

# 高等电动力学课程总结笔记

学生姓名

2026 年 1 月 6 日

## 目录

0.1 重要常数 . . . . .	5
0.2 矢量分析: 参见 Jackson 书扉页 . . . . .	5
0.2.1 矢量运算律 . . . . .	5
0.3 nabla 算符 . . . . .	6
0.3.1 各种坐标系下的 nabla 算符展开 . . . . .	6
0.4 nabla 算符与矢量积的运算律 . . . . .	6
0.5 偏微分方程 . . . . .	6
0.6 特殊函数 . . . . .	6
0.6.1 delta 函数 . . . . .	6
0.6.2 Bessel 函数 . . . . .	6
0.6.3 Legendre 多项式 . . . . .	7
0.7 张量代数的基本规则 . . . . .	7
0.8 材料性质参数计算 . . . . .	7
<b>1 第一章：基础知识回顾</b>	<b>7</b>
1.1 麦克斯韦方程组 . . . . .	7
1.2 边界条件 . . . . .	7
<b>2 静电场</b>	<b>7</b>
2.1 静电场的基本性质 . . . . .	8
2.1.1 叠加原理 . . . . .	8
2.1.2 泊松方程和拉普拉斯方程 . . . . .	8
2.2 高斯定理 . . . . .	8
2.2.1 静电场的边界条件 . . . . .	8
2.2.2 静电场的能量 . . . . .	8
2.2.3 导体表面和介质界面的静电场 . . . . .	9
2.3 静电场的求解方法 . . . . .	9

2.3.1 分离变量法 . . . . .	9
2.3.2 镜像法 . . . . .	9
2.3.3 格林函数法（需要进一步加深理解） . . . . .	10
2.3.4 多极展开 . . . . .	10
2.4 电偶极子、电四极子 . . . . .	10
<b>3 静磁场</b>	<b>11</b>
3.1 静磁场的基本性质 . . . . .	11
3.1.1 比奥-萨伐尔定律 . . . . .	11
3.1.2 安培环路定理 . . . . .	11
3.1.3 磁矢势 . . . . .	11
3.2 磁介质中的静磁场 . . . . .	11
3.2.1 磁化强度和磁极化强度 . . . . .	11
3.2.2 磁场强度 . . . . .	11
3.2.3 磁介质中的边界条件 . . . . .	11
3.3 静磁场的能量 . . . . .	12
<b>4 电磁场的基本性质</b>	<b>12</b>
4.1 能量与能流 . . . . .	12
4.2 动量 . . . . .	12
4.3 角动量 . . . . .	12
<b>5 电磁波</b>	<b>12</b>
5.1 波动方程 . . . . .	12
5.2 平面电磁波 . . . . .	13
5.2.1 电磁场关系 . . . . .	13
5.2.2 波阻抗 . . . . .	13
5.2.3 能量密度与能流密度 . . . . .	14
5.2.4 复数形式表达 . . . . .	14
5.3 电磁波的能量和动量 . . . . .	14
5.4 平面电磁波的传播 . . . . .	15
5.4.1 理想介质 . . . . .	15
5.4.2 导电媒质 . . . . .	15
<b>6 电磁波的反射和折射</b>	<b>18</b>
6.1 边界条件 . . . . .	18
6.2 理想介质单一交界面的解 . . . . .	19
6.2.1 垂直极化：电场方向垂直于法平面，磁场方向由右手螺旋定则确定 . . . . .	19
6.2.2 水平极化：磁场方向垂直于法平面，电场方向由右手螺旋定则确定 . . . . .	19

6.3 全透射与全反射 . . . . .	20
6.3.1 全透射: 反射系数为 0, 仅出现在平行极化分量中 . . . . .	20
6.3.2 全反射: 透射系数为 0, 各种极化模式都可能发生 . . . . .	20
<b>7 波导基本理论</b>	<b>21</b>
7.1 纵向均匀系统求解思路 . . . . .	21
7.2 从麦克斯韦方程组导出的波动方程 . . . . .	21
7.2.1 直角坐标系的波动方程及其基本解 . . . . .	22
7.2.2 柱坐标系的波动方程及其基本解 . . . . .	22
7.3 纵向均匀系统的纵横关系 . . . . .	22
7.4 纵向均匀系统的模式 . . . . .	22
7.5 模式的传输特性 . . . . .	22
7.6 波导的阻抗与功率传输 . . . . .	24
<b>8 几种常见波导</b>	<b>24</b>
8.1 矩形波导 . . . . .	24
8.1.1 基础性质 . . . . .	25
8.1.2 场分布表达式: . . . . .	26
8.1.3 场分布图 . . . . .	27
8.2 圆波导 . . . . .	29
8.2.1 基础性质 . . . . .	29
8.2.2 场分布表达式: . . . . .	31
8.2.3 场分布图 . . . . .	32
8.3 同轴线 . . . . .	32
8.4 介质加载波导 . . . . .	33
8.4.1 窄边单侧填充方波导 . . . . .	33
8.4.2 双侧对称填充方波导 . . . . .	35
8.4.3 角向均匀填充圆波导 . . . . .	35
8.4.4 对称平板介质波导 . . . . .	35
<b>9 谐振腔基础理论</b>	<b>35</b>
9.1 波动方程及其基本解 . . . . .	35
9.2 谐振系统的纵横关系 . . . . .	35
9.2.1 波导的储能与品质因数 . . . . .	35
<b>10 常见谐振腔</b>	<b>35</b>
10.1 矩形谐振腔 . . . . .	35
10.2 圆柱谐振腔 . . . . .	35

<b>11 第十一章：谐振腔链和空间谐波</b>	<b>35</b>
11.1 椭合谐振腔 . . . . .	35
11.2 周期结构 . . . . .	36
<b>12 矢势和运动电荷的场</b>	<b>36</b>
12.1 电磁势 . . . . .	36
12.2 达朗贝尔方程 . . . . .	36
12.3 李纳-维谢尔势 . . . . .	36
<b>13 运动电荷的场和同步辐射</b>	<b>36</b>
13.1 加速电荷的辐射 . . . . .	36
13.2 同步辐射 . . . . .	36
<b>14 重要公式汇总</b>	<b>37</b>
14.1 基本常数 . . . . .	37
14.2 常用矢量恒等式 . . . . .	37
<b>15 学习建议和复习要点</b>	<b>37</b>
15.1 重点掌握 . . . . .	37
15.2 学习方法 . . . . .	37

## 课程概述

### 课程目标

高等电动力学是物理和电子工程专业的重要基础课程，本课程旨在：

- 深入理解电磁场的基本理论和数学描述
- 掌握电磁波的传播、反射和折射规律
- 学习各种导波系统的特性分析
- 了解运动电荷的场和辐射现象

### 课程结构

本课程共包含 13 个主要章节，从基础理论到实际应用，系统涵盖了高等电动力学的核心内容。

## 数学基础知识

### 0.1 重要常数

#### 物理常数

- 真空介电常数:  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
- 真空磁导率:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$
- 光速:  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
- 电子电荷:  $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
- 普朗克常数:  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

#### 材料参数

- 铜的电导率  $\sigma_{Cu} = 5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$

### 0.2 矢量分析：参见 Jackson 书扉页

#### 0.2.1 矢量运算律

混合积：

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (1)$$

(2)

三矢量的矢积：

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \mathbf{b}(\mathbf{c} \cdot \mathbf{a}) - \mathbf{a}(\mathbf{c} \cdot \mathbf{b}) \quad (3)$$

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{c} \cdot \mathbf{a}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \quad (4)$$

