

Egzamin JFTT

7.02.2016

1. $L_1 = \{\omega \in \{a, b, c\}^* : |\omega|_a = |\omega|_b \vee |\omega|_b = |\omega|_c\}$
2. $L_2 = \{xyx \in \{a, b\}^* : x \neq \varepsilon \wedge |x|_a \equiv |x|_b \pmod{5}\}$
3. $L_3 = (\{A, B, C\}, \{i, \diamond, \circ, \langle, \rangle\}, A, \{A \rightarrow i \diamond A | B, B \rightarrow B \circ C | C, C \rightarrow i | \langle A \rangle\})$
-SLR (FIRST, FOLLOW, zbiory sytuacji, tablica analizatora)
-operatorowy (tablica priorytetów wraz z jego uzasadnieniem)

1 Ad1

1.1 PDA

$PDA = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{A, B, C, Z\}, \sigma, q_0, Z, \emptyset)$

σ	(a,A)	(a,B)	(a,C)	(a,Z)	(b,A)	(b,B)	(b,C)	(b,Z)	(c,A)	(c,B)	(c,C)	(c,Z)	(ε ,Z)
q_0													(q_1 ,Z) (q_2 ,Z)
q_1	(q_1 ,AA)	(q_1 , ε)		(q_1 ,A)	(q_1 , ε)	(q_1 ,BB)		(q_1 ,B)	(q_1 ,A)	(q_1 ,B)		(q_1 , ε)	(q_1 , ε)
q_2		(q_2 ,B)	(q_2 ,C)	(q_2 , ε)		(q_2 ,BB)	(q_2 , ε)	(q_2 ,B)		(q_2 , ε)	(q_2 ,CC)	(q_2 ,C)	(q_2 , ε)

Dla takiego automatu ze stosem, każde słowo którego $|\omega|_a = |\omega|_b$ zostanie zaakceptowane w stanie q_1 poprzez pusty stos. Analogicznie przypadek $|\omega|_b = |\omega|_c$ dla stanu q_2 . Każde inne słowo nie spełniające warunków języka L_1 w niedeterministycznym automacie na końcu będzie miało symbol z Σ na stosie.

1.2 Gramatyka

$S \rightarrow S_1 \mid S_2$

$S_1 \rightarrow CS_1aS_1bS_1C \mid CS_1bS_1aS_1C \mid C$

$C \rightarrow Cc \mid \varepsilon$

$S_2 \rightarrow AS_2cS_2bS_2A \mid AS_2bS_2cS_2A \mid A$

$A \rightarrow Aa \mid \varepsilon$

2 Ad2

2.1 LOP

Niech n z LOP. Wybieramy słowo $z = a^{2n}b^{2n}a^{2n}b^{2n}$ (2n a nie n, ponieważ dla pompowania pod słowa o długości n składającego się ze znaków suffixu/prefixu zachowana by była struktura xyx). Rozpatrz wszystkie możliwe podziały $z = uvwxy$ takie, że $|uvx| \leq n$ oraz $|vx| \geq 1$.

1. Pompujemy tylko pierwszą grupę b lub drugą grupę a, dla $i = 0$ słowo z' nie jest postaci $z' = xyx$, ponieważ nie możemy uzyskać prefixu równego suffixowi. Zatem $z' \notin L_2$.
2. Pompując pompując jednocześnie: pierwszą grupę a oraz b, pierwszą grupę b oraz drugą grupę a, drugą grupę a oraz b, również dla $i = 0$ tracimy postać $z' = xyx$ słowa z takiego samego powodu co poprzednio. Zatem $z' \notin L_2$.
3. Pompując tylko pierwszą grupę a lub drugą grupę b, dla $i = 2$ słowo znowu traci postać $z' = xyx$ ponieważ nie można doprodukować w sufiksie wystarczającej ilości jedynek odpowiadającej jej ilości w prefiksie. Więc $z' \notin L_2$.
4. Nie ma możliwości aby pompować jednocześnie pierwszy i drugi blok a bądź b, ponieważ rozdzielone są one między sobą pod słowami o długości $> n$.

Zatem dla każdego możliwego podziału słowo $z = uvwxy \in L_2 \exists i : z' = uv^iwx^iy \notin L_2$. Zatem język ten nie jest bezkontekstowy.

3 **Ad3**

3.1 **FIRST**

$\text{FIRST}(i) = \{ i \}$

$\text{FIRST}(\diamond) = \{ \diamond \}$

$\text{FIRST}(\circ) = \{ \circ \}$

$\text{FIRST}(\langle) = \{ \langle \}$

$\text{FIRST}(\rangle) = \{ \rangle \}$

$\text{FIRST}(A) = \{ i, \langle \}$

$\text{FIRST}(B) = \{ i, \langle \}$

$\text{FIRST}(C) = \{ i, \langle \}$

3.2 **FOLLOW**

$\text{FOLLOW}(A) = \{ \$, \langle \}$

$\text{FOLLOW}(B) = \{ \$, \langle, \circ \}$

$\text{FOLLOW}(C) = \{ \$, \langle, \circ \}$

3.3 **LL(1)**

	i	◊	◦	⟨	⟩	\$
A	$A \rightarrow i \diamond A$ $A \rightarrow B$			$A \rightarrow B$		
B	$B \rightarrow B \circ C$ $B \rightarrow C$			$B \rightarrow B \circ C$ $B \rightarrow C$		
C	$C \rightarrow i$			$C \rightarrow \langle A \rangle$		

