-۱

$$3\left(\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 1 & 3\end{bmatrix} - 2x\right) = 2\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 1 & 3\end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}-6 & 0\\ 3 & 9\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}6a & 6b\\ 6c & 6d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4 & 0\\ 2 & 6\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix} = \frac{1}{6}\left(\begin{bmatrix}-6 & 0\\ 3 & 9\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}4 & 0\\ -2 & -6\end{bmatrix}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 1 & 3\end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix}-\frac{1}{3} & 0\\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

-۲

a) $\begin{bmatrix}-2 & 0 & 3\\ 4 & 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}+2 & -1\\ 0 & 6\\ 3 & -3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 & -7\\ 9 & +5\end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 2\\ -2 & 4\end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix}2 & 0 & 2\\ 0 & -1 & -3\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4\\ -5\\ 1\end{bmatrix}$

-۳

a) $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{transpose}} \begin{bmatrix}1\\ 2\\ 3\end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix}x & y\\ z & w\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{transpose}} \begin{bmatrix}x & z\\ y & w\end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\\ 5 & 6\\ 7 & 8\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{transpose}} \begin{bmatrix}1 & 3 & 5 & 7\\ 2 & 4 & 6 & 8\end{bmatrix}$

-۷

$$u \times v = \underbrace{\begin{bmatrix}v_x & v_y & v_z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & u_z & -u_y\\ -u_z & 0 & u_x\\ u_y & -u_x & 0\end{bmatrix}}_{A}$$

$$A = \begin{bmatrix}-v_y u_z + v_z u_y & v_x u_z - v_z u_x & -v_x u_y + v_y u_x\end{bmatrix}$$

PARDIS

$$= u \times v$$

حل ۵-

a) $\begin{bmatrix} ۲۱ & -۴ \\ ۱۰ & ۷ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{determinants}} \begin{vmatrix} ۲۱ & -۴ \\ ۱۰ & ۷ \end{vmatrix} = (۲۱ \times ۷) - (-۴ \times ۱۰)$

$= ۱۸۷$

b) $\begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۷ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{determinants}} \begin{vmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۷ \end{vmatrix} \begin{matrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۳ \\ ۰ & ۰ \end{matrix}$

$= ((۲ \times ۳ \times ۷) + (۰ \times ۰ \times ۰) + (۰ \times ۰ \times ۰)) - ((۰ \times ۳ \times ۰) + (۲ \times ۰ \times ۰) + (۰ \times ۰ \times ۷))$

$= ۴۲$

۱۱-

a) $\overbrace{\begin{bmatrix} ۲۱ & -۴ \\ ۱۰ & ۷ \end{bmatrix}}^{A} \xrightarrow{\text{inverse}} \frac{۱}{|A|} \times \begin{bmatrix} ۷ & ۴ \\ -۱۰ & ۲۱ \end{bmatrix}$

$= \frac{۱}{۱۸۷} \begin{bmatrix} ۷ & ۴ \\ -۱۰ & ۲۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{۷}{۱۸۷} & \frac{۴}{۱۸۷} \\ \frac{-۱۰}{۱۸۷} & \frac{۲۱}{۱۸۷} \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۷ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{inverse}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۷ \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} ۰ & ۰ \\ ۰ & ۷ \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} ۰ & ۳ \\ ۰ & ۰ \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} ۰ & ۰ \\ ۰ & ۷ \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۷ \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} ۰ & ۰ \\ ۳ & ۰ \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{vmatrix} \end{vmatrix}$

$\Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} ۲۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱۴ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۶ \end{bmatrix} \times \frac{۱}{۴۲}$

فصل سوم

۱- اثبات $T(ku) = kT(u)$

$T(۱,۲,۲) = (۲,-۲,۲) \xrightarrow{k=۳} (۲,۴,۶) = (۹,-۱,۶)$

$kT(u) = (۶,-۴,۶) \Rightarrow (۹,-۱,۶) \neq (۶,-۴,۶)$

۵-

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30 & \sin 30 & 0 \\ 0 & -\sin 30 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad R_y = \begin{bmatrix} \cos 30 & 0 & -\sin 30 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin 30 & 0 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos 30 & \sin 30 & 0 & 0 \\ -\sin 30 & \cos 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_{\text{نهایی}} = R_x \times R_y \times R_z$$

۷-

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_x & b_y & b_z & 1 \end{bmatrix} \qquad S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

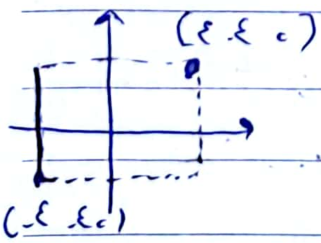
$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -9 & 1 \end{bmatrix} \qquad S_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S_1 \times T_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -9 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -9 & 1 \end{bmatrix}$$

