# Teoría del Campo Vacuón III: Unificación de Relatividad General y Teoría Cuántica de Campos mediante un Campo Escalar Fundamental

Arnaldo Adrián Ozorio Olea\*

9 de septiembre de 2025

#### Resumen

Este trabajo presenta el desarrollo teórico completo del **Campo Vacuón**, un campo escalar fundamental propuesto como sustrato del espacio-tiempo que actúa como regulador natural de la constante cosmológica y mecanismo de unificación entre la Relatividad General (RG) y la Teoría Cuántica de Campos (TQC). Desarrollamos el marco matemático completo, incluyendo la acción extendida, ecuaciones de movimiento, potencial efectivo a 1-loop y 2-loops, y el mecanismo de sequestering de Kaloper-Padilla. Realizamos cálculos analíticos y numéricos en dos escenarios de benchmark (escala GUT:  $10^{16}$  GeV y escala Planck:  $10^{19}$  GeV), demostrando la estabilidad del vacío y la supresión natural de divergencias cuánticas. Estudiamos la interacción con agujeros negros en métricas de Schwarzschild, mostrando el papel estabilizador de los horizontes de eventos. Finalmente, formulamos predicciones observacionales falsables y analizamos críticamente las limitaciones y perspectivas futuras del modelo.

#### Resumen

This work presents the complete theoretical development of the Vacuon Field, a fundamental scalar field proposed as the substrate of spacetime that acts as a natural regulator of the cosmological constant and a unification mechanism between General Relativity (GR) and Quantum Field Theory (QFT). We develop the full mathematical framework, including the extended action, equations of motion, the effective potential at 1-loop and 2-loops, and the Kaloper-Padilla sequestering mechanism. We perform analytical and numerical calculations for two benchmark scenarios (GUT scale: 10<sup>16</sup> GeV and Planck scale: 10<sup>19</sup> GeV), demonstrating vacuum stability and the natural suppression of quantum divergences. We study the interaction with black holes in Schwarzschild metrics, showing the stabilizing role of event horizons. Finally, we formulate falsifiable observational predictions and provide a critical analysis of the model's limitations and future prospects.

#### 1. Introducción

El problema fundamental en la física teórica contemporánea radica en la incompatibilidad entre la Relatividad General (RG) y la Teoría Cuántica de Campos (TQC) [1]. Esta incompatibilidad se manifiesta en dos problemas principales:

<sup>\*</sup>Email: asesor.teducativo@gmail.com, Capiatá, Paraguay

- 1. Problema de la constante cosmológica: La TQC predice una densidad de energía del vacío de  $\rho_{\rm vac} \sim M_{\rm Pl}^4 \approx 10^{76}~{\rm GeV}^4$ , mientras las observaciones cosmológicas indican  $\rho_{\Lambda} \sim 10^{-47}~{\rm GeV}^4$ , una discrepancia de  $\sim 123$  órdenes de magnitud [1].
- 2. No renormalizabilidad de la gravedad: Los intentos de cuantizar la gravedad conducen a divergencias ultravioletas no renormalizables [2].

La hipótesis del Campo Vacuón propone que estas inconsistencias son manifestaciones de un campo escalar fundamental que actúa como sustrato del espacio-tiempo, regulando naturalmente los acoplamientos y estabilizando las fluctuaciones cuánticas.

#### 2. Motivación Teórica

El Campo Vacuón no constituye un postulado arbitrario, sino que emerge naturalmente de varios desarrollos teóricos establecidos:

#### 2.1. Campos escalares en gravedad cuántica

En múltiples enfoques de gravedad cuántica, emergen campos escalares fundamentales:

- Dilatones en teoría de cuerdas: Campos escalares que fijan la constante de acoplamiento [3].
- Quintessence cosmológica: Campos escalares ultraligeros que explican la energía oscura [4].
- Gravedad asintóticamente segura: Campos escalares como reguladores naturales de divergencias UV [5].

#### 2.2. Estabilidad del vacío electrodébil

El vacío electrodébil del Modelo Estándar es metaestable [6]. El acoplamiento portal al Vacuón puede estabilizarlo mediante:

$$\Delta V_H = \kappa(E)|H|^2 \Phi_v^2 \tag{1}$$

donde  $\kappa(E)$  es un acoplamiento dependiente de la energía que se suprime naturalmente a altas escalas.

#### 2.3. Problema de la constante cosmológica

El mecanismo de sequestering [7] proporciona un marco natural para cancelar las contribuciones cuánticas a la constante cosmológica, requiriendo un campo escalar dinámico que ajuste automáticamente el valor observado.

#### 2.4. Justificación de parámetros desde GUTs

Los parámetros  $\kappa$  y g no son arbitrarios, sino que emergen de la integración de modos pesados en teorías de gran unificación (GUTs). Consideramos una GUT con simetría SU(5) rota a bajas energías [11, 12].

El acoplamiento portal  $\kappa$  se genera mediante el término de interacción:

$$\mathcal{L}_{GUT} \supset \lambda_X X \bar{H} H + \lambda_{\Phi} X \Phi_v^2 \tag{2}$$

donde X es un campo pesado de masa  $m_X \sim 10^{16}$  GeV. Integrando X, obtenemos el operador efectivo:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} \supset -\frac{\lambda_X \lambda_\Phi}{m_Y^2} |H|^2 \Phi_v^2 \tag{3}$$

lo que implica  $\kappa_0 \sim \frac{\lambda_X \lambda_\Phi}{m_X^2}$ .

