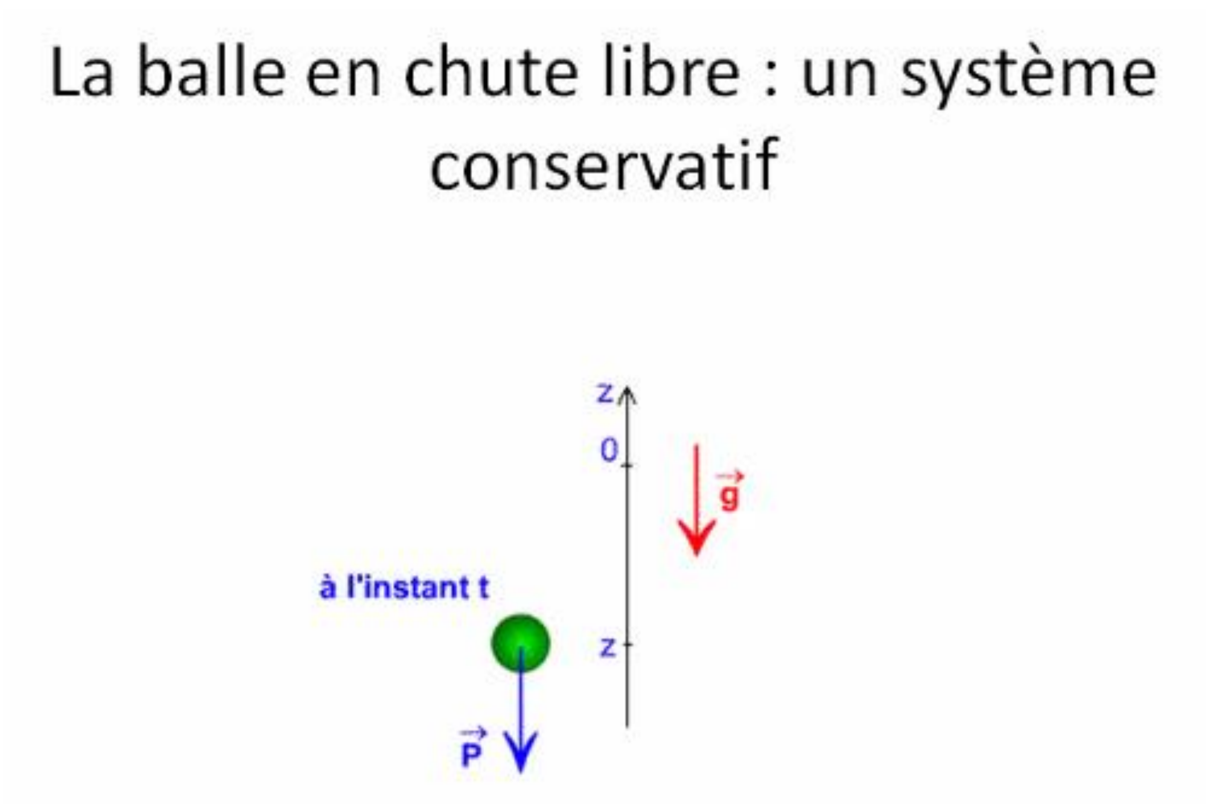
D'après le théoreme de l'énergie mecanique : Em pour une trajectoire entre point A et B est égal à la somme des traveaux des forces non conservatives entre A et B.



D’où la définition du système conservatif.

