

Titre : Unités, dimensions et lois de la physique

Présentée par :

Rapport écrit par :

Correcteur :

Date : 27/04/2020

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année

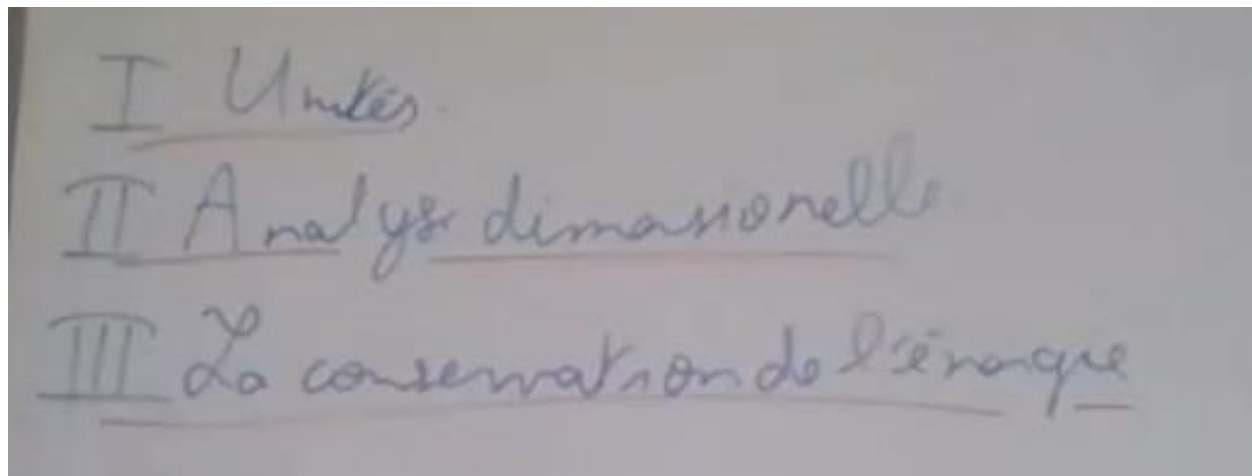
Plan détaillé

I. Unités

II. Analyse dimensionnelle

III. La conservation de l'énergie

Niveau choisi pour la leçon : CPGE



On veut comprendre la physique avec peu de calculs et en regardant les grandeurs associées à un système pour en tirer des informations.

Pré-requis : aucun

I. Unités

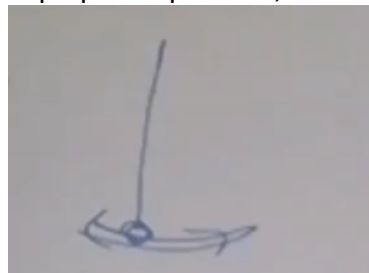
On commence avec un exemple le temps. On peut parler d'événements courants qui se répètent après une durée déterminée. Pour exprimer une durée ou toute autre quantité physique on utilise une référence, ex. des jours. Cette référence peut changer en fonction de la quantité décrite. Par exemple on peut parler des durées en termes de jours ou pour des phénomènes plus fréquents on peut utiliser des heures.

Unité : référence permettant d'exprimer la valeur numérique d'une grandeur physique.

Or pour définir une unité il faut définir sa relation à un étalon.

On peut penser par exemple à la rotation de la Terre sur elle-même qui donne le jour et qui est divisé en environ 24 pour définir une heure. Pour étalonner des durées, on peut se baser sur les oscillations isochrones d'un pendule pour définir un étalon de temps, ou bien les oscillations d'un quartz, la période de raies atomiques...

Expliquer le pendule, durée des oscillations \sim cte et indépendante de l'amplitude initiale.



Si on regarde une autre grandeur, par exemple les distances, le même raisonnement conduit à définir des unités appropriées (mètres, km, cm, etc.)

Définir dimension : la dimension d'une quantité physique est la relation entre cette quantité avec les grandeurs fondamentales (ex $[v]=L \cdot T^{-1}$)

Une quantité physique est souvent associée à une dimension et à une unité. Par exemple une durée a la dimension d'un temps, une distance la dimension d'une longueur L .

