Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Научно-образовательная корпорация ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

# Курсовая работа
# «Синтез комбинаторных схем»
# Часть №1

**Вариант 48**

**Выполнил:**
Степанов Арсений Алексеевич
**Группа:**
P3109
**Преподаватель:**
Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург, 2023г.

# Определение функции

Функция принимает значение истины, при $2 < |x_3x_40 - x_5x_1x_2| \leq 5$ и безразличное, при $|x_3x_40 - x_5x_1x_2| = 1$.

# Таблица истинности

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_3x_40$ | $x_5x_1x_2$ | $\lvert x_3x_40 - x_5x_1x_2 \rvert$ | $f(x_1 \ldots x_5)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $000_2$ | $000_2$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $000_2$ | $100_2$ | 4 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | $010_2$ | $000_2$ | 2 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | $010_2$ | $100_2$ | 2 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | $100_2$ | $000_2$ | 4 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | $100_2$ | $100_2$ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | $110_2$ | $000_2$ | 6 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | $110_2$ | $100_2$ | 2 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | $000_2$ | $001_2$ | 1 | d |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | $000_2$ | $101_2$ | 5 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | $010_2$ | $001_2$ | 1 | d |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | $010_2$ | $101_2$ | 3 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | $100_2$ | $001_2$ | 3 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | $100_2$ | $101_2$ | 1 | d |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | $110_2$ | $001_2$ | 5 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | $110_2$ | $101_2$ | 1 | d |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $000_2$ | $010_2$ | 2 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | $000_2$ | $110_2$ | 6 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | $010_2$ | $010_2$ | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | $010_2$ | $110_2$ | 4 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | $100_2$ | $010_2$ | 2 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | $100_2$ | $110_2$ | 2 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | $110_2$ | $010_2$ | 4 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | $110_2$ | $110_2$ | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | $000_2$ | $011_2$ | 3 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | $000_2$ | $111_2$ | 7 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | $010_2$ | $011_2$ | 1 | d |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | $010_2$ | $111_2$ | 5 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | $100_2$ | $011_2$ | 1 | d |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | $100_2$ | $111_2$ | 3 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | $110_2$ | $011_2$ | 3 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $110_2$ | $111_2$ | 1 | d |

### КДНФ:

$f = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}\,x_5 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_3\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\,x_2\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}\,x_5 \vee \overline{x_1}\,x_2\,\overline{x_3}\,x_4\,x_5 \vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee$
$\vee \overline{x_1}\,x_2\,x_3\,x_4\,\overline{x_5} \vee x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,x_4\,x_5 \vee x_1\,\overline{x_2}\,x_3\,x_4\,\overline{x_5} \vee x_1\,x_2\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee x_1\,x_2\,\overline{x_3}\,x_4\,x_5 \vee$
$\vee x_1\,x_2\,x_3\,\overline{x_4}\,x_5 \vee x_1\,x_2\,x_3\,x_4\,\overline{x_5}$

### ККНФ:

$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \wedge$
$\wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \wedge (\overline{x_1} \vee$

$\vee\, x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee$
$\vee\, x_4 \vee x_5) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})$

# Минимизация методом Квайна–Мак-Класки

### Нахождение максимальных кубов

| $K^0(f)$ | | |
|---|---|---|
| 1 | 00001 | ∨ |
| 4 | 00100 | ∨ |
| 8 | 01000 | ∨ |
| 9 | 01001 | ∨ |
| 10 | 01010 | ∨ |
| 12 | 01100 | ∨ |
| 24 | 11000 | ∨ |
| 11 | 01011 | ∨ |
| 13 | 01101 | ∨ |
| 14 | 01110 | ∨ |
| 19 | 10011 | ∨ |
| 22 | 10110 | ∨ |
| 26 | 11010 | ∨ |
| 28 | 11100 | ∨ |
| 15 | 01111 | ∨ |
| 27 | 11011 | ∨ |
| 29 | 11101 | ∨ |
| 30 | 11110 | ∨ |
| 31 | 11111 | ∨ |

