

线性空间

概念

- 1.加法定义:  $(V, +)$  中任取2个元素做卡式积(两两有序对)的结果仍在V中, 则 $+$ 是V上的加法。
- 2.乘法定义:  $V \times F \rightarrow V$ , 若集合V中有V1和数域(实数域或复数域)中的某F1做卡式积仍属于V, 则为数乘

8大定律

- 1.加法交换律:  $V_1 + V_2 = V_2 + V_1$
- 2.加法结合律:  $(V_1 + V_2) + V_3 = V_1 + (V_2 + V_3)$
- 3.有零元:  $\exists e \in V$ , 使得任意  $e + V = V$
- 4.有负元:  $\forall u \in V, \exists a \in V$ , 使得任意  $u + a = e$ , 记作  $a = -u$
- 5.数乘法对抽象加法的分配率:  $(V_1 + V_2) \cdot K = V_1 \cdot K + V_2 \cdot K$ , 左式先做抽象加法, 再做数乘, 右式先做数乘再做加法
- 6.乘法对数的分配率:  $V \cdot (K_1 + K_2) = V \cdot K_1 + V \cdot K_2$ , 左式先做域的加法, 再做数乘, 右式先做数乘再做加法。前面 $+$ 号是F在中元素相加, 后面的 $+$ 号是这里新定义的抽象加法。
- 7.与F中乘法的关系:  $V \cdot (K \cdot L) = (V \cdot K) \cdot L$
- 8.与F中1的关系:  $V \cdot 1 = V$

函数空间

若干函数组成的空间 (0,1为定义域, 具有2个分量的二维向量值函数)

向量组之间的关系

- 线性相关  $\Leftrightarrow$  有非零解
- 线性无关  $\Leftrightarrow$  没有非零解  $\Leftrightarrow$  只有零解

若这两种运算满足这8个运算规则, 则称集合V关于此加法、数乘法是域F上的线性空间