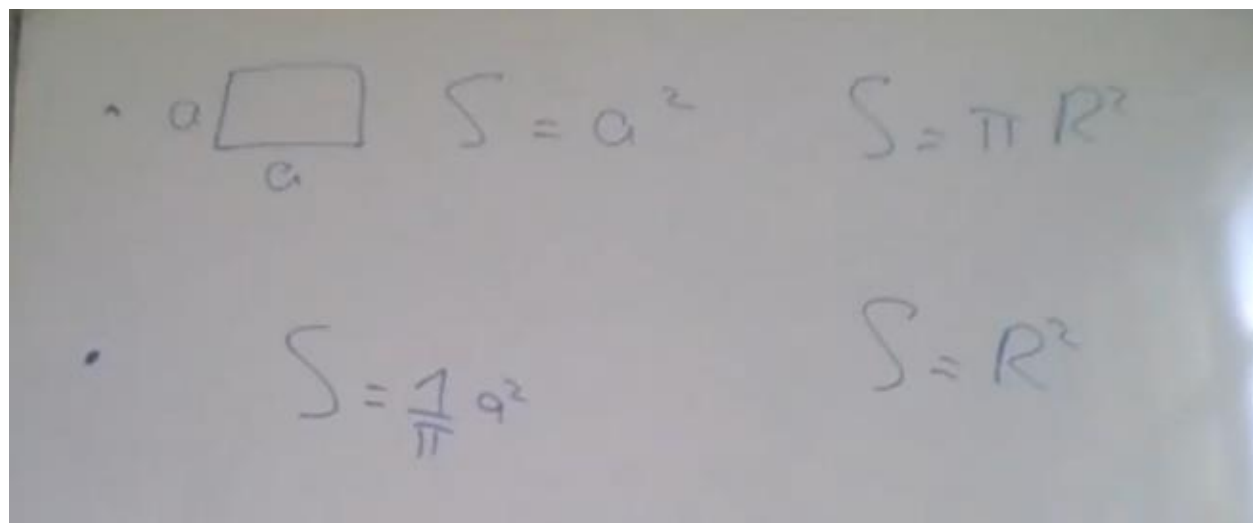
À partir des dimensions de base, on peut former des dimensions dérivées.

Exemple : vitesse L/T , surface L^2 . Ces dimensions ont des unités dérivées associées (km/h, m^2).

Or les relations entre deux unités et la manière dont sont calculées les grandeurs physiques peuvent dépendre des références.

Par exemple, considérons une civilisation comme la Grèce antique où on construisait des temples rectangulaires. Pour déterminer la surface on procède en multipliant les longueurs des côtés. Quand les Grecs voulaient déterminer la surface d'un cercle ils se sont rendu compte que le lien entre la surface du cercle et du carré était liée par la relation $\pi \cdot R^2$.

Imaginons un autre peuple qui construit surtout des édifices circulaires. Il serait plus pratique pour eux de définir la surface du cercle comme R^2 avec une autre unité. La formule de la surface d'un rectangle dans cette unité est alors changée par une constante.



Il faut se mettre d'accord sur quel convention on prend en système d'unités..[7 :00]

On regroupe les unités au sein de systèmes d'unités (ex : cgs, MKS) (cgs est cm, gram, sec)
Comment passer d'un système à un autre ?

Soit ℓ la longueur physique d'un objet, appelons ℓ_{cgs} sa longueur mesurée dans le système cgs.
On a :

$$\tilde{\ell}_{cgs} = \frac{\ell}{1cm}$$

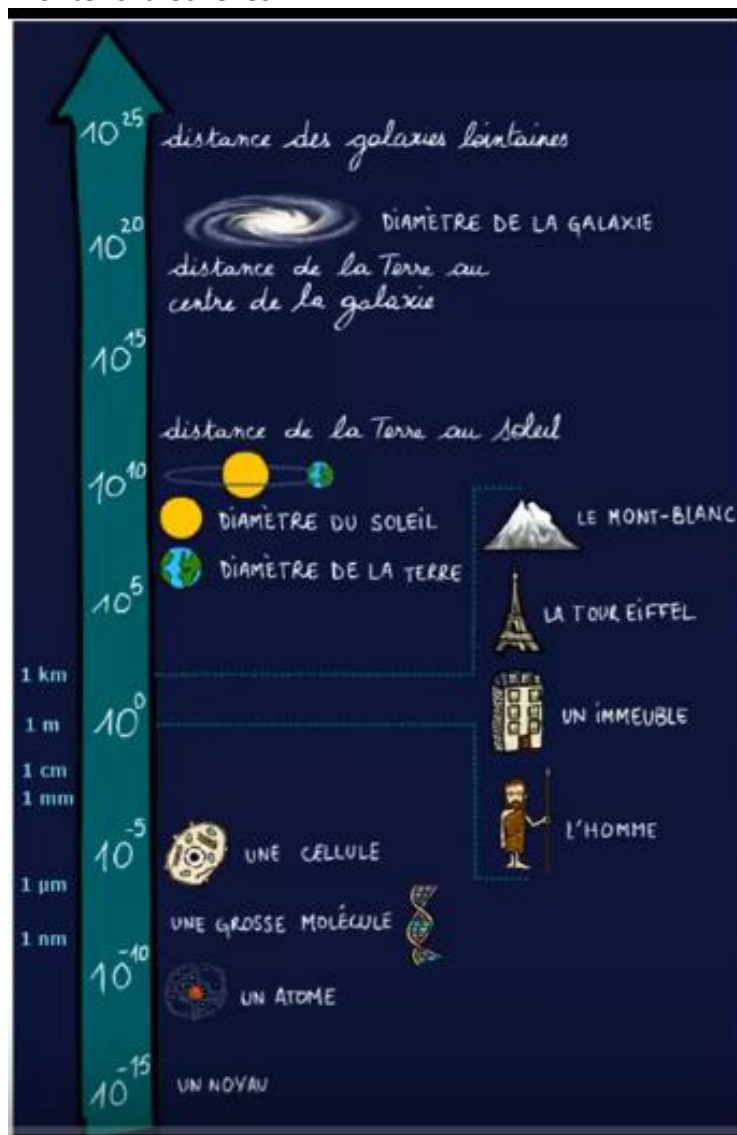
Dans le système MKS () metre Kg, sec :

