

TD d'algorithmique et structures de données

TD2 – Multiensembles

Exercice 1

Le type abstrait de données *Multiensemble* est une collection non-ordonnée d'objets qui peuvent y être présents en plusieurs exemplaires. Pour indiquer le type des objets de l'ensemble on utilisera la notation *Multiensemble*(T), où T est un type. Le type « Multiensemble » permet les opérations suivantes :

- **size**(M) qui renvoie le nombre d'éléments (total) de l'ensemble M .
- **support**(M) qui renvoie l'ensemble support de M (contenant tous les éléments de M).
- **is_empty**(M) qui renvoie vrai si le multiensemble M est vide et faux sinon.
- **multiplicity**(E, x) qui renvoie le nombre d'éléments x dans le multiensemble M .
- **in**(E, x) qui renvoie vrai si l'élément x (de type T) est présent dans le multiensemble M .
- **add**(M, x) qui rajoute l'élément x (de type T) au multiensemble M .
- **addm**(M, x, n) qui rajoute n copies de l'élément x (de type T) au multiensemble M .
- **remove**(M, x) qui supprime l'élément x (de type T) du multiensemble M .
- **removem**(M, x, n) qui supprime n copies de l'élément x (de type T) du multiensemble M .
- **sum**(M_1, M_2) qui renvoie un nouveau multiensemble qui est la somme des multiensembles M_1 et M_2 (c.-à-d. qui contient les éléments présents dans M_1 et M_2 et dont la multiplicité est la somme des deux multiplicités).
- **difference**(M_1, M_2) qui renvoie un nouveau multiensemble qui est la différence des multiensembles M_1 et M_2 (c.-à-d. qui contient les éléments présents dans M_1 et éventuellement dans M_2 et dont la multiplicité est la différence des deux multiplicités).

À faire :

1. Proposer une implantation du type « Multiensemble » en utilisant le type « Sequence » ayant des éléments triés. Calculez la complexité des algorithmes obtenus.
2. Donnez une implantation efficace du type « Multiensemble » (en temps $O(n + m)$ pour les deux dernières opérations, $O(\log n)$ pour les tests et $O(n)$ pour les modifications).