— *Dans le référentiel du support, les actions de contact exercées par une …ulation parfaite ont une puissance nulle.*

…ous établirons également que, dans un référentiel quelconque, la puissance …eur complet des actions de contact (action de S_1 sur S_2 et réaction de S_2 …) considéré comme les forces intérieures au système $S_1 + S_2$ est nul pour …articulation parfaite. En termes thermodynamiques, il n'y a pas d'énergie …ée sous forme de chaleur par l'articulation :

— *…e articulation parfaite est non-dissipative.*

EXERCICES D'APPLICATION

…M5.1 Oscillateur amorti par frottement de glissement

…figure **1a** montre un pendule élastique dont la masse mobile m, d'abscisse x …pport à la position de repos du ressort de raideur k, repose sur un suppport …ntal avec un coefficient de frottement f.

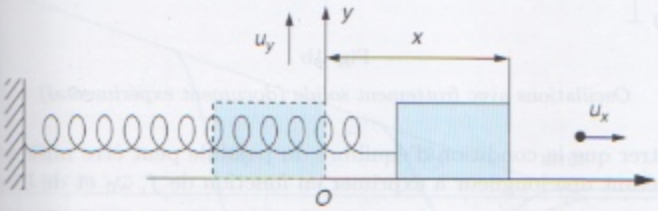

Fig. 1a

Oscillations avec frottement solide

…document expérimental (figure **1b**)[6] montre un échantillonnage de $x(t)$ obtenu …quisition sur ordinateur. Plusieurs propriétés se dégagent de l'observation de ce …ment :

… Le mouvement est pseudopériodique et l'on constate que sa pseudopériode est, …$\omega_0^2 = k/m$, égale à la période propre $T_0 = 2\pi/\omega_0$ du pendule non amorti.

… Les amplitudes successives décroissent en progression arithmétique alors que …décroissance est en progression géométrique dans le cas de l'oscillateur amorti …ottement fluide étudié dans le cours de première année ($x(t)$ n'est pas enveloppée …exponentielles mais par deux droites).

… Le pendule amorti par frottement de glissement s'arrête définititvement au bout …temps fini et sa position d'arrêt n'est pas nécessairement la position de repos …u ressort.

…but de l'exercice est de faire constater que les lois de Coulomb du frottement de …ement suffisent à rendre compte des faits observés.

[6] …alisé au lycée Gambetta à Arras à l'aide d'un banc à coussin d'air, une tige …ontale liée à la masse mobile frottant sur un fil tendu.

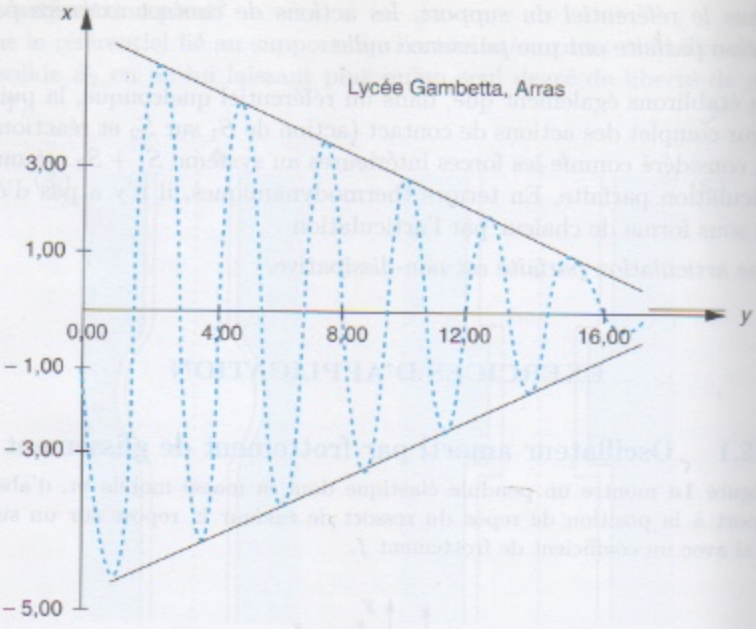

Fig. 1b

Oscillations avec frottement solide (document expérimental)

• 1) Montrer que la condition d'équilibre du pendule peut être mise sous la forme $|x| < X$, X étant une longueur à exprimer en fonction de f, ω_0 et de l'intensité g de la pesanteur.