$$\tilde{\ell}_{MKSA} = \frac{\ell}{1m} = \frac{1cm}{1m} \ell$$

Ainsi la valeur de la même grandeur physique change. 80 en cgs revient à mesurer 0.8 en MKSA

On peut ainsi décrire avec des valeurs raisonnables les mêmes grandeurs à des échelles raisonnables.

Monter slid echelles

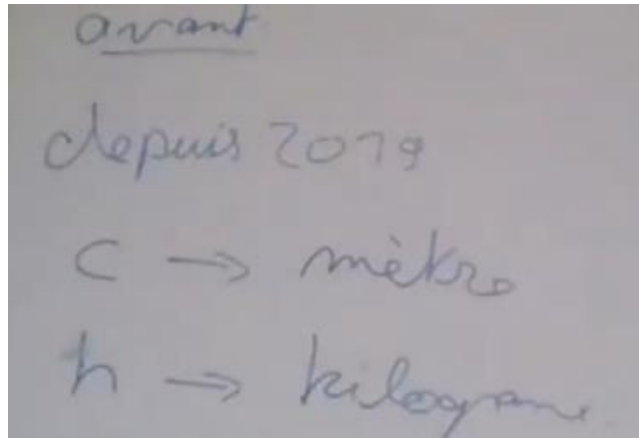


Besoin d'un système qui fasse référence : le Système International

Choix de conventions appliquées à l'échelle internationale.

La valeur des ctes de la physique sont dépendantes de l'étalon utilisé pour définir les unités. Ceci est problématique car si on augmente la précision de l'étalon on change la valeur de la constante.

Depuis 2019, plusieurs constantes fondamentales (c , h , N_A) sont fixées. On utilise toujours une valeur expérimentale pour définir la seconde, mais les autres unités sont maintenant indépendantes d'un étalon qui leur serait propre. Par exemple, si on connaît la seconde et on fixe c , ceci permet de définir le mètre c , le kilogramme à partir de h , etc... Ainsi la valeur des constantes fondamentales n'est plus tributaire de mesures.



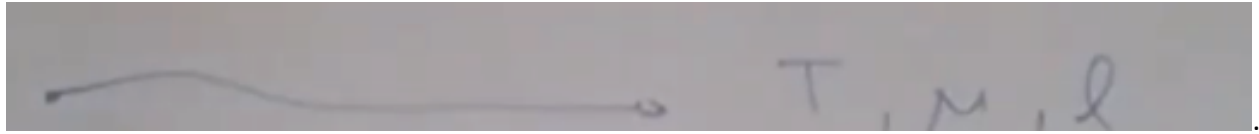
Avantage : constantes fixés.

Comment peut on utiliser la notion de la dimensionalité pour faire de la physique ?

II. Analyse dimensionnelle [12 :00]

1) Intérêts et inconvénients

On considère une corde de guitare, fixée entre 2 points, tendue à une tension T , de masse linéique μ et de longueur ℓ . On se demande à quelle fréquence vibre la corde



On va raisonner par analyse dimensionnelle. On commence par supposer que :

$f = T^\alpha \mu^\gamma \ell^\beta$. Relation simple entre les grandeurs accessibles dans le problème.

On procède par dimensionalité pour connaître les valeurs de alpha, beta et gamma.

