

Первое практическое задание по курсу лекций  
"Численные методы линейной алгебры".

Требуется двумя различными методами получить QR-разложение данной матрицы  $A \in R^{n \times n}$ , сравнить полученные разложения, вычислив матричную норму разности

$$\|A - QR\|$$

для каждого построенного разложения, и, воспользовавшись разложением с меньшей нормой разности, решить систему уравнений

$$Ax = f.$$

Предлагаются следующие методы QR-разложения:

1. метод Грама-Шмидта ортогонализации столбцов матрицы,
2. метод Холецкого разложения матрицы  $A^T A$ ,
3. метод вращений Гивенса,
4. метод отражений Хаусхолдера.

Матрица  $A$ , разложение которой следует получить, а также методы разложения определяются вариантом задания. В качестве матричной нормы следует использовать норму, подчиненную максимум-норме арифметического пространства  $R^n$ .

Систему уравнений предлагается решать в тестовом режиме. Необходимо с помощью генератора псевдослучайных чисел построить вектор  $x \in R^n$  с компонентами  $x_k \in [-1, 1]$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  и решить систему с правой частью  $f = Ax$ .

Отчет по заданию должен включать в себя:

- краткую постановку задачи с описанием методов факторизации матрицы,
- результаты сравнения полученных разложений, время в миллисекундах, потраченное на построение разложений,
- алгоритм решения системы уравнений с помощью QR-разложения,
- максимум-норму невязки

$$r = f - A\tilde{x},$$

где  $\tilde{x}$  – численное решение системы уравнений, а также максимум-норму погрешности решения

$$\delta = \tilde{x} - x,$$

- время в миллисекундах, потраченное на решение системы уравнений.
- К файлу с отчетом следует приложить исходники программы, скрипты ее компиляции и запуска.