On illustre ce problème avec un exemple, la chute libre

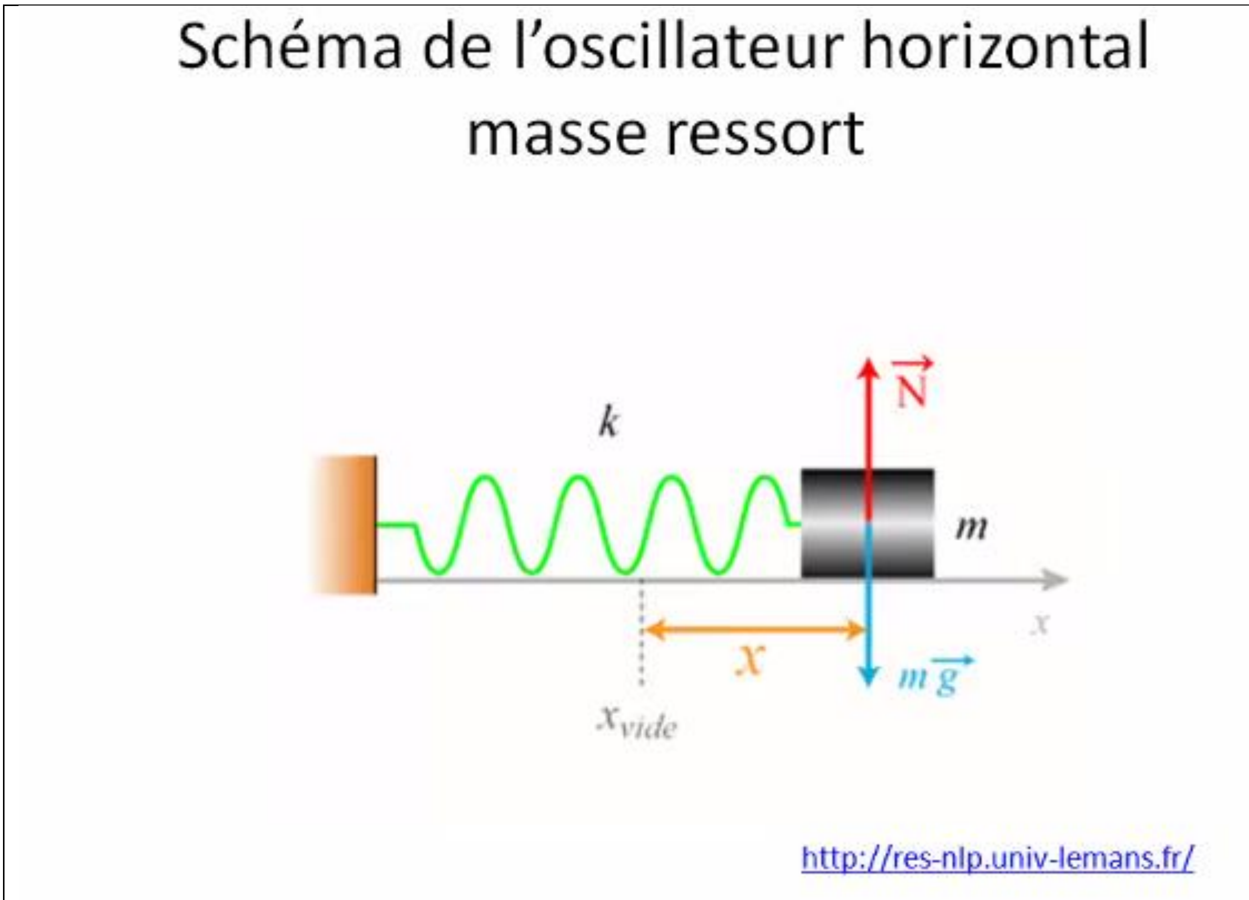
SLIDE » :



Définir le système, référentiel etc.

Poid conservatif.

B) [7 :11]



Presenter le système.

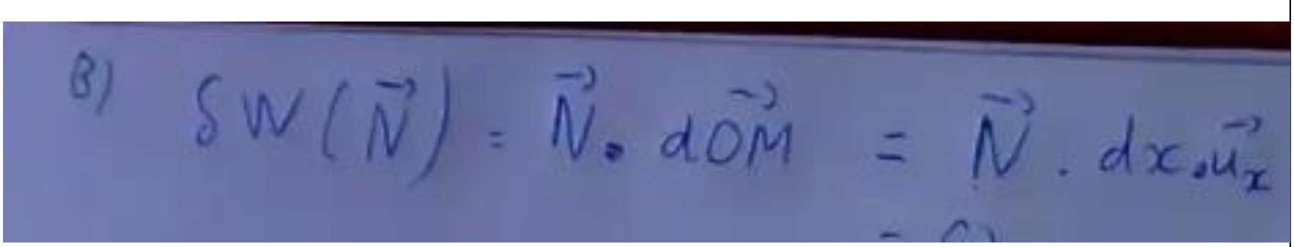
La réaction du support commence dans le bas du solide ! (superposition) dans le schéma.

On étudie dans ref galileen.

On commence par trouver l'EP du système.

Poid conservatif
Ressoirt conservatif

Réaction du support ?
Écrire le travail de la réaction du support :Déplacement que sur axe x.



Travail de la force de rappel ?
On introduit élongation (dif entre position de la masse et la position d'équilibre)

$$\vec{F}_r = -k\,(\underbrace{x - x_{vide}}_{\text{élongation : } x})\,\vec{u}_x$$

On regarde le travail élémentaire pour trouver l’expression du travail de la force.

$$\delta W = \vec{F}_R \cdot d\vec{OM} = -kx\,\vec{u}_x \cdot dx\,\vec{u}_x = -kx\,dx = -dE_p$$

Alors :

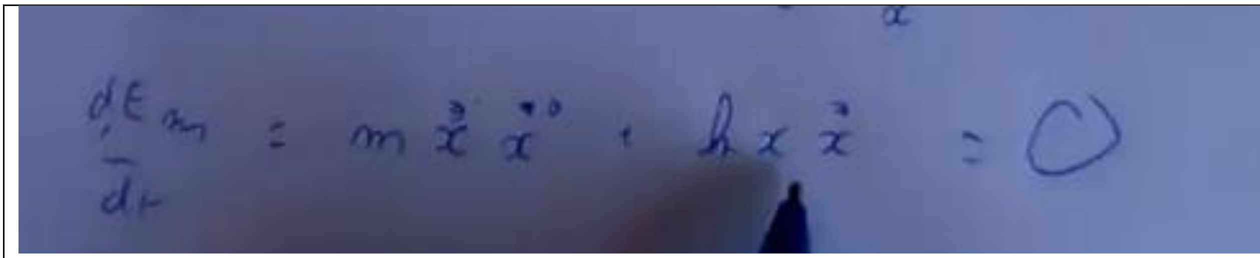
$$E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2 + C$$

