

Aufgabe 1

Abgabe von Ruth Höner zu Siederdisen und Armin Kleinert

1. 23 + 81 = 104

23 → 0001 0111

81 → 0101 0001

B+V

	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
		0	0	0	1	0	1	1	1	23
+		0	1	0	1	0	0	0	1	87
Carry				1		1	1	1		
Ergebnis		0	1	1	0	1	0	0	0	104

Da beide Zahlen positiv sind und es um Addition geht, ist die Rechnung für Einerkomplement und Zweierkomplement die gleiche wie oben.

Für die Offset-Darstellung haben wir uns für Offset 0 entschieden. Dies bietet sich an, da wir zwei positive Zahlen addieren. Die Rechnung ändert sich also nicht.

2. 36 - 14 = 22

B+V

36 → 0010 0100

14 → 0000 1110

	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
		0	0	1	0	0	1	0	0	36
-		0	0	0	0	1	1	1	0	14
Carry				1	1	1	1			
Ergebnis		0	0	0	1	0	1	1	0	22

Einerkomplement

36 → 0010 0100

14 → 0000 1110

-14 → 1111 0001 (Einerkomplement von 14)

Wir wandeln 14 in -14 um und führen dann eine Addition durch.

	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
		0	0	1	0	0	1	0	0	36
+		1	1	1	1	0	0	0	1	-14
Carry	1	1	1							
		0	0	0	1	0	1	0	1	Zwischenergebnis. Muss

										noch den Übertrag addieren
+		0	0	0	0	0	0	0	1	Übertrag
Ergebnis		0	0	0	1	0	1	1	0	22

Zweierkomplement

36 → 0010 0100

14 → 0000 1110

-14 → 1111 0001 (Einerkomplement von 14)

→ 1111 0010 (Zweierkomplement von 14)

	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
		0	0	1	0	0	1	0	0	36
+		1	1	1	1	0	0	1	0	-14
Carry	1	1	1							
Ergebnis		0	0	0	1	0	1	1	0	22

Offset

Wir haben Offset -14 gewählt, um die Rechnung zu vereinfachen.

$$\begin{array}{l} \text{N} \qquad \text{Offset} \\ 36 \rightarrow 0010\ 0100 + 0000\ 1110 = 0011\ 0010 \\ -14 \rightarrow 0000\ 1110 - 0000\ 1110 = 0000\ 0000 \end{array}$$

	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
		0	0	1	1	0	0	1	0	36 mit Offset -14
+		0	0	0	0	0	0	0	0	14 mit Offset -14
Carry										
		0	0	1	1	0	0	1	0	Zwischenergebnis. Muss Offset anpassen.
-		0	0	0	0	1	1	1	0	14 ohne Offset
Carry					1	1				
Ergebnis		0	0	1	0	0	1	0	0	22 mit Offset; Wäre 36 ohne Offset. 36 - 14 == 22

3. 72 - 87 = -15

B+V

72 → 0100 1000

87 → 0101 0111

	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
		0	1	0	1	0	1	1	1	87
-		0	1	0	0	1	0	0	0	72

Ergebnis		0	1	0	0	1	0	0	0	-15 mit Offset. Wäre 72 ohne Offset. 72 - 87 = -15
----------	--	---	---	---	---	---	---	---	---	---

4. **-113 - 37 = -150**

B+V

113 → 0111 0001

-113 → 1111 0001 (Mit Vorzeichen)

37 → 0010 0101

-113 - 37 == -113 + -37 == -(113 + 37)

	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
		0	1	1	1	0	0	0	1	113
+		0	0	1	0	0	1	0	1	37
Carry		1	1					1		
		1	0	0	1	0	1	1	0	Erwartet: 150 Ist: -22 Overflow: Carry rutscht ins Sign-Bit.
Ergebnis		0	0	0	1	0	1	1	0	Wegen des Overflows haben wir nach Addition des Sign-Bits eine positive Zahl.

Einerkomplement

113 → 0111 0001

-113 → 1000 1110

37 → 0010 0101

-37 → 1101 1010

	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
		1	0	0	0	1	1	1	0	-113
+		1	1	0	1	1	0	1	0	-37
Carry	1			1	1	1	1			
		0	1	1	0	1	0	0	0	Zwischenergebnis. Muss noch den Übertrag addieren
+		0	0	0	0	0	0	0	1	Übertrag
Ergebnis		0	1	1	0	1	0	0	1	105? Overflow!

Zweierkomplement

113 → 0111 0001

-113 → 1000 1110 (Einerkomplement)

-113 → 1000 1111 (Zweierkomplement)

37 → 0010 0101

-37 → 1101 1010 (Einerkomplement)

-37 → 1101 1011 (Zweierkomplement)

	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
		1	0	0	0	1	1	1	1	-113
+		1	1	0	1	1	0	1	1	-37
Carry	1			1	1	1	1	1		
Ergebnis		0	1	1	0	1	0	1	0	106? Overflow!

Offset

Wir haben Offset -150 gewählt, um die Rechnung zu vereinfachen.
-150 ist das Ergebnis von -(113+37)

37 → 0010 0101

113 → 0111 0001

-37 → 150 - 37 = 0111 0001

-113 → 150 - 113 = 0010 0101

	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
		0	0	1	0	0	1	0	1	-113
+		0	1	1	1	0	0	0	1	-37
Carry		1	1					1		
		1	0	0	1	0	1	1	0	Zwischenergebnis. Muss noch das Offset anpassen.
-		1	0	0	1	0	1	1	0	150 ohne Offset
Carry										
Ergebnis		0	0	0	0	0	0	0	0	Das ist -150 mit Offset. Wäre 0 ohne Offset. 0 - 150 = -150.

Was sind zwei der Vorteile des Zweierkomplements gegenüber den anderen Verfahren?

- Im Zweierkomplement gibt es nur eine Darstellung für die 0 (Einerkomplement und B+V haben je 2 Darstellungen Nullen)
- Bei der Subtraktion von Zahlen im Zweierkomplement kann die Rechnung effizienter durchgeführt werden. Im Einerkomplement muss bei positiven Ergebnissen zuletzt noch das Carry addiert werden und bei B+V ist die Rechnung je nach Operanden und deren Vorzeichen stark unterschiedlich.