Aufgabe 1

Abgabe von Ruth Höner zu Siederdissen und Armin Kleinert

1. 23 + 81 = 104

 $23 \rightarrow 0001 \ 0111 \ 81 \rightarrow 0101 \ 0001$

B+V

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		0	0	0	1	0	1	1	1	23
+		0	1	0	1	0	0	0	1	87
Carry				1		1	1	1		
Ergebnis		0	1	1	0	1	0	0	0	104

Da beide Zahlen positiv sind und es um Addition geht, ist die Rechnung für Einerkomplement und Zweierkomplement die gleiche wie oben.

Für die Offset-Darstellung haben wir uns für Offset 0 entschieden. Dies bietet sich an, da wir zwei positive Zahlen addieren. Die Rechnung ändert sich also nicht.

2.36 - 14 = 22

B+V

 $36 \rightarrow 0010 \ 0100 \ 14 \rightarrow 0000 \ 1110$

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		0	0	1	0	0	1	0	0	36
-		0	0	0	0	1	1	1	0	14
Carry				1	1	1	1			
Ergebnis		0	0	0	1	0	1	1	0	22

Einerkomplement

36 → 0010 0100

14 → 0000 1110

-14 → 1111 0001 (Einerkomplement von 14)

Wir wandeln 14 in -14 um und führen dann eine Addition durch.

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		0	0	1	0	0	1	0	0	36
+		1	1	1	1	0	0	0	1	- 14
Carry	1	1	1							
		0	0	0	1	0	1	0	1	Zwischenergebnis. Muss

									noch den Übertrag addieren
+	0	0	0	0	0	0	0	1	Übertrag
Ergebnis	0	0	0	1	0	1	1	0	22

Zweierkomplement

36 → 0010 0100

14 → 0000 1110

-14 → 1111 0001 (Einerkomplement von 14)

→ 1111 0010 (Zweierkomplement von 14)

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		0	0	1	0	0	1	0	0	36
+		1	1	1	1	0	0	1	0	- 14
Carry	1	1	1							
Ergebnis		0	0	0	1	0	1	1	0	22

Offset

Wir haben Offset -14 gewählt, um die Rechnung zu vereinfachen.

 $36 \rightarrow 0011 \ 0010 \ (mit \ Offset)$ -14 \rightarrow 0000 \ 0000 \ (mit \ Offset)

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		0	0	1	1	0	0	1	0	36 mit Offset -14
+		0	0	0	0	0	0	0	0	14 mit Offset -14
Carry										
		0	0	1	1	0	0	1	0	Zwischenergebnis. Muss Offset anpassen.
-		0	0	0	0	1	1	1	0	14 ohne Offset
Carry					1	1				
Ergebnis		9	0	1	1	0	0	1	0	22 mit Offset; Wäre 36 ohne Offset. 36 - 14 == 22

3.72 - 87 = -15

B+V

 $72 \rightarrow 0100 \ 1000$

87 → 0101 0111

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
			1	0	1	0	1	1	1	87
-			1	0	0	1	0	0	0	72

Carry				1					
		0	0	0	1	1	1		15 (Muss noch Vorzeichen einfügen:
Ergebnis	1	0	0	0	1	1	1	1	- 15

Einerkomplement

72 → 0100 1000

87 → 0101 0111

 $-87 \rightarrow 1010 \ 1000$

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		0	1	0	0	1	0	0	0	72
+		1	0	1	0	1	0	0	0	-87
Carry					1					
Ergebnis		1	1	1	1	0	0	0	0	-15 (Einerkomplement)

Zweierkomplement

72 → 0100 1000

87 → 0101 0111

-87 → 1010 1000 (Einerkomplement)

-87 → 1010 1001 (Zweierkomplement)

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		0	1	0	0	1	0	0	0	72
+		1	0	1	0	1	0	0	1	-87
Carry					1					
Ergebnis		1	1	1	1	0	0	0	1	-15 (Zweierkomplement)

Offset

Wir haben Offset -87 gewählt, um die Rechnung zu vereinfachen.

