

# 线性空间概念

## 线性空间

### 概念

- 1.加法定义:  $(V, +)$  中任取2个元素做卡式积(两两有序对)的结果仍在 $V$ 中, 则 $+$ 是 $V$ 上的加法
- 2.乘法定义:  $V \times F \rightarrow V$ , 若集合 $V$ 中有 $V$ 和数域(实数域或复数域)中的某 $F$ 做卡式积仍属于 $V$ , 则为数乘

### 8大定律

- 1.加法交换律:  $V_1 + V_2 = V_2 + V_1$
- 2.加法结合律:  $(V_1 + V_2) + V_3 = V_1 + (V_2 + V_3)$
- 3.有零元:  $\exists e \in V$ , 使得任意 $e + V = V$
- 4.有负元:  $\forall u \in V, \exists a \in V$ , 使得任意 $u + a = e$ , 记作 $a = -u$
- 5.数乘法对抽象加法的分配率:  $(V_1 + V_2) \cdot K = V_1 \cdot K + V_2 \cdot K$ , 左式先做抽象加法, 再做数乘, 右式先做数乘再做加法
- 6.乘法对数的分配率:  $V \cdot (K_1 + K_2) = V \cdot K_1 + V \cdot K_2$ , 左式先做域的加法, 再做数乘, 右式先做数乘再做加法。前面 $+$ 号是 $F$ 中的元素相加, 后面的 $+$ 号是这里新定义的抽象加法
- 7.与 $F$ 中乘法的关系:  $V \cdot (K \cdot L) = (V \cdot K) \cdot L$
- 8.与 $F$ 中1的关系:  $V \cdot 1 = V$

若这两种运算满足这8个运算规则, 则称集合 $V$ 关于此加法、数乘法是域 $F$ 上的线性空间

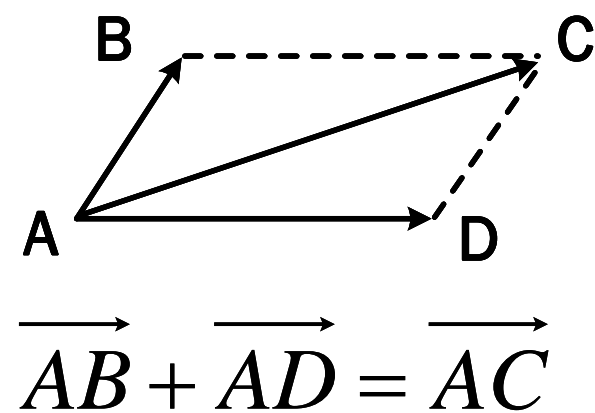
### 函数空间

若干函数组成的空间 (0,1为定义域, 具有2个分量的二维向量值函数)

### 向量组之间的关系

- 线性相关  $\Leftrightarrow$  有非零解
- 线性无关  $\Leftrightarrow$  没有非零解  $\Leftrightarrow$  只有零解

(i) 加法的形象理解, 比如下图所示:  
由平行四边形法则可知: 向量 $\overrightarrow{AB} + \text{向量}\overrightarrow{AD} = \text{向量}\overrightarrow{AC}$ , 即由2个向量构成了新的1个向量。



(ii) 乘法的形象理解, 比如下图所示:  
向量 $\overrightarrow{AB} * K = \text{向量}\overrightarrow{AC}$ , 即向量 $\overrightarrow{AB}$ 扩大 $k$ 倍后变为新的向量 $\overrightarrow{AC}$ 。