| $K^1(f)$ | | |
|---|---|---|
| 1 – 9 | 0X001 | |
| 4 – 12 | 0X100 | |
| 8 – 9 | 0100X | ∨ |
| 8 – 10 | 010X0 | ∨ |
| 8 – 12 | 01X00 | ∨ |
| 8 – 24 | X1000 | ∨ |
| 9 – 11 | 010X1 | ∨ |
| 9 – 13 | 01X01 | ∨ |
| 10 – 11 | 0101X | ∨ |
| 10 – 14 | 01X10 | ∨ |
| 10 – 26 | X1010 | ∨ |
| 12 – 13 | 0110X | ∨ |
| 12 – 14 | 011X0 | ∨ |
| 12 – 28 | X1100 | ∨ |
| 24 – 26 | 110X0 | ∨ |
| 24 – 28 | 11X00 | ∨ |
| 11 – 15 | 01X11 | ∨ |
| 11 – 27 | X1011 | ∨ |
| 13 – 15 | 011X1 | ∨ |
| 13 – 29 | X1101 | ∨ |
| 14 – 15 | 0111X | ∨ |
| 14 – 30 | X1110 | ∨ |
| 19 – 27 | 1X011 | |
| 22 – 30 | 1X110 | |
| 26 – 27 | 1101X | ∨ |
| 26 – 30 | 11X10 | ∨ |
| 28 – 29 | 1110X | ∨ |
| 28 – 30 | 111X0 | ∨ |
| 15 – 31 | X1111 | ∨ |
| 27 – 31 | 11X11 | ∨ |
| 29 – 31 | 111X1 | ∨ |
| 30 – 31 | 1111X | ∨ |

| $K^2(f)$ | | |
|---|---|---|
| 8 – 9 – 10 – 11 | 010XX | ∨ |
| 8 – 9 – 12 – 13 | 01X0X | ∨ |
| 8 – 10 – 12 – 14 | 01XX0 | ∨ |
| 8 – 10 – 24 – 26 | X10X0 | ∨ |
| 8 – 12 – 24 – 28 | X1X00 | ∨ |
| 9 – 11 – 13 – 15 | 01XX1 | ∨ |
| 10 – 11 – 14 – 15 | 01X1X | ∨ |
| 10 – 11 – 26 – 27 | X101X | ∨ |
| 10 – 14 – 26 – 30 | X1X10 | ∨ |
| 12 – 13 – 14 – 15 | 011XX | ∨ |
| 12 – 13 – 28 – 29 | X110X | ∨ |
| 12 – 14 – 28 – 30 | X11X0 | ∨ |
| 24 – 26 – 28 – 30 | 11XX0 | ∨ |
| 11 – 15 – 27 – 31 | X1X11 | ∨ |
| 13 – 15 – 29 – 31 | X11X1 | ∨ |
| 14 – 15 – 30 – 31 | 01XX1 | ∨ |
| 26 – 27 – 30 – 31 | 11X1X | ∨ |
| 28 – 29 – 30 – 31 | 111XX | ∨ |

| $K^3(f)$ | |
|---|---|
| 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 | 01XXX |
| 8 – 10 – 12 – 14 – 24 – 26 – 28 – 30 | X1XX0 |
| 10 – 11 – 14 – 15 – 26 – 27 – 30 – 31 | X1X1X |
| 12 – 13 – 14 – 15 – 28 – 29 – 30 – 31 | X11XX |

| $K^4(f)$ |
|---|
| ∅ |

| Z(f) |
|---|
| 0X001 |
| 0X100 |
| 1X011 |
| 1X110 |
| 01XXX |
| X1XX0 |
| X1X1X |
| X11XX |

### Нахождение ядра покрытия

Построим таблицу импликант:

| Максимальные кубы | | Существенные вершины | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| | | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| | | 1 | 4 | 9 | 11 | 12 | 14 | 19 | 22 | 24 | 27 | 29 | 30 |
| A | 0X001 | X | | X | | | | | | | | | |
| B | 0X100 | | X | | | X | | | | | | | |
| C | 1X011 | | | | | | | X | | | X | | |
| D | 1X110 | | | | | | | | X | | | | X |
| E | 01XXX | | | X | X | X | X | | | | | | |
| F | X1XX0 | | | | | X | X | | | X | | | X |
| G | X11XX | | | | | X | X | | | | | X | X |
| H | X1X1X | | | | X | | X | | | | X | | X |

По таблице определяем ядро покрытия:

$$T = \begin{cases} 0X001 \\ 0X100 \\ X1XX0 \\ X11XX \\ 1X011 \\ 1X110 \end{cases}$$

### Нахождение минимального покрытия

Воспользуемся методом Петрика и запишем выражение определяющее условие покрытия всех вершин:
$Y = E \vee H$
Следовательно получается два возможных покрытия: $C_1 = T \vee E$ и $C_2 = T \vee H$

$$C_1 = \begin{cases} 0X001 \\ 0X100 \\ X1XX0 \\ X11XX \\ 1X011 \\ 1X110 \\ 01XXX \end{cases} \quad C_2 = \begin{cases} 0X001 \\ 0X100 \\ X1XX0 \\ X11XX \\ 1X011 \\ 1X110 \\ X1X1X \end{cases}$$

$S_1^a = 22,\ S_1^b = 29$
$S_2^a = 22,\ S_2^b = 29$

Цены покрытий совпадают, значит они оба могут выступать в роли минимального покрытия.

