(۱) $\boxed{\begin{array}{l} u=(۱,۲) \\ v=(۳,-۴) \end{array}}$

a) $u+v=(۱,۲)+(۳,-۴)=(۴,-۲)$

b) $u-v=(۱,۲)-(۳,-۴)$

$=(۱,۲)+(-۳,۴)=(-۲,۶)$

c) $۲u+\frac{۱}{۲}v=۲(۱,۲)+\frac{۱}{۲}(۳,-۴)$

$=(۲,۴)+(\frac{۳}{۲},-۲)=(\frac{۷}{۲},۲)$

d) $-۲u+v=-۲(۱,۲)+(۳,-۴)$

$=(-۲,-۴)+(۳,-۴)=(۱,-۸).$

(۳) a) $u+v=(u_x,u_y,u_z)+(v_x,v_y,v_z)$

$=(u_x+v_x,u_y+v_y,u_z+v_z) \Rightarrow u_i+v_i$

$=(v_x+u_x,v_y+u_y,v_z+u_z)$

$=(v_x,v_y,v_z)+(u_x,u_y,u_z)$

$=v+u$

b) $u+(v+w)=(u_x,u_y,u_z)+((v_x,v_y,v_z)+(w_x,w_y,w_z))$

$=(u_x,u_y,u_z)+(v_x+w_x,v_y+w_y,v_z+w_z)$

$=(u_x+(v_x+w_x),u_y+(v_y+w_y),u_z+(v_z+w_z)) \Rightarrow$ انتقال پرانتز

$=((u_x+v_x)+w_x,(u_y+v_y)+w_y,(u_z+v_z)+w_z)$

$=(u_x+v_x,u_y+v_y,u_z+v_z)+(w_x,w_y,w_z)$

$=((u_x,u_y,u_z)+(v_x,v_y,v_z))+(w_x,w_y,w_z)$

$=(u+v)+w$

c) $(ck)u = (ck)(u_x, u_y, u_z)$

$= ((ck)u_x, (ck)u_y, (ck)u_z)$

$= (c(ku_x), c(ku_y), c(ku_z)$

$= c(ku_x, ku_y, ku_z)$

$= c(ku)$

d) $k(u+v) = k((u_x, u_y, u_z) + (v_x, v_y, v_z))$

$= k(u_x + v_x, u_y + v_y, u_z + v_z)$

$= (k(u_x + v_x), k(u_y + v_y), k(u_z + v_z))$

$= (ku_x + kv_x, ku_y + kv_y, ku_z + ku_z)$

$= (ku_x, ku_y, ku_z) + (kv_x, kv_y, kv_z)$

$= ku + kv$

e)

$u(k+c) = (u_x, u_y, u_z)(k+c)$

$= (u_x(k+c), u_y(k+c), u_z(k+c))$

$= (ku_x + cu_x, ku_y + cu_y, ku_z + cu_z)$

$= (ku_x, ku_y, ku_z) + (cu_x, cu_y, cu_z)$

$= ku + cu$

۴

$$۲((۱,۲,۳)-x)-(-۲,۰,۴)=-۲(۱,۲,۳)$$

$$\underline{(۲,۴,۶)}-۲x+(۲,۰,-۴)=\underline{(-۲,-۴,-۶)}$$

$$-۲x=۲(-۲,-۴,-۶)-(۲,۰,-۴)$$

$$-۲x=(-۴,-۸,-۱۲)+(-۲,۰,۴)$$

$$-\tfrac{۱}{۲}\times -۲x=(-۶,-۸,-۸)\times -\tfrac{۱}{۲}$$

$$\boxed{x=(۳,۴,۴)}$$

۵

$$\|u\|=\sqrt{(-۱)^۲+۳^۲+۲^۲}=\sqrt{۱+۹+۴}=\sqrt{۱۴}$$

$$\hat{u}=\frac{u}{\|u\|}=\left(\frac{-۱}{\sqrt{۱۴}},\frac{۳}{\sqrt{۱۴}},\frac{۲}{\sqrt{۱۴}}\right)$$

$$\|v\|=\sqrt{۳^۲+(-۴)^۲+۱^۲}=\sqrt{۹+۱۶+۱}=\sqrt{۲۶}$$

$$\hat{v}=\frac{v}{\|v\|}=\left(\frac{۳}{\sqrt{۲۶}},\frac{-۴}{\sqrt{۲۶}},\frac{۱}{\sqrt{۲۶}}\right)$$

۶

a)

$$u\cdot v=(u_x,u_y,u_z)\cdot(v_x,v_y,v_z)$$

$$=u_x v_x+u_y v_y+u_z v_z$$

$$=(v_x,v_y,v_z)\cdot(u_x,u_y,u_z)$$

$$=v\cdot u$$

b) $u \cdot (v + w) = (u_x, u_y, u_z) \cdot (v_x + w_x, v_y + w_y, v_z + w_z)$

$= u_x(v_x + w_x) + u_y(v_y + w_y) + u_z(v_z + w_z)$

$= u_x v_x + u_x w_x + u_y v_y + u_y w_y + u_z v_z + u_z w_z$

$= (u_x v_x + u_y v_y + u_z) + (u_x w_x + u_y w_y + u_z w_z)$

$= u \cdot v + u \cdot w$

c) $k(u \cdot v) = k(u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z)$

$= (k u_x) v_x + (k u_y) v_y + (k u_z) v_z$

$= (k u) \cdot v$ ← تا این قسمت نیز قابل قبول است

$= u_x (k v_x) + u_y (k v_y) + u_z (k v_z)$

$= u \cdot (k v)$

d) $v \cdot v = v_x v_x + v_y v_y + v_z v_z$

$= \sqrt{(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^2}$

$= \|v\|^2$

e) $0 \cdot v = 0 v_x + 0 v_y + 0 v_z = 0$

(17) $u \times k u = (u_y k u_z - u_z k u_y , u_z k u_x - u_x k u_z , u_x k u_y - u_y k u_x)$

$= (k u_y u_z - k u_z u_y , k u_z u_x - k u_x u_z , k u_x u_y - k u_y u_x)$

$= 0$