On pose Ep = 0 dans la position d’équilibre donc C = 0 (élongation x = 0)

On applique le théorème de l’energie mecanique :

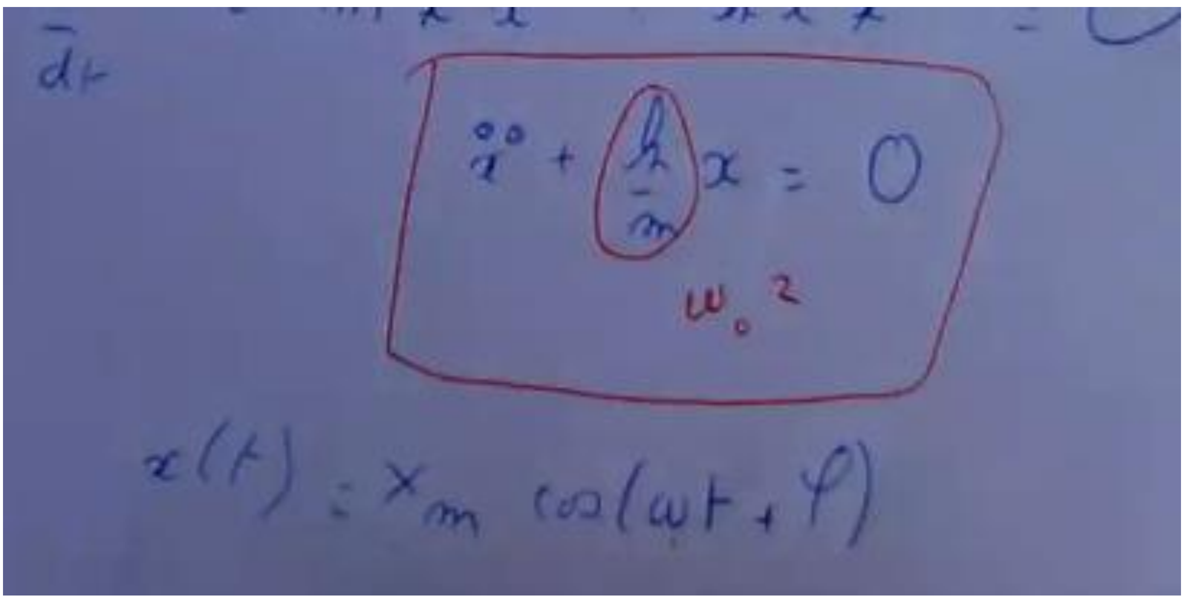
$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Alors



Si la masse n’et pas immobile on divise par xpoint.

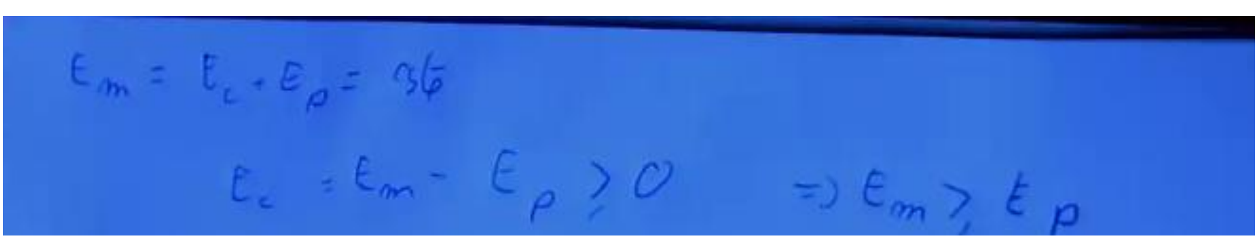
On retrouve l’oscillateur harmonique.



Ceci nous permet de trouver les positions d’’ equilibre du système et sa stabilité.

Ep est une parabole. Nous avons des oscillations, donc des échanges entre l’énergie potentielle et cinétique.