Cette équation devant être homogène, on doit avoir en dimensions :

$$T^{-1} = (M \cdot L \cdot T^{-2})^\alpha (M \cdot L^{-1})^\gamma L^\beta,$$

Système d'équation :

Donc :

$$-1 = -2\alpha,$$

$$\alpha + \gamma = 0$$

et $\alpha - \gamma + \beta = 0$, d'où on déduit que :

$$\alpha = 1/2$$

$$\beta = -1/2$$

$$\gamma = -1$$

Et donc :

$$f = \frac{1}{\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Par un calcul rigoureux, en établissant l'équation de la corde vibrante libre on aurait trouvé :

$$f = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

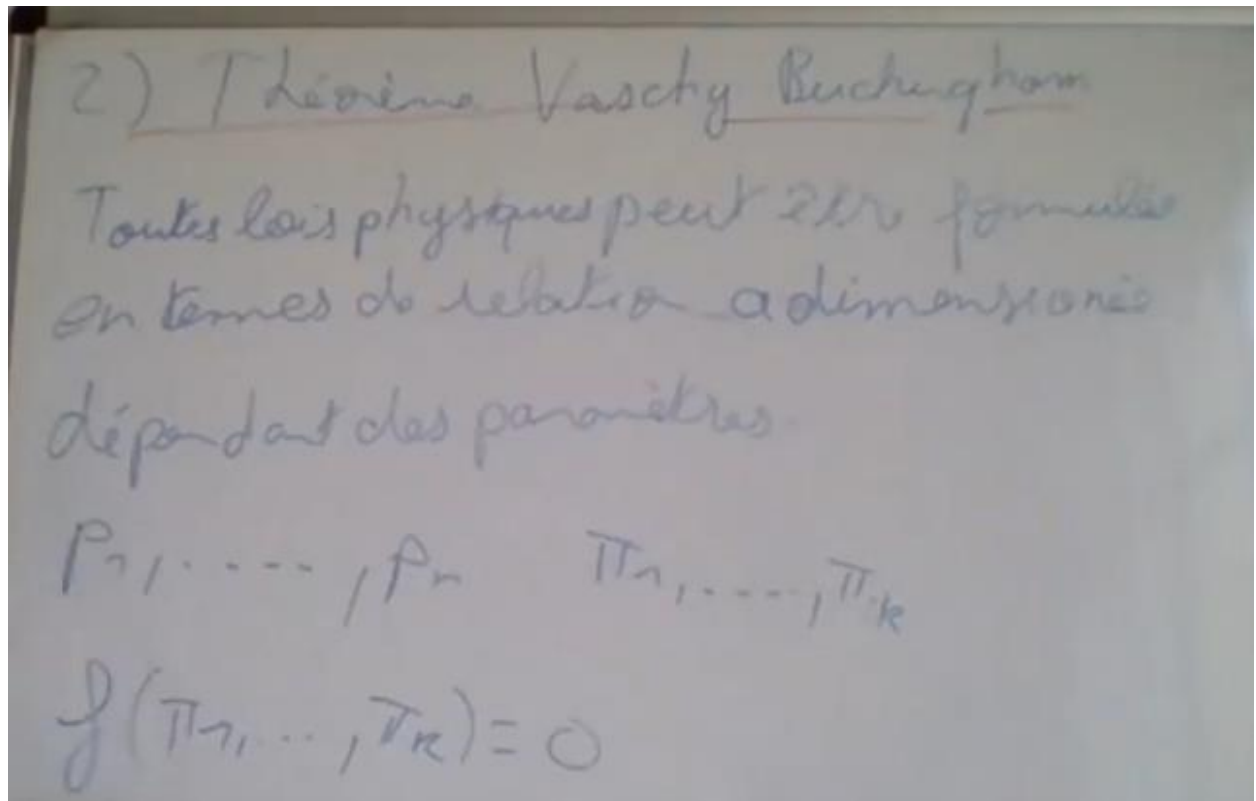
On voit donc que l'analyse dimensionnelle ne nous a **pas conduit à un résultat exact, mais proche** du résultat rigoureux, et en déployant très peu d'efforts. Cela permet d'obtenir un ordre de grandeur avant de se lancer dans des calculs longs. Et de nous guider en sachant la forme générale à laquelle on devrait aboutir. [17 :00]

2) Théorème Π (ou de Vaschy-Buckingham)

Toute loi physique peut être formulée en terme de relation adimensionnées dépendant des paramètres $(p_1, \dots, p_n) \rightarrow (\pi_1, \dots, \pi_k)$ dimensionnés du système étudiée. Cela donne une relation :

$$f(\{\pi_k\}) = 0$$

Il existe un lien entre le nombre de paramètres du système (p_i), le nombre de paramètres adimensionnés (π_i) et le nombre de dimensions « non dérivées » dans notre système.