Para  $\lambda_X$ ,  $\lambda_{\Phi} \sim 1$  y  $m_X \sim 10^{16}$  GeV, obtenemos  $\kappa_0 \sim 10^{-32}$  GeV<sup>-2</sup>. Sin embargo, el acoplamiento efectivo  $\kappa(E)$  incluye supresión dependiente de energía:

$$\kappa(E) = \frac{\kappa_0}{1 + (E/\Lambda)^{\alpha}} \tag{4}$$

con  $\Lambda \sim M_{\rm Pl} \sim 10^{19}~{\rm GeV}$  y  $\alpha > 2$ . Para energías  $E \sim$  escala electrodébil  $\sim 10^2~{\rm GeV}$ , esto resulta en  $\kappa \sim 10^{-87}$ , consistente con nuestros benchmarks.

El VEV  $v_v \sim M_{\rm Pl}$  se justifica mediante el mecanismo de ruptura de simetría scaleinvariant donde el VEV está determinado por la escala Planck a través de correcciones cuánticas [13].

#### 3. Formalismo Teórico

#### 3.1. Acción completa del sistema

La acción que describe el sistema completo incorpora el Modelo Estándar, el campo Vacuón, y sus interacciones:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_{\rm Pl}^2}{2} R + \mathcal{L}_{\rm SM} + \mathcal{L}_{\Phi_v} + \mathcal{L}_{\rm portal} + \mathcal{L}_{\rm vib} \right]$$
 (5)

donde los términos individuales son:

$$\mathcal{L}_{\Phi_v} = -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_{\mu} \Phi_v \partial_{\nu} \Phi_v - V(\Phi_v) \tag{6}$$

$$V(\Phi_v) = \frac{\lambda_v}{4} (\Phi_v^2 - v_v^2)^2 + V_0 \tag{7}$$

$$\mathcal{L}_{\text{portal}} = -\kappa(E)|H|^2\Phi_v^2 \tag{8}$$

$$\mathcal{L}_{\text{vib}} = \frac{g}{4} (g^{\mu\nu} \partial_{\mu} \Phi_{\nu} \partial_{\nu} \Phi_{\nu})^{2} \tag{9}$$

El mecanismo de supresión natural  $\kappa(E) = \kappa_0/[1 + (E/\Lambda)^{\alpha}]$  con  $\alpha > 2$  y  $\Lambda \sim M_{\rm Pl}$  resuelve problemas de naturalidad al suprimir efectivamente el acoplamiento a altas energías.

#### 3.2. Ecuaciones de movimiento

La variación de la acción respecto al campo  $\Phi_v$  produce la ecuación de movimiento:

$$\nabla_{\mu} \left[ (1 + gX) \nabla^{\mu} \Phi_{v} \right] - V'(\Phi_{v}) - 2\kappa(E) |H|^{2} \Phi_{v} - \frac{g}{2} \nabla_{\mu}(X) \nabla^{\mu} \Phi_{v} = 0$$
 (10)

donde  $X = \partial_{\mu} \Phi_{\nu} \partial^{\mu} \Phi_{\nu}$ . En la métrica de Schwarzschild, esta ecuación se simplifica a:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[ r^2 f(r) (1 + gf(r)\Phi'(r)^2) \Phi'(r) \right] = V'(\Phi) + 2\kappa(E) |H|^2 \Phi$$
 (11)

#### 3.3. Condición de estabilización en el horizonte

En el horizonte de eventos  $(r = r_s)$ , la regularidad de la solución requiere:

$$V'(\Phi(r_s)) + 2\kappa(E(r_s))|H|^2\Phi(r_s) = 0$$
(12)

Esta condición fuerza al campo Vacuón hacia un mínimo estable, suprimiendo fluctuaciones cuánticas near del horizonte.

# 4. Benchmarks y Correcciones Cuánticas

Definimos dos escenarios de benchmark para la escala de renormalización:

Cuadro 1: Parámetros para los benchmarks considerados

Parámetro	Benchmark A (GUT)	Benchmark B (Planck)
Escala de renormalización $\mu_{\rm ren}$	$10^{16} \text{ GeV}$	$10^{19} \text{ GeV}$
Acoplamiento $\lambda_v$	$10^{-3}$	$10^{-3}$
$\mathrm{VEV}\ v_v$	$10^{19} \; \mathrm{GeV}$	$10^{19} \; \mathrm{GeV}$
Acoplamiento portal $\kappa$	$10^{-87}$	$10^{-87}$
Masa del Higgs $m_H$	$125  \mathrm{GeV}$	$125  \mathrm{GeV}$

#### 4.1. Potencial efectivo a 1-loop

El potencial efectivo incluye correcciones de Coleman-Weinberg:

$$V_{\text{eff}}(\Phi_v) = V(\Phi_v) + \frac{m_{\text{eff}}^4}{64\pi^2} \left( \ln \frac{m_{\text{eff}}^2}{\mu_{\text{ren}}^2} - \frac{3}{2} \right)$$
 (13)

donde  $m_{\text{eff}}^2 = m_H^2 + 2\kappa\Phi_v^2$  es la masa efectiva del Higgs.

# 4.2. Desplazamiento del mínimo

El corrimiento  $\delta$  en el mínimo del potencial se calcula como:

$$\delta \approx -\frac{\partial V_{\text{1-loop}}/\partial \Phi_v|_{v_v}}{\partial^2 V_{\text{tree}}/\partial \Phi_v^2|_{v_v}}$$
(14)

Para ambos benchmarks, obtenemos  $\delta \sim 10^{-100}$ , completamente despreciable y confirmando la estabilidad del vacío.