对称点积-叉积混合：

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{d})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) \quad (5)$$

$$(6)$$

### 0.3 nabla 算符

#### 0.3.1 各种坐标系下的 nabla 算符展开

#### 0.4 nabla 算符与矢量积的运算律

$$\nabla \frac{1}{r} = -\frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (7)$$

$$\nabla^2 \left( \frac{1}{r} \right) = -4\pi\delta(\mathbf{r}) \quad (8)$$

### 0.5 偏微分方程

### 0.6 特殊函数

#### 0.6.1 delta 函数

$$\int f(x)\delta'(x-a) = -f'(a) \quad (9)$$

$$\delta(f(x)) = \sum_i \frac{1}{|f'(x_i)|} \delta(x - x_i) \quad (10)$$

#### 0.6.2 Bessel 函数

- 重要积分规律：若  $a$  为  $J_n(k_c r)$  或  $J'_n(k_c r)$  的零点，则有

$$\int_0^a J_n^2(k_c r) r dr = \int_0^a J_n'^2(k_c r) r dr = \frac{a^2}{2} [J_n'^2(k_c a) + J_n^2(k_c a)] \quad (11)$$

### 0.6.3 Legendre 多项式

## 0.7 张量代数的基本规则

## 0.8 材料性质参数计算

- 趋肤深度

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (12)$$

- 表面电阻

$$R_s = \frac{1}{\sigma \delta} = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma}} \quad (13)$$

# 1 第一章：基础知识回顾

## 1.1 麦克斯韦方程组

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (15)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (16)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (17)$$

## 1.2 边界条件

- 电场的切向分量连续:  $\mathbf{E}_{1t} = \mathbf{E}_{2t}$
- 磁场的法向分量连续:  $\mathbf{B}_{1n} = \mathbf{B}_{2n}$
- 电位移的法向分量:  $\mathbf{D}_{2n} - \mathbf{D}_{1n} = \sigma_f$
- 磁场强度的切向分量:  $\mathbf{H}_{2t} - \mathbf{H}_{1t} = \mathbf{K}_f$

# 2 静电场

电场与电势:

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad (18)$$

## 2.1 静电场的基本性质

### 2.1.1 叠加原理

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \quad (19)$$

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (20)$$

### 2.1.2 泊松方程和拉普拉斯方程

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (21)$$

## 2.2 高斯定理

积分形式:

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \quad (22)$$

微分形式:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (23)$$

### 2.2.1 静电场的边界条件

1、面电荷两侧: 电场和电位移矢量的切向分量连续, 法向分量有跳变:

$$\mathbf{E}_{1t} = \mathbf{E}_{2t} \quad (24)$$

$$\mathbf{D}_{2n} - \mathbf{D}_{1n} = \sigma_f \quad (25)$$

2、偶电层两侧: 电势有跳变

$$\phi_2 - \phi_1 = \frac{D}{\epsilon_0} \quad (26)$$

### 2.2.2 静电场的能量

点电荷场:

$$W = \frac{1}{2} \sum_i q_i \phi(\mathbf{r}_i) \quad (27)$$

体电荷场:

$$W = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \int \int \frac{\rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV dV' \quad (28)$$

$$= \frac{1}{2} \int \rho(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r}) dV \quad (29)$$

$$= -\frac{\epsilon_0}{2} \int \phi \nabla^2 \phi dV \quad (30)$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \int |\nabla \phi|^2 dV \quad (31)$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \int |\mathbf{E}|^2 dV \quad (32)$$

能量密度

$$w = \frac{1}{2}\epsilon_0|\mathbf{E}|^2 \quad (33)$$

### 2.2.3 导体表面和介质界面的静电场

对于导体表面的静电荷场:

$$\sigma = -\epsilon_0 \frac{\partial \Phi}{\partial n} \quad (34)$$

式中,  $\Phi$  为真空中区的电势。

导体表面受到的静电压强:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2}\sigma E_n \mathbf{n} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_n^2 \mathbf{n} \quad (35)$$

## 2.3 静电场的求解方法

各种不同方法的基础: 唯一性定理

**定理 2.1** (唯一性定理).

假设区域  $V$  内给定电荷分布, 区域  $V$  的边界  $S$  上给定电势或者  $\partial\phi/\partial n$ , 则区域  $V$  内的电势  $\phi$  唯一确定。

假设区域  $V$  内有一些导体, 导体之外的电荷分布已知, 导体上的总电荷已知, 区域的边界上电势  $\Phi$  或者  $\partial\phi/\partial n$  已知, 则区域  $V$  内的电势  $\phi$  唯一确定。

### 2.3.1 分离变量法

在直角坐标系、柱坐标系和球坐标系中的应用。

### 2.3.2 镜像法

- 导体平面的镜像法
- 导体球面的镜像法
- 柱状导体的镜像法

### 2.3.3 格林函数法（需要进一步加深理解）

定理 2.2 (格林恒等式).

$$\int_V (\phi \nabla^2 \psi + \nabla \phi \cdot \nabla \psi) dV = \oint_S \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} dS \quad (36)$$

$$\int_V (\phi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \phi) dV = \oint_S \left( \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dS \quad (37)$$

对任意确定的边值问题，我们想找到的格林函数总是满足如下方程：

$$\nabla^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (38)$$

边界条件：

- 第一类边界条件 (Dirichlet 边界条件):  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0$ , 当  $\mathbf{r}'$  在边界  $S$  上时
- 第二类边界条件 (Neumann 边界条件):  $\frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} = -\frac{4\pi}{S}$ , 当  $\mathbf{r}'$  在边界  $S$  上时

则对于任意给定的格林函数  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ , 静电势的解为:

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dV' + \frac{1}{4\pi} \oint_S \left( G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \phi}{\partial n'} - \phi(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} \right) dS' \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho(\mathbf{r}') G_D(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dV' + \frac{1}{4\pi} \oint_S \phi(\mathbf{r}') \frac{\partial G_D(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} dS' \quad (\text{Dirichlet 边界条件}) \\ &= \langle \phi \rangle_S + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho(\mathbf{r}') G_N(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dV' + \frac{1}{4\pi} \oint_S G_N(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \phi}{\partial n'} dS' \quad (\text{Neumann 边界条件}) \end{aligned}$$

### 2.3.4 多极展开

电势的多极展开表达式:

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{r^{l+1}} \sum_{m=-l}^l Q_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (39)$$

## 2.4 电偶极子、电四极子

高阶多极矩的计算和物理意义。

### 3 静磁场

#### 3.1 静磁场的基本性质

##### 3.1.1 比奥-萨伐尔定律

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \quad (40)$$

##### 3.1.2 安培环路定理

积分形式:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{\text{enc}} \quad (41)$$

微分形式:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (42)$$

##### 3.1.3 磁矢势

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (43)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (44)$$

### 3.2 磁介质中的静磁场

#### 3.2.1 磁化强度和磁极化强度

$$\mathbf{M} = \frac{\text{磁矩}}{\text{体积}} \quad (45)$$

#### 3.2.2 磁场强度

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad (46)$$

#### 3.2.3 磁介质中的边界条件

$$\mathbf{B}_{1n} = \mathbf{B}_{2n} \quad (47)$$

$$\mathbf{H}_{2t} - \mathbf{H}_{1t} = \mathbf{K}_f \quad (48)$$

### 3.3 静磁场的能量

$$W = \frac{1}{2} \int \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} dV \quad (49)$$

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int |\mathbf{B}|^2 dV \quad (50)$$

## 4 电磁场的基本性质

### 4.1 能量与能流

- 电磁场的能量密度:  $u = \frac{1}{2}(\epsilon E^2 + \frac{1}{\mu} B^2)$
- 坡印廷矢量:  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$
- 能量守恒方程:  $\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S} = -\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$

### 4.2 动量

- 电磁场的动量密度:  $\mathbf{g} = \epsilon \mathbf{E} \times \mathbf{B}$
- 电磁力密度:  $\mathbf{f} = \rho \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}$
- 动量守恒方程:  $\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{T} = -\mathbf{f}$

### 4.3 角动量

- 电磁场的角动量密度:  $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{g}$
- 角动量守恒方程:  $\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{M} = -\mathbf{r} \times \mathbf{f}$
- 角动量密度张量:  $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{T}$

## 5 电磁波

### 5.1 波动方程

从麦克斯韦方程组导出的波动方程:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (51)$$

对于单色波, 导出 Helmholtz 方程:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (52)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (53)$$

