

TP2: Sac à Dos; RSA

Mathieu Tuloup Mohamed Saidane

1 Sac à Dos : Chiffre de Merkle-Hellman

1. (a) Un sac à dos est dit facile si sa suite A est supercroissante c'est-à-dire que si pour $n \geq 1$ on a : $\sum_{k=0}^{n-1} a_k < a_n$ en l'occurrence la suite A est bien supercroissante
- (b) Le modulo N est acceptable si la somme de la suite A est strictement inférieure à N : $\sum_{k=0}^{n-1} a_k < N = 25646 < 25922$. Donc Le modulo est acceptable.
- (c) Pour vérifier si un compliqueur est acceptable on va regarder si E est premier avec le module N . Si c'est le cas E peut être le compliqueur.
- (d) Pour déterminer le Sac à dos difficile B , on a : $B_i = (A_i \times E)[N]$ avec $E=10693$ et $N=25922$ donc $B=(9413,6596,11580,9500,15988)$
- (e) La faciliteur $D = E^{-1}[N] = 20373$ avec $N=25922$
- (f) La clé publique de Bob est $B=(9413,6596,11580,9500,15988)$ le sac à dos difficile et $N=25922$
- (g) Pour déchiffrer le message on va utiliser la clé privée, à savoir le sac à dos facile A ainsi que le faciliteur D . De plus on va utiliser l'algorithme glouton, à noter que A doit être supercroissante. On détermine $C=D \times 41577$. On applique l'algorithme glouton qui ici nous renvoie qu'il n'a pas de solution car $C \neq 0$
2. (a) La suite A est bien supercroissante donc c'est un sac à dos facile.
- (b) La somme de la suite A : $\sum_{k=0}^{n-1} a_k = 103 < N = 105$. Le modulo N est acceptable.
- (c) Bob peut prendre le compliqueur $E=31$ car 31 est premier avec le modulo $N=105$.
- (d) $B=(62,93,81,88,102,37)$
- (e) $D = E^{-1}[N] = 61$
- (f) La clé publique de Bob est $B=(62,93,81,88,102,37)$ le sac à dos difficile et $N=105$
- (g) Pour chiffrer un message de $n=18$ bits $M = (m_1, \dots, m_n)$, on calcul le cryptogramme. le message chiffré vaut 82 .
- (h) Pour le message chiffré 262257139 : Il n'y a pas de solution avec algo glouton.
- (i) Pour le message chiffré 232680541 : Il n'y a pas de solution avec algo glouton.

2 Methode RSA et notations

2.1 Exercice 1

1. Alice doit faire $M' = C^D \bmod N = 204$
2. $p=17$ et $q=23$ car $17 \times 23 = 391$ et p et q sont premiers. $\phi(N) = (p-1) \times (q-1) = 352$
3. $D = E^{-1} \bmod \phi$. On a trouvé l'inverse modulaire de $E \bmod \Phi$ grâce à l'algorithme d'Euclide étendu qui vaut 7 soit la valeur de D .

2.2 Exercice 2

1. (a) Pour chiffrer le message M il faut calculer le cryptogramme $C = M^E \bmod N = 122$.
- (b) Le message déchiffré est 65 .
2. (a) $p \times q = 3763$. $\phi(N) = 3640$
- (b) $E = 307 < \phi = 3640$ et $\text{pgcd}(E, \phi) = 1$. Donc E est bien acceptable. $E^{-1} \bmod N = D$ soit ici 83 .
- (c) Clé publique : $E = 307$ et $N = 3763$. Clé privé : $D = 35$.
- (d) Il faut se débarrasser des éléments restants afin que nul ne puisse recréer notre clé privée car ce sont des éléments qui ont permis de la définir.

2.3 Exercice 3

1. (a) Le cryptogramme de METHODE est : $859 ; 452$
- (b) Le message du cryptogramme $256 ; 115 ; 613 ; 10$ est : CRYPTO
- (c) le cryptogramme de AVEZVOUSBIENREUSSI est : $32 ; 916 ; 546 ; 983 ; 403 ; 1001 ; 709 ; 857 ; 716 ; 1034 ; 567 ; 919$
- (d) le message du cryptogramme $1019 ; 35 ; 567 ; 36 ; 384 ; 703 ; 99 ; 59$ est : SANSPROBLEME
- (e) Le message du cryptogramme $533 ; 813$ est : FIN