UNIVERSIDAD CENTROAMERICANA
JOSÉ SIMEÓN CAÑAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Matemática Discreta II

Proyecto Final

Estudiantes:

Aguilar Rosales, Armando Antonio, 00174323

Gerrero Pereira, Guillermo Alberto, 00044123

Flores Vásquez, Abraham Alejandro, 00067323

Fecha de entrega del reporte: 28/11/2023

Introducción

La matemática discreta, como rama fundamental de las ciencias de la computación y las matemáticas, desempeña un papel crucial en la resolución de problemas relacionados con la teoría de la probabilidad y la estadística. En este proyecto, exploraremos la aplicación de estos conceptos en el ámbito de los experimentos, donde la incertidumbre y la variabilidad son elementos inherentes. La probabilidad y la estadística ofrecen herramientas analíticas poderosas para comprender y modelar fenómenos aleatorios, así como para tomar decisiones informadas basadas en datos observados.

A lo largo del desarrollo de este proyecto, nos sumergiremos en la comprensión de la probabilidad, que nos permite cuantificar la incertidumbre asociada a los eventos. Examinaremos cómo los principios de la teoría de la probabilidad pueden aplicarse de manera efectiva para prever resultados en experimentos con un componente aleatorio. Además, exploraremos la estadística, que nos proporciona métodos para analizar datos recopilados a partir de estos experimentos, identificando patrones, tendencias y relaciones que subyacen en la variabilidad observada.

El proyecto abordará casos prácticos donde la matemática discreta, en particular la probabilidad y la estadística, desempeña un papel esencial en la toma de decisiones informadas. Desde la inferencia estadística hasta la modelización de eventos aleatorios, este estudio pretende mostrar cómo estos conceptos son instrumentos valiosos para comprender y manipular la incertidumbre inherente a diversos contextos experimentales.

Ejercicio 1

Se tienen 6 números positivos y 8 números negativos. Se eligen 4 al azar y se multiplican:
a) De estas operaciones, ¿En cuántos el producto es positivo?
R// 505
b) si por error se ha incluido el 0 entre los 6 números positivos, ¿en cuántos el producto será nulo?
R// 286

Planteando la solución al problema

Se toman en cuenta los datos del ejercicio y se toma que hay 6 números positivos y 8 números negativos de los cuales se escogen 4 al azar y serán multiplicados, para el desarrollo del literal a se nos pide saber, en cuantos el producto será positivo, se tiene un pool para números positivos y negativos en los cuales están cuatro espacios y se calculará la probabilidad y se hará el respectivo desarrollo.

$$\underline{\qquad\qquad} \quad \underline{\qquad\qquad} \quad \underline{\qquad\qquad} \quad \underline{\qquad\qquad}$$
$$\mathrm{I} \qquad\qquad \mathrm{II} \qquad\qquad \mathrm{III} \qquad\qquad \mathrm{IV}$$

Para el segundo literal el cambio será que entre los seis positivos se incluirá por error el 0 y se quiere saber en cuantos el producto será nulo, para este caso se tendrán dos pools, para el primero será 0 y para el segundo será 13, a continuación, se explicará a más a detalle.

Desarrollando el literal a

Se tiene el pool de números positivos y negativos, escogiendo 4 al azar

$$(2)(2)(2)(2) = 2^4 = 16$$
$$\binom{6}{4}\binom{8}{0} + \binom{6}{0}\binom{8}{4} + \binom{6}{2}\binom{8}{2}$$
$$15 + 70 + 420 = 505$$

El resultado de los signos que se pueden obtener se puede representar en la siguiente tabla.

