

Titre : Cinématique Relativiste

Présentée par : Edouard TOUZE

Rapport écrit par : Xavier Dumoulin

Correcteur : Laurent LE GUILLOU

Date : 02/12/2019

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Relativité. Fondements et applications.	J.-P. Perez		
Relativité restreinte, bases et applications.	C. Semay		
Introduction à la relativité restreinte.	J. Hladik		
Mécanique 1	Bertin Faroux Renault		1984
Électromagnétisme et Relativité URL : http://www.phys.ens.fr/cours/notes-de-cours/jmr/electromagnetisme.htm .	Jean-Michel RAIMOND		2000

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : L3

Pré-requis : Mécanique classique, Électromagnétisme, Principe du Michelson

Intro : XIX^{ème} siècle \Rightarrow 2 théories : mécanique classique et électromagnétisme. En mécanique classique \Rightarrow Relativité galiléenne. En électromagnétisme \Rightarrow Equations de Maxwell et propagation de la lumière à la vitesse c . 2 théories sont incompatibles. Relativité restreinte permet de comprendre les 2.

Temps : 01 :21

I/De Galilée à Einstein

A) Relativité Galiléenne

Def° : Relativité galiléenne : Les lois de la mécanique sont invariantes par chgt de référentiel.

Transformations de Galilée. $t=t'$

TR : Cette transformation laisse-t-elle invariante les lois de l'Electromagnétisme ?

Temps : 05 :00

B) Problème lié à l'électromagnétisme

Eq° propagation des ondes électromagnétiques :

$$\Delta E - \frac{1}{c^2} * \partial^2 E = 0 \text{ et } \Delta B - \frac{1}{c^2} * \partial^2 B = 0$$

$$\text{avec } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

c ne dépend pas de la vitesse des sources. Si on change de référentiel, c ne change pas. Ce n'est pas en accord avec la mécanique classique

Temps : 06:36

Nouvelle hypothèse : référentiel de l'éther.

Expérience de Michelson et Morley

Diapo sur l'expérience et le temps de parcours d'un photon dans chaque bras.

$$\Delta T = \frac{L}{c} * \left(\frac{v_T}{c} \right)^2$$

Mais cette différence n'a jamais été observée.

TR : Einstein parvient à interpréter l'échec de cette expérience.

Temps : 11:32

C) Relativité d'Einstein

Définition de 2 postulats :

1. Les lois de la physique et de l'électromagnétisme sont invariantes par changement de référentiel galiléen.
2. La vitesse des ondes EM dans le vide est la même dans tous les référentiels.

Ceci explique $\Delta T = 0$. Le temps n'est pas absolu.

TR : Quelle implication sur la transformation en relativité restreinte ?

Temps : 14:30

I/Transformation en relativité restreinte.

A) Notion d'événement

Déf° événement : Phénomène physique localisé dans l'espace et le temps et qui est indépendant du référentiel choisi.

E_1 peut être repéré par coordonnées d'espace (x, y, z, ct). Multiplication pour homogénéité et possible d'après postulat de Einstein : c est constante.

Événement peut être repéré grâce à un diagramme d'espace-temps.

TR : Autre notion importante

Temps : 17:30

B) Notion d'intervalle

Def^o intervalle : « Distance » qui sépare deux événements E_1 et E_2 dans l'espace-temps.

$$\Delta s^2 = (c \Delta t)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

Valeur de l'intervalle permet de relier E_1 et E_2 et de définir le lien entre deux événements :

$\Delta s^2 > 0$ Genre temps. Lien de causalité possible entre les deux événements. L'un peut être dans le passé ou le futur de l'autre.

$\Delta s^2 < 0$ Genre espace. Une relation entre les événements impliquerait un signal plus rapide que la lumière. Les deux événements ne peuvent avoir de relation de causalité.

$\Delta s^2 = 0$ Genre lumière : Les deux événements sont reliés par un signal allant à la vitesse de la lumière.

Diapo : Diagramme espace-temps et cône de lumière.

Δs^2 doit respecter des propriétés mathématiques : homogène et isotrope de l'espace. Homogène dans le temps.

Δs^2 invariant de la relativité restreinte.

TR : Quelle transformation laisse Δs^2 invariant ?

Temps : 24:25

C) Transformation spéciale de Lorentz

Transformation faite avec invariance des lois de l'électromagnétisme.

$$x = \gamma (x' + \beta c t')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

avec R' en mouvement par rapport à R

$$c t = \gamma (c t' + \beta x')$$

Cette transformation implique des propriétés :

- Linéarité
- Vitesse c est la vitesse limite sinon $\gamma < 0$
- Si $v_{R'/R} \ll c$ on retrouve la transformation de Galilée.
- Transformation laisse Δs^2 invariant.

TR : Quelles sont les conséquences de cette transformation sur la cinématique ?

Temps : 28:32

III/Conséquences sur la cinématique.

A) Dilatation du temps

R' en mouvement par rapport à la R fixe.