 $72 \rightarrow 0100 \ 1000 + 0101 \ 0111 = 1001 \ 1111 - 87 \rightarrow 0101 \ 0111 - 0101 \ 0111 = 0000 \ 0000$

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		1	0	0	1	1	1	1	1	72 mit Offset
+		0	0	0	0	0	0	0	0	87 mit Offset
Carry										
		1	0	0	1	1	1	1	1	Zwischenergebnis. Muss noch das Offset anpassen.
-		0	1	0	1	0	1	1	1	87 ohne Offset
Carry										

Ergebnis	0	1	0	0	1	0	0	0	-15 mit Offset. Wäre 72 ohne Offset.
									72 - 87 = -15

4. -113 - 37 = -150

B+V

113 → 0111 0001

-113 → 1111 0001 (Mit Vorzeichen)

37 → 0010 0101

-113 - 37 == -113 + -37 == -(113 + 37)

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		0	1	1	1	0	0	0	1	113
-		0	0	1	0	0	1	0	1	37
Carry			1					1		
		1	0	Θ	1	0	1	1	0	Erwartet: 150 Ist: -150 Overflow: Carry rutscht ins Sign-Bit.
Ergebnis		0	0	0	1	0	1	1	0	Nach Anwendung des Sign- Bits haben wir eine positive Zahl.

Einerkomplement

113 → 0111 0001

-113 → 1000 1110

37 → **0010 0101**

-37 → 1101 1010

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		1	0	0	0	1	1	1	0	-113
+		1	1	0	1	1	0	1	0	-37
Carry	1			1	1	1	1			
		0	1	1	0	1	0	0	0	Zwischenergebnis. Muss noch den Übertrag addieren
+		0	0	0	0	0	0	0	1	Übertrag
Ergebnis		0	1	1	0	1	0	0	1	105? Overflow!

Zweierkomplement

113 → 0111 0001

-113 → 1000 1110 (Einerkomplement)

-113 → 1000 1111 (Zweierkomplement)

37 → 0010 0101

-37 → 1101 1010 (Einerkomplement) -37 → 1101 1011 (Zweierkomplement)

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		1	0	0	0	1	1	1	1	-113
+		1	1	0	1	1	0	1	1	- 37
Carry	1			1	1	1	1	1		
Ergebnis		0	1	1	0	1	0	0	1	106? Overflow!

Offset

Wir haben Offset -150 gewählt, um die Rechnung zu vereinfachen. -150 ist das Ergebnis von -(113+37)

 $37 \rightarrow 0010 \ 0101 \ 113 \rightarrow 0111 \ 0001$

Offset

$$-37 \rightarrow 150 - 113 \rightarrow 1001 \ 0110 \ -0111 \ 0001 = 0111 \ 0001 \ -113 \rightarrow 150 \ -113 \rightarrow 1001 \ 0110 \ -0010 \ 0101 = 0010 \ 0101$$

	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
		0	0	1	0	0	1	0	1	-113
+		0	1	1	1	0	0	0	1	-37
Carry		1	1					1		
		1	0	0	1	0	1	1	0	Zwischenergebnis. Muss noch das Offset anpassen.
-		1	0	0	1	0	1	1	0	150 ohne Offset
Carry										
Ergebnis		Θ	0	0	0	0	0	0	0	Das ist 0 mit Offset. 0+150

Was sind zwei der Vorteile des Zweierkomplements gegenüber den anderen Verfahren?

- Im Zweierkomplement gibt es nur eine Darstellung für die 0 (Einerkomplement und B+V haben je 2 Nullen)
- Bei der Subtraktion von Zahlen im Zweierkomplement kann die Rechnung effizienter durchgeführt werden. Im Einerkomplement muss bei positiven Ergebnissen zuletzt noch das Carry addiert werden.