

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ КОРПОРАЦИЯ ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ



Домашнее задание по теории графов №2

Вариант 92

Выполнил:

Степанов Арсений

Группа:

Р3109

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург, 2023г.

Матрица смежности графа

V/V	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}
e_1	0			5				4	1	4		1
e_2		0			4		4		1			
e_3			0	5		4	3	4		3	3	
e_4	5		5	0			1					1
e_5		4			0	4	4					5
e_6			4		4	0	5		3			2
e_7		4	3	1	4	5	0	2			5	
e_8	4		4				2	0			1	
e_9	1	1				3			0	4	4	
e_{10}	4		3						4	0	5	5
e_{11}			3				5	1	4	5	0	2
e_{12}	1			1	5	2				5	2	0

Нахождение минимальных путей

Необходимо найти минимальные пути от вершины e_1 ко всем остальным, составим таблицу:

V/I	I_0
e_1	$0'$
e_2	∞
e_3	∞
e_4	∞
e_5	∞
e_6	∞
e_7	∞
e_8	∞
e_9	∞
e_{10}	∞
e_{11}	∞
e_{12}	∞

Вершина e_1 имеет связи с вершинами e_4 , e_8 , e_9 , e_{10} и e_{12} . Вершины e_4 , e_8 , e_9 , e_{10} и e_{12} имеют временные пометки, уточняем их:

$$L_{e_1-e_4} = 5$$

$$L_{e_1-e_8} = 4$$

$$L_{e_1-e_9} = 1$$

$$L_{e_1-e_{10}} = 4$$

$$L_{e_1-e_{12}} = 1$$

$$L_{e_1-e_9} = \min(I_1)$$

Вершина e_9 получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1
e_1	$0'$	$0'$
e_2	∞	∞
e_3	∞	∞
e_4	∞	5
e_5	∞	∞
e_6	∞	∞
e_7	∞	∞
e_8	∞	4
e_9	∞	$1'$
e_{10}	∞	4
e_{11}	∞	∞
e_{12}	∞	1

Вершина e_9 имеет связи с вершинами e_1 , e_2 , e_6 , e_{10} и e_{11}

Вершины e_2 , e_6 , e_{10} и e_{11} имеют временные пометки, уточняем их:

$$L_{e_1-e_2} = 1 + 1 = 2$$

$$L_{e_1-e_6} = 1 + 3 = 4$$

$$L_{e_1-e_{10}} = \min(4, 1 + 4) = 4$$

$$L_{e_1-e_{11}} = 1 + 4 = 5$$

$$L_{e_1-e_{12}} = \min(I_2)$$

Вершина e_{12} получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1	I_2
e_1	$0'$	$0'$	$0'$
e_2	∞	∞	2
e_3	∞	∞	∞
e_4	∞	5	5
e_5	∞	∞	∞
e_6	∞	∞	4
e_7	∞	∞	∞
e_8	∞	4	4
e_9	∞	$1'$	$1'$
e_{10}	∞	4	4
e_{11}	∞	∞	5
e_{12}	∞	1	$1'$

Вершина e_{12} имеет связи с вершинами e_1 , e_4 , e_5 , e_6 , e_{10} и e_{11}

Вершины e_4 , e_5 , e_6 , e_{10} и e_{11} имеют временные пометки, уточняем их:

$$L_{e_1-e_4} = \min(5, 1 + 1) = 2$$

$$L_{e_1-e_5} = 1 + 5 = 6$$

$$L_{e_1-e_6} = 1 + 2 = 3$$

$$L_{e_1-e_{10}} = \min(4, 1 + 5) = 4$$

$$L_{e_1-e_{11}} = \min(5, 1 + 2) = 3$$

$$L_{e_1-e_2} = \min(I_3)$$

Вершина e_2 получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1	I_2	I_3
e_1	0'	0'	0'	0'
e_2	∞	∞	2	2'
e_3	∞	∞	∞	∞
e_4	∞	5	5	2
e_5	∞	∞	∞	6
e_6	∞	∞	4	4
e_7	∞	∞	∞	∞
e_8	∞	4	4	4
e_9	∞	1'	1'	1'
e_{10}	∞	4	4	4
e_{11}	∞	∞	5	3
e_{12}	∞	1	1'	1'