3.4 **LEADING**

$\text{LEADING}(A) = \{ i, \circ, \langle \}$

$\text{LEADING}(B) = \{ i, \circ, \langle \}$

$\text{LEADING}(C) = \{ i, \langle \}$

3.5 **TRAILING**

$\text{LEADING}(A) = \{ \diamond, \circ, i, \rangle \}$

$\text{LEADING}(B) = \{ \circ, i, \rangle \}$

$\text{LEADING}(C) = \{ i, \rangle \}$

3.6 **Tabela priorytetów**

i	i	◊	◦	⟨	⟩	\$
i		\doteq	\succ		\succ	\succ
◊	\prec		\prec	\prec	\succ	\succ
◦	\prec		\succ	\prec	\succ	\succ
⟨	\prec		\prec	\prec	\doteq	\succ
⟩			\succ		\succ	\succ
\$	\prec	\prec	\prec	\prec	\prec	

3.7 **Zbiory sytuacji SLR**

Wzbogacona gramatyka

0) $A' \rightarrow A$

1) $A \rightarrow i \diamond A$

2) $A \rightarrow B$

3) $B \rightarrow i \circ C$

4) $B \rightarrow C$

$$5) C \rightarrow i$$

$$6) C \rightarrow \langle A \rangle$$

$$I_0 = \text{domknięcie}(\{[A' \rightarrow A]\})$$

$$A' \rightarrow \bullet A$$

$$A \rightarrow \bullet i \diamond A$$

$$A \rightarrow \bullet B$$

$$B \rightarrow \bullet B \circ C$$

$$B \rightarrow \bullet C$$

$$C \rightarrow \bullet i$$

$$C \rightarrow \bullet \langle A \rangle$$

$$I_1 = \text{przejście}(I_0, A)$$

$$A' \rightarrow A \bullet$$

$$I_2 = \text{przejście}(I_0, i)$$

$$A \rightarrow i \bullet \diamond A$$

$$C \rightarrow i \bullet$$

$$I_3 = \text{przejście}(I_0, B)$$

$$A \rightarrow B \bullet$$

$$B \rightarrow B \bullet \circ C$$

$$I_4 = \text{przejście}(I_0, C)$$

$$B \rightarrow C \bullet$$

$$I_5 = \text{przejście}(I_0, \langle \rangle)$$

$$C \rightarrow \langle \bullet A \rangle$$

$$A \rightarrow \bullet i \diamond A$$

$$A \rightarrow \bullet B$$

$$B \rightarrow \bullet B \circ C$$

$$B \rightarrow \bullet C$$

$$C \rightarrow \bullet i$$

$$C \rightarrow \bullet \langle A \rangle$$

$$I_6 = \text{przejście}(I_2, \diamond)$$

$$A \rightarrow i \diamond \bullet A$$

$$A \rightarrow \bullet i \diamond A$$

$$A \rightarrow \bullet B$$

$$B \rightarrow \bullet B \circ C$$

$$B \rightarrow \bullet C$$

$$C \rightarrow \bullet i$$

$$C \rightarrow \bullet \langle A \rangle$$

$$I_7 = \text{przejście}(I_3, \circ)$$

$$B \rightarrow B \circ \bullet C$$

$$C \rightarrow \bullet i$$

$$C \rightarrow \bullet \langle A \rangle$$

$$I_8 = \text{przejście}(I_5, A)$$

$$C \rightarrow \langle A \bullet \rangle$$

$$\text{przejście}(I_5, B) = I_3$$

$$\text{przejście}(I_5, C) = I_4$$

$$\text{przejście}(I_5, i) = I_2$$

$$\text{przejście}(I_5, \langle \rangle) = I_5$$

$$I_9 = \text{przejście}(I_6, A)$$

$$A \rightarrow i \diamond A \bullet$$

$$\text{przejście}(I_6, B) = I_3$$

$$\text{przejście}(\text{I}_6, C) = \text{I}_4$$

$$\text{przejście}(\text{I}_6, i) = \text{I}_2$$

$$\text{przejście}(\text{I}_6, \langle \rangle) = \text{I}_5$$

$$\text{I}_{10} = \text{przejście}(\text{I}_7, C)$$

$$B \rightarrow B \circ C.$$

$$\text{I}_{11} = \text{przejście}(\text{I}_7, i)$$

$$C \rightarrow i.$$

$$\text{przejście}(\text{I}_7, \langle \rangle) = \text{I}_5$$

$$\text{I}_{12} = \text{przejście}(\text{I}_8, \langle \rangle)$$

$$C \rightarrow \langle A \rangle.$$

3.8 Tablica analizatora SLR

	i	\diamond	\circ	\langle	\rangle	$\$$	A	B	C
0	s ₂			s ₅			1	3	4
1						acc			
2		s ₆	r ₅		r ₅	r ₅			
3			s ₇		r ₂	r ₂			
4			r ₄		r ₄	r ₄			
5	s ₂			s ₅			8	3	4
6	s ₂			r ₅			9	3	4
7	s ₁₁		s ₅						10
8					s ₁₂				
9					r ₁	r ₁			
10			r ₃		r ₃	r ₃			
11			r ₅		r ₅	r ₅			
12			r ₆		r ₆	r ₆			