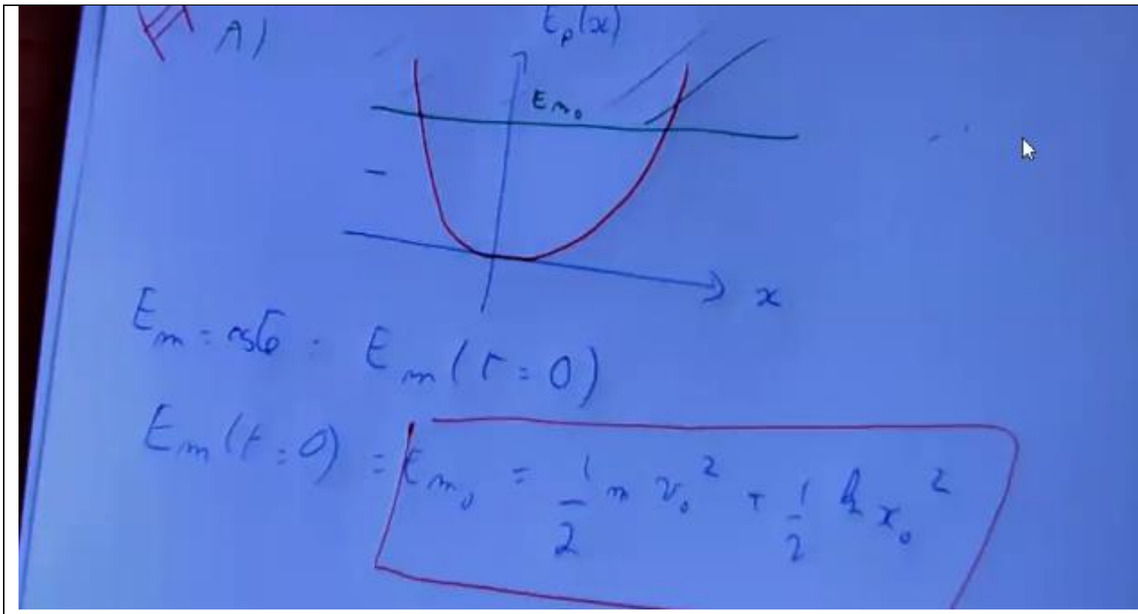
Si on integre dans le temps alors on trouve que :



II) [18 :45]

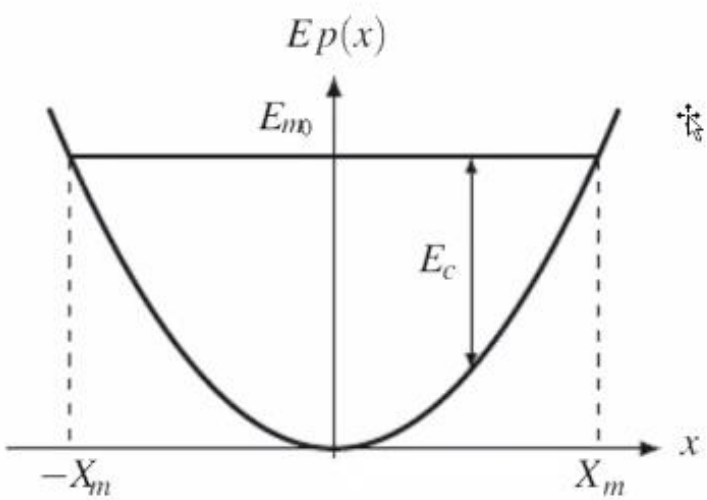
A) la masselot bouge danns un pui de potentiel harmonique.

Or l’energie mecanique est constante ! on peut trouver la valeur avec les conditions initiales.



Ceci fait que il y a une partie de l’espace qui est interdite à la masselote !

SLIDE :