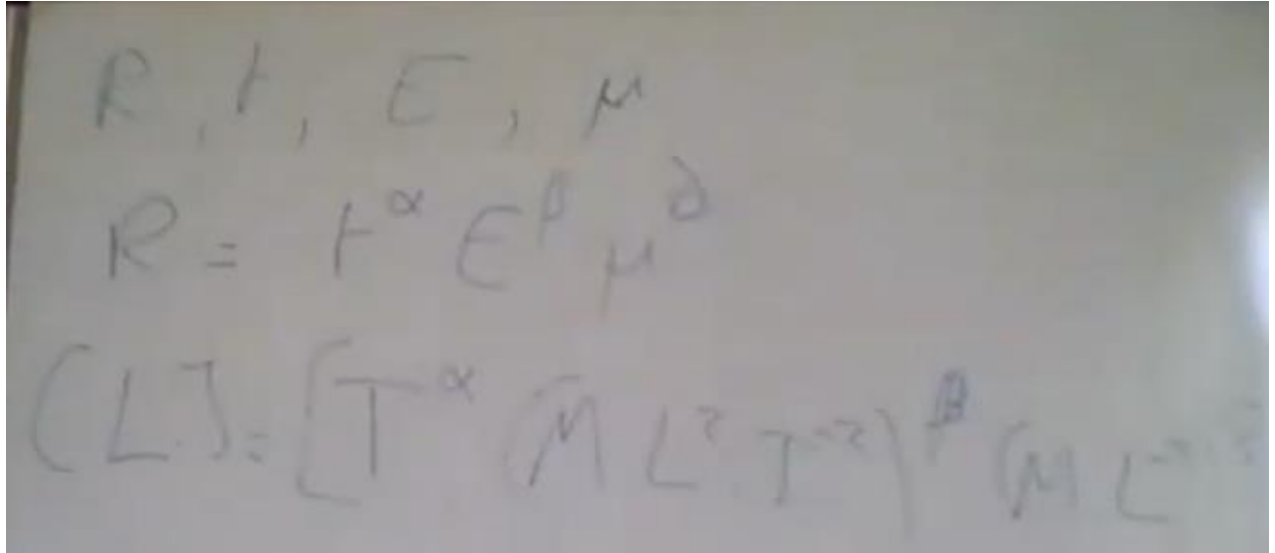


Dans l'exemple de la corde : $\pi_1 = \frac{1}{\ell f} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \text{cste}$, $f(\pi_1) = 0$ il s'avère que π_1 est le seul paramètre adimensionnée du système, donc π_1 est une constante. [20 :00]

Exemple célèbre : calcul de l'énergie de la bombe atomique par Geoffrey Taylor. (CF TD1 MQ)



L'armée américaine avait révélé un film d'une explosion nucléaire en donnant l'échelle. Taylor suppose alors que les paramètres en jeu sont le rayon R de la « bulle » de l'explosion le temps t , l'énergie E de l'explosion et μ la masse volumique de l'air. Il suppose la relation :



$$R, t, E, \mu$$

$$R = t^\alpha E^\beta \mu^\gamma$$

$$(L) = [T^\alpha (M L^2 T^{-2})^\beta (M L^{-3})^\gamma]$$

$$R = t^\alpha E^\beta \mu^\gamma$$

Insister que ce qui est complexe est d'établir quels paramètres il faut prendre en compte !

D'où :

- commencer par bêta et gamma pour se défaire de M
- ensuite travailler sur L pour avoir le produit égal à 1
- finir par alpha

