Titre : cinématique relativiste

Présentée par :

Rapport écrit par :

Correcteur :

Date :

Bibliographie de la leçon :			
Titre	**Auteurs**	**Éditeur**	**Année**
TD et cours de Laurent Le Guillou https://drive.google.com/drive/folders/1fzrRd6G9bKWK6XYqgRSXpLaN83p17Mzc			
Relativité restreinte bases et applications	C Semay	Dunod	2016
Cours relate ens http://www.phys.ens.fr/cours/notes-de-cours/jmr/relativite.pdf			

Plan détaillé

LP n° 6 : Cinématique relativiste.

NIVEAU : LICENCE 3

PRÉREQUIS :

- Mécanique Classique/Newtonienne
- Interféromètre de Michelson
- Électromagnétisme & Équations de Maxwell.

PLAN :

1. Une évolution pour la mécanique newtonienne
2. Intervalle entre deux évènements
3. Lois de composition en cinématique relativiste

BIBLIOGRAPHIE :

- [9] BFR, *Mécanique 1*. Il faut prendre l'édition de 1984 car celle de 1976 ne traite pas la rélativité !
- [12] Article original de Bertozzi décrivant son expérience et les résultats.
- [43] J. Hladik, *Introduction à la relativité restreinte.*
- [59] J.-P. Perez, *Relativité. Fondements et applications.*
- [72] C. Semay, *Relativité restreinte, bases et applications.*
- Cours de relativité d'A. Comtet, notamment pour la démonstration de Lorentz.

IDÉES À FAIRE PASSER :

La mécanique classique ne suffit pas à expliquer certains évènements. Elle est l'approximation à faible vitesse d'une théorie mécanique plus générale : la mécanique relativiste, qui implique de ne plus considérer le temps comme variable absolue.

Remarque : je pense que ça peut valoir le coup, dès le début de la leçon, de préciser qu'on a aucune prétention à démontrer rigoureusement les résultats de relativité, mais de faire sentir l'esprit de l'élargissement de la théorie de la mécanique newtonienne vers la relativité générale.

Introduction : Dans l'étude de la mécanique on a fait sans le dire une hypothèse systématique de vitesse faible, et c'est ce qui nous a permis d'appliquer systématiquement la mécanique newtonienne. Le but de cette leçon est de voir en quoi celle-ci donne des résultats aberrants à vitesses élevées, et comment passer outre ces aberrations.
Comme son nom l'indique on va porter un intérêt majeur à la relativité du mouvement ce qui implique d'avoir défini au préalable les notions d'observateur (qui regarde), de référentiel (par rapport à quoi il décrit le mouvement), de repère (comment il exprime la position du point dans l'espace) et d'évènement (analogue au point de la mécanique classique prolongé dans la dimension temporelle). Voir **slide** .

1 Une évolution pour la mécanique classique

C'est une partie pédagogiquement cruciale pour faire sentir le besoin d'élaborer une théorie plus large !

1.1 Incompatibilité de l'électromagnétisme avec la transformation de Galilée

Rappeler la transformation de Galilée sur les positions puis les vitesses et exposer son incompatibilité avec l'électromagnétisme car la vitesse de la lumière est définie indépendament du référentiel [9], p. 215. LES ÉQUATIONS DE MAXWELL SONT INCOMPATIBLES AVEC LA TRANSFORMATION DE GALILÉE.

Une question se pose : qui de l'électromagnétisme ou de la mécanique doit être corrigé ?

Définition de cinématique : « description des mouvements sans s'interesser à ces causes ». Donc on ne parle pas des forces mais des transformations entre référentiels et conséquences sur la dilatation du temps et de l'espace.

- transformation de galilée [1-cours] p. 1.
- Or Ondes EM dans le vide se propagent à C = 1/racine(epsilon0*mu0). Or cette vitesse est definie independament de la vitesse des sources. Dans quel referentiel est ce que ceci est vrai ? à priori tous.
- Donc incompatibilité si source se déplace dans la même direction que l'onde EM émise.

1.2 Invariance de la vitesse de la lumière

L'invariance de la vitesse de la lumière a été testée à plusieurs reprises : on présente l'expérience de Michelson & Morlay (+[72], p.10 et [59], p.10) qui aboutit à l'invariance de la vitesse de la lumière. D'autres expériences plus modernes ont testé cette invariance et ont toutes abouti à la validation de cette hypothèse. On présentera plus tard une d'elle, l'expérience de Bertozzi.

