***Խնդրի դրվածք***

*Գնահատել* ***Fq*** *վերջավոր դաշտում տրված՝*

*հավասարման լուծումների բազմության՝ գծային ենթատարածությունների հարակից դասերով կարճագույն ծածկույթի երկարությունը:*

1. *ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ*

*Դիցուք հանդիսանում է տարրերից բաղկացած վերջավոր դաշտ (q՝ պարզ թվի աստիճան է) : Այն դիտարկենք որպես n-չափանի գծային տարածություն դաշտի վրա, ուստի : Հաջորդիվ , եթե L գծային ենթատարածություն է -ում և* ***α*** *, ապա բազմությունը կոչվում է L գծային ենթատարածության հարակից դաս (տեղասարժ) և նրա չափողականությունն որոշվում է որպես dim L: Հեշտ է համոզվել , որ -ում բոլոր m-չափանի հարակից դասերի բազմության և դաշտի վրա անհայտներով և – m ռանգի բոլոր գծային հավասարումների համակարգերի համարժեքության դասերի միջև գոյություն ունի փոխմիարժեք համապատասխանություն:*

*Սահմանում: Դիցուք: Եթե* *հարակից դասեր են* ***N*** *բազմությունում և , ապա հարակից դասերի* ***{ }***  *հավաքածուն կոչվում է* ***N*** *բազմության գծայնացված ծածկույթ: Ծածկույթի մեջ մտնող հարակից դասերի քանակը կոչվում է ծածկույթի երկարություն (բարդություն):*

*2. Հիմնական արդյունք*

*Դիցուք* *վերջավոր դաշտում տրված հետևյալ ոչ գծային հավասարումը `*

*(1)*

*Նշված հավասրման լուծումների բազմությունը նշանակենք*  ***N*** *, իսկ* ***N*** *բազմության կարճագույն գծայնացված ծածկույթի երկարությունը՝ : Պարզ է, որ :*

*Թեորեմ. Կամայական (1) հավասարման համար*

*, երբ*

*և*

*, երբ* ***:***

***Վերին գնահատական.***

*Բոլոր ոչ զրոյական հավաքածուների համար կազմենք հետևյալ համակարգը՝*

*Մասնավոր դեպքում դիտարկենք*

*ոչ գծային հավաասարումը*  *վերջավոր դաշտի վրա:*

*Պարզ է , որ :*

*Դիտարկենք* *դեպքը:*

*(ա)*

*Այս* *դեպքում* ***z*** *փոփոխականին վերագրելով ցանկացած արժեք՝ կստանանք հավասարումը, որը դաշտում ունի ճիշտ մեկ հատ երկու պատիկ արմատ*

*(բ)* *և* ***:***

*Երբ**ապա**կամայական համար***,***ուստի* ***= α*** *հավասարումը* ***–****ում* *ունի արմատ, և այդ արմատը երեք պատիկ է , քանի որ եթե* ***,*** *ապա*

***:***

*Հաշվի առնելով վերը նշվածը՝ հավասարման մեջ* ***y*** *փոփոխականին վերագրելով ցանկացած* *արժեք՝ կստանանք* *հավասարումը, որը դաշտում ունի ճիշտ մեկ լուծում :*

*Հետևաբար`*

երբև և  **q 0 (mod3) :**

*(գ)* ***β ≠ 0*** *և* ***q = 1 (mod2)*** *և* ***q = 2 (mod3)***

*Երբ* ***q 2 (mod3),*** *ապա**կամայական* *համար* *ուստի* ***= α*** *հավասարումը**դաշտում ունի արմատ , և այդ արմատը մեկ կամ երեք պատիկ է , քանի որ եթե և* ***,*** *ապա*

***= = :***

*Հիմնվելով նշված փաստի վրա՝ հավասարման մեջ* ***y*** *փոփոխականին վերագրելով ցանկացած* *արժեք՝ կստանանք*  *հավասրումը , որը*  *դաշտում ունի ճիշտ մեկ լուծում :*

*Հետևաբար՝*

*երբ*  ***β ≠ 0*** *և* ***q = 1 (mod2)*** *և* ***q = 2 (mod3)***

*(դ)*

*Դիցուք****:*** *Դիտարկենք**խմբի*

*և*

*ենթախմբերը****:*** *Ոչ զրոյական տարրը հանդիսանում է* *որևէ տարրի քառակուսի (խորանարդ) այն և միայն այն դեպքում, երբ* ***:*** *Քանի որ* ***,*** *ապա համաձայն էվկլիդեսի ալգորիթմի գոյություն ունեն այնպիսի* ***s,t*** *ամբողջ թվեր, որ* ***2s+3t = 1****: Հետևաբար ցանկացած* ***k*** *ամբողջ թվի համար* ***k=2sk +3tk ,*** *ինչը նշանակում է , որ յուրաքանչյուր* ***k = 1,2,…,q -1*** *համար*

*Վերջինս նշանակում է, որ* *հավասարումը* *դաշտում ունի լուծում: Պարզ է , որ* ***:*** *Այսինքն ամեն մի* *տարր՝*

*և ենթախմբերի իրարից տարբեր տարրերի արտադրյալներով կարելի է ներկայացնել տարբերակով: Դիտարկենք այդ տարբերակներից մեկը: Դիցուք`*

*ու* *և* *հավասարումները* *դաշտում համապատասխանաբար ունեն երկու և երեք լուծումներ, հետևաբար* ***α*** *հավասարման լուծումների քանակը կլինի`*

*երբ :*

*Վերջապես`*

***:***

*Հաշվի առնելով ստացված արդյունքները կարելի է ասել, որ հավասարման լուծումների բազմությունը կարող է ծածկվել հետևյալ գծային հավասարումների համակարգերի լուծումների բազմության հարակից դասերով ՝*

*որտեղ* *կամայական* *զույգ հանդիսանու* *արմատ*,  *իսկ դեպքում (3) համակարգին ավելացնենք հետևյալ համակրգը՝*

*որտեղ : Ընդ որում նկատենք , որ իրարից տարբեր և հավաքածունների համար (3) համակարգի լուծումների բազմությունները չեն հատվում և իրենց կառուցվածքով հարակից դասեր են* *գծային տարածությունում: Հետևաբար այդ հարակից դասերի միավորումը համընկնում է (1) հավասարման լուծումների` N բազմության հետ և հանդիսանում է այդ բազմության չհատվող գծայնացված ծածկույթ: Վերջինս կանվանենք կանոնական ծածկույթ հավասարման համար:*

*Ամեն մի համակարգի ռանգ հավասար է, իսկ համակարգի ռանգ՝ , ուստի և տեսքի համակարգերը**գծային տարածությունում համապատասխանաբար ունեն և* *լուծում:*

*Մյուս կողմից ֆիքսած վեկտորի համար համակարգին բավարարող հնարավոր զույգերի քանակը կլինի ՝* ***,*** *որտեղ* ***-****ն վեկտորի զրոյական կոմպոնենտների քանակն է: Ընդ որում*  ***–****ում*  *վեկտորների քանակը , որում* *հավասար է*

**:** *Ուստի, եթե N- ը համակարգի լուծումների քանակն է , ապա*

*և*