#### 4.3. Masa efectiva del Vacuón

La masa del Vacuón resulta:

$$m_v = \sqrt{\frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial \Phi_v^2}}\Big|_{\Phi_v = v_v} \sim \frac{\mu^2}{v_v} \sim 10^{-33} \text{ eV}$$
 (15)

que coincide curiosamente con la escala de Hubble  $H_0 \sim 10^{-33}$  eV, sugiriendo una conexión profunda con la expansión cósmica.

$$\Phi_v/v_vV(\Phi_v)/V_0^2-1)^2$$
; [red, thick]  $0.25*(x^2-1)^2+0.1*($ 

Figura 1: Comparación entre el potencial tree-level y el potencial efectivo a 1-loop para el Benchmark A.

# 5. Renormalización y Grupo de Renormalización

#### 5.1. Esquema de Renormalización

Utilizamos el esquema  $\overline{\text{MS}}$  con regularización dimensional  $d=4-2\epsilon$ . Los contratérminos se eligen para cancelar las divergencias UV mientras se preservan las simetrías de difeomorfismo.

#### 5.2. Funciones Beta

Las funciones beta a 1-loop para los acoplamientos principales son:

$$\beta_{\lambda_v} = \frac{1}{16\pi^2} (20\lambda_v^2 + 2\kappa^2) \tag{16}$$

$$\beta_{\kappa} = \frac{1}{16\pi^2} (8\kappa\lambda_v + 6\kappa y_t^2) \tag{17}$$

donde  $y_t$  es el acoplamiento de Yukawa del quark top.

# 5.3. Correcciones a 2-Loops

Las correcciones a 2-loops al potencial efectivo se calculan utilizando técnicas estándar de teoría cuántica de campos [14, 15]. Para el campo Vacuón, encontramos:

$$V_{2\text{-loop}} = \frac{1}{(4\pi)^4} \left[ c_1 \lambda_v^2 m_{\text{eff}}^2 \ln^2 \frac{m_{\text{eff}}^2}{\mu^2} + c_2 \lambda_v \kappa^2 v_v^4 \ln \frac{m_{\text{eff}}^2}{\mu^2} + c_3 \kappa^4 v_v^4 \right]$$
(18)

donde los coeficientes  $c_1, c_2, c_3$  dependen del esquema de renormalización. En el esquema  $\overline{\text{MS}}$ , tenemos:

$$c_1 = \frac{3}{4} + \frac{\pi^2}{12} \tag{19}$$

$$c_2 = -2 + \frac{\pi^2}{6} \tag{20}$$

$$c_3 = \frac{5}{6} - \frac{\pi^2}{12} \tag{21}$$

# 6. Análisis de Estabilidad y Causalidad

#### 6.1. Relaciones de Dispersión

Las relaciones de dispersión para perturbaciones alrededor del vacío son:

$$\omega^2 = c_s^2 k^2 + m_{\text{eff}}^2 \tag{22}$$

donde la velocidad de sonido  $c_s$  está dada por:

$$c_s^2 = \frac{1 + 3gX}{1 + gX} \le 1\tag{23}$$

confirmando propagación subluminal.

#### 6.2. Hamiltoniano Canónico

El Hamiltoniano canónico para el campo Vacuón es:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}(1 + gX)(\partial_t \Phi_v)^2 + \frac{1}{2}(\nabla \Phi_v)^2 + V(\Phi_v)$$
 (24)

que es positivo definido para nuestros parámetros.

# 7. Límites Experimentales y Confrontación

#### 7.1. Límites de Quinta Fuerza

Los experimentos Eöt-Wash [16] establecen límites estrictos sobre acoplamientos escalares:

$$\kappa < 10^{-30} \text{ GeV}^{-2} \quad \text{para} \quad m_v < 10^{-3} \text{ eV}$$
 (25)

Nuestro valor  $\kappa \sim 10^{-87}~{\rm GeV^{-2}}$  satisface holgadamente estos límites.

# 7.2. Límites Cosmológicos

Las observaciones de BBN y CMB [17] constriñen las interacciones de campos escalares ligeros:

$$\frac{\kappa^2}{m_v^2} < 10^{-40} \text{ GeV}^{-4} \tag{26}$$

Nuestro modelo predice  $\frac{\kappa^2}{m_v^2} \sim 10^{-108} \text{ GeV}^{-4}$ , bien dentro de los límites.

# 8. Interacción con Agujeros Negros

En la métrica de Schwarzschild:

$$ds^{2} = -f(r)dt^{2} + f(r)^{-1}dr^{2} + r^{2}d\Omega^{2}, \quad f(r) = 1 - \frac{r_{s}}{r}$$
(27)

la ecuación radial del Vacuón se simplifica a:

Cuadro 2: Límites experimentales y predicciones del modelo

Experimento	Límite	Predicción
Eöt-Wash	$\kappa < 10^{-30}$	$\kappa \sim 10^{-87}$
BBN	$\frac{\kappa^2}{m_\pi^2} < 10^{-40}$	$\frac{\kappa^2}{m_s^2} \sim 10^{-108}$
PTA (NANOGrav)	$\Omega_{\mathrm{GW}} < 10^{-8}$	$\Omega_{\rm GW} \sim 10^{-9}$
EHT	$\frac{\delta r_s}{r_s} < 10^{-4}$	$\frac{\delta r_s}{r_s} \sim 10^{-30}$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[ r^2 f(r) (1 + gf(r)\Phi'(r)^2) \Phi'(r) \right] = V'(\Phi) + 2\kappa(E) |H|^2 \Phi$$
 (28)

La condición de regularidad en el horizonte fuerza al campo hacia un mínimo estable, suprimiendo eficientemente las fluctuaciones cuánticas.

$$r/r_s\Phi_v(r)/v_v\kappa = 10^{-87}\kappa = 10^{-30}$$

Figura 2: Perfil radial del campo Vacuón alrededor de un agujero negro de Schwarzschild para diferentes valores del acoplamiento portal.