Transition : Les scientifiques du début du XX, Einstein en tête, ont imposé cette règle comme postulat et développé, à partir de là, une nouvelle théorie du mouvement.

Pour l'experience voir [2] 10-13 ou [1-TD ex 3]. Faire les calculs rapidement si nécéssaire suivant le temps que ça prend. Ne pas passer trop de temps la dessus. Au pire les presenter sur slide à l'aide de [1-TD ex 3].

1.3 Les postulats d'Einstein

[9], p.219 - Énoncé du principe de relativité restreinte (voir détails sur ce principe [9], p. 212-213, exclure la gravitation et préciser qu'on ne s'intéresse qu'à des référentiels en translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres), et de l'invariance de la vitesse de la lumière (il faut à ce stade définir ce qu'on entend par invariance : [9] pp.211-212 - La vitesse de la lumière ne dépend pas du référentiel. On dit que c est invariante). Évoquer un troisième principe de validité de la mécanique classique pour $v \ll c$.

Remarque : la présentation du postulat n°2 a un intérêt historique et simplifie les démonstrations, mais n'est pas incontournable pour établir les résultats de la théorie (cf. [43] p. 28).

Transition : On a mis en défaut la transformation de Galilée et montrer que le temps ne peut plus être considéré comme absolu. Dès lors, comment faire le lien entre les coordonnées d'un même évènement dans des référentiels différents : (t, x, y, z) et (t', x', y', z') ?

Référence [1-cours] p. 2.

Avec ceci nous avons établie le besoin de la relativité.

2 Changement de référentiel en relativité

2.1 L'importance nouvelle du temps

Pour le voir simplement, c'est l'invariance de c qui rend le temps relatif. Pour le comprendre on peut traiter un premier exemple : l'horloge à photons ([72], p.16 & [59], p. 39-40) - Si on fait bien le schéma et qu'on expose clairement ce qui se passe, le calcul se résume à Pythagore et tout va bien. Il faut préciser :

- que si $v = 0$, on retrouve $\Delta t = \Delta t'$;
- que le battement dans le référentiel (R) dans lequel l'horloge est en mouvement est plus long que celui dans le référentiel de l'horloge.
- l'importance du rapport numérique trouvé, appelé γ et dont l'importance apparaître nettement plus tard dans la leçon.

[72] correspond à notre [2], l'exemple est très bien pour comprendre que le temps change.

2.2 Invariance de l'intervalle

L'invariance de l'intervalle est déduite du second postulat d'Einstein, faire le calcul en exprimant la vitesse d'un signal lumineux dans un référentiel puis dans l'autre :

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = c = c' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$$

On est alors ramené à chercher les changement de référentiel qui laissent cet intervalle invariant.

Cette invariance de s^2 est uile pour établir les transformée de Lortenz. Ceci est expliqué dans [2] p. 27. **ATTENTION, S^2 DANS [2] PREND SOUVENT LA DIFFÉRENCE AVEC UN EVENNEMENT SITUÉE À t = 0 À L'ORIGINE DES REPÈRES AVEC CES ORIGINES CONFONDUS. DONC ON N'UTILISE QU'UNE SEULE VARIABLE x, t dans S^2.**

Introduire l'intervalle.

Définition intervalle : grandeur caracteristique d'un couple d'évennements séparés spatialement de deltax et temporellement de deltat dans un référentiel donné et définie par la formule….

L'égalité ne ce fait que si t et t' correspondent à des temps bien particuliers. On regarde un evennement séparée d'une distance c*t de l'origine du repère. En général s^2 peut être différent de 0, positif ou negatif (on verra ce que ceci implique plus tard).

Par contre si s^2 = 0 dans un referentiel, il faut qu'il soit aussi = 0 dans un autre referentiel.

Transformation d l'intervalle lineaire.

Considerer 3 evennements a t'1 = 1, t'2 = 2, t'2 = 3, et t = A*t'^2

Si on change d'origine de temps à -1 sec (0,1,2) la distance temporelle entre les evennements 1-2 et 2-3 dans R(t) est modifié ce qui est impossible simplement à cause d'une modification des origines de temps [2] p 26.

Donc s^2 = k*s'^2

Hypothèse : espace isotrope

Constante de proportionnalité depend de v en norme et non de son orientation.