式中,  $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$  为波数。

## 5.2 平面电磁波

最简单情况：均匀平面波电场矢量沿 x 方向，波沿 z 方向传播  
方程组：

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \omega^2 \mu \varepsilon E_x = 0 \quad (54)$$

$$E_x = E_+ e^{ikz} + E_- e^{-ikz} \quad (55)$$

磁场

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\eta} E e^{ikz} \hat{y} \quad (56)$$

式中， $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$  为波阻抗。

重要概念：

- 波阵面：空间中相位相同的点构成的曲面，即等相位面
- 平面波：等相位面为无限大平面的电磁波
- 相速度：电磁波的等相位面在空间中的移动速度， $v_p = \omega/k$
- 群速度：电磁波中能量和信息传递的速度， $v_g = d\omega/dk$

### 5.2.1 电磁场关系

均匀平面波的电磁场关系：

$$\mathbf{E} = \eta \cdot \mathbf{H} \times \hat{\mathbf{n}} \quad (57)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\eta} \cdot \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} \quad (58)$$

即： $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \hat{\mathbf{n}}$  三者互相垂直，构成右手系。

### 5.2.2 波阻抗

$$\eta = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (59)$$

真空波阻抗

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\Omega \approx 377\Omega \quad (60)$$

### 5.2.3 能量密度与能流密度

能量密度：理想媒质中均匀平面波的电场能量等于磁场能量

- 电场能量密度： $u_E = \frac{1}{2}\epsilon E^2$
- 磁场能量密度： $u_H = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}\epsilon E^2$
- 总能量密度： $u = u_E + u_H = \epsilon E^2$

能流密度：

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{1}{\eta} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{n} \quad (61)$$

电磁波的能量传播速度：

$$v = \frac{|\mathbf{S}|}{u} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (62)$$

### 5.2.4 复数形式表达

复数表示的场：

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re}\{\dot{\mathbf{E}}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}\} \quad (63)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re}\{\dot{\mathbf{H}}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}\} \quad (64)$$

复坡印廷矢量：

$$\dot{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^* \quad (65)$$

复数表示和实际物理量关系：

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re}\{\dot{\mathbf{E}}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}\} \quad (66)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re}\{\dot{\mathbf{H}}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}\} \quad (67)$$

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^* + \dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}} e^{-i2\omega t}\} \quad (68)$$

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\dot{\mathbf{S}}\} \quad (69)$$

即：复坡印廷矢量的实部为平均功率流密度，虚部为磁场和电场之间能量转换的无功功率流密度。

## 5.3 电磁波的能量和动量

- 能量密度： $u = \frac{1}{2}(\epsilon E^2 + \mu H^2)$
- 坡印廷矢量： $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$
- 动量密度： $\mathbf{g} = \epsilon \mathbf{E} \times \mathbf{B}$

## 5.4 平面电磁波的传播

### 5.4.1 理想介质

- 电场、磁场、传播方向之间相互垂直，是横电磁波
- 无衰减，电场与磁场振幅不变
- 波阻抗为实数，电场与磁场同相位
- 电磁波的相速度与频率无关，即无色散
- 电场能量密度等于磁场能量密度
- 能量的传输速度等于相速度

### 5.4.2 导电媒质

特征：电导率  $\sigma \neq 0$ ，会引发传导电流  $J = \sigma E$

#### 复介电常数方法

定义一个复介电常数

$$\epsilon_c = \epsilon + i\frac{\sigma}{\omega} \quad (70)$$

对应地得到复的波数：

$$k_c = \omega \sqrt{\mu \epsilon_c} \quad (71)$$

并引入衰减常数  $\alpha [Np/m]$ 、相位常数  $\beta [rad/m]$  和电磁波的传播常数  $\gamma [1/m]$ ：

$$k_c = i\gamma = \beta + i\alpha \quad (72)$$

导电媒质中的波动方程：

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_c^2 \mathbf{E} = 0 \quad (73)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k_c^2 \mathbf{H} = 0 \quad (74)$$

$$k_c^2 = \omega^2 \mu \epsilon_c = \omega^2 \mu \epsilon + i\omega \mu \sigma \quad (75)$$

平面波解：

$$\dot{\mathbf{E}}(z, t) = E_{xm} e^{-\alpha z} e^{i\beta z} \hat{\mathbf{x}} \quad (76)$$

$$\dot{\mathbf{H}}(z, t) = \frac{1}{|\eta_c|} e^{i\phi} E_{xm} e^{-\alpha z} e^{i\beta z} \hat{\mathbf{y}} \quad (77)$$

注意，此时电磁场不再同相位：导电媒质本征阻抗此时为复数，电场超前磁场相位  $\phi$ ：

$$\eta_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_c}} = |\eta_c| e^{-i\phi} \quad (78)$$

平面波的传播特性

- 三个传播参数:

由  $k_c^2 = \omega^2 \mu \varepsilon + i \omega \mu \sigma$ , 可解出  $\alpha$  和  $\beta$ :

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu \varepsilon}{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)^2} - 1} \quad (79)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu \varepsilon}{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)^2} + 1} \quad (80)$$

此时  $\alpha$ ,  $\beta$  和  $\gamma$  均与频率有关, 表现出色散特性

- 相速度: 与频率有关, 是色散波。一般来讲, 导电系数越大, 色散越强。

$$v_p = \frac{\omega}{\beta(\omega)} \quad (81)$$

- 电磁场关系

(1) 仍通过波阻抗联系:

$$\mathbf{E} = \eta_c \cdot \mathbf{H} \times \hat{\mathbf{n}} = |\eta_c| e^{-i\phi} \cdot \mathbf{H} \times \hat{\mathbf{n}} \quad (82)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\eta_c} \cdot \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} = \frac{1}{|\eta_c|} e^{i\phi} \cdot \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} \quad (83)$$

(2) E、H、n 三者仍互相垂直, 构成右手系

(3) 电场超前相位  $\phi = \frac{1}{2} \arctan \frac{\sigma}{\omega \varepsilon}$

$$\eta_c = |\eta_c| e^{-i \frac{1}{2} \arctan \frac{\sigma}{\omega \varepsilon}} \quad (84)$$

- 能量密度

$$w_e = \frac{1}{2} \varepsilon |E|^2 = \frac{\varepsilon}{2} E_{xm}^2 e^{-2\alpha z} \cos^2(\omega t - \beta z) \quad (85)$$

$$w_m = \frac{1}{2} \mu |H|^2 = \frac{\mu}{2} \frac{E_{xm}^2}{|\eta_c|^2} e^{-2\alpha z} \cos^2(\omega t - \beta z + \phi) \quad (86)$$

$$= \frac{\varepsilon}{2} E_{xm}^2 e^{-2\alpha z} \cos^2(\omega t - \beta z) \left[ 1 + \left( \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (87)$$

$$= w_e \left[ 1 + \left( \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (88)$$

结论: 导电媒质中均匀平面波的磁场能量大于电场能量

- 能流密度: 衰减快于场的衰减

$$\mathbf{S}_{ave} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*] = \frac{1}{2} \frac{E_{xm}^2}{|\eta_c|} e^{-2\alpha z} \cos \phi \hat{\mathbf{n}} \quad (89)$$

$$(90)$$

### 良导体近似

在良导体中,  $\sigma \gg \omega\epsilon$ , 则有近似关系:

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu \sigma} \quad (91)$$

(92)

于是传播性质简化为:

- 相速度:  $v_p = \frac{\omega}{\beta} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{4\pi f}{\mu\sigma}}$
- 波长:  $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 2\sqrt{\frac{\pi}{f\mu\sigma}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$
- 波阻抗:  $|\eta_c| = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$
- 电磁场相位差:  $\phi = \frac{\pi}{4}$
- 能量密度:  $w_m \approx w_e \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \gg w_e$
- 能流密度:  $\mathbf{S}_{ave} = \frac{1}{2} \frac{E_{xm}^2}{|\eta_c|} e^{-2\alpha z} \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{\mathbf{n}}$