• 2) Le pendule est abandonné sans vitesse avec $x = x_0 > X$. Montrer que l'équation du mouvement du pendule peut s'écrire :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \epsilon \omega_0^2 X$$

ϵ étant une quantité sans dimension dont la valeur dépend de $\dot{x}$ d'une manière que l'on précisera.

• 3) Rendre compte de l'observation (a).

• 4) Rendre compte des observations (b) et (c).

Solution

• 1) La condition d'équilibre s'établit à partir de la loi du frottement statique comme (7) et (8), le rôle de F étant joué par la force exercée par le ressort, de module $k|x|$. En raisonnant comme pour l'établissement de (9), on obtient la condition $k|x| < fmg$, soit :

$$|x| < X \quad ; \quad X = \frac{fmg}{k} = \frac{fg}{\omega_0^2}$$

• 2) Les projections de l'équation du théorème du mouvement du centre de masse, respectivement sur l'horizontale Ox et sur la verticale Oy s'écrivent :

$$m\ddot{x} = -kx + T \quad ; \quad m\ddot{y} = 0 = N - mg$$

... selon la loi du frottement cinétique, $|T| = f|N| = fmg$ et $T\dot{x} < 0$, soit, en notant ... la fonction signe :

$$m\ddot{x} = -kx - \mathrm{sgn}(\dot{x})\, f\, mg \tag{4}$$

Cette équation s'identifie bien à (1), avec $\epsilon = -\mathrm{sgn}(\dot{x})$.

... Le mouvement est constitué d'une suite de phases déterminées par le signe de la ... Pour chaque phase, (1) décrit un mouvement sinusoïdal de «centre» $x = -\epsilon X$ ... période strictement égale à T_0.

... Le mouvement commence par une phase à $\dot{x} < 0$ et donc $\epsilon = 1$, soit pour $x(t)$ ... arche de la sinusoïde centrée au point O_1 tel que $x = X$. Cette phase s'achève ... $\dot{x}$ change de signe, soit à $t_1 = T_0/2$. On entame ensuite une phase de vitesse ... de même durée, représentée par une arche de sinusoïde centrée en O_1' d'abscisse ... $-X$ ...

... avoir à expliciter les solutions (V. figure **1c**), on constate que le départ en x_0 ... «à $x_0 - X$ au-dessus de O_1», d'où, en exploitant la symétrie par rapport à ... l'abscisse du premier minimum :

$$x_1 = -(x_0 - X) + X = -x_0 + 2X$$

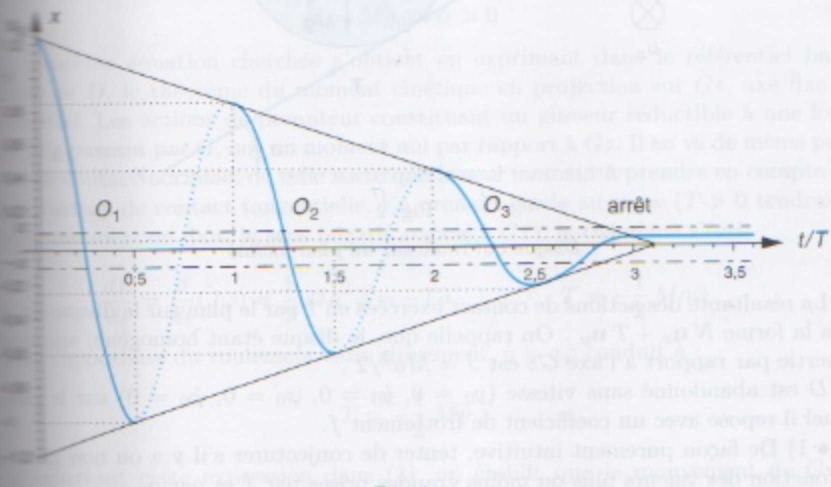

Fig. 1c

Oscillations avec frottement solide (simulation)

... premier minimum étant à $-x_1 - X = x_0 - 3X$ au dessous du nouveau centre de ... O_1', on en déduit l'abscisse du second maximum de $x(t)$:

$$x_2 = x_0 - 3X - X = x_0 - 4X$$

... poursuivant le raisonnement, on voit que les amplitudes varient selon une pro... arithmétique de raison $-4X$ jusqu'à ce que se produise la première annulation ... vitesse à l'intérieur de la «bande» $|x| < X$, laquelle est suivie de l'arrêt définitif.

... notera la très bonne concordance entre la figure **1c** qui représente une *simula*... établie à partir des conclusions précédentes, déduites des lois de Coulomb, et le ... document 8.I.b issu directement d'une *expérience*.