$$L = T^\alpha (M \cdot L^2 \cdot T^{-2})^\beta (M \cdot L^{-3})^\gamma$$

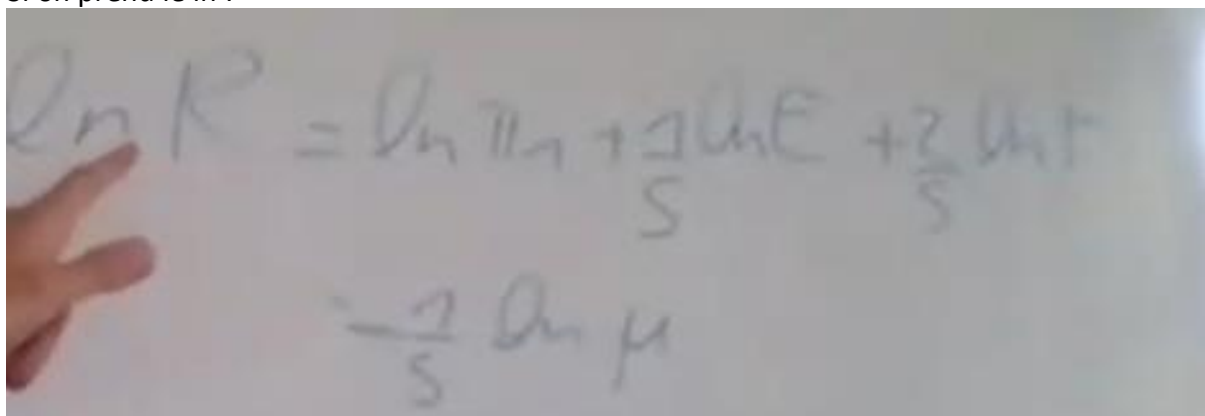
$$\alpha = 2/5$$

$$\beta = 1/5$$

$$\gamma = -1/5$$

$$\Rightarrow R = \pi_1 t^{2/5} E^{1/5} \mu^{-1/5}, \text{ avec } \pi_1 \approx 1 \text{ (à vérifier ceci, il se peut que ce soit } 1/\pi_1)$$

Si on prend le ln :



$$\ln R = \ln \pi_1 + \frac{2}{5} \ln t + \frac{1}{5} \ln E - \frac{1}{5} \ln \mu$$

C'est l'équation d'une droite.

Cliché dont a eu accès Taylor. Taylor a accès à plusieurs clichés donc peut tracer en fonction du temps le rayon de la bulle.

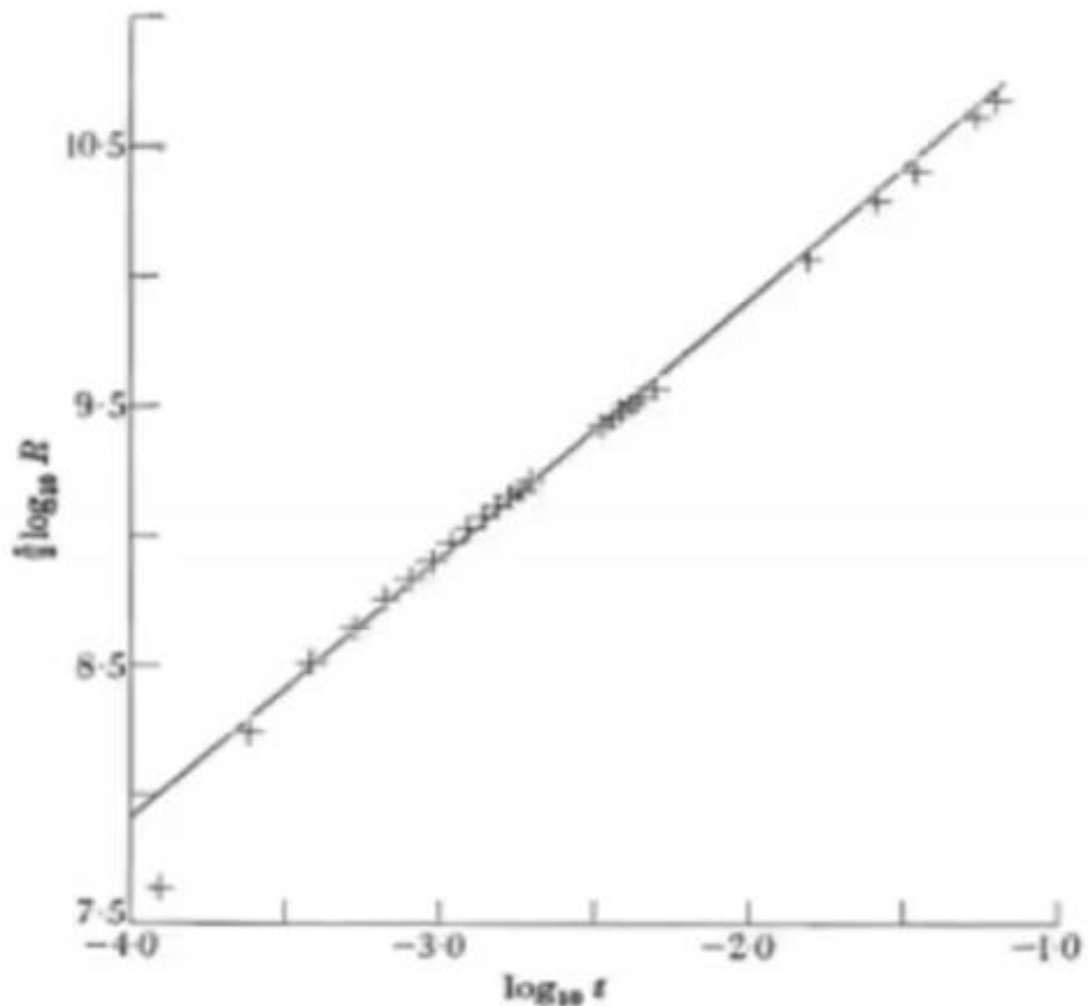


FIGURE 1. Logarithmic plot showing that R^3 is proportional to t .