Пускай $C_{min} = C_1$

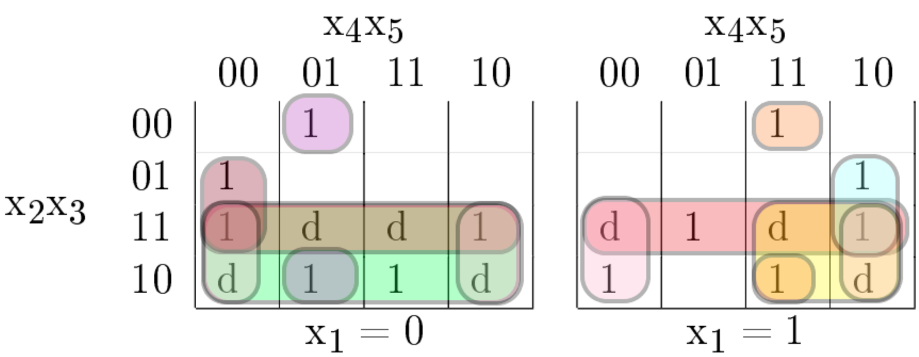
$$C_{min} = \begin{cases} 0X001 \\ 0X100 \\ X1XX0 \\ X11XX \\ 1X011 \\ 1X110 \\ 01XXX \end{cases}$$

$S^a_{min} = 22,\ S^b_{min} = 29$

МДНФ минимального покрытия:
$C_{min} = \overline{x_1}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}\,x_5 \vee \overline{x_1}\,x_3\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee x_2\,\overline{x_5} \vee x_2\,x_3 \vee x_1\,\overline{x_3}\,x_4\,x_5 \vee x_1\,x_3\,x_4\,\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\,x_2$

## Минимизация методом карт Карно

### МДНФ




$$C_{min} = \begin{cases} 0X001 \\ 0X100 \\ X1XX0 \\ X11XX \\ 1X011 \\ 1X110 \\ 01XXX \end{cases}$$

$S^a_{min} = 22,\ S^b_{min} = 29$

$C_{min} = \overline{x_1}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}\,x_5 \vee \overline{x_1}\,x_3\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee x_2\,\overline{x_5} \vee x_2\,x_3 \vee x_1\,\overline{x_3}\,x_4\,x_5 \vee x_1\,x_3\,x_4\,\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\,x_2$

**МКНФ**

$x_1 = 0$

| $x_2x_3$ \ $x_4x_5$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | | 0 | 0 |
| 01 | | 0 | 0 | 0 |
| 11 | | d | d | |
| 10 | d | | | d |

$x_1 = 1$

| $x_2x_3$ \ $x_4x_5$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 0 | |
| 11 | d | | d | |
| 10 | | 0 | | d |

$$C_{min} = \begin{cases} 00X1X \\ X00X0 \\ X01X1 \\ 1X001 \\ 10X0X \end{cases}$$

$S^a_{min} = 16$, $S^b_{min} = 21$

$$C_{min} = (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4})(x_2 \vee x_3 \vee x_5)(x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4)$$

# Преобразование минимальных форм

### Факторизация и декомпозиция МДНФ

$f = \overline{x_1}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}\,x_5 \vee \overline{x_1}\,x_3\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee x_2\,\overline{x_5} \vee x_2\,x_3 \vee x_1\,\overline{x_3}\,x_4\,x_5 \vee x_1\,x_3\,x_4\,\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\,x_2$ $\quad S_Q = 29, \tau = 2$

$f = x_2\,(\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) \vee (\overline{x_1}\,\overline{x_4} \vee x_1\,x_4)(x_3\overline{x_5} \vee \overline{x_3}x_5)$ $\quad S_Q = 21, \tau = 4$

$\varphi = \overline{x_3}x_5$, $\overline{\varphi} = x_3 \vee \overline{x_5}$

$f = x_2(\overline{\varphi} \vee \overline{x_1}) \vee (\overline{x_1}\,\overline{x_4} \vee x_1\,x_4)(x_3\overline{x_5} \vee \varphi)$ $\quad S_Q = 21, \tau = 5$

В данном случае декомпозиция нецелесообразна

$f = x_2\,(\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) \vee (\overline{x_1}\,\overline{x_4} \vee x_1\,x_4)(x_3\overline{x_5} \vee \overline{x_3}x_5)$ $\quad S_Q = 21, \tau = 4$

### Факторизация и декомпозиция МКНФ

$f = (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4})(x_2 \vee x_3 \vee x_5)(x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4)$ $\quad S_Q = 21,\ \tau = 2$

$f = (x_2 \vee (x_1 \vee \overline{x_4})(x_3 \vee x_5)(\overline{x_3} \vee \overline{x_5}))(\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4)$ $\quad S_Q = 21,\ \tau = 4$