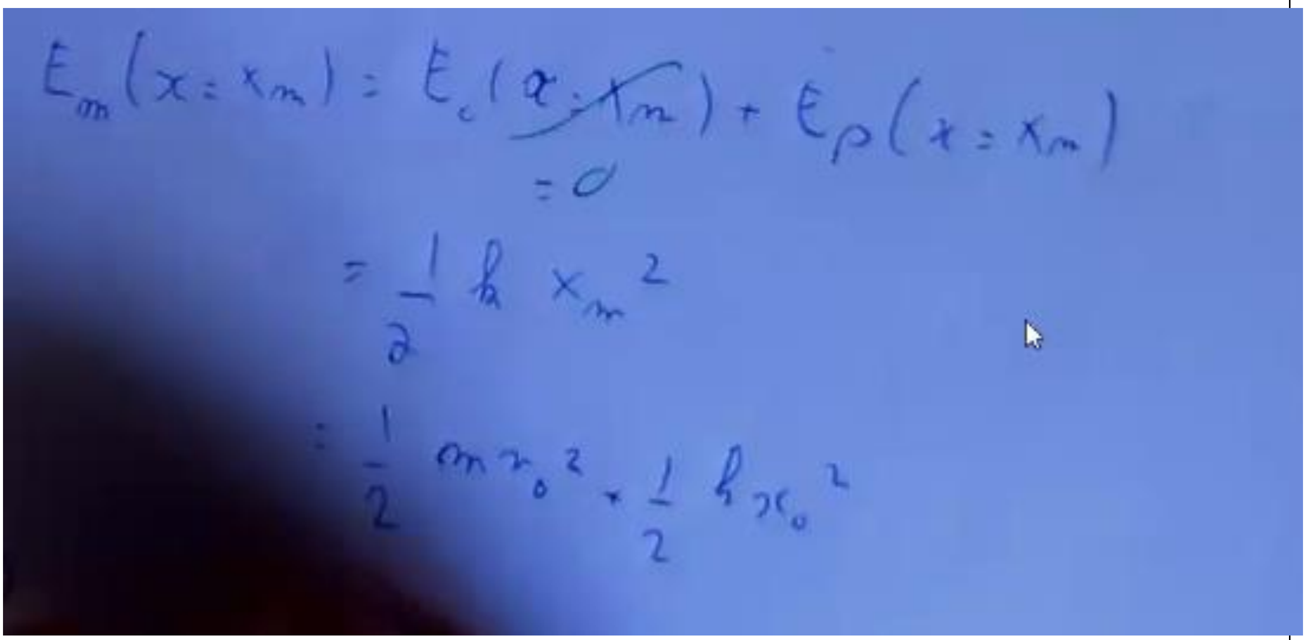
Tout-en-un PCSI – Salamito et al -2017

On determine l’expression de Xm

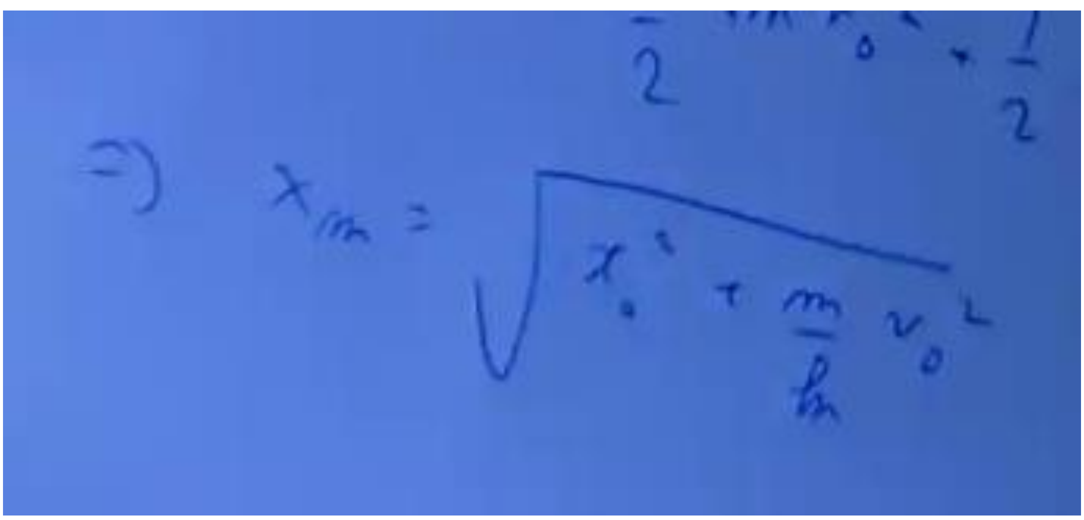
Alors énergie cinétique nulle !

(montrer animation université de le mans)

Alors :

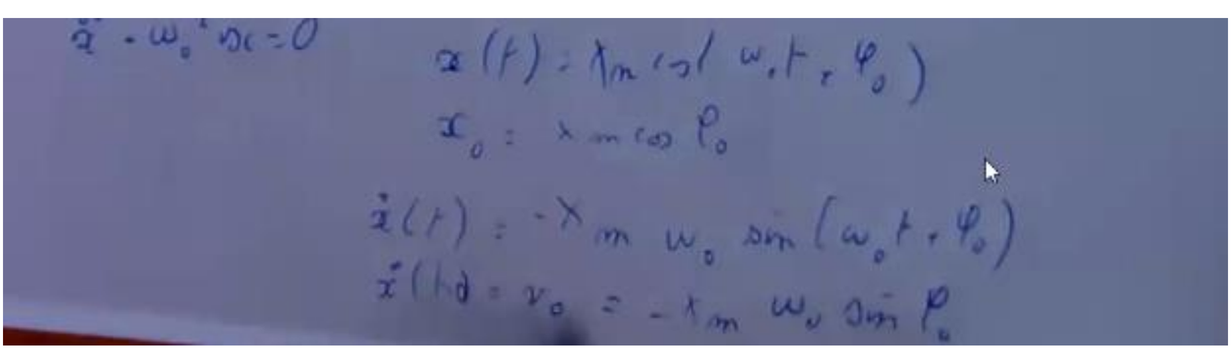


D'où :

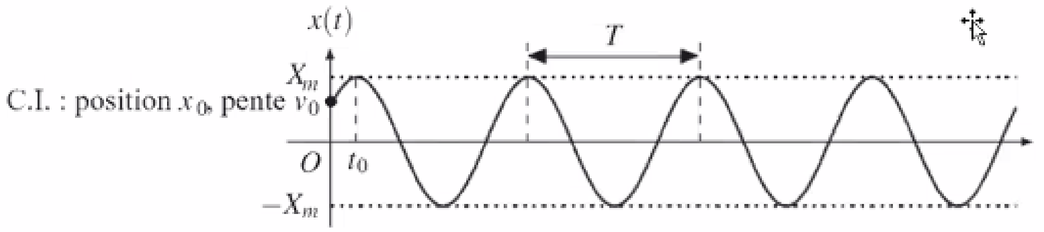


[24 :00]

On a trouvé l'amplitude maximale, il nous reste plus qu'à determier la phase phi0.