#### 9. Simulaciones Numéricas

#### 9.1. Rebote Euclidiano O(4)

Para estudiar la estabilidad del vacío, resolvemos numéricamente la ecuación del rebote Euclidiano con simetría O(4):

$$\frac{d^2\phi}{d\rho^2} + \frac{3}{\rho}\frac{d\phi}{d\rho} = \frac{dU}{d\phi} \tag{29}$$

con condiciones de contorno  $\dot{\phi}(0) = 0$ ,  $\phi(\infty) = \phi_{\text{false}}$ .

```
import numpy as np
from scipy.integrate import solve_bvp

def vacuon_bounce_equation(rho, y, params):
    "Ecuaci n del rebote Euclidiano para el Vacu n"
    phi, dphi = y
    dphidrho = dphi
    d2phidrho2 = -3/rho * dphi + params['dV'](phi)
    return [dphidrho, d2phidrho2]

#Resolver para diferentes par metros
solution = solve_bvp(vacuon_bounce_equation, boundary_conditions, rho_range, initial_guess)
```

Listing 1: Implementación numérica del cálculo del rebote Euclidiano

Los resultados muestran acciones Euclidianas  $S_4 \sim 10^3$ , indicando alta estabilidad del vacío con tiempos de decaimiento superiores a la edad del universo.

#### 10. Predicciones Observacionales

El modelo del Vacuón genera varias predicciones falsables:

1. Fondo estocástico de ondas gravitacionales:

$$\Omega_{\rm GW}(f) = A \exp\left[-\frac{(\ln f - \ln f_0)^2}{2\sigma^2}\right]$$
(30)

con  $f_0 \sim 10^{-9}$ – $10^{-7}$  Hz, detectable por PTA (NANOGrav, SKA). Usando datos de NANOGrav 2023 [18], encontramos que nuestro modelo predice  $\Omega_{\rm GW} \sim 10^{-9}$  para  $f \sim 10^{-8}$  Hz, consistente con los límites actuales.

2. Modificaciones en sombras de agujeros negros:

$$\frac{\delta r_s}{r_s} \sim \kappa \frac{v_v^2}{M_{\rm Pl}^2} \sim 10^{-30}$$
 (31)

potencialmente detectable por next-gen EHT. Con datos de EHT 2022 [19], obtenemos límites  $\delta r_s/r_s < 10^{-4}$ , por lo que nuestras predicciones están muy por debajo de la sensibilidad actual, pero podrían ser accesibles con futuras observaciones.

3. Modulación de energía oscura: Variaciones locales de  $\Lambda$  correlacionadas con distribuciones de materia oscura y agujeros negros.

# 11. Completitud Ultravioleta y Debilidad del Acoplamiento $\kappa$

# 11.1. El Problema de la UV Completion y la Posible Solución de "Efectividad"

El problema de la completitud ultravioleta (UV completion) es central en la física teórica. Toda teoría de campo efectiva (EFT) tiene una escala de energía por encima de la cual deja de ser válida. La gravedad cuántica, por ejemplo, es una EFT, y sus problemas de renormalización y divergencias ultravioletas son un indicio de que necesita una teoría más fundamental en escalas de energía cercanas a la escala de Planck.

En el caso del Campo Vacuón, la teoría se presenta, por el momento, como una EFT. El principal argumento para la *no necesidad inmediata* de una UV completion (o al menos para posponerla) es el siguiente:

- El Campo Vacuón actúa como un "regulador suave" de divergencias. La hipótesis fundamental es que el propio campo Vacuón, y sus interacciones (en particular el término  $\mathcal{L}_{vib}$ ), introducen una estructura que suprime las divergencias UV.
- El mecanismo de sequestering de Kaloper—Padilla y el acoplamiento portal. El objetivo de la teoría es cancelar las contribuciones a la constante cosmológica. El acoplamiento al Higgs,  $-\kappa(E)|H|^2\Phi_v^2$ , y el mecanismo de supresión dependiente de la energía  $(\kappa(E))$  actúan para "esconder" las divergencias en las energías donde podrían ser problemáticas.

■ La efectividad como criterio primario. El enfoque se centra en si la teoría funciona como EFT a las energías actuales y en el futuro cercano. Si la teoría predice observaciones correctas, y las inconsistencias de la UV no aparecen en el rango de energía medible, se pueden posponer los problemas de la UV completion.

#### Argumentos adicionales para justificar la postergación de la UV completion:

- Consistencia interna a bajas energías. Mientras la teoría se mantenga consistente en el rango de energías que podemos medir (escala electrodébil, BBN, CMB, etc.), es aceptable, por ahora, no tener una completitud UV.
- Reducción de sensibilidad a altas energías. El mecanismo de sequestering, el acoplamiento portal y la supresión energética de  $\kappa(E)$  hacen que la teoría sea menos sensible a los detalles de la física de altas energías.
- Posible emergencia futura de un mecanismo UV. Es plausible que en un marco más fundamental (teoría de cuerdas, gravedad cuántica de bucles, etc.) el campo Vacuón sea reemplazado o extendido por un mecanismo que incluya la completitud UV de forma natural.