Le film de l'armée américaine permet de mesurer $R(t)$ et d'en déduire $E = 17$ kilotonnes de TNT. Ce qui est très proche de l'énergie expérimentale ! (pb car secret défense !).

Exemple de Tsar bomba



57MT de TNT

Il faut retenir que l'analyse dimensionnelle permet d'obtenir à peu de frais des ODG valides.

On s'intéresse à une autre loi physique, la conservation de l'énergie.

III. Conservation de l'énergie [30 :00] Changer cette partie en une étude de méca flu. On peut traiter le problème de loin phénoménologiquement avec par exemple Raynolds.

L'énergie totale d'un système isolé est une grandeur conservée.

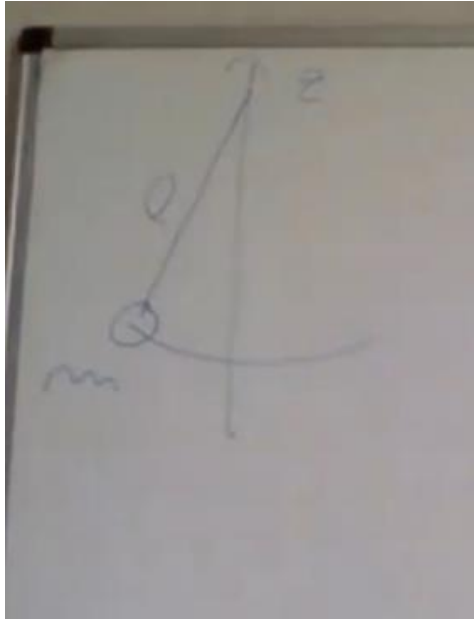
Exemple introductive :

- Mme donne à Mr des boîtes insecables et indestructibles 10.
- Jour à jour on vérifie que les boîtes sont dans la chambre et au nombre de 10
- une disparaît de l'étagère
- Or il y a un sac fermé qui a la même forme qu'une des boîtes.

Donc il y a toujours 10 boîtes dans la chambre même si elles ne sont plus toutes dans l'étagère.

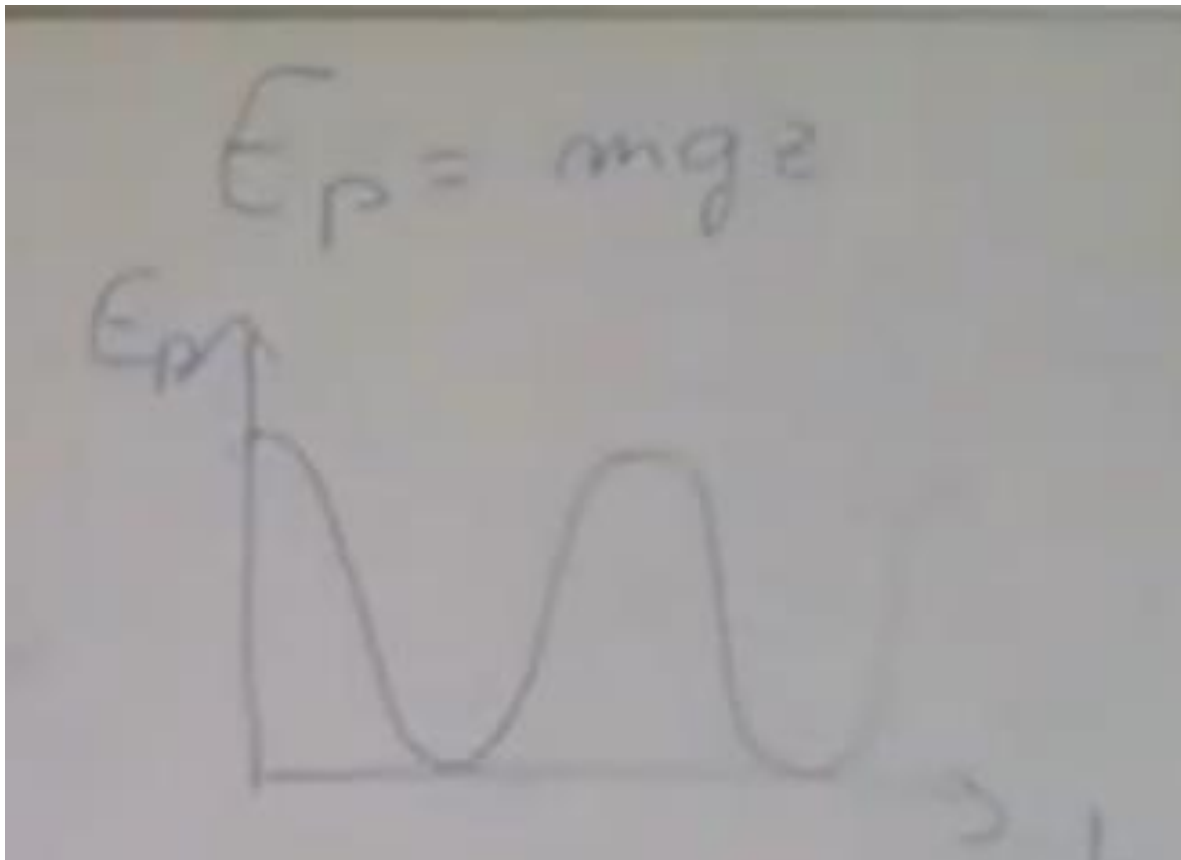
Prop : Pour un système isolé, l'énergie totale est conservée.