Alors ;



Tout-en-un PCSI – Salamito et al -2017

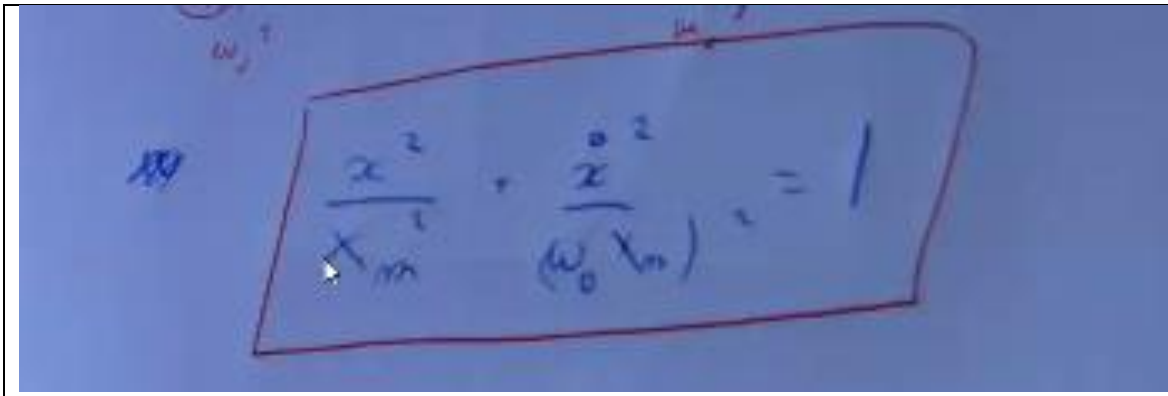
[26 :00]

B) Portrait de phase :

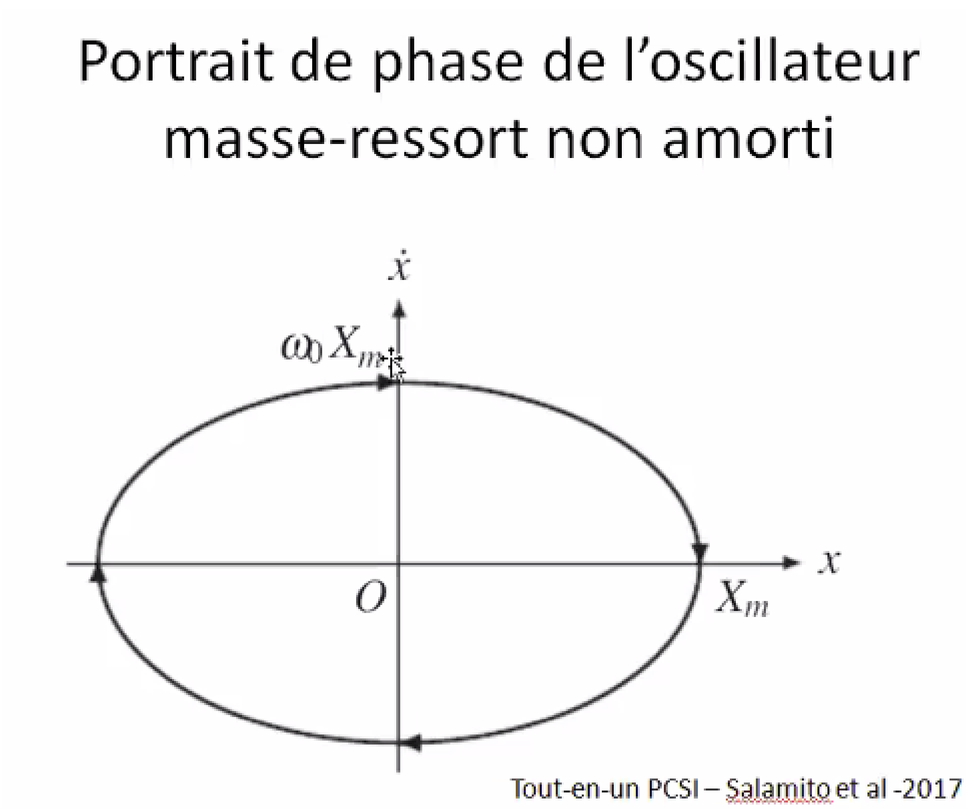
B) $\frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} k X_m^2$

$\Rightarrow \frac{k}{m} x^2 + \dot{x}^2 = \frac{k}{m} X_m^2$

On reecrit les équations, on reconnait la pulsation propre du système :