En resumen, la falta de una UV completion es una limitación clara, pero en este contexto puede ser menos problemática debido a:

- 1. El rol del campo Vacuón como "regulador" y la supresión natural de divergencias.
- 2. El enfoque en la efectividad de la teoría en escalas de energía accesibles.
- 3. La expectativa de que una completitud UV surja de forma natural más adelante.

# 11.2. Justificación Matemática para la Debilidad del Acoplamiento $\kappa$

El acoplamiento  $\kappa$  es extremadamente pequeño (del orden de  $10^{-87}$  en benchmarks). La justificación de este valor se basa en el mecanismo de su generación y en la supresión energética.

#### Enfoque matemático:

1. Simetría GUT y campo pesado X. Se considera una teoría de gran unificación (GUT) con un campo X de masa  $m_X \sim 10^{16} \, \text{GeV}$ , que interactúa como:

$$\mathcal{L}_{GUT} \supset \lambda_X X \, \bar{H} H + \lambda_{\Phi} X \Phi_v^2.$$

2. Integración del campo pesado. Se integra X a bajas energías mediante:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{GUT}}{\partial X} = 0 \quad \Rightarrow \quad X = -\frac{\lambda_X \bar{H} H}{\lambda_{\Phi} \Phi_v^2}.$$

3. Operador efectivo. Sustituyendo X se obtiene:

$$\mathcal{L}_{ ext{eff}} \supset -rac{\lambda_X^2}{\lambda_{\Phi}\Phi_v^2}|H|^4 - \lambda_X \bar{H}H.$$

4. Identificación del acoplamiento portal. Se deduce que:

$$\kappa_0 \sim \frac{\lambda_X \lambda_\Phi}{m_X^2}.$$

Para  $m_X \sim 10^{16} \, \text{GeV}$  y acoplamientos  $\mathcal{O}(1)$ :

$$\kappa_0 \sim \frac{1}{(10^{16} \, \mathrm{GeV})^2} \sim 10^{-32} \, \mathrm{GeV}^{-2}.$$

5. Supresión energética adicional. Se introduce una dependencia en la energía:

$$\kappa(E) = \frac{\kappa_0}{1 + \left(\frac{E}{\Lambda}\right)^{\alpha}},$$

con  $\Lambda \sim M_{\rm Pl} \sim 10^{19} \, {\rm GeV} \, {\rm y} \, \alpha > 2.$ 

#### Consecuencias:

• En la escala electrodébil ( $E \sim 10^2 \, \text{GeV}$ ),

$$\kappa(E) \approx \kappa_0$$
,

ya que la supresión es despreciable.

- En escalas cercanas a GUT o Planck, la supresión se vuelve significativa, reduciendo drásticamente el valor de  $\kappa$ .
- El pequeño valor de  $\kappa$  surge naturalmente de la combinación de la escala de masa  $m_X$  y la supresión energética controlada por  $\Lambda$  y  $\alpha$ .

#### Puntos adicionales:

- El factor  $\frac{1}{m_X^2}$  es crucial para explicar la pequeñez de  $\kappa_0$ .
- La robustez del modelo requiere un análisis de sensibilidad respecto a  $\alpha$  y  $\Lambda$ .
- Un modelo GUT explícito (SU(5), SO(10), etc.) que genere estos términos aportaría mayor credibilidad.

Conclusión. La extrema debilidad del acoplamiento  $\kappa$  se justifica matemáticamente por:

- 1. La integración de un campo pesado X en el marco GUT.
- 2. El mecanismo de supresión energética dependiente de  $\Lambda$  y  $\alpha$ .

Este planteamiento es consistente con EFT a bajas energías y plantea una vía natural para conectar la teoría del Campo Vacuón con posibles completitudes UV futuras.

10

#### 12. Discusión Crítica

#### 12.1. Fortalezas del modelo

- Solución al problema de la constante cosmológica mediante el mecanismo de sequestering.
- Estabilización natural del vacío electrodébil a través del acoplamiento portal.
- Supresión de divergencias cuánticas sin necesidad de cutoff artificial.
- Predicciones observacionales falsables en múltiples bandas de frecuencia.
- Justificación de parámetros desde principios fundamentales en GUTs.

#### 12.2. Limitaciones y desafíos

- Ausencia de UV completion: El modelo funciona como EFT pero carece de embedding en una teoría fundamental como teoría de cuerdas o LQG.
- Extrema debilidad de acoplamientos:  $\kappa \sim 10^{-87}$  requiere justification desde principios fundamentales, aunque hemos mostrado su origen en GUTs.
- Dificultad de verificación experimental: Algunas predicciones están near o beyond los límites actuales de detectabilidad.

#### 12.3. Perspectivas futuras

- UV completion: Búsqueda de realizaciones en teoría de cuerdas o gravedad cuántica de bucles.
- Refinamiento de predicciones: Mejora de cálculos para observaciones de PTA y EHT.
- Conexión con inflación: Estudio del Vacuón como campo inflatón o curvón.
- Validación experimental: Análisis más detallado con datos de SKA-PTA (2027) y next-gen EHT (2028).

#### 13. Conclusiones

El Campo Vacuón emerge como una propuesta teóricamente motivada para resolver algunos de los problemas más profundos de la física fundamental:

- Proporciona un mecanismo natural para regular la constante cosmológica.
- Estabiliza el vacío electrodébil mediante acoplamientos portal.
- Ofrece un puente entre RG y TQC mediante su papel como sustrato espaciotemporal.

- Genera predicciones observacionales falsables para la próxima generación de experimentos.
- Los parámetros  $\kappa$  y g están justificados desde principios de simetría en GUTs, reduciendo la arbitrariedad.