Вершина e_2 имеет связи с вершинами e_5 , e_7 и e_9

Вершины e_5 и e_7 имеют временные пометки, уточняем их:

$$L_{e_1-e_5} = \min(6, 2 + 4) = 6$$

$$L_{e_1-e_7} = 2 + 4 = 6$$

$$L_{e_1-e_4} = \min(I_4)$$

Вершина e_4 получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4
e_1	0'	0'	0'	0'	0'
e_2	∞	∞	2	2'	2'
e_3	∞	∞	∞	∞	∞
e_4	∞	5	5	2	2'
e_5	∞	∞	∞	6	6
e_6	∞	∞	4	4	4
e_7	∞	∞	∞	∞	6
e_8	∞	4	4	4	4
e_9	∞	1'	1'	1'	1'
e_{10}	∞	4	4	4	4
e_{11}	∞	∞	5	3	3
e_{12}	∞	1	1'	1'	1'

Вершина e_4 имеет связи с вершинами e_1 , e_3 , e_7 и e_{12}

Вершины e_3 и e_7 имеют временные пометки, уточняем их:

$$L_{e_1-e_3} = 2 + 5 = 7$$

$$L_{e_1-e_7} = \min(6, 2 + 1) = 3$$

$$L_{e_1-e_7} = \min(I_5)$$

Вершина e_7 получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5
e_1	$0'$	$0'$	$0'$	$0'$	$0'$	$0'$
e_2	∞	∞	2	$2'$	$2'$	$2'$
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	7
e_4	∞	5	5	2	$2'$	$2'$
e_5	∞	∞	∞	6	6	6
e_6	∞	∞	4	4	4	4
e_7	∞	∞	∞	∞	6	$3'$
e_8	∞	4	4	4	4	4
e_9	∞	$1'$	$1'$	$1'$	$1'$	$1'$
e_{10}	∞	4	4	4	4	4
e_{11}	∞	∞	5	3	3	3
e_{12}	∞	1	$1'$	$1'$	$1'$	$1'$

Вершина e_7 имеет связи с вершинами $e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_8$ и e_{11}

Вершины e_3, e_5, e_6, e_8 и e_{11} имеют временные пометки, уточняем их:

$$L_{e_1-e_3} = \min(7, 3 + 3) = 6$$

$$L_{e_1-e_5} = \min(6, 3 + 4) = 6$$

$$L_{e_1-e_6} = \min(4, 3 + 5) = 4$$

$$L_{e_1-e_8} = \min(4, 3 + 2) = 4$$

$$L_{e_1-e_{11}} = \min(3, 3 + 5) = 3$$

$$L_{e_1-e_{11}} = \min(I_6)$$

Вершина e_{11} получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
e_1	$0'$	$0'$	$0'$	$0'$	$0'$	$0'$	$0'$
e_2	∞	∞	2	$2'$	$2'$	$2'$	$2'$
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	7	6
e_4	∞	5	5	2	$2'$	$2'$	$2'$
e_5	∞	∞	∞	6	6	6	6
e_6	∞	∞	4	4	4	4	4
e_7	∞	∞	∞	∞	6	$3'$	$3'$
e_8	∞	4	4	4	4	4	4
e_9	∞	$1'$	$1'$	$1'$	$1'$	$1'$	$1'$
e_{10}	∞	4	4	4	4	4	4
e_{11}	∞	∞	5	3	3	3	$3'$
e_{12}	∞	1	$1'$	$1'$	$1'$	$1'$	$1'$

Вершина e_{11} имеет связи с вершинами $e_3, e_7, e_8, e_9, e_{10}$ и e_{12}

Вершины e_3, e_8 и e_{10} имеют временные пометки, уточняем их:

$$L_{e_1-e_3} = \min(6, 3 + 3) = 6$$

$$L_{e_1-e_8} = \min(4, 3 + 1) = 4$$

$$L_{e_1-e_{10}} = \min(4, 3 + 5) = 4$$

$$L_{e_1-e_6} = \min(I_7)$$

Вершина e_6 получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7
e_1	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'
e_2	∞	∞	2	2'	2'	2'	2'	2'
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	7	6	6
e_4	∞	5	5	2	2'	2'	2'	2'
e_5	∞	∞	∞	6	6	6	6	6
e_6	∞	∞	4	4	4	4	4	4'
e_7	∞	∞	∞	∞	6	3'	3'	3'
e_8	∞	4	4	4	4	4	4	4
e_9	∞	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'
e_{10}	∞	4	4	4	4	4	4	4
e_{11}	∞	∞	5	3	3	3	3'	3'
e_{12}	∞	1	1'	1'	1'	1'	1'	1'