Декомпозиция в данном случае невозможна

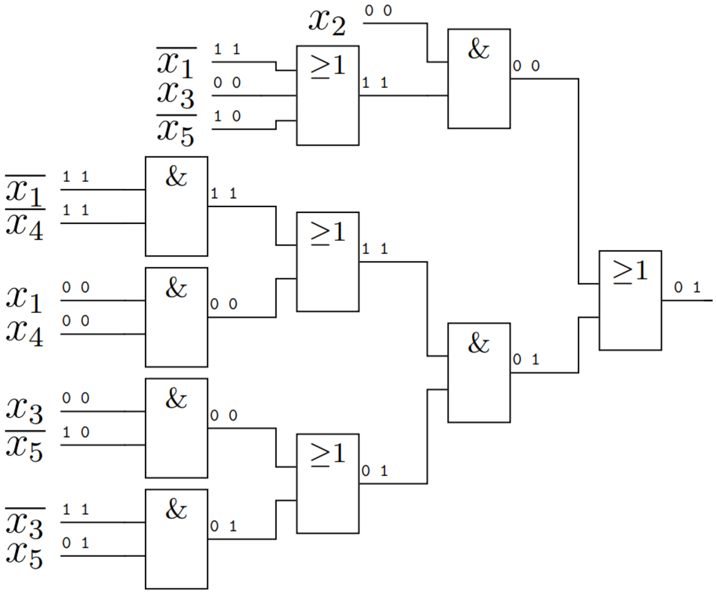
$f = (x_2 \vee (x_1 \vee \overline{x_4})(x_3 \vee x_5)(\overline{x_3} \vee \overline{x_5}))(\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_4)$ $\quad S_Q = 21,\ \tau = 4$

# Синтез комбинаторных схем

Анализировать схемы будем при следующих значениях аргументов:
$f(0,0,0,0,0) = 0$
$f(0,0,0,0,1) = 1$

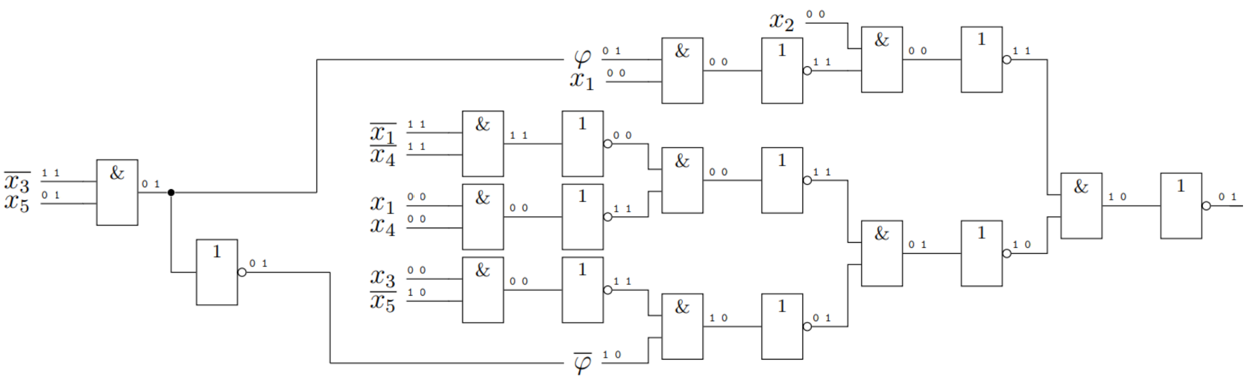
### Булев базис

$f = (x_2 \lor (x_1 \lor \overline{x_4})(x_3 \lor x_5)(\overline{x_3} \lor \overline{x_5}))(\overline{x_1} \lor x_3 \lor x_4 \lor \overline{x_5})(\overline{x_1} \lor x_2 \lor x_4)$
$S_Q = 21,\ \tau = 4$



### Сокращённый булев базис (И-НЕ)

$f = \overline{\overline{x_2\overline{\varphi x_1}}\;\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{x_1}\,\overline{x_4}}\;\overline{x_1 x_4}}\;\overline{\overline{x_3\overline{x_5}}\;\overline{\varphi}}}}}},\ \varphi = \overline{x_3}x_5$
$S_Q = 30, \tau = 8$



**Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)**

$$f = \overline{\overline{x_2 \overline{x_1 \overline{\overline{\overline{x_3}\, x_5}}}}\ \overline{\overline{\overline{\overline{x_1}\ \overline{x_4}}\ \overline{x_1 x_4}}\ \overline{\overline{x_3 \overline{x_5}}\ \overline{\overline{x_3} x_5}}}}$$

$S_Q = 24, \tau = 5$