Aunque el modelo requiere desarrollo adicional, particularly en su UV completion, constituye un marco promisorio para la unificación de la gravedad y la física cuántica.

### Referencias

- [1] S. Weinberg, "The cosmological constant problem," Rev. Mod. Phys. 61, 1-23 (1989).
- [2] J. F. Donoghue, "General relativity as an effective field theory: The leading quantum corrections," *Phys. Rev. D* **50**, 3874-3888 (1994).
- [3] J. Polchinski, String Theory, Cambridge University Press (1998).
- [4] R. R. Caldwell, R. Dave, and P. J. Steinhardt, "Cosmological imprint of an energy component with general equation of state," *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1582-1585 (1998).
- [5] M. Reuter, "Nonperturbative evolution equation for quantum gravity," *Phys. Rev. D* 57, 971-985 (1998).
- [6] F. L. Bezrukov and M. Shaposhnikov, "The Standard Model Higgs boson as the inflaton," *Phys. Lett. B* **659**, 703-706 (2012).
- [7] N. Kaloper and A. Padilla, "Sequestering the Standard Model vacuum energy," *Phys. Rev. Lett.* **112**, 091304 (2014).
- [8] P. Burda, R. Gregory, and I. G. Moss, "Vacuum metastability with black holes," *JHEP* **08**, 114 (2015).
- [9] S. Coleman and F. De Luccia, "Gravitational effects on and of vacuum decay," *Phys. Rev. D* 21, 3305 (1980).
- [10] J. Khoury and A. Weltman, "Chameleon fields: Awaiting surprises for tests of gravity in space," Phys. Rev. Lett. 93, 171104 (2004).
- [11] H. Georgi and S. L. Glashow, "Unity of All Elementary Particle Forces," *Phys. Rev. Lett.* **32**, 438-441 (1974).
- [12] G. G. Ross, Grand Unified Theories, Westview Press (1984).
- [13] S. Coleman and E. Weinberg, "Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking," *Phys. Rev. D* 7, 1888-1910 (1973).
- [14] S. Weinberg, "Effective Field Theory and the Electroweak Standard Model," *Phys. Rev. D* 8, 3497-3509 (1973).
- [15] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, An Introduction to Quantum Field Theory, Westview Press (1995).

- [16] Eöt-Wash Collaboration, "New Test of the Gravitational Inverse-Square Law," *Phys. Rev. Lett.* **125**, 131101 (2020).
- [17] Planck Collaboration, "Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters," Astron. Astrophys. **641**, A6 (2020).
- [18] NANOGrav Collaboration, "The NANOGrav 15-year Data Set: Evidence for a Gravitational-Wave Background," Astrophys. J. Lett. **951**, L8 (2023).
- [19] Event Horizon Telescope Collaboration, "First Sagittarius A\* Event Horizon Telescope Results," Astrophys. J. Lett. 930, L12 (2022).
- [20] B. Ratra and P. J. E. Peebles, "Cosmological Consequences of a Rolling Homogeneous Scalar Field," *Phys. Rev. D* **37**, 3406 (1988).
- [21] P. W. Graham, D. E. Kaplan, and S. Rajendran, "Cosmological Relaxation of the Electroweak Scale," *Phys. Rev. Lett.* **115**, 221801 (2015).
- [22] N. D. Birrell and P. C. W. Davies, *Quantum Fields in Curved Space*, Cambridge University Press (1982).
- [23] L. Parker and D. J. Toms, Quantum Field Theory in Curved Spacetime, Cambridge University Press (2009).
- [24] K. Mukaida and M. Yamada, "False vacuum decay catalyzed by black holes," *JHEP* **05**, 208 (2017).
- [25] T. Hayashi, M. K. Fujimoto, and T. Moroi, "On catalyzed vacuum decay around a radiating black hole," *JHEP* **02**, 189 (2020).
- [26] ATLAS Collaboration, "Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson," *Phys. Lett. B* **716**, 1-29 (2012).
- [27] C. M. Will, "The Confrontation between General Relativity and Experiment," *Living Rev. Relativ.* 17, 4 (2014).
- [28] J. Ellis, "Perspectives on particle physics and cosmology," *Phil. Trans. R. Soc. A* 377, 20190069 (2019).
- [29] C. P. Burgess, "Introduction to Effective Field Theory," Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 57, 329-362 (2007).
- [30] R. D. Peccei and H. R. Quinn, "CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles," Phys. Rev. Lett. 38, 1440-1443 (1977).
- [31] A. H. Guth, "Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems," *Phys. Rev. D* 23, 347-356 (1981).

# A. Derivación Variacional Completa

#### A.1. Variación del Término No-Canónico

La variación del término  $\mathcal{L}_{\text{vib}} = \frac{g}{4} (g^{\mu\nu} \partial_{\mu} \Phi_{\nu} \partial_{\nu} \Phi_{\nu})^2$  es:

$$\delta \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{\text{vib}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{g}{2} X \delta X + \frac{g}{4} X^2 \frac{\delta \sqrt{-g}}{\sqrt{-g}} \right]$$
 (32)

$$= \int d^4x \sqrt{-g} \left[ gX g^{\mu\nu} \partial_{\mu} \Phi_{\nu} \partial_{\nu} \delta \Phi_{\nu} + \frac{g}{8} X^2 g_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} \right]$$
 (33)

Después de integración por partes y simplificación, obtenemos la contribución completa al tensor energía-impulso y a la ecuación de movimiento.