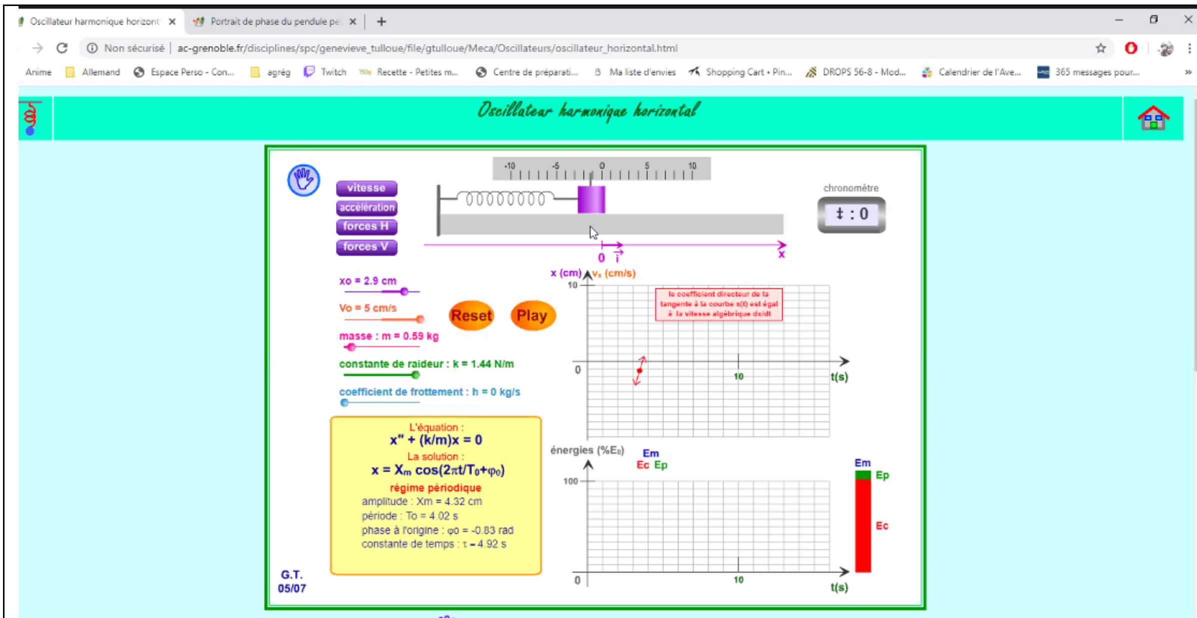


On reconnait l'équation d'une ellipse



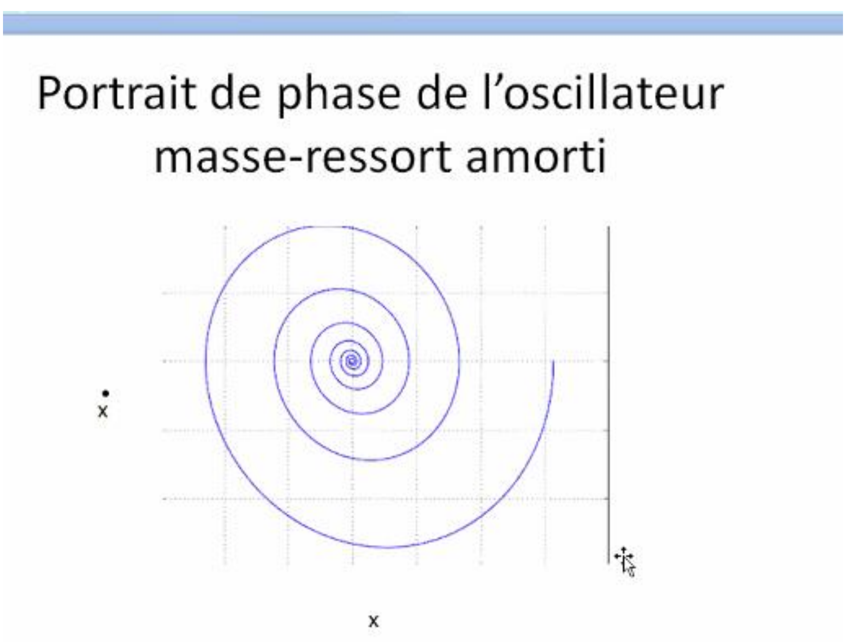
La trajectoire du protrait de phase est fermé. Mouvement periodique d'amplitude xm.

Que ce passe quand un système n'est plus consrvatif ? exemple frottement dans notre système.



Montrer avec et sans coef de frottement.

Comment change le portrait de phase ?



Le dessiner au tableau avec les axes graduées.

Conclusion [30 :]00

Étude énergetique très adaptée car equation qu'on sait resoudre. Portrait de phase bon outil.

Questions posées par l'enseignant

C’est quoi l’interet de passer par le TEM, quest ce que ça apporte ?

Attention, la chute libre est un système conservatif et pourtant ça n’entraine pas des oscillations !

Pourquoi la masselote oscille entre les 2 positions ?
L’énergie mecanique est constante, or la position pour laquelle la vitesse est nulle (celle où Ep est maximale), n’est pas la position d’équilibre.
Ceci est clair quand on voie le portait de phase !.