### 重要概念: 趋肤深度

定义: 电磁波穿入良导体时, 当波的幅度下降为表面处振幅的  $1/e$  时, 波在良导体中传播的距离

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \sigma}} \quad (93)$$

对良导体, 有  $\delta = 1/\alpha = 1/\beta = \lambda/2\pi$

### 弱导体近似

$$\alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (94)$$

$$\beta \approx \omega \sqrt{\mu\epsilon} \quad (95)$$

$$\eta_c \approx \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left( 1 + i \frac{\sigma}{2\omega\epsilon} \right) \quad (96)$$

- 衰减较小
- 相位常数和非导电媒质中基本相等
- 电场和磁场之间相位差很小

## 6 电磁波的反射和折射

计算框架：

- 分区写出入射波、反射波、透射波各分量的场表达式
- 应用边界条件（不同区域的  $k$  的关系、幅度、相位关系），列出方程
- 解方程，得到反射系数和透射系数

### 6.1 边界条件

(1) 场强条件：

(a) 电场的切向分量、磁场的法向分量在边界上连续；

(b) 对于理想介质界面，电场的法向分量、磁场的切向分量在边界上均连续，因为这一交界面上不存在面电流。

(c) 需注意：区分极化方向；总的电磁场是所有波的叠加

理想介质交界面条件：

$$E_{ix} + E_{rx} = E_{tx+} + E_{tx-} \quad (97)$$

$$E_{iy} + E_{ry} = E_{ty+} + E_{ty-} \quad (98)$$

$$H_{ix} + H_{rx} = H_{tx+} + H_{tx-} \quad (99)$$

$$H_{iy} + H_{ry} = H_{ty+} + H_{ty-} \quad (100)$$

(2) 相位匹配条件：所有波的波矢在边界面的切向分量相等

需注意：是针对单个波而言，不用叠加；

导出结论：Snell 定律

$$k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t \quad (101)$$

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad (102)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta_i = \theta_r \\ \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \sqrt{\frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu_2 \epsilon_2}} = \frac{n_1}{n_2} \end{cases} \quad (103)$$

非磁性介质中，入射角/透射角满足

$$\frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \quad (104)$$

## 6.2 理想介质单一交界面的解

### 6.2.1 垂直极化：电场方向垂直于法平面，磁场方向由右手螺旋定则确定

$$E_{1y} = E_i + E_r = (1 + \Gamma)E_0 \quad (105)$$

$$E_{2y} = E_t = \tau E_0 \quad (106)$$

$$H_{1x} = H_{ix} + H_{rx} = \frac{1}{\eta_1} E_0 (\cos \theta_i - \Gamma \cos \theta_r) = \frac{1}{\eta_1} E_0 (1 - \Gamma) \cos \theta_i \quad (107)$$

$$H_{2x} = H_{tx} = \frac{1}{\eta_2} \tau E_0 \cos \theta_t \quad (108)$$

透射、反射系数：

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} \quad (109)$$

$$\tau_{\perp} = \frac{2 \eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} \quad (110)$$

非磁性介质中，

$$\Gamma_{\perp} = - \frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \sin^2 \theta_i}} \quad (111)$$

$$\tau_{\perp} = \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)} = \frac{2 \cos \theta_i}{\cos \theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \sin^2 \theta_i}} \quad (112)$$

反射-透射关系：

$$1 + \Gamma_{\perp} = \tau_{\perp} \quad (113)$$

$$1 - \Gamma_{\perp}^2 = \frac{\eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i} \tau_{\perp}^2 \quad (114)$$

### 6.2.2 水平极化：磁场方向垂直于法平面，电场方向由右手螺旋定则确定

$$E_{1x} = E_i + E_r = E_0 (1 - \Gamma) \cos \theta_i \quad (115)$$

$$E_{2x} = E_{tx} = \tau E_0 \cos \theta_t \quad (116)$$

$$H_{1y} = H_i + H_r = \frac{1}{\eta_1} E_0 (1 + \Gamma) \quad (117)$$

$$H_{2y} = H_{ty} = \frac{1}{\eta_2} \tau E_0 \quad (118)$$

透射、反射系数:

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{\eta_1 \cos \theta_i - \eta_2 \cos \theta_t}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t} \quad (119)$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t} \quad (120)$$

非磁性介质:

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} = \frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cos \theta_i - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \sin^2 \theta_i}}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cos \theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \sin^2 \theta_i}} \quad (121)$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} = \frac{2 \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \theta_i}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cos \theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \sin^2 \theta_i}} \quad (122)$$

反射-透射关系:

$$1 + \Gamma_{\parallel} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \tau_{\parallel} \quad (123)$$

$$1 - \Gamma_{\parallel}^2 = \tau_{\parallel}^2 \quad (124)$$

### 6.3 全透射与全反射

#### 6.3.1 全透射: 反射系数为 0, 仅出现在平行极化分量中

条件:

$$\sin \theta_i = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} \quad (125)$$

$$\cos \theta_i = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} \quad (126)$$

临界角度: Brewster 角

$$\theta_B = \arctan \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \arctan \frac{n_2}{n_1} \quad (127)$$

性质:

$$\theta_B + \theta_t = \frac{\pi}{2} \quad (128)$$

#### 6.3.2 全反射: 透射系数为 0, 各种极化模式都可能发生

条件:

$$\sin \theta_i = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \quad (129)$$

$$\theta_i = \arcsin \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \theta_c \quad (130)$$

即如下两条:

- 入射波媒质 1 向媒质 2 斜入射，且  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$
- 入射角  $\theta_i$  大于临界角  $\theta_c$ ，即  $\theta_c \leq \theta_i \leq 90^\circ$

此时透射波可写为衰减形式：

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_{t0} e^{-\alpha z} e^{i\beta x} \quad (131)$$

其中

$$\alpha = k_2 \sqrt{\left(\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_c}\right)^2 - 1} \quad (132)$$

$$\beta = k_2 \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_c} \quad (133)$$

衰减长度  $\delta = k_1 \sqrt{\sin^2 \theta_i - \sin^2 \theta_c}$

Note: 衰减的透射波会引发 Goos-Hänchen 位移现象。

## 7 波导基本理论

### 7.1 纵向均匀系统求解思路

- 第一步：求  $E_z(x, y)$  和  $B_z(x, y)$  的分布，满足横向 Laplace 方程或 Helmholtz 方程及边界条件

$$(\nabla_t^2 + \omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2) E_z = 0 \quad (134)$$

$$(\nabla_t^2 + \omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2) B_z = 0 \quad (135)$$

$$k_z^2 = \omega^2 \mu \varepsilon - k_c^2 = k_0^2 - k_c^2 \quad (136)$$

$$(137)$$

- 代入波导壁的边界条件，求解纵向场
- 代入纵横关系得到所有的场分量

### 7.2 从麦克斯韦方程组导出的波动方程

Helmholtz 方程：

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (138)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (139)$$

式中， $k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$  为波数。

### 7.2.1 直角坐标系的波动方程及其基本解

### 7.2.2 柱坐标系的波动方程及其基本解

## 7.3 纵向均匀系统的纵横关系

考虑沿 z 方向均匀的波导，电磁场可表示为：

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}_t(x, y)e^{-ik_z z} + \hat{\mathbf{z}}E_z(x, y)e^{-ik_z z} \quad (140)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}_t(x, y)e^{-ik_z z} + \hat{\mathbf{z}}H_z(x, y)e^{-ik_z z} \quad (141)$$

从 Helmholtz 方程出发，得到横向场与纵向场的关系：

$$\mathbf{E}_t = \frac{i}{\mu\varepsilon\omega^2 - k_z^2} (k_z \nabla_t E_z - \omega\mu\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_t H_z) \quad (142)$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{i}{\mu\varepsilon\omega^2 - k_z^2} (k_z \nabla_t H_z + \omega\varepsilon\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_t E_z) \quad (143)$$

或者磁场用 B 表示：

$$\mathbf{E}_t = \frac{i}{\mu\varepsilon\omega^2 - k_z^2} (k_z \nabla_t E_z - \omega\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_t B_z) \quad (144)$$

$$\mathbf{B}_t = \frac{i}{\mu\varepsilon\omega^2 - k_z^2} (k_z \nabla_t B_z + \omega\mu\varepsilon\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_t E_z) \quad (145)$$