On revient sur le cas du pendule.



On a dif. Energies : E_p à expliquer (mettre origine à zéro.)

Tracer E_p en fonction du temps.



On a aussi E_c

Tracé de E_p , E_c et $E_m = E_c + E_p$ pour un pendule simple ; les énergies potentielle et cinétique varient périodiquement, mais leur somme est constante à tout instant.

Il existe d'autres formes d'énergie ; par exemple pour une balle, il faudrait tenir compte de l'énergie stockée par la balle lorsqu'elle se déforme.

Il y a d'autres lois de conservation.

En réalité dans l'exemple du pendule, les frottements induisent une dissipation de l'énergie mécanique sous forme d'énergie thermique.

Questions posées par l'enseignant

- Quelle est l'unité dont la définition a le plus changé en 2019 ?
-> le kg
 - Combien de constantes fondamentales ont-elles été fixées ?
- Y a-t-il un nombre fini de constantes fondamentales ?
- Que se passerait-il si les constantes fondamentales changeaient au cours du temps ?
- Quels sont les risques, difficultés, inconvénients de l'analyse dimensionnelle ?
- Exercice : établir la période du pendule par analyse dimensionnelle ?
-> cela permet déjà de se rendre compte que la masse n'intervient pas
On obtient quoi si l'on tient compte de la masse volumique de l'air ?
- Quel était le lien entre les deux premières parties et la troisième ?
- Exemples de nombres sans dimension en mécanique des fluides ?
- Pourquoi les mesures de temps sont-elles les plus précises ?
- Que dire des unités pour les angles ?
- Que dire des choix d'unités naturelles par rapport à l'analyse dimensionnelle ?

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Une bonne leçon, mais ne pas considérer les parties comme indépendantes. Essayer de plus les lier. Insister sur la notion d'homogénéité.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Insister plus sur l'homogénéité nécessaire des équations de la physique, ce qui est la base de l'analyse dimensionnelle et qui permet d'exprimer des nombres sans dimensions important dans le problème. Prendre par exemple l'exemple des nombres sans dimension en mécanique des fluides (Reynolds, Froude, Bond, etc...).

Pour garder un peu de cohérence avec la dernière partie (sur la conservation de l'énergie), faire plutôt l'analyse dimensionnelle sur le pendule pesant.

Insister sur les dangers de l'analyse dimensionnelle. Ce n'est pas la réponse à tout, car il faut faire la bonne physique dans le choix des variables !

Il vous restait un peu de temps. Toujours préparer un petit en-cas pour bien occuper le temps restant, ou a minima résumer en détail ce que l'on a vu pendant la leçon.

Si vous racontez une histoire, une analogie, (votre histoire des 10 boîtes) bien faire une synthèse claire à la fin pour que votre message ne soit pas allusif et mal compris.

Nouveau système SI : On est passé d'une constante fixée, c , à 5 avec en plus N_A , k_B , e , et h , avec par conséquent des changements de définition pour la mole, le kelvin, l'ampère et le kg.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Mesure de la période du pendule pesant ? Voir la belle vidéo de Walter Lewin <https://youtu.be/sJG-rXBmCc>

Bibliographie conseillée

Quelques articles dans le BUP ces dernières années ou dans Reflets de la physique par exemple : <https://www.refletsdelaphysique.fr/articles/refdp/pdf/2019/02/refdp201962p11.pdf>

2 livres :

- J.-P. Uzan et R. Lehoucq, Les constantes fondamentales, Belin, 2005.
- Les constantes universelles, Gilles Cohen-Tannoudji, Paru en janvier 1998