1	2	3	4	R
+	+	+	+	+
+	+	+	-	-
+	+	-	+	-
+	+	-	-	+
+	-	+	+	-
+	-	+	-	+
+	-	-	+	+
+	-	-	-	-
-	+	+	+	-
-	+	+	-	+
-	+	-	+	+
-	+	-	-	-
-	-	+	+	+
-	-	+	-	-
-	-	-	+	-
-	-	-	-	+

La probabilidad analitica empirica para este ejercicio esta dada de la siguiente forma:
505/1001 = 0.5044

Desarrollando el literal b

En este literal se incluye el 0 entre los 6 números positivos y se quiere saber en cuantos casos será nula respuesta, sacando así un pool con 0 y un pool con 13 siempre para los 4 números seleccionados al azar

$$\underline{\qquad\qquad} \quad \underline{\qquad\qquad} \quad \underline{\qquad\qquad} \quad \underline{\qquad\qquad}$$
$$\mathrm{I} \qquad\qquad \mathrm{II} \qquad\qquad \mathrm{III} \qquad\qquad \mathrm{IV}$$

Todo esto es = 1 = $\binom{1}{1}$

$$\binom{1}{1}\binom{13}{3} = \frac{13!}{3! \cdot 10!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{6 \cdot 10!} = 13 \cdot 2 \cdot 11 = 286$$

La probabilidad analitica empirica para este ejercicio esta dada de la siguiente forma:
286/1001 = 0.2857

Probabilidades empíricas/ Numero de realizaciones	100	1000	10000	100000	1000000	Probabilidad analítica
En cuantos el producto es +	58%	50.2%	49.19%	53.3%	50.14%	505
¿en cuántos el producto será nulo? Si se agrega el 0 en los 6 +	30%	24.5%	25.83%	25.64%	25.7%	286

Código

```
// Agrega un event listener para el evento click
boton.addEventListener("click", function () {
    var nVeces = 0, Positivos = 0, Nulos = 0, Negativos = 0;
    nVeces = document.getElementById("cant1").value;
    for (var i = 0; i < nVeces; i++) {
        var resultado = producto();
        if (resultado > 0) {
            Positivos++;
        } else if (resultado == 0) {
            Nulos++;
        } else {
            Negativos++;
        }
    }
    var literal = document.getElementById("miDropdown");
    var valorSeleccionado = literal.value;
    if (valorSeleccionado == 1) {
        alert(((Positivos / nVeces) * 100).toFixed(4) + " probabilidad de que sea Positivo");
    } else if (valorSeleccionado == 2) {
        alert(((Nulos / nVeces) * 100).toFixed(4) + " probabilidad de que sea Nulo");
    }
    grafico1(Positivos.toFixed(4), Negativos.toFixed(4), Nulos.toFixed(4), nVeces);
    // Puedes realizar otras acciones aquí
});

function obtenerNumeroRandom(tipo) {
    //Sin contar el 0
    if (tipo == 1) {
        var numeroAleatorio;
        do {
            numeroAleatorio = Math.floor(Math.random() * 14) - 8;
        } while (numeroAleatorio === 0);
        return numeroAleatorio;
    }
    //Contando el 0
    else if (tipo == 2) {
        var numRandom = 0, min, max;
        min = Math.ceil(-8);
        max = Math.floor(5);
        numRandom = Math.floor(Math.random() * (max - min + 1) + min);
        return numRandom;
    }
}

function producto() {
    var pool = [], pro = 0;
    var literal = document.getElementById("miDropdown");
    // Obtén el valor seleccionado
    var valorSeleccionado = literal.value;
    for (var i = 0; i < 4; i++) {
        pool.push(obtenerNumeroRandom(valorSeleccionado));
    }

    for (var i = 0; i < 4; i++) {
        if (i == 0) {
            pro = pool[i];
        } else {
            pro = pro * pool[i];
        }
    }
    return pro;
}
```

Ejercicio 3

Consideremos que el 40% de una fábrica proviene del T1, el 35% del turno T2 y el 25% del T3; y que los porcentajes de los artículos defectuosos son del 1%, 2% y 3% respectivamente, en cada turno. Al seleccionar un artículo al azar de la producción total:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que resulte defectuoso? R// 0.0185 = 1.85%

b. Si el artículo resulta defectuoso, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido producido en el turno T2? y ¿en el turno T3? R// 0.378 para T2 y 0.405 para T3