反之，有

$$\nabla_t \mathbf{E}_t = -ik_z E_z \quad (146)$$

$$\nabla_t \mathbf{H}_t = -ik_z H_z \quad (147)$$

## 7.4 纵向均匀系统的模式

- TEM 模： $E_z = 0, H_z = 0$ , 横向电磁波，不能在单导体波导中存在
- TE 模： $E_z = 0, H_z \neq 0$ , 横电波
- TM 模： $H_z = 0, E_z \neq 0$ , 横磁波

## 7.5 模式的传输特性

**1、传输条件：**对于一个给定的几何结构，该结构会决定一组截止参数， $f_c, \lambda_c, k_c$ ，只有当工作频率  $f > f_c$  时，该模式才能传输。

即：

$$\lambda < \lambda_c, f > f_c, \Rightarrow \beta^2 = k^2 - k_c^2 > 0 \quad (148)$$

**2、随激励频率变化的图像：**

- (1) 当激励频率刚刚超过截止频率时，在波导中激励起基模的波；

(2) 随着激励频率增加, 横向波数不变, 纵向波数增大, 导波波长减小, 相速度减小。即, 一个“方块”横向不变, 纵向长度减小。

(3) 激励频率大于某个高阶模式的截止频率时, 该高阶模式也会被激励起来, 但低阶模式依旧存在。

### 3、传输条件相关的物理参量:

- 相移常数/纵向波数  $k_z$  或  $\beta$ :

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} \quad (149)$$

- 相速度  $v_p$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} \quad (150)$$

- 导波波长  $\lambda_g$

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} \quad (151)$$

- 群速度  $v_g$

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} \quad (152)$$

- 色散关系: 双曲线, 渐近线为  $v = \pm c$

- 波阻抗: 相互垂直的横向电场与横向磁场之比

$$\eta = \frac{(\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_t)_i}{(\mathbf{H}_t)_i}, \quad i = x, y \quad (153)$$

### 4、截止状态下的衰减

当  $k < k_c$  时, 纵向波数  $k_z$  为虚数, 记为  $ik_z = \alpha$ , 则波在 z 方向上呈指数衰减:

$$\alpha = \sqrt{k_c^2 - k^2} = k \sqrt{\left(\frac{k_c}{k}\right)^2 - 1} = k \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 - 1} \quad (154)$$

$$E(z), H(z) \propto e^{-\alpha z} \quad (155)$$

$$P(z) \propto e^{-2\alpha z} \quad (156)$$

截止状态与衰减行波的区别: 截止状态是无相位变化的原地衰减, 而衰减行波是有相位变化的传播衰减。

传播参数变化:  $\lambda \rightarrow \lambda_c, v_p \rightarrow \infty, \lambda_g \rightarrow \infty, v_g \rightarrow 0$

## 7.6 波导的阻抗与功率传输

传输功率

$$P = \begin{cases} \frac{\omega\mu k_z}{2k_c^2} \int_S |H_z|^2 dS & \text{TE 模} \\ \frac{\omega\varepsilon k_z}{2k_c^2} \int_S |E_z|^2 dS & \text{TM 模} \end{cases} \quad (157)$$

式中,  $k_c^2 = k^2 - k_z^2$  为截止波数。

功率衰减

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{1}{2\sigma\delta} |\mathbf{H}_t|^2 dl \quad (158)$$

Note:  $R_s = 1/\sigma\delta$  为表面电阻,  $\delta = \sqrt{2/\omega\mu\sigma}$  为趋肤深度。

衰减常数

$$\alpha = -\frac{1}{2P} \frac{dP}{dz} \quad (159)$$

## 8 几种常见波导

### 8.1 矩形波导

结构: 长边  $a$ , 短边  $b$  的矩形波导。

传播参数:

- 纵向波数:  $k_z$  或  $\beta$ ,  $\beta$  又称为相移常数。
- 截止波数:  $k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$
- 横向波数:  $k_x = \frac{m\pi}{a}, k_y = \frac{n\pi}{b}$
- 关系:  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2\mu\varepsilon$

边界条件:

$$(常用) \text{ 壁上电场切向分量为 } 0: \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}|_s = 0 \quad (160)$$

$$\text{磁场法向分量为 } 0: \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{B}|_s = 0 \quad (161)$$

具体的纵向场边界条件:

$$\text{TE 模: } \left. \frac{\partial H_z}{\partial n} \right|_s = 0 \quad (162)$$

$$\text{TM 模: } \left. E_z \right|_s = 0 \quad (163)$$

### 8.1.1 基础性质

- 截止频率  $f_c = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$

- 导波波长  $\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}}$

- 相速度  $v_p = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$

- 群速度  $v_g = c \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$

- 波阻抗

$$\eta_{TE} = \frac{\eta_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (164)$$

$$\eta_{TM} = \eta_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (165)$$

- 传输功率

$$P_{TE} = \frac{\omega \mu k_z ab}{4\epsilon_{mn} k_c^2} |H_{mn}|^2 \quad (166)$$

$$P_{TM} = \frac{\omega \varepsilon k_z ab}{8k_c^2} |E_{mn}|^2 \quad (167)$$

式中,  $\epsilon_{mn} = \begin{cases} 1, & mn = 0 \\ 2, & mn \neq 0 \end{cases}$

- 损耗常数

$$\text{常用: } \alpha_{TE10} = \frac{2R_s}{b\eta \sqrt{1 - (f_c/f)^2}} \left[ 1 + \frac{2b}{a} \left( \frac{f_c}{f} \right)^2 \right] \quad (168)$$

$$\text{任意 } mn \text{ 模式: } \alpha_{TE/Mmn} = \frac{2R_s}{b\eta \sqrt{1 - (f_c/f)^2}} \frac{m^2 b^3 + n^2 a^3}{m^2 a b^2 + n^2 a^3} \quad (169)$$

### 8.1.2 场分布表达式：

**TE 模：最低模式 TE10**

$$E_z = 0 \quad (170)$$

$$H_z = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{ik_z z} \quad (171)$$

$$E_x = -\frac{i\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{ik_z z} \quad (172)$$

$$E_y = \frac{i\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{ik_z z} \quad (173)$$

$$H_x = -\frac{ik_z m\pi}{k_c^2 a} H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{ik_z z} \quad (174)$$

$$H_y = -\frac{ik_z n\pi}{k_c^2 b} H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{ik_z z} \quad (175)$$

**TM 模：最低模式 TM11**

$$H_z = 0 \quad (176)$$

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{ik_z z} \quad (177)$$

$$E_x = \frac{ik_z m\pi}{k_c^2 a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{ik_z z} \quad (178)$$

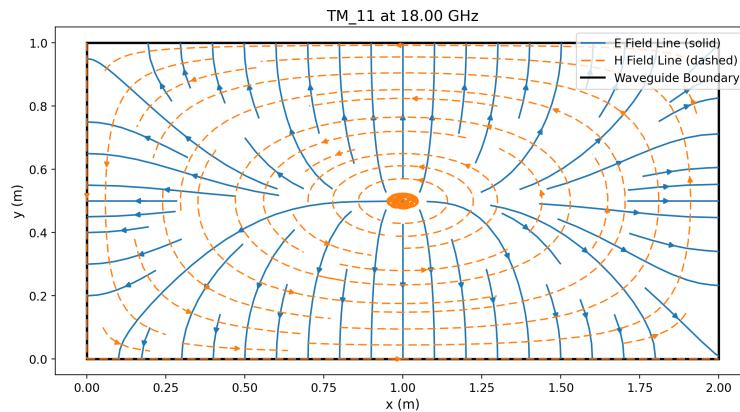
$$E_y = \frac{ik_z n\pi}{k_c^2 b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{ik_z z} \quad (179)$$

$$H_x = -\frac{i\omega\varepsilon n\pi}{k_c^2 b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{ik_z z} \quad (180)$$