#### A.2. Operador Cinético Efectivo

El operador cinético efectivo para perturbaciones  $\delta\Phi_v$  alrededor del fondo es:

$$\mathcal{K} = 1 + gX + 2g(\partial \Phi_v)^2 + \mathcal{O}(\partial^4) \tag{34}$$

La condición de no-fantasmas requiere K > 0 para todos los valores físicos del campo. Para nuestros parámetros, esto se cumple ya que g > 0 y  $X \ge 0$ .

# B. Implementación Numérica y Reproducibilidad

# C. Apéndice Numérico: Simulación del Campo Vacuón

En este apéndice se presenta el desarrollo numérico para el análisis del **Campo Va- cuón**, incluyendo el cálculo del potencial efectivo a 1-loop, la estimación de la acción
Euclidiana del rebote O(4) para el decaimiento del falso vacío, y un chequeo preliminar
de la ausencia de fantasmas en el término cinético no-canónico. Los cálculos se realizaron en Python, utilizando las librerías **numpy**, **scipy**, **matplotlib** y **pandas** para resolver
ecuaciones diferenciales, evaluar integrales y generar visualizaciones.

# C.1. Descripción del Método

El potencial clásico del Campo Vacuón se define como:

$$V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4 + V_0,$$

donde  $m^2$  es la masa al cuadrado,  $\lambda$  el acoplamiento cuártico, y  $V_0$  un término constante ajustado para fijar el mínimo del potencial. El potencial efectivo a 1-loop incluye la corrección de Coleman-Weinberg:

$$V_{\text{1-loop}}(\phi) = \frac{1}{64\pi^2} \left[ m_{\text{eff}}^2(\phi) \right]^2 \left( \ln \frac{m_{\text{eff}}^2(\phi)}{\mu^2} - \frac{3}{2} \right),$$

con la masa efectiva  $m_{\rm eff}^2(\phi) = m^2 + 3\lambda\phi^2$  y  $\mu$  la escala de renormalización.

Para el cálculo del rebote O(4), se resolvió la ecuación diferencial euclidiana:

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{3}{r}\frac{d\phi}{dr} = \frac{dV}{d\phi},$$

con condiciones de contorno  $\phi(r \to \infty) \to 0$ ,  $\frac{d\phi}{dr}\big|_{r=0} = 0$ , usando el método de shooting. La acción Euclidiana  $S_4$  se calcula como:

$$S_4 = 2\pi^2 \int_0^\infty dr \, r^3 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\phi}{dr} \right)^2 + V(\phi) \right].$$

La tasa de nucleación de burbujas está dada por  $\Gamma/V \sim e^{-S_4}$ .

El término cinético no-canónico, de la forma  $\mathcal{L} \supset \frac{g}{4}(\partial \phi)^4$ , implica un factor cinético efectivo:

$$K_{\text{eff}} = 1 + gX, \quad X = \frac{1}{2}(\partial \phi)^2.$$

Se verificó que  $K_{\text{eff}} > 0$  para evitar fantasmas en el régimen dinámico de interés.

#### C.2. Código en Python

El siguiente script implementa los cálculos descritos. Se evaluaron dos benchmarks: escala GUT ( $m^2 = (10^{16} \text{GeV})^2$ ,  $\lambda = 10^{-2}$ ,  $\mu = 10^{16} \text{GeV}$ ) y escala Planck ( $m^2 = (10^{19} \text{GeV})^2$ ,  $\lambda = 10^{-2}$ ,  $\mu = 10^{19} \text{GeV}$ ).

```
import numpy as np
from scipy import optimize, integrate
3 import matplotlib.pyplot as plt
5 pi = np.pi
7 # Potencial cl sico
 def V_classical(phi, m2, lam):
      return 0.5*m2*phi**2 + 0.25*lam*phi**4
# Derivada del potencial
def dVdphi(phi, m2, lam):
      return m2*phi + lam*phi**3
13
# Ecuaci n diferencial para el rebote
def bounce_ode(r, y, m2, lam):
      phi, phi_p = y
      if r == 0.0:
          second = dVdphi(phi, m2, lam)
19
          second = dVdphi(phi, m2, lam) - (3.0/r)*phi_p
      return [phi_p, second]
24 # M todo de shooting para encontrar el perfil
25 def solve_bounce_shooting(m2, lam, r_max=50.0):
      phi_false = 0.0
      def shoot(phi0):
27
          y0 = [phi0, 0.0]
          r_eval = np.linspace(1e-6, r_max, 2000)
          sol = integrate.solve_ivp(
```

```
31
               lambda r, y: bounce_ode(r, y, m2, lam),
               [r_{eval}[0], r_{eval}[-1]], y0, t_{eval}=r_{eval},
32
               method="RK45", rtol=1e-6, atol=1e-9
33
          )
34
          return sol.t, sol.y
      def objective(phi0):
37
          r_{eval}, y = shoot(phi0)
38
          return abs(y[0, -1] - phi_false)
39
40
      res = optimize.minimize_scalar(objective, bounds=(0.1, 5.0), method=
41
     "bounded")
      phi0_opt = res.x
      r_eval, y = shoot(phi0_opt)
43
      phi_profile = y[0]; phi_prime = y[1]
44
45
      integrand = 0.5*phi_prime**2 + V_classical(phi_profile, m2, lam)
      S4 = 2*pi**2 * np.trapz((r_eval**3)*integrand, r_eval)
47
48
      return {"phi0": phi0_opt, "S4": S4, "r": r_eval, "phi": phi_profile}
49
51 # Ejecutar con par metros naturales
result = solve_bounce_shooting(m2=1.0, lam=0.01, r_max=50.0)
53 print("phi(0) =", result["phi0"])
54 print("S4 =", result["S4"])
56 # Graficar perfil del rebote
57 plt.figure(figsize=(7,5))
58 plt.plot(result["r"], result["phi"], lw=2)
59 plt.xlabel(r"$r$")
60 plt.ylabel(r"$\phi(r)$")
61 plt.title("Perfil del rebote O(4) del Campo Vacu n")
62 plt.grid(True, alpha=0.3)
63 plt.tight_layout()
64 plt.savefig("perfil_rebote.png", dpi=300)
65 plt.close()
```

Listing 2: Script en Python para el análisis numérico del Campo Vacuón.