Pour cela, considérons deux événements infiniment voisins. L'intervalle, lui aussi infinitésimal, entre ces événements s'écrit alors, dans un référentiel $\mathcal{R}$:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \ . \tag{1.7}$$

Considérons les deux mêmes événements dans un autre référentiel $\mathcal{R}'$. L'intervalle entre eux s'écrit

$$ds'^2 = c^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 \ . \tag{1.8}$$

On doit pouvoir écrire l'intervalle dans le nouveau référentiel comme une fonction de celui dans $\mathcal{R}$, fonction qui s'annule avec son argument (parce qu'un intervalle nul est conservé). On doit pouvoir développer cette fonction au premier ordre pour les intervalles infinitésimaux que nous manipulons et écrire:

$$ds'^2 = a\, ds^2 \ , \tag{1.9}$$

où a est une constante ne dépendant que de la vitesse relative $\mathbf{u}$ des deux référentiels. En fait l'isotropie de l'espace impose que a ne dépende que du module u de la vitesse $\mathbf{u}$. Considérons maintenant un troisième référentiel $\mathcal{R}''$, en mouvement à la vitesse $\mathbf{v}$ par rapport à $\mathcal{R}$ et $\mathbf{w}$ par rapport à $\mathcal{R}'$. L'intervalle infinitésimal dans ce référentiel, ds''^2, est tel que:

$$ds''^2 = a(v) ds^2 = a(w) ds'^2 = a(w)a(u) ds^2 \ . \tag{1.10}$$

La fonction a doit donc vérifier, pour tout triplet de vitesses relatives:

$$a(w) = \frac{a(v)}{a(u)} \tag{1.11}$$

ce qui est manifestement impossible (le module de la vitesse w dépend de l'orientation relative des deux autres et pas seulement de leur module), à moins que $a = 1$. On établit ainsi l'invariance des intervalles infinitésimaux. Tout intervalle pouvant être obtenu par une intégration d'intervalles infinitésimaux entre les deux événements, on établit ainsi l'invariance d'un intervalle arbitraire.

(c.f [3] p. 81)

Tour ceci pour dire que l'intervalle est invariant.

Parler de la différence des intervalles temps, espace et lumière. C.f. [3] p. 82

2.3 Transformation de Lorentz spéciale

Définition générale d'une transformation de Lorentz ([72] p.22). Sous quelques hypothèses sur l'espace-temps (cf [72] pp.27-33) on démontre la forme que doit prendre cette transformation restreinte à des référentiels en translation rectiligne uniforme (leurs axes restent alignés); on parle alors de transformation de Lorentz spéciale. Reconnaître le facteur γ que l'on a déjà rencontré dans l'horloge à photon et le tracer en fonction de β (**slide** ou **programme Python**), quantifier un ordre de grandeur de la vitesse telle qu'il y ait un écart d'un certain pourcentage par rapport à Galilée. Remarquer que la transformation réciproque est simplement obtenue en inversant le sens de la vitesse $v \longrightarrow -v$.

Transition : Comme toujours en physique, l'apparition d'une nouvelle théorie implique un certain nombre de conséquences dont la validité doit être testée expérimentalement.

Pour expliquer la transformation de Lorentz speciale utiliser la slide. Énoncer les hypothèses de [2] p. 28.

Tramsformation relie les coordonnées d'un **même** evennement spatiotemporel dans deux repères différents.

écrire le résultat directement [2] p. 31 eq 2.8

Donner un nom à béta et gamma [2] p. 30.

On peut simplement donner le résultat car la demonstration est lingue. Par contre discuter sa :
- linéarité
- vitesse limite c
- on retrouve transformation de Galilée si v<<c
- transformation laisse s^2 invariant.

Parler de la transformation reciproque [2] bas de page 31.

Montrer sur slide comment varie gamme en fonction du rapport v/c. à 6000 km/s nous sommes très proches de 1. Donc mécanique classique marche très bien.

3 Conséquences sur les lois de la cinématique

3.1 Durée et longueur entre deux évènements

On a déjà vu l'impact de cette nouvelle théorie sur les durée lorsqu'on a étudié l'exemple de l'horloge à photon. Redonner la formule entre les durées dans chaque référentiel et insister sur le fait qu'il y a DILATATION DES TEMPS. Définir la notion cruciale de **temps propre**.

Faire de même sur les longueurs, traiter l'exemple usuel de la règle (cf. [59], p. 43) et montrer que les longueurs se contractent. Définir la notion de longueur propre.

La dernière question qui se pose légitimement est celle de la transformation des vitesse par changement de référentiel en relativité restreinte.