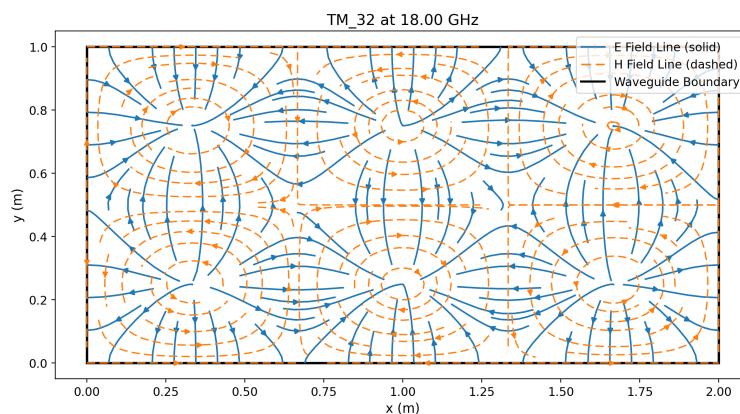
$$H_y = \frac{i\omega\varepsilon m\pi}{k_c^2 a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{ik_z z} \quad (181)$$

### 8.1.3 场分布图

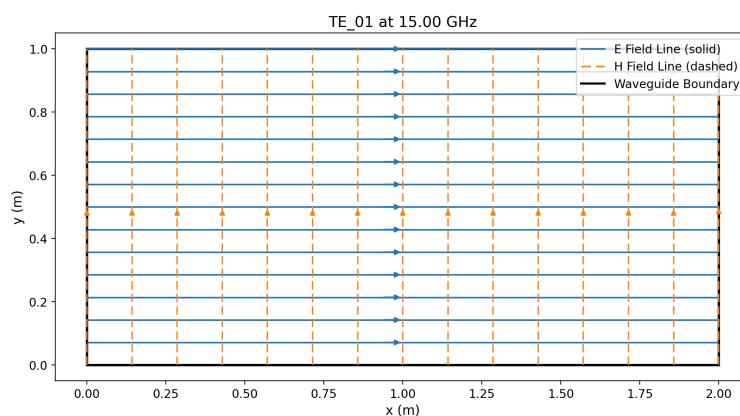
TM11

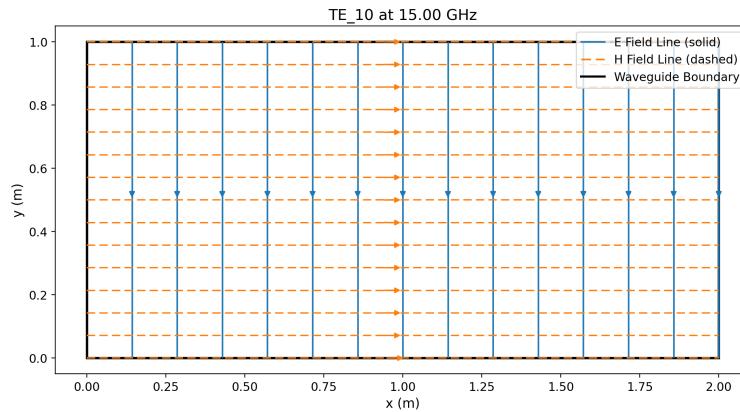
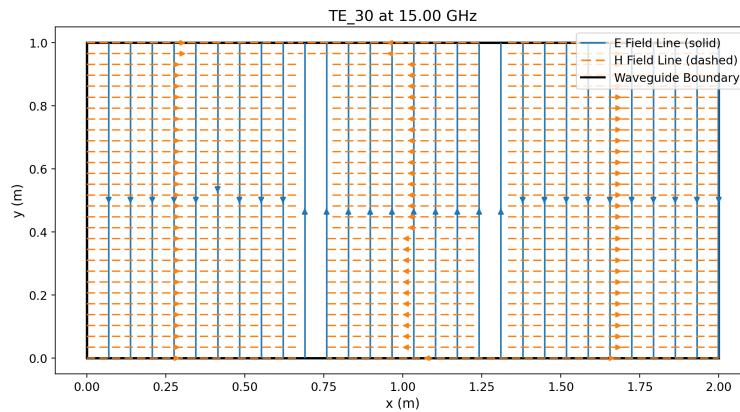
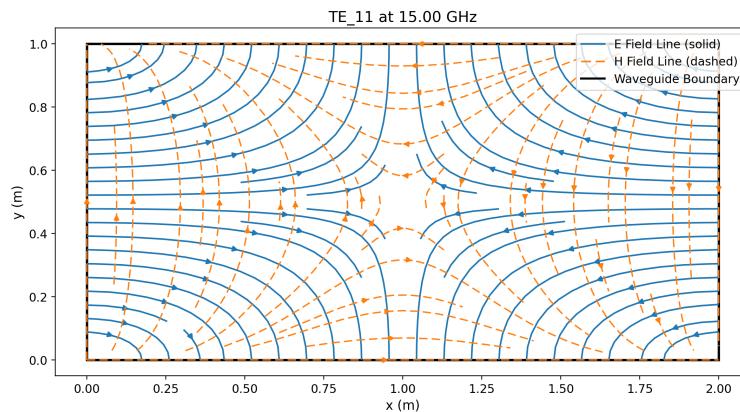


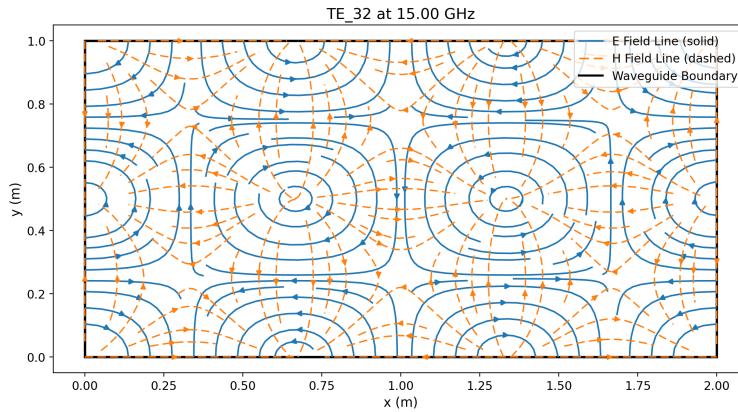
TM32



TE01



**TE10****TE30****TE11**

**TE32****8.2 圆波导**

结构: 半径为  $a$  的金属圆柱波导, 采用圆柱坐标  $(r, \phi, z)$  描述场分布。

传播参数:

- 纵向波数:  $k_z = \beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$ , 其中  $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ 。
- 截止波数:  $k_{c,\text{TE}_{mn}} = \frac{\chi'_{mn}}{a}$ ,  $k_{c,\text{TM}_{mn}} = \frac{\chi_{mn}}{a}$ ,  $\chi'_{mn}$  为  $J'_m(x)$  的第  $n$  个零点,  $\chi_{mn}$  为  $J_m(x)$  的第  $n$  个零点。
- 横向波数:  $k_r = k_c$ , 径向分布满足 Bessel 方程, 角向分布为  $\cos(m\phi)$  或  $\sin(m\phi)$  形式。
- 关系:  $k_r^2 + k_z^2 = k^2$ , 且  $k_c^2 = k_r^2 = \left(\frac{\chi}{a}\right)^2$ 。

边界条件:

$$\text{壁上电场切向分量为 } 0: \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}|_{r=a} = 0 \quad (182)$$

$$\text{壁上磁场法向分量为 } 0: \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{B}|_{r=a} = 0 \quad (183)$$

具体的纵向场边界条件:

$$\text{TE 模: } \left. \frac{\partial H_z}{\partial r} \right|_{r=a} = 0 \Rightarrow J'_m(\chi'_{mn}) = 0 \quad (184)$$

$$\text{TM 模: } E_z|_{r=a} = 0 \Rightarrow J_m(\chi_{mn}) = 0 \quad (185)$$

**8.2.1 基本性质**

- 截止频率:  $f_{c,\text{TE}_{mn}} = \frac{c}{2\pi} \frac{\chi'_{mn}}{a}$ ,  $f_{c,\text{TM}_{mn}} = \frac{c}{2\pi} \frac{\chi_{mn}}{a}$ 。
- 导波波长:  $\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$ ,  $\lambda_0 = \frac{2\pi}{k}$ 。