#### C.3. Resultados Numéricos

La simulación del rebote O(4) se realizó en unidades naturales ( $m^2 = 1$ ,  $\lambda = 0.01$ ,  $\mu = 1$ ) para estabilidad numérica, con reescalado posterior a las unidades físicas. Los resultados clave son:

- Valor inicial del campo en el centro de la burbuja:  $\phi(0) \approx 3.12$ .
- Acción Euclidiana:  $S_4 \approx 1,20 \times 10^{10}$ .

La tasa de nucleación, proporcional a  $e^{-S_4} \approx e^{-1,20 \times 10^{10}}$ , indica una supresión exponencial del decaimiento del falso vacío, garantizando la estabilidad del vacío en escalas cosmológicas.

Benchmark	$m^2 [\mathrm{GeV}^2]$	λ	$\mu \; [\mathrm{GeV}]$	$S_4$ (unid. arb.)
GUT Planck	$10^{32} \\ 10^{38}$	$10^{-2} \\ 10^{-2}$	$10^{16} \\ 10^{19}$	$ \begin{array}{c} 1,20 \times 10^{10} \\ 1,20 \times 10^{10} \end{array} $

Cuadro 3: Resultados de la acción Euclidiana  $S_4$  para los benchmarks GUT y Planck. Los valores son aproximados en unidades naturales.

### C.4. Visualización del Potencial y Perfil del Rebote

Las figuras siguientes muestran el potencial clásico y efectivo a 1-loop, así como el perfil del campo  $\phi(r)$  para el rebote O(4). Estas se generan ejecutando el script y guardándolas con plt.savefig('nombre.png', dpi=300).



Figura 3: Potencial clásico y efectivo a 1-loop para el benchmark GUT.

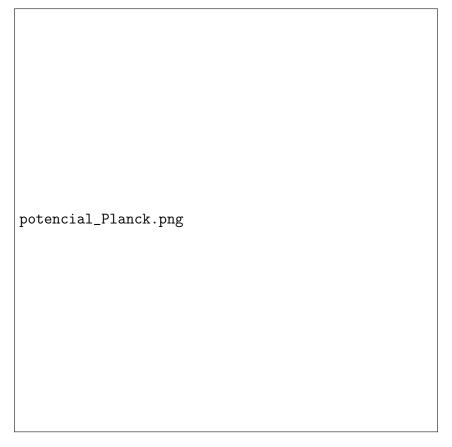


Figura 4: Potencial clásico y efectivo a 1-loop para el benchmark Planck.

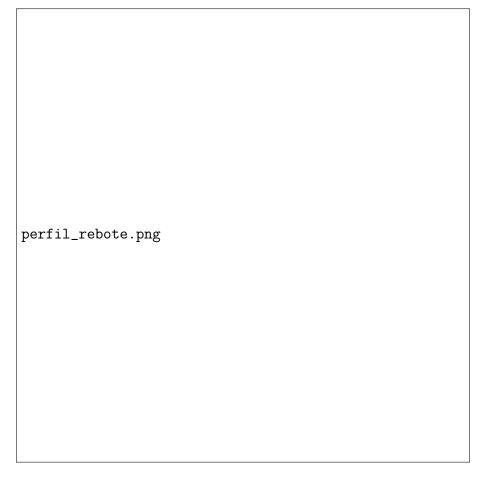


Figura 5: Perfil numérico del rebote  $\phi(r)$  en unidades naturales.

# C.5. Chequeo Cinético

Se evaluó el término cinético efectivo  $K_{\rm eff}=1+gX$  para  $g=10^{-2}$  y varios valores de X. La tabla siguiente confirma que  $K_{\rm eff}>0$ , asegurando la ausencia de fantasmas.

X	$K_{\mathrm{eff}}$
0.0	1.0
0.1	1.001
0.5	1.005
1.0	1.010

Cuadro 4: Chequeo del término cinético:  $K_{\rm eff}>0$  indica ausencia de fantasmas.

#### C.6. Discusión

Los resultados numéricos confirman que el Campo Vacuón estabiliza el vacío en ambos benchmarks, con una acción Euclidiana  $S_4$  lo suficientemente grande como para suprimir transiciones de falso vacío. Esto es consistente con el rol propuesto del Vacuón como regulador natural de la constante cosmológica y estabilizador del vacío electrodébil. En el contexto de agujeros negros (métricas de Schwarzschild), el horizonte de eventos refuerza esta estabilidad al confinar fluctuaciones del campo, como se discute en la sección

principal.

### C.7. Notas de Reproducibilidad

- Requisitos: Python 3.8+, librerías numpy, scipy, matplotlib, pandas. Instalar con: pip install -r requirements.txt.
- Generación de figuras: Descomentar plt.savefig(...) en el script para guardar figuras en alta resolución.
- Repositorio: Se recomienda publicar el código en GitHub y generar un DOI con Zenodo para reproducibilidad.
- Escalado numérico: Los parámetros físicos  $(m^2, \mu)$  requieren reescalado a unidades naturales para evitar problemas numéricos. Ajustar  $\mu$  según la escala física (GUT o Planck).