Stærðfræðimynstur skiladæmi 2

1. $P(x) = x$ hefur tíma til að læra
$R(x) = x$ hefur tíma fyrir félagslíf.
$Q(x) = x$ hefur tíma fyrir svefn.
Óðalið er: allir háskólanemar

$\neg\exists x, P(x) \wedge R(x) \wedge Q(x)$ og neitun við því væri: $\exists x, P(x) \wedge R(x) \wedge Q(x)$

samlagningarandhverfa hennar. svo $m+n=0$

2. ⓐ $\forall n, \exists m : n + m = 0$ er sönn því fyrir hverja jákvæða heiltölu er til neikvæð heiltala þannig að útkoman yrði 0, eins og -5 og 5. Ef ein talan er 0 verður hin talan líka 0. Líka öfugt, fyrir hverja neikvæða tölu er til

ⓑ $\exists n, \forall m : n + m = 0$ er ósönn því fyrir hverja heiltölu geturðu fundið heiltölu sem er ekki samlagningasamhverfa hennar.

ⓒ $\forall n, \exists m : \frac{n}{m} = \frac{1}{n}$ er ósönn því ef n er 0 er vinstri liðurinn $\frac{0}{m} = 0$ og hægri liðurinn $\frac{1}{0}$ sem er óskilgreint.

ⓓ $\exists n, \forall m : nm = m$ er sönn því fyrir $n = 1$ eru allar heiltölur m margfaldaðar við hana jafnt og m, t.d. $1 \cdot 5 = 5$ $1 \cdot 0 = 0$ og $1 \cdot (-5) = -5$

ⓔ $\exists n, \exists m : n^m = m$ er sönn því t.d. $n=1$ og $m=1$ gefa $1^1 = 1$

ⓕ $\exists n, \forall m : n^2 - m^2 < 0$ er ósönn því allar heiltölur í öðru veldi eru 0 eða stærri og þegar $m=0$ er $n \geq 0$ og $n^2 - 0$ getur ekki verið minna en 0.

ⓖ $\forall n, \exists m : n + m = 0 \wedge nm > 0$ er ósönn því ef $n=0$ þarf m að vera 0 og $0 \cdot 0$ er ekki stærra en 0.

ⓗ $\forall n, \exists m, \exists p : n = m^p \wedge m \neq n$ er ósönn því ef $n=0$ er ekki til heiltala sem er ekki 0 þannig að $0 = m^p$.

2. i) $\forall n, \forall m, \exists p : p = (mn)/2$ er ósonn tí ef $n=7$ og $m=1$ er $7/2 = 3{,}5$ sem er ikki heiltala og p getur tí ikki verið $3{,}5$.

3. $((q \vee r) \to p) \wedge (\neg t) \wedge (p \to t) \Rightarrow \neg q$

$((q \vee r) \to p) \wedge (\neg t) \wedge (p \to t)$

$((q \vee r) \to p) \wedge \neg p$ (modus tollens)

$\neg p \wedge ((q \vee r) \to p$

$\neg(q \vee r)$ (modus tollens)

$\neg q \wedge \neg r$ De Morgan

$\neg q$ Og-eyðing

4. a G.r.f. að n sé oddatala. Þá er hægt að tákna hana $2k+1$ skv. skilgreiningu.

Þá er $n^2+1 = (2k+1)^2+1$

$$= 4k^2+4k+2$$

$$= 2(2k^2+2k)+2$$

Þar sem $2(2k^2+2k)$ er augljóslega slétt skv $n=2k$ skilgreiningunni er það tvöfaldað + 2 líka slétt tala skv. almennum reiknireglum.

Stæ. mynstur 2 ③

5. Látum $P(x) = x$ á hús og $Q(x) =$ er háskólanemi

ⓐ Sönn

ⓑ Ósönn því fyrri hluti er að um alla gildir að þeir eiga annað hvort hús eða eru háskólanemar. Seinni hlutinn segir að allir eiga hús eða allir eru háskólanemar.

ⓒ Ósönn, því í fyrri hluta er til einhver sem á hús og er háskólanemi, þ.a.s. sama manneskjan en í seinni hluta er einhver sem á hús og einhver sem er háskólanemi, sem geta verið mismunandi manneskjur.

ⓓ Sönn

7 ⓐ $(x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \ldots \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \ldots \wedge \neg x_n) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \ldots \wedge x_n)$

ⓑ $\exists x, \exists y \in M : P(x) \wedge P(y) \wedge x \neq y$

8. $F(x,y): x<y \qquad G(f,x,y): \neg f \vee (f \wedge x>y)$

$$\forall (x,y) \in M : G(F(x,y), x, y)$$

$$= \neg(x<y) \vee (x<y \wedge x>y)$$

$$= x \geq y \vee F$$

Þal M er mengi allra rauntölupara þar sem $x \geq y$