- 相速度:  $v_p = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$

- 群速度:  $v_g = c\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$

- 波阻抗:

$$\eta_{TE} = \frac{\eta_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (186)$$

$$\eta_{TM} = \eta_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (187)$$

- 传输功率 (以  $H_z = H_0 J_m \left( \frac{\chi'_{mn} r}{a} \right) \cos m\phi e^{ik_z z}$ 、 $E_z = E_0 J_m \left( \frac{\chi_{mn} r}{a} \right) \cos m\phi e^{ik_z z}$  为例):

$$P_{TE} = \frac{\omega \mu \beta}{2k_c^2} |H_0|^2 \int_0^{2\pi} \int_0^a \left| J_m \left( \frac{\chi'_{mn} r}{a} \right) \cos m\phi \right|^2 r dr d\phi \quad (188)$$

$$P_{TM} = \frac{\omega \varepsilon \beta}{2k_c^2} |E_0|^2 \int_0^{2\pi} \int_0^a \left| J_m \left( \frac{\chi_{mn} r}{a} \right) \cos m\phi \right|^2 r dr d\phi \quad (189)$$

其中积分可借助  $\int_0^1 J_m^2(\alpha x) x dx$  的标准结果化为闭式表达。

- 损耗常数 (金属壁面电导率  $\sigma$ ):

$$\alpha_{TE} = \frac{R_s}{2P_{TE}} \int_0^{2\pi} \left( |H_\phi(r=a, \phi)|^2 + |H_\phi(r=a, \phi)|^2 \right) a d\phi \quad (190)$$

$$\alpha_{TM} = \frac{R_s}{2P_{TM}} \int_0^{2\pi} |H_\phi(r=a, \phi)|^2 a d\phi, \quad (191)$$

$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}}$  为表面电阻。

传输功率和损耗常数的具体表达式:

$$P_{TM} = \frac{\pi a^2 \omega \varepsilon \beta}{2\epsilon_n k_c^2} |E_0|^2 J_{n+1}^2(\chi_{ni}) \quad (192)$$

$$\alpha_{TM} = \frac{R_s}{a\eta \sqrt{1 - (f_c/f)^2}} \quad (193)$$

$$P_{TE} = \frac{\pi a^2 \omega \mu \beta}{2\epsilon_n k_c^2} |H_0|^2 \left( 1 - \frac{n^2}{\chi_{ni}'^2} \right) J_n^2(\chi_{ni}') \quad (194)$$

$$\alpha_{TE} = \frac{R_s}{a\eta \sqrt{1 - (f_c/f)^2}} \left[ \left( \frac{f_c}{f} \right)^2 + \frac{n^2}{\chi_{ni}'^2 - n^2} \right] \quad (195)$$

式中,

$$\epsilon_n = \begin{cases} 2 & n = 0 \\ 1 & n \neq 0 \end{cases} \quad (196)$$

### 8.2.2 场分布表达式：

**TE 模：最低模式  $\text{TE}_{11}$** ,  $k_c = \chi'_{ni}/a$

偶模式：

$$H_z = H_0 J_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{jk_z z} \quad (197)$$

$$H_r = \frac{ik_z}{k_c} H_0 J'_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{jk_z z} \quad (198)$$

$$H_\phi = -\frac{ik_z n}{k_c^2 r} H_0 J_n(k_c r) \sin(n\phi) e^{jk_z z} \quad (199)$$

$$E_r = -\frac{i\omega \mu n}{k_c^2 r} H_0 J_n(k_c r) \sin(n\phi) e^{jk_z z} \quad (200)$$

$$E_\phi = -\frac{i\omega \mu}{k_c} H_0 J'_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{jk_z z} \quad (201)$$

奇模式：

$$H_z = H_0 J_n(k_c r) \sin(n\phi) e^{jk_z z} \quad (202)$$

$$H_r = \frac{ik_z}{k_c} H_0 J'_n(k_c r) \sin(n\phi) e^{jk_z z} \quad (203)$$

$$H_\phi = \frac{ik_z n}{k_c^2 r} H_0 J_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{jk_z z} \quad (204)$$

$$E_r = \frac{i\omega \mu n}{k_c^2 r} H_0 J_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{jk_z z} \quad (205)$$

$$E_\phi = -\frac{i\omega \mu}{k_c} H_0 J'_n(k_c r) \sin(n\phi) e^{jk_z z} \quad (206)$$

**TM 模：最低模式  $\text{TM}_{01}$** ,  $k_c = \chi_{ni}/a$

偶模式：

$$H_z = 0 \quad (207)$$

$$E_z = E_0 J_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{jk_z z} \quad (208)$$

$$E_r = \frac{ik_z}{k_c} E_0 J'_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{jk_z z} \quad (209)$$

$$E_\phi = -\frac{ik_z n}{k_c^2 r} E_0 J_n(k_c r) \sin(n\phi) e^{jk_z z} \quad (210)$$

$$H_r = \frac{i\omega \varepsilon n}{k_c^2 r} E_0 J_n(k_c r) \sin(n\phi) e^{jk_z z} \quad (211)$$

$$H_\phi = \frac{i\omega \varepsilon}{k_c} E_0 J'_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{jk_z z} \quad (212)$$

奇模式:

$$H_z = 0 \quad (213)$$

$$E_z = E_0 J_n(k_c r) \sin(n\phi) e^{ik_z z} \quad (214)$$

$$E_r = \frac{ik_z}{k_c} E_0 J'_n(k_c r) \sin(n\phi) e^{ik_z z} \quad (215)$$

$$E_\phi = \frac{ik_z n}{k_c^2 r} E_0 J_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{ik_z z} \quad (216)$$

$$H_r = -\frac{i\omega \varepsilon n}{k_c^2 r} E_0 J_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{ik_z z} \quad (217)$$

$$H_\phi = \frac{i\omega \varepsilon}{k_c} E_0 J'_n(k_c r) \sin(n\phi) e^{ik_z z} \quad (218)$$

### 8.2.3 场分布图

绘图规律:

$TE_{ni}$  模式:

- 若  $n$  为 0, 则电场线为同心圆, 磁场线为径向线。沿径向, 电场线的方向变化  $i-1$  次。
- 若  $n$  不为 0, 整个圆周分为  $2n$  个扇区;
- 每个扇区中, 电场线绕成  $i-1$  个闭合环路, 在壁面上有半个环路; 任意两个相邻环路的旋转方向相反 (即不产生相邻但反向的电场线)
- 磁场线连接各相邻电场线环路的中心, 但不会跨过扇区分界线。

$TM_{ni}$  模式:

- 若  $n$  为 0, 则磁场线为同心圆, 电场线为径向线。沿径向, 磁场线的方向变换  $i-1$  次。
- 若  $n$  不为 0, 整个圆周分为  $2n$  个扇区;
- 每个扇区中, 磁场线绕成  $i$  个闭合环路, 任意两个相邻环路的旋转方向相反, 即不产生相邻但反向的磁场线。
- 电场线连接各相邻磁场线环路的中心, 但不会跨过扇区分界线。

## 8.3 同轴线

同轴线中多为 TEM 模式

- 截止频率  $f_c = 0$
- 波速  $v_p = v_g = c$
- 波阻抗  $\eta = \frac{\eta_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$

- 传输功率  $P = \frac{E_m^2}{2\eta} \cdot 2\pi(b-a)$

- 损耗常数  $\alpha = \frac{R_s}{2\pi\eta} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$

## 8.4 介质加载波导

### 8.4.1 窄边单侧填充方波导

结构: 长  $x = 0 \sim a$ , 宽  $y = 0 \sim b$  的矩形波导, 其中长边  $x = 0 \sim h$  区域填充介质,  $h < a$ 。

传播参数:

