

Zadanie 1

Zaproponuj algorytm typu divide and conquer, dla następującego problemu „najbliższej pary”.

Input : Zbiór punktów na prostej $\{r_1, r_2, r_3, \dots, r_n\}$

Output : Najbliższa sobie para punktów, czyli takie (r_i, r_j) , że $d_{i,j} = |r_i - r_j|$ jest najmniejsze dla wszystkich indeksów i oraz j .

Jaka będzie asymptotyczna złożoność Twojego algorytmu?

Zadanie 2

Założmy, że do rozwiązania pewnego problemu masz wybrać jeden z 3 algorytmów:

Algorytm A: rozwiązuje problem rekurencyjnie poprzez rozwiązywanie 27 podproblemów 9 razy mniejszych, a następnie scala ich rozwiązania w czasie $\Theta(n^{3/2})$.

Algorytm B: rozwiązuje problem wielkości n przez rekurencyjne rozwiązanie 6 podproblemów o rozmiarze $n/2$, następnie scalając ich rozwiązania w czasie stałym.

Algorytm C: sprowadza problem do znalezienia najkrótszej ścieżki w grafie $G=(V,E)$, gdzie $|V| = n$, $|E| = \Theta(|V|^{3/5})$ z dodatnimi wagami.

Podaj asymptotyczną złożoność tych algorytmów i którego algorytmu byś użył. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 3

Pokaż jak posortować n liczb z zakresu $n^{1/3}-1$ w czasie $O(n)$. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 4

Często w grafie występuje kilka najkrótszych ścieżek (czyli o tej samej długości) między dwoma wierzchołkami. Pokaż algorytm o złożoności liniowej dla następującego zadania.

Input : nieskierowany graf $G(V,E)$, gdzie każda krawędź ma długość 1, węzły $u, v \in V$.

Output : liczba różnych najkrótszych ścieżek z u do v .