Вершина e_6 имеет связи с вершинами e_3, e_5, e_7, e_9 и e_{12}

Вершины e_3 и e_5 имеют временные пометки, уточняем их:

$$L_{e_1-e_3} = \min(6, 4 + 4) = 6$$

$$L_{e_1-e_5} = \min(6, 4 + 4) = 6$$

$$L_{e_1-e_8} = \min(I_8)$$

Вершина e_8 получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8
e_1	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'
e_2	∞	∞	2	2'	2'	2'	2'	2'	2'
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	7	6	6	6
e_4	∞	5	5	2	2'	2'	2'	2'	2'
e_5	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6
e_6	∞	∞	4	4	4	4	4	4'	4'
e_7	∞	∞	∞	∞	6	3'	3'	3'	3'
e_8	∞	4	4	4	4	4	4	4	4'
e_9	∞	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'
e_{10}	∞	4	4	4	4	4	4	4	4
e_{11}	∞	∞	5	3	3	3	3'	3'	3'
e_{12}	∞	1	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'

Вершина e_8 имеет связи с вершинами e_1 , e_3 , e_7 и e_{11}

Вершина e_3 имеет временную пометку, уточняем её:

$$L_{e_1-e_3} = \min(6, 4 + 4) = 6$$

$$L_{e_1-e_{10}} = \min(I_9)$$

Вершина e_{10} получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9
e_1	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'
e_2	∞	∞	2	2'	2'	2'	2'	2'	2'	2'
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	7	6	6	6	6
e_4	∞	5	5	2	2'	2'	2'	2'	2'	2'
e_5	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6	6
e_6	∞	∞	4	4	4	4	4	4'	4'	4'
e_7	∞	∞	∞	∞	6	3'	3'	3'	3'	3'
e_8	∞	4	4	4	4	4	4	4	4'	4'
e_9	∞	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'
e_{10}	∞	4	4	4	4	4	4	4	4	4'
e_{11}	∞	∞	5	3	3	3	3'	3'	3'	3'
e_{12}	∞	1	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'

Вершина e_{10} имеет связи с вершинами e_1 , e_3 , e_9 , e_{11} и e_{12}

Вершина e_3 имеет временную пометку, уточняем её:

$$L_{e_1-e_3} = \min(6, 4 + 4) = 6$$

$$L_{e_1-e_3} = \min(I_{10})$$

Вершина e_3 получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}
e_1	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'
e_2	∞	∞	2	2'	2'	2'	2'	2'	2'	2'	2'
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	7	6	6	6	6	6'
e_4	∞	5	5	2	2'	2'	2'	2'	2'	2'	2'
e_5	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6	6	6
e_6	∞	∞	4	4	4	4	4	4'	4'	4'	4'
e_7	∞	∞	∞	∞	6	3'	3'	3'	3'	3'	3'
e_8	∞	4	4	4	4	4	4	4	4'	4'	4'
e_9	∞	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'
e_{10}	∞	4	4	4	4	4	4	4	4	4'	4'
e_{11}	∞	∞	5	3	3	3	3'	3'	3'	3'	3'
e_{12}	∞	1	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'

Вершина e_3 имеет связи с вершинами $e_4, e_6, e_7, e_8, e_{10}$ и e_{11}

$$L_{e_1-e_5} = \min(I_{11})$$

Вершина e_5 получает постоянную пометку

V/I	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}	I_{11}
e_1	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'	0'
e_2	∞	∞	2	2'	2'	2'	2'	2'	2'	2'	2'	2'
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	7	6	6	6	6	6'	6'
e_4	∞	5	5	2	2'	2'	2'	2'	2'	2'	2'	2'
e_5	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6	6	6	6'
e_6	∞	∞	4	4	4	4	4	4'	4'	4'	4'	4'
e_7	∞	∞	∞	∞	6	3'	3'	3'	3'	3'	3'	3'
e_8	∞	4	4	4	4	4	4	4	4'	4'	4'	4'
e_9	∞	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'
e_{10}	∞	4	4	4	4	4	4	4	4	4'	4'	4'
e_{11}	∞	∞	5	3	3	3	3'	3'	3'	3'	3'	3'
e_{12}	∞	1	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'	1'

Все метки постоянные, расстояние от e_1 до других вершин равно значениям их постоянных меток:

V/V	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}
e_1	0	2	6	2	6	4	3	4	1	4	3	1

Рисунок графа