Solución al ejercicio

Lo primero que se debe hacer es tener una visión del problema y analizar los datos que se presentan:

Una fábrica está distribuida en tres secciones (Turno 1, Turno 2 y Turno 3) en las cuales se fabrican componentes con cierto grado de defectuosidad, el valor de la creación de artículos no defectuosos está implícito en cada uno de las secciones, puesto que se nos da en porcentaje, solo se debe encontrar el porcentaje restante que sume el 100% de la producción total para cada sección, los cuales son 99%, 98% y 97% respectivamente.

Lo segundo es plantear una forma para solucionar el problema planteando los datos que se nos presentan:

La probabilidad puede ser expresada de forma porcentual o decimal, como el ejercicio ya brinda los datos de forma porcentual, necesitamos realizar la conversión para la notación decimal, dividiendo entre 100 los valores.

P(T) = probabilidad de que el artículo venga de una sección específica de la fábrica.

P(D/T) = probabilidad de que el artículo sea defectuoso dado que venga de una sección específica de la fábrica.

P(T/D) = probabilidad que el artículo venga de una sección específica de la fábrica y sea defectuoso.

D = evento de que el articulo resulte defectuoso.

P(D) = Probabilidad que ocurra el evento de que el articulo resulte defectuoso.

Entonces se tendría que:

P(T1) = 40 % = 0.4	**P(T2) = 35 % = 0.35**	**P(T3) = 25 % = 0.25**
P(D/T1) = 1 % = 0.01	**P(D/T2) = 2 % = 0.02**	**P(D/T3) = 3 % = 0.03**

a. La probabilidad que un articulo resulte defectuoso está dada por la fórmula:

P(D) = (D/T1) * P(T1) + P(D/T2) * P(T2) + P(D/T3) * P(T3)

P(D) = 0.01 * 0.4 + 0.02 * 0.35 + 0.03 * 0.25

P(D) = 0.04 + 0.07 + 0.0075

P(D) = 0.0185 = 1.85%

b. Si el articulo es defectuoso ¿qué probabilidad tiene de venir del turno 2? y ¿qué probabilidad tiene de venir del turno 3?

La probabilidad que venga de una sección específica y resulte defectuoso está dada por la fórmula:

P(T/D) = P(D/T) * P(T) / P(D)

Para el caso que venga del turno 2:

P(T2/D) = 0.02 * 0.35 / 0.0185

P(T2/D) = 0.378

Para el caso que venga del turno 3:

P(T3/D) = 0.03 * 0.25 / 0.0185

P(T3/D) = 0.405

Calculando la probabilidad empírica para cada caso:

Probabilidades empíricas / Número de realizaciones	100	1000	10000	100000	1000000	Probabilidad analítica
Probabilidad de obtener un artículo defectuoso.	0.01	0.02	0.0178	0.01843	0.018582	0.0185
Probabilidad que tiene el artículo defectuoso de venir del turno 2	0	0.35	0.303371	0.359197	0.3787	0.378
Probabilidad que tiene el artículo defectuoso de venir del turno 3	0.1	0.5	0.393258	0.438416	0.406953	0.405