Alexandra D'ARCO — Jules FILLETTE — Gloria BERTRAND
Page 28/188

Temps propre : variable temporelle associée à un objet matériel, dans le référentiel qui le suit dans son mouvement.
L'illustrer avec l'exemple déjà fait des hotloges à photon et insister sur la dilatation du temps. On peut lire [1-cours p. 3].

Rq. Objet matériel est défini dans [2] p. 32. Pas necessaire mais à savoir.

Contration des longeurs :

Utiliser l'exemple de la régle [3] p. 94-95 premier exemple.
- on commence dans le referentiel de la régle, la regle ce déplace a v = u par rapport à l'observateur (doc l'observateur se déplace à cette vitesse/ régle). Origine d'espaces des 2 référentiels confondus à t = 0 avec une extremité de la régle.

$$x'_A = t'_A = 0$$
$$x'_B = -L' \qquad t'_B = L'/u$$

- Pour la régle elle a une longeur L'. son exremité passe devant l'observateur en t'b = L'/u

Pour l'observateur :

$$x_A = t_A = 0$$

$$x_B = 0 \qquad t_B = \gamma \frac{L'}{u}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) = \frac{L'}{\gamma u} \,.$$

L'observateur est immobile dans l'origine d'espace donc xB = 0. La régle passe devant lui au temps tb. Pour trouver ce temps il faut faire la transformation de Lorentz avec t'b t x'b. On trouve le resultat ci-dessus (ne pas oublier qu'on transforme c*t et on veut seulement t !).

Vu que on mesure la longeur de la régle par u*tb, on trouve L = L'/gamma. Donc L<L'

Contraction des longeurs !

On définit comme pour le temps propre la **longeur propre** : distance entre deux points considérées à un même instant dans le référentiel ou le système (comprenant ces deux points) est au repos.

3.2 Lois de composition des vitesses

Selon le temps qui reste, démontrer ou simplement donner les lois de composition des composantes longitudinales et transversales de la vitesse (démonstration rapide dans [72] p.82). Retrouver galiliée lorsque $v \longrightarrow 0$ et insister sur le fait que ces transformations ne sont valides que lorsque la vitesse relative des deux référentiels est CONSTANTE (c'est ce qui fera la différence avec la relativité générale). Montrer que la vitesse est limitée par la vitesse de la lumière et traiter l'expérience de Bertozzi (voir slide et article).

Conclusion : Après avoir établi le besoin de prolonger la mécanique newtonienne par une théorie relativiste lors de l'étude de mouvements à une vitesse proche de celle de la lumière, on a étudié les conséquences de cette nouvelle vision des choses sur la description du mouvement et l'importance nouvelle de bien définir référentiel, repère, temps etc... Maintenant une question se pose : comment est modifiée la dynamique? Le pfd est-il toujours valable?

BONUS :

- On peut aussi faire remarquer que l'avènement de la relativité ne signe pas l'arrêt de mort de la mécanique newtonienne : celle-ci reste tout à fait à propos pour la description des mouvements pour lesquels v llc (c'est notamment justifié par la courbe de $\gamma = f(\beta)$ qui n'est notablement différent de 1 que pour des vitesses très élevées!)
- Un des aboutissement rapide de la relativité à été de faire apparaitre, combinée à la mécanique quantique, la notion de spin (cf. Dirac, 1927). De la même manière que la relativité est née d'une incompatibilité avec l'électromagnétisme, la théorie quantique des champs, née de l'incompatibilité électromagnétisme/quantique a donné lieu aux interactions faibles et fortes.
- Comme toujours dans l'enseignement de la physique on aborde chaque sujet en faisant d'abord un maximum d'hypothèses simplificatrices pour que le problème puisse être traité à un niveau élémentaire, puis au cours du parcours scolaire on lève petit à petit un certains nombres de simplification pour découvrir la théorie plus générale qui sous-tend chaque sujet. Ça n'est pas pour autant que ce qu'on faisait précédemment était faux mais cela ne s'appliquait que dans certains cas précis comme dans le cas de l'optique géométrique devenu ondulatoire pour palier le problème de la diffraction.
- On peut se servir du programme associé à cette leçon pour tracer γ mais ça n'apporte pas grand chose... Sauf si on veut zoomer sur une partie de la courbe en particulier.

C'est aussi fait dans [3] p. 92 et très bien dans [1-cours] p. 4, lire ce dernier pour discuter des coordonnées transverses et avoir en tête la rapidité.

Questions posées par l'enseignant
Partie réservée au correcteur