Comment on construit le portait de phase ?
On repère à different t position et vitesse.

Pourquoi les flêches sont dans ce sens ?
L’énergie cinétique est positive, l’intégrale du portait de phase nous donne Ec, donc ceci impose le sens.

Que peut on dire si on se place dans un point de l’ellipse ?

Il faut faire le lien entre le portait de phase et la courbe de la cuvette de potentiel !

Que ce passe audn X = Xm ?

C’est quoi l’iscochronisme ?
Periode d’oscillations ne depend pas de l’amplitude.

Quelle experience on aurait pus monter ?

Système masse ressort, pendule.

Les méthodes presentées sont générales ou valables que pour le système presentée ?

Comment on définit une position d’équilibre ?
- vitesse nulle et derivée de l’énergie potentielle est nulle en cette position ?

Comment on caracterise cet équilibre ? (stable/instable)

Et si la derivée est nulle ?
- On regarde la prochane derivée non nulle

Comment montrer la portée de cet exemple ?
Oscillations autour des positions d’équilibre ?

Si un système de plusieurs degrés de liberté ?
On peut construite un espace de phase a plusieurs dimensions. Par contre si on rajoute des lois de conservation (moment cinétique, etc.) on peut alors éliminer des degrés de liberté et rammener le problème à un pb à un degré de liberté.

Le portrait de phase est propre à la mécanimque ?
Non en élécronique aussi.

Commentaires donnés par l'enseignant

- Il ne faut pas se restreindre à l'oscillateur harmonique.
- Aantage du portrait de phase : on acède à des informations exactes pour des systèmes non lineaires. Le pendule pesant est un bon exemple (hors programme !).
- Il faut imperativement faire le lien entre le portait de phase et le potentiel presentée.
- On s'affranchit des forces inconnues qui ne jouent pas un rôle une fois qu'o projette sur la trajectoire.
- Faire la leçon sur le pendule est tout à fait convenable.
- Parler du point de « Rebroussement » : la vitesse s'annule et change de signe ! Prendre le temps d'expliquer ceci.
- Système de kepler est un problème conservatif avec potentiel effectif !
- Discussion des états de diffusion est à faire !
- caracterisation des positions d'équilibre : Extremat de Ep on fait un DL. Autour d'un minimum on retrouve l'oscillateur harmonique ! OH est une approximation du minimum de n'importe quel potentiel harmonique !
- Ne pas faire la resolution de l'oscillateur harmonique.
- Il faut tracer et discuter les spirales (on perd la sym ;etrie par rapport à x !)
- Montrer le potentiel de Kebler juste avec l'équation Em = Ec + V(x) (avec le potentiel de kepler pour V(x)) et l'étudier via le portrait de phase !. Ça montre un autre exemple.

Degré de liberté :

Variable ou coordoné qui décrit l'état d'un système physique et n'est pas soumise à une contrainte. Exemple du solide indeformable. Si on le contraint sur un rail on reduit ses degrés de lberté. Un degé de liberté l'état (ex. position) du système.

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Choix de plan risqué. Après une discussion de la résonance d'un circuit RLC, le reste du temps a été passé à discuter une résonance en astrophysique. Du coup, plusieurs notions importantes n'ont pas pu être présentées.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Pour pouvoir transférer efficacement de l'énergie ou de la quantité de mouvement en forçant un système, il faut que le forçage satisfasse une condition de résonance qui peut être une relation entre deux fréquences ou une relation entre deux longueurs.
Dans le cas temporel, la condition entre les deux fréquences dépend du type de forçage, additif ou paramétrique.
La dissipation masque le phénomène de résonance. Sans dissipation, la réponse du système forcé est qualitativement différente à résonance (transfert moyen d'énergie non nul) ou hors résonance (pas de transfert moyen d'énergie quel que soit l'intensité du forçage).
Il ne faut pas se limiter au circuit RLC ou à son équivalent mécanique. La formule de Bragg se montre en 2 lignes de calcul et permet de discuter de nombreux exemples de résonance. En incidence normale, elle permet de discuter l'effet d'un forçage spatial d'une onde par le potentiel cristallin et d'expliquer l'existence de bandes de conduction. Elle est analogue à la condition de résonance paramétrique dans le cas temporel. On peut aussi discuter le Fabry-Pérot (plus long).

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Circuit RLC ou son équivalent mécanique.
Oscillateur paramétrique avec un pendule de longueur adaptée suspendu à un ressort.
Résonances acoustiques dans un tuyau, résonances dans un long cable coaxial, dans un Fabry-Pérot, etc

Bibliographie conseillée

Landau-Lifchitz, Mécanique : discussion de la résonance de l'oscillateur harmonique sans dissipation.
Soutif, Vibration, propagation, diffusion : oscillateur paramétrique, divers exemples de résonance.
Rocard, Dynamique générale des vibrations : résonance par confusion de fréquences.