E₁ : émission d'un signal lumineux

E₂ : Réception d'un signal lumineux

A partir des coordonnées des événements on applique la transformation de Lorentz.

Comme $\Delta x = 0$ on trouve $\Delta t > \Delta t'$

On appelle $\Delta t'$ la durée propre entre les deux événements.

TR : On peut faire de même avec les longueurs

Temps : 33:40

B) Contraction des longueurs

Diapo : Schéma de la lecture des positions des deux extrémités d'une règle à un même instant.

E₁ : Lecture de A

E₂ : Lecture de B

En appliquant la transformation de Lorentz aux coordonnées des événements on démontre la contraction des longueurs et on appelle $\Delta x'$ la longueur propre.

$\Delta x' > \Delta x$

Temps : 38:39

C) Composition des vitesses

Démonstration de la composition des vitesses. En appliquant la transformation de Lorentz à dx, dy, dz et cdt on trouve les vitesses selon x, y et z. u est la vitesse de R' par rapport à R

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}},$$

$$v_y = \frac{v'_y}{\gamma \left(1 + \frac{uv'_x}{c^2} \right)},$$

$$v_z = \frac{v'_z}{\gamma \left(1 + \frac{uv'_x}{c^2} \right)}$$

Fin 40:55 \Rightarrow Pas de conclusion

Questions posées par l'enseignant

Vous avez parlé de référentiel Galiléen. Comment le définissez-vous ?

Dans l'expérience de Michelson et Morley, comment fait-on la mesure en pratique ? *Mesure d'un déplacement des franges d'interférences.* Imaginons que par malchance la Terre se déplace

exactement à la vitesse de l'éther au moment de l'expérience : comment le vérifier ? Y a-t-il un moyen simple de valider/invalider cette hypothèse que les deux référentiels se déplacent par coïncidence à la même vitesse ? La Terre constitue-t-elle un référentiel galiléen ? Sur quelle période ? Comment procéder en pratique pour l'expérience de Michelson et Morley ? *Si on suppose l'éther solide du système solaire par exemple, du fait de l'orbite terrestre, il suffit de recommencer l'expérience à plusieurs reprises au cours d'une année, au fil des saisons ; la vitesse relative de la Terre vis à vis de l'éther ne sera alors plus la même, et on devrait observer un déplacement des franges d'interférences à un moment ou un autre au cours de l'année.*

Pouvez-vous décrire l'expérience de Fizeau ?

Sauriez-vous montrer simplement pourquoi Δs^2 est invariant ? Intuitivement ? En le rapprochant des deux postulats ? Quand cet intervalle est-il nul ? $c\Delta t = \Delta r$ donc $\frac{\Delta r}{\Delta t} = c$ et c est constant.

Pourriez-vous revenir sur le *genre* d'un intervalle entre deux événements ? Pourriez-vous en faire une représentation dans un diagramme espace-temps ? Dans le cas d'un intervalle AB de genre « espace », peut-on imaginer un référentiel inertiel dans lequel l'ordre temporel des événements A et B serait inversé ?

Le temps n'est plus absolu en relativité restreinte. Comment procéderait-on pour synchroniser un réseau d'horloges immobiles dans un référentiel inertiel ? *Échanges de signaux lumineux pour mesurer la distance entre les horloges, puis déterminer les retards relatifs, en profitant de la propagation à la vitesse c (Synchronisation d'Einstein-Poincaré).*

Dilatation des temps. Pouvez-vous citer une expérience de physique permettant de la mettre en évidence ? *Flux de muons qui arrivent sur terre.* Une seule mesure du flux suffit-elle ? Autre idée ?

Sauriez-vous expliquer en quelques mots le fonctionnement du GPS ?

Pourriez-vous écrire la composition des vitesses en relativité Galiléenne ? Si $v_x = \frac{c}{2}$ et $u = \frac{c}{2}$ ça donne quoi ? Et en relativité restreinte ? *On a d'abord $v'_x = \frac{5c}{4}$ puis $v'_x = c$. On retrouve c . Vous attendiez-vous à ce résultat ? Est-ce logique ?*

Commentaires donnés par l'enseignant

Le plan est pas mal mais il faut peut-être aller un peu plus vite sur la première grande partie pour avoir le temps de présenter davantage d'expériences classiques / historiques et de les interpréter. A la toute fin, on peut notamment appliquer la nouvelle règle de composition des vitesses relativiste avec des valeurs et montrer que c est une constante.

Confus sur les diagrammes espace-temps. Dessiner des diagrammes d'espace-temps (les dessiner plus grands !) n'a véritablement d'intérêt que si l'on y représente les événements dans deux référentiels différents (par exemple, avec des diagrammes de type « Minkowski » ou ceux, plus simples, de Loedl). On peut ainsi illustrer graphiquement les effets de dilatation des temps et de contraction des longueurs.