- 两个区域各自有一个横向波数, 但纵向波数相同。即有条件

$$k_{x1}^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_1^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 \quad (219)$$

$$k_{x2}^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_2^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 \quad (220)$$

- $y$  方向边界条件决定:  $k_y = \frac{n\pi}{b}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

- 在  $k_y \neq 0$  时的横向波数表示为:

$$k_{xi} = \sqrt{\omega_c^2 \varepsilon_i \mu_i - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad i = 1, 2 \quad (221)$$

式中,  $\omega_c$  为截止角频率。

模式分析:

(1)  $TE$  模式:  $E_x = 0$ , 即  $k_y = 0$ , 仅允许  $TE_{m0}$  模式存在。

$TE$  模式截止波数: 需要求解以下方程决定:

$$\text{电场交界面: } \frac{\mu_1 k_{x1} A}{k_1^2 - k_z^2} \sin(k_{x1} h) = \frac{\mu_2 k_{x2} B}{k_2^2 - k_z^2} \sin[k_{x2}(h-a)] \quad (222)$$

$$\text{磁场交界面: } \frac{A}{k_1^2 - k_z^2} \cos(k_{x1} h) = \frac{B}{k_2^2 - k_z^2} \cos[k_{x2}(h-a)] \quad (223)$$

$$A \cos(k_{x1} h) = B \cos[k_{x2}(h-a)] \quad (224)$$

$$k_{x1}^2 - k_{x2}^2 = \omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 - \omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 \quad (225)$$

仅允许  $TE_{m0}$  模式存在。

(2)  $TM$  模式:  $H_x = 0$ , 即  $k_y = 0$ , 由于  $TM_{mn}$  模式的  $n$  不能为 0, 介质加载矩形波导中不存在  $TM$  模式。

$TM$  模式截止波数: 需要求解以下方程决定:

原因：TM 模式截止波数：需要求解以下方程决定：

$$\text{磁场交界面: } \frac{\varepsilon_1 k_{x1} A}{k_1^2 - k_z^2} \cos(k_{x1} h) = \frac{\varepsilon_2 k_{x2} B}{k_2^2 - k_z^2} \cos[k_{x2}(h - a)] \quad (226)$$

$$\text{电场交界面: } \frac{A}{k_1^2 - k_z^2} \sin(k_{x1} h) = \frac{B}{k_2^2 - k_z^2} \sin[k_{x2}(h - a)] \quad (227)$$

$$A \sin(k_{x1} h) = B \sin[k_{x2}(h - a)] \quad (228)$$

$$k_{x1}^2 - k_{x2}^2 = \omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 - \omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 \quad (229)$$

由于  $TM_{mn}$  模式的  $n$  不能为 0，介质加载矩形波导中不存在 TM 模式。

(3) x 纵向模式：分为  $E_y = 0$  的  $TE^{(x)}$  模式和  $H_y = 0$  的  $TM^{(x)}$  模式。

计算要点：

- x 纵向的纵横关系：

$$\mathbf{E}_{y,z} = \frac{1}{k^2 - k_x^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \nabla_{y,z} E_x - i \mu \omega \hat{\mathbf{x}} \times \nabla_{y,z} H_x \right] \mathbf{H}_{y,z} = \frac{1}{k^2 - k_x^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \nabla_{y,z} H_x + i \varepsilon \omega \hat{\mathbf{x}} \times \nabla_{y,z} E_x \right] \quad (230)$$

- $TE^{(x)}$  模式，交界面给出的截止条件：

$$\frac{\mu_1 A}{k_1^2 - k_{x1}^2} \sin(k_{x1} h) = \frac{\mu_2 B}{k_2^2 - k_{x2}^2} \sin[k_{x2}(h - a)] \quad (231)$$

$$\frac{k_{x1} A}{k_1^2 - k_{x1}^2} \cos(k_{x1} h) = \frac{k_{x2} B}{k_2^2 - k_{x2}^2} \cos[k_{x2}(h - a)] \quad (232)$$

$$\frac{k_{x1}}{\mu_1} \cot(k_{x1} h) = \frac{k_{x2}}{\mu_2} \cot[k_{x2}(h - a)] \quad (233)$$

$$k_{x1}^2 - k_{x2}^2 = \omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 - \omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 \quad (234)$$

- $TM^{(x)}$  模式，交界面给出的截止条件：

$$\frac{k_{x1}}{\varepsilon_1} \tan(k_{x1} h) = \frac{k_{x2}}{\varepsilon_2} \tan[k_{x2}(h - a)] \quad (235)$$

$$k_{x1}^2 - k_{x2}^2 = \omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 - \omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 \quad (236)$$

性质：

- 对每个  $n$ ，都有无穷多解，从小到大排序，序数即为  $m$ ；
- 当  $n = 0$  时， $TE_{m0}^{(x)}$  和  $TE_{m0}^{(z)}$  模式的截止频率相同；
- 对  $TM^{(x)}$  模式，仍然有  $n \neq 0$ 。

(4) y 纵向模式：分为  $E_y = 0$  的  $TE^{(y)}$  模式和  $H_y = 0$  的  $TM^{(y)}$  模式。

计算要点：

- y 纵向的纵横关系:

$$\mathbf{E}_{z,x} = \frac{1}{k^2 - k_y^2} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \nabla_{z,x} E_y - i\mu\omega \hat{\mathbf{y}} \times \nabla_{z,x} H_y \right] \quad (237)$$

$$\mathbf{H}_{z,x} = \frac{1}{k^2 - k_y^2} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \nabla_{z,x} H_y + i\varepsilon\omega \hat{\mathbf{y}} \times \nabla_{z,x} E_y \right] \quad (238)$$

- $TE^{(y)}$  模式, 交界面给出的截止条件: 待补充
- $TM^{(y)}$  模式, 交界面给出的截止条件: 待补充

#### 8.4.2 双侧对称填充方波导

不整理了, 考出来就死给他看

#### 8.4.3 角向均匀填充圆波导

#### 8.4.4 对称平板介质波导

### 9 谐振腔基础理论

#### 9.1 波动方程及其基本解

#### 9.2 谐振系统的纵横关系

##### 9.2.1 波导的储能与品质因数

### 10 常见谐振腔

#### 10.1 矩形谐振腔

- 谐振频率的计算
- 品质因数 Q 的定义和计算
- 模式的正交性

#### 10.2 圆柱谐振腔

圆柱形谐振腔的谐振特性。

### 11 第十一章: 谐振腔链和空间谐波

#### 11.1 耦合谐振腔

多个谐振腔的耦合效应。

## 11.2 周期结构

- 布洛赫定理
- 色散关系
- 带隙结构

# 12 矢势和运动电荷的场

## 12.1 电磁势

- 标势  $\phi$  和矢势  $\mathbf{A}$  的定义
- 洛伦兹规范条件:  $\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$

## 12.2 达朗贝尔方程

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (239)$$

## 12.3 李纳-维谢尔势

运动电荷产生的电磁势。

# 13 运动电荷的场和同步辐射

## 13.1 加速电荷的辐射

- 拉莫尔公式
- 相对论性推广

## 13.2 同步辐射

- 同步辐射的特性
- 角分布和频谱
- 应用领域

## 14 重要公式汇总

### 14.1 基本常数

- 真空介电常数:  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
- 真空磁导率:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$
- 光速:  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

### 14.2 常用矢量恒等式

- $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$
- $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$
- $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$

## 15 学习建议和复习要点

### 15.1 重点掌握

1. 麦克斯韦方程组及其物理意义
2. 电磁波的传播特性和边界条件
3. 各种导波系统的模式分析
4. 运动电荷的辐射特性

### 15.2 学习方法

- 理论推导与物理图像相结合
- 多做习题加深理解
- 注意不同坐标系下的数学技巧
- 建立知识框架，融会贯通

## 参考文献

- [1] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd ed., Wiley, 1998.
- [2] D.J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, 4th ed., Cambridge University Press, 2017.
- [3] 郭硕鸿, 电动力学, 高等教育出版社, 2008.

- [4] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th ed., Cambridge University Press, 1999.