

- (1) • $(A \vee B) \rightarrow (A \vee C \vee B)$ • ND
 (2) • $(A \wedge C \wedge B) \rightarrow (A \wedge B)$ • truth tables
 (3) • $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)$ • ~~ND~~ (X)

2: A
 \overline{A}^2 [VIL]
 \overline{B}^3 [VIR]
 $\frac{\overline{A}^2}{A \vee C \vee B}$ [VIL]
 $\frac{\overline{B}^3}{C \vee B}$ [VIR]
 $\frac{A \vee C \vee B}{A \rightarrow A \vee C \vee B}$ [VE]
 $\frac{C \vee B}{B \rightarrow A \vee C \vee B}$ [VE]
 $\frac{A \vee C \vee B}{A \vee C \vee B}$ [VE]
 $\frac{A \vee C \vee B}{(A \vee B) \rightarrow (A \vee C \vee B)}$ [VE]
 1: $A \vee B$

3: B
 1: $A \vee B$

① A
 ② B

$\vdash (A \vee B) \rightarrow (A \vee C \vee B)$ ND
 L by soundness
 $\vdash (A \vee B) \rightarrow (A \vee C \vee B)$
 is satisfiable
 VE AE TE $\rightarrow E$
 VE AE TE $\rightarrow E$

$2^2=4$

	A	B	$\neg B$	$A \rightarrow \neg B$	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	X
$\rightarrow T$	T	T	F	F	T	F	F
$\rightarrow T$	T	F	T	T	F	T	F
$\rightarrow F$	T	T	F	T	F	T	F
$\rightarrow F$	F	F	T	T	F	T	F

$X \equiv (A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)$
 valid & satisfiable

1: $A \wedge C \wedge B$ [VE]
 $\frac{A \wedge C \wedge B}{A}$ [VE]
 $\frac{A \wedge C \wedge B}{C \wedge B}$ [VE]
 $\frac{A \wedge C \wedge B}{A \wedge B}$ [VE]
 $\frac{A \wedge C \wedge B}{(A \wedge C \wedge B) \rightarrow (A \wedge B)}$ [VE]
 1: $A \wedge C \wedge B$

① A
 ② B

2: $A \wedge B$ [VE]
 $\frac{A \wedge B}{B}$ [VE]
 $\frac{A \wedge B}{A}$ [VE]
 $\frac{A \wedge B}{A \rightarrow \neg B}$ [VE]
 $\frac{A \rightarrow \neg B}{\neg(A \wedge B)}$ [VE]
 $\frac{\neg(A \wedge B)}{(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)}$ [VE]
 1: $A \rightarrow \neg B$
 2: $A \wedge B$

① A
 ② B