

Funktionale Programmierung

10. Übungsblatt

Prof. Dr. Margarita Esponda

1. Aufgabe (4 Punkte)

a) Geben Sie äquivalente Lambda-Ausdrücke **in Haskell** für folgende Haskell-Ausdrücke an.

`(3 **)`

`(f.h.g)`

b) Programmieren Sie unter sinnvoller Verwendung einer anonymen Funktion und der **foldl**-Funktion eine Variante der reverse-Funktion für Listen.

2. Aufgabe (6 Punkte)

Die Collatz-Folge, die im Jahr 1937 von Lothar Collatz entdeckt worden ist, wird wie folgt definiert.

Die Collatz-Zahl C_{i+1} mit $i > 0$ wird rekursiv berechnet:

$$C_{i+1} = \begin{cases} \frac{C_i}{2} & \text{wenn } C_i \text{ gerade} \\ C_i \cdot 3 + 1 & \text{wenn } C_i \text{ ungerade} \end{cases}$$

D.h. die Folge startet mit einer beliebigen Zahl n . Wenn n gerade ist, ist die Folgezahl gleich $\frac{n}{2}$ und wenn n ungerade ist, wird die Folgezahl gleich $(n \cdot 3 + 1)$.

Es gibt die Vermutung, dass unabhängig davon, mit welcher natürlichen Zahl gestartet wird, die Folge immer mit dem Zahlenzyklus 4, 2, 1 endet. Diese Vermutung ist bislang noch nicht bewiesen worden.

Definieren Sie unter Verwendung der **fix**-Funktion aus den Vorlesungsfolien und anonymer Funktionen in Haskell eine rekursive Funktion für die Berechnung der Collatz-Folge.

Anwendungsbeispiel:

`(fix collatz) 10 => [10, 5, 16, 8, 4, 2, 1]`

3. Aufgabe (6 Punkte)

a) Schreiben Sie jeweils eine neue Variante der Haskell-Funktionen **length** und **filter** unter Verwendung der **foldr**- oder **foldl**-Funktion und anonymer Funktionen (Haskell Lambda-Ausdrücke).

b) Schreiben Sie eine neue Haskell Funktion des Insertion-Sort-Algorithmus unter Verwendung der **foldr**- oder **foldl**-Funktion und anonymer Funktionen (Haskell Lambda-Ausdrücke).

4. Aufgabe (6 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass folgende Kombinator-Ausdrücke äquivalent sind.

$$S(KK)I = K$$

b) Reduzieren Sie den folgenden SKI-Ausdruck und begründen Sie die einzelnen Schritte.

$$SS(SI(K(KI)))(KK(S(KK)I))(KI)$$

5. Aufgabe (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Lambda- und Kombinatoren-Ausdrücke äquivalent sind.

Verwenden Sie dafür zuerst die Transformations- bzw. Eliminierungsregeln aus der Vorlesung.

$$\lambda x. y(xy) \equiv S(Ky)(SI(Ky))$$

Begründen Sie die einzelnen Schritte, indem Sie die verwendeten Transformations-/ Eliminierungsregeln angeben (siehe Vorlesungsfolien).

6. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Lambda- und Kombinatoren-Ausdrücke äquivalent sind.

$$\lambda s. \lambda x. s(s(s(x))) \equiv (S(S(KS)K)(S(S(KS)K)I))$$

Wenden Sie die Funktionsapplikation auf zwei Argumente an, um die Äquivalenz zu zeigen.

Begründen Sie die einzelnen Schritte, indem sie die verwendete Reduktionseglern angeben.

Wichtiger Hinweis:

Die Lösungen sollen elektronisch (nur Whiteboard-Upload) abgegeben werden. Es ist **keine verspätete Abgabe per Email erlaubt**.