Código

```javascript
// Calcular probabilidades
let probabilidadDefectuoso = 0;
let probabilidadT2DadoDefectuoso = 0;
let probabilidadT3DadoDefectuoso = 0;

function simularProduccion() {
    // Definir las probabilidades de los turnos y defectos
    const probabilidadT1 = 0.4;
    const probabilidadT2 = 0.35;
    const probabilidadT3 = 0.25;

    const probabilidadDefectoT1 = 0.01;
    const probabilidadDefectoT2 = 0.02;
    const probabilidadDefectoT3 = 0.03;

    // Simular la selección de un artículo al azar
    const turnoAleatorio = Math.random();
    let turno, probabilidadDefecto;

    if (turnoAleatorio < probabilidadT1) {
        turno = "T1";
        probabilidadDefecto = probabilidadDefectoT1;
    } else if (turnoAleatorio < probabilidadT1 + probabilidadT2) {
        turno = "T2";
        probabilidadDefecto = probabilidadDefectoT2;
    } else {
        turno = "T3";
        probabilidadDefecto = probabilidadDefectoT3;
    }

    // Simular si el artículo es defectuoso
    const esDefectuoso = Math.random() < probabilidadDefecto;

    return { turno, esDefectuoso };
}

// Obtén una referencia al botón
var boton = document.getElementById("btn2");

// Agrega un event listener para el evento click
boton.addEventListener("click", function () {
    // Realizar múltiples simulaciones
    let numSimulaciones = parseInt(document.getElementById("cant2").value);
    let totalDefectuosos = 0;
    let defectuososEnT2 = 0;
    let defectuososEnT3 = 0;

    for (let i = 0; i < numSimulaciones; i++) {
        const resultado = simularProduccion();

        // Contar defectuosos
        if (resultado.esDefectuoso) {
            totalDefectuosos++;

            // Contar defectuosos en T2 y T3
            if (resultado.turno === "T2") {
                defectuososEnT2++;
            } else if (resultado.turno === "T3") {
                defectuososEnT3++;
            }
        }
    }
    // Calcular probabilidades
    probabilidadDefectuoso = totalDefectuosos / numSimulaciones;
    probabilidadT2DadoDefectuoso = totalDefectuosos > 0 ? defectuososEnT2 / totalDefectuosos : 0;
    probabilidadT3DadoDefectuoso = totalDefectuosos > 0 ? defectuososEnT3 / totalDefectuosos : 0;

    var literal = document.getElementById("miDropdown2");
    var valorSeleccionado = literal.value;
    // Llamar a las funciones de gráfico con las probabilidades calculadas
    if (valorSeleccionado == 1) {
        grafico3(probabilidadDefectuoso * 100);
    } else if (valorSeleccionado == 2) {
        probabilidadT1 = 1 - probabilidadT2DadoDefectuoso - probabilidadT3DadoDefectuoso;
        grafico2(probabilidadT1, probabilidadT2DadoDefectuoso, probabilidadT3DadoDefectuoso);
    }
});
```

Conclusión

A lo largo de este proyecto, se ha explorado la aplicación de la matemática discreta, con énfasis en la teoría de la probabilidad y la estadística, en contextos experimentales caracterizados por la incertidumbre y la variabilidad. En el curso de esta investigación, se ha evidenciado cómo estos conceptos no son meramente teóricos, sino instrumentos esenciales para comprender, modelar y analizar fenómenos aleatorios en diversas disciplinas.

La teoría de la probabilidad ha proporcionado una plataforma sólida para cuantificar y comprender la incertidumbre inherente a eventos aleatorios. La capacidad de asignar probabilidades a resultados específicos y evaluar la verosimilitud de diferentes escenarios ha permitido abordar problemas prácticos con un enfoque analítico, facilitando la toma de decisiones informadas.

Asimismo, la estadística se ha revelado como una herramienta indispensable para extraer significado de conjuntos de datos experimentales. Desde la inferencia estadística hasta la identificación de patrones y tendencias, la estadística ha capacitado para tomar decisiones basadas en evidencia y comprender la variabilidad inherente a los resultados observados en experimentos.

En resumen, este proyecto ha subrayado la importancia de la matemática discreta, la probabilidad y la estadística en la mejora de la comprensión de eventos aleatorios y en la toma de decisiones fundamentadas en datos. Estos conceptos no solo son teóricos, sino instrumentos prácticos que desempeñan un papel crucial en la resolución de problemas del mundo real, proporcionando un marco analítico sólido para enfrentar la incertidumbre y la variabilidad en una amplia gama de experimentos.