Pour présenter l'effet de dilatation des temps, il n'est pas besoin de revenir sur un dispositif de type expérience Michelson et Morley. On peut le faire plus simplement et plus directement à partir de la transformation de Lorentz ou de l'invariance de l'intervalle d'espace-temps.

Présentation un peu confuse sur les propriétés de l'intervalle d'espace-temps, en particulier sur le *genre d'un intervalle d'espace-temps* (« temps », « espace », « lumière ») et sur le cône de lumière.

Pour la présentation de la transformation de Galilée, il est important de formuler explicitement la loi classique de composition des vitesses, en particulier pour montrer son incompatibilité avec les lois de Maxwell et pour mettre en évidence les différences lorsqu'on présente plus loin la nouvelle loi relativiste de composition des vitesses.

L'expérience de Fizeau est à connaître même si l'interprétation de l'époque n'était pas la bonne (*« entraînement partiel de l'éther par l'eau »*).

Pour les mesures de durée de vie des muons atmosphériques, il est important de comprendre le principe de l'expérience (comptage et mesure de flux de muons à différentes altitudes) et de savoir l'interpréter, à la fois du point de vue de l'observateur et du point de vue du muon.

Partie réservée au correcteur

Les remarques ci-après reprennent pour partie et complètent les commentaires faits oralement à l'issue de la leçon.

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Le plan proposé est raisonnable. Comme indiqué oralement à l'issue de la leçon, il faut probablement aller un peu plus vite sur la première partie (Galilée, mécanique classique) pour avoir davantage de temps à consacrer aux expériences historiques (Michelson principalement, mais aussi les mesures de flux de muons, etc.) et aux conséquences (testables) de la théorie.

Présentation claire, mais certaines confusions. Attention au vocabulaire (*référentiel galiléen ou inertiel, changement de référentiel, transformation de Galilée, transformation de Lorentz, etc.*). Cette leçon exige d'être rigoureux et précis dans les termes utilisés et dans les concepts exposés.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

On ne peut pas faire l'impasse sur la notion de simultanéité (ou plus précisément son caractère désormais relatif) en relativité restreinte. C'est un concept clef.

L'effet de dilatation des temps peut être présenté de manière plus simple, comme une application direct à partir de la transformation de Lorentz ou de l'invariance de l'intervalle d'espace-temps, en considérant un objet un mouvement dans un référentiel R , puis dans son référentiel propre, où il est immobile.

La présentation était confuse sur les intervalles d'espace-temps, et aussi sur les diagrammes d'espace-temps. L'intérêt des diagrammes d'espace-temps est de constituer une aide graphique et visuelle pour interpréter les effets cinématiques de la théorie : dilatation des temps, contraction des longueurs, relativité du concept de simultanéité et éventuelle inversion temporelle des événements). Pour tirer partie des diagrammes (types « minkovski » ou « Loedl »), il est essentiel d'y représenter des événements dans deux référentiels différents, sans quoi cela ne présente aucun intérêt.

Il est important d'être précis sur les propriétés de l'intervalle d'espace-temps, en particulier sur le *genre d'un intervalle d'espace-temps* (« temps », « espace », « lumière ») et sur le cône de lumière, et sur les conséquences, notamment en terme de causalité.

Pour la présentation de la transformation de Galilée, il est important de formuler explicitement la loi classique de composition des vitesses, en particulier pour montrer son incompatibilité avec les lois de Maxwell et pour mettre en évidence les différences lorsqu'on présente plus loin la nouvelle loi relativiste de composition des vitesses. Une fois la nouvelle loi relativiste de composition des vitesses établie et présentée, il est essentiel d'en exposer les conséquences, par exemple dans des cas particuliers simples (applications numériques rapides), et de mettre en exergue les différences avec la mécanique classique ($v < c$, etc.).

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

La théorie de la relativité se prête malheureusement assez mal à des expériences réalisables dans une salle de cours et qui permettraient d'en illustrer les effets cinématiques...

Présenter et discuter les expériences historiques est essentiel. L'expérience de Michelson et Morley est incontournable ; l'expérience de Fizeau est à connaître même si l'interprétation de l'époque n'était pas la bonne (« *entraînement partiel de l'éther par l'eau* »).

Pour les mesures de durée de vie des muons atmosphériques, il est important de comprendre le principe de l'expérience (comptage et mesure de flux de muons à différentes altitudes) et de savoir l'interpréter, à la fois du point de vue de l'observateur et du point de vue du muon.

Bibliographie conseillée

- D. Langlois, « Introduction à la relativité », Vuibert (2011)

L'ouvrage de David Langlois est une très bonne introduction aux concepts de la théorie de la relativité, utilisant les notations modernes et qui couvre l'ensemble des notions de relativité utiles pour l'agrégation.

- Y. Simon, « Relativité restreinte », Armand Colin (1971)

C'est un ouvrage un peu ancien, mais la présentation et l'analyse détaillée des expériences historiques (sous forme d'exercices avec une correction très détaillée) est très bien faite.