۹-

$$S = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad P_1 = [-4 \quad -4 \quad 0]$$

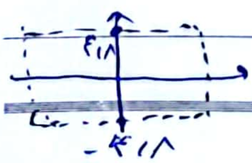
$$P_1 \times S = [4 \quad 4 \quad 0] \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [6 \quad -4.8 \quad 0]$$



$$P_2 = [-4 \quad -4 \quad 0]$$

$$P_2 \times S = [-4 \quad -4 \quad 0] \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [-6 \quad -4.8 \quad 0]$$



15 -

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ h_x & h_y & h_z & 1 \end{bmatrix} = T_1$$

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ h_x & h_y & h_z & 1 \end{bmatrix} = T_2$$

چون پارامتر T_1 برابر با ۱ است پس برای نقاط است.

چون پارامتر T_2 برابر با ۰ است پس برای بردارها است.

بردارها مختصات مشخصی ندارند و فقط دارای راستا و جهت هستند پس فقط می‌توان آن‌ها را انتقال داد.

---

19 - $P_1 = (0,0,0)$, $P_2 = (0,1,0)$, $P_3 = (2,0,0)$

a) $\frac{1}{3}P_1 + \frac{1}{3}P_2 + \frac{1}{3}P_3 = (0,0,0) + (0,\frac{1}{3},0) + (\frac{2}{3},0,0)$

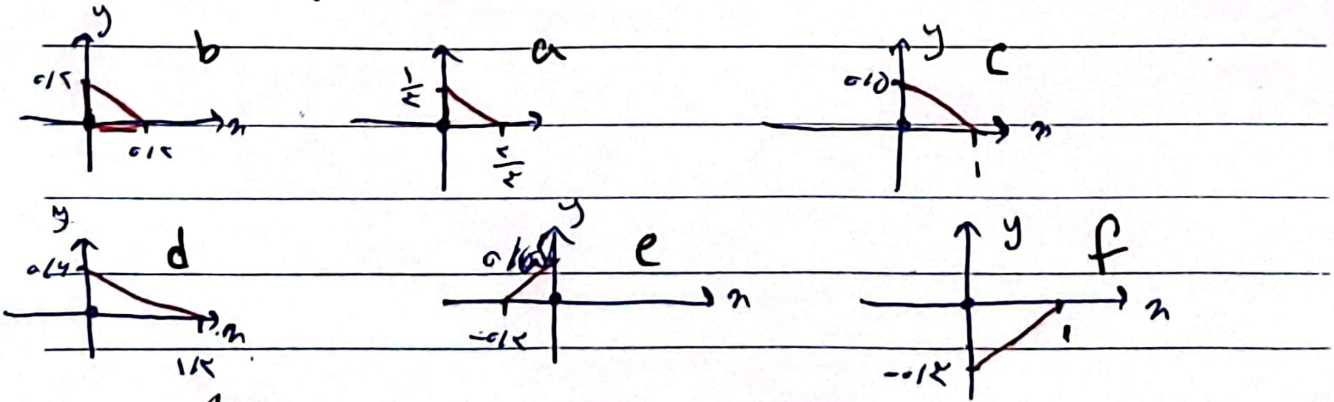
b) $0.7P_1 + 0.2P_2 + 0.1P_3 = (0,0,0) + (0,0.2,0) + (0.2,0,0)$

c) $0.0P_1 + 0.5P_2 + 0.5P_3 = (0,0,0) + (0,0.5,0) + (1,0,0)$

d) $0.2P_1 + 0.4P_2 + 0.6P_3 = (0,0,0) + (0,0.4,0) + (1.2,0,0)$

e) $0.6P_1 + 0.5P_2 - 0.1P_3 = (0,0,0) + (0,0.5,0) + (-0.2,0,0)$

f) $0.8P_1 - 0.3P_2 + 0.5P_3 = (0,0,0) + (0,-0.3,0) + (1,0,0)$



۲۷ـ $V=(1,1,1)$ و $q=(0,0,1)$ و $P=(0,0,0)$

$$S=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&2&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \qquad T=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\2&1&3&1\end{bmatrix}$$

$$R_x=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&\cos 40&\sin 40&0\\0&-\sin 40&\cos 40&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \qquad R_y=\begin{bmatrix}\cos 40&0&-\sin 40&0\\0&1&0&0\\\sin 40&0&\cos 40&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$R_z=\begin{bmatrix}\cos 40&\sin 40&0&0\\-\sin 40&\cos 40&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \qquad R_T=R_x\times R_y\times R_z$$

$S\times R_T\times T=A$ ← ماتریس نهایی برای ضرب

$P\times A$. و $q\times A$ ← جواب‌های آخر