

# TÖL304G

## Forritunarmál

### Verkefnablað 3 — Lausnir

Snorri Agnarsson

15. september 2020

## Efnisyfirlit

### 1 Hópverkefni — Group Problems

1

## 1 Hópverkefni — Group Problems

Íhugið eftirfarandi  $\lambda$ -segðir. Consider the following  $\lambda$ -expressions.

- Skriðið Scheme segðir (mega vera Scheme föll) sem jafngilda þeim. Athugið að í  $\lambda$ -reikningi merkir segð  $xy$  fallið  $x$  beitt á viðfang  $y$ , ekki  $x$  margfaldað með  $y$ . Í Scheme myndum við skrifa  $(x\ y)$  til að fá þessa merkingu. Hins vegar leyfum við okkur í  $\lambda$ -reikningi að nota millitáknun fyrir reikniaðgerðir og þess vegna samsvarar  $\lambda$ -segðin  $x*y$  Scheme segðinni  $(*\ x\ y)$ . Í  $\lambda$ -reikningi má að ósekju bæta við svigum án þess að merking breytist, en í Scheme þá má hvorki bæta við svigum né fækka þeim án þess að merkingin breytist.

Write Scheme expressions (may be Scheme functions) that are equivalent to them. Note that in  $\lambda$ -calculus an expression  $xy$  means that the function  $x$  is applied to the argument  $y$ , not  $x$  multiplied by  $y$ . In Scheme we would write  $(x\ y)$  to get this meaning. On the other hand we allow ourselves to use infix notation for arithmetic operations and therefore the  $\lambda$ -expression  $x * y$  corresponds to the Scheme expression  $(*\ x\ y)$ . In *lambda*-calculus we can add more parentheses without changing the meaning of the expression, but in Scheme we can neither add parentheses nor remove parentheses without changing the meaning.

- Ef segðin skilar einföldu gildi (t.d. tölu) skal tiltaka hvert gildið er.  
If the expression returns a simple value (e.g. a number) you should specify the value.

- Ef segðin skilar e sýnið þá, ef hægt er, hvernig nota má fallið í segð sem skilar einföldu gildi.

If the expression returns a function, then show, if possible how the function can be used in an expression that returns a simple value.

- Tiltakið hvaða breytur eru frjálsar í hverri segð (ef einhver er). Athugið að hér er spurt um hvort breytan er frjáls í heildarsegðinni, ekki aðeins einhverri undirsegð.

Specify what variables are free in each expression (if any). Note that the question is whether the variable is free in the total expression, not just in some subexpression.

- Endurskrifið einnig  $\lambda$ -segðina sem aðra  $\lambda$ -segð með sömu merkingu og skiptið um breytunöfn þar sem það er hægt *án þess að merking hennar breytist* og notið breytunöfn  $a, b$ , o.s.frv. í stað  $x, y$ , o.s.frv.

Also rewrite the  $\lambda$ -expression to another  $\lambda$ -expression with the same meaning and replace variable names where possible *without changing the meaning* and use the variable names  $a, b$ , etc. instead of  $x, y$ , etc.

Athugið að hér erum við að nota smá viðbætur við venjulegan  $\lambda$ -reikning, sem eru samt ansi hefðbundnar. Við leyfum okkur t.d. að skrifa  $x + y$  og ætlumst til að segðin  $5 + 3$  sé umrituð í segðina 8 ef sá möguleiki verður til staðar.

Note that here we are allowing ourselves to use slight extensions to basic  $\lambda$ -calculus, where are, however, quite conventional. We allow ourselves, for example, to write  $x * y$  and require that the expression  $5 * 3$  be rewritten as 15 if that possibility becomes possible.

1.  $\lambda x. (\lambda y. (x + y) * y)$

**Svar/Answer:**

**Scheme seqð/expression:**

(lambda (x) (lambda (y) (\* (+ x y) y)))

**Einfalt gildi/Simple value:**

Nei.

**Notkun falls/Use of function:**

(( $\lambda x. (\lambda y. (x + y) * y)$ )1)2 skilar/returns 6.

**Frjálsar breytur/Free variables:**

Engar/None.

**Endurskrift með öðrum breytum/Rewriting with other variables:**

$$\lambda a. (\lambda b. (a + b) * b)$$

2.  $((\lambda x. (\lambda y. (x + y) * y)) 3) 4$

**Svar/Answer:**

**Scheme seqð/expression:**

$$(((\text{lambda } (x) (\text{lambda } (y) (* (+ x y) y))) 3) 4)$$

**Einfalt gildi/Simple value:**

28

**Notkun falls/Use of function:**

Óviðeigandi/Not applicable.

**Frjálsar breytur/Free variables:**

Engar/None.

**Endurskrift með öðrum breytum/Rewriting with other variables:**

$$((\lambda a. (\lambda b. (a + b) * b)) 3) 4$$

3.  $((\lambda x. (\lambda y. (x (xy)))) (\lambda x. x^3)) 2$

**Svar/Answer:**

**Scheme seqð/expression:**

$$(((\text{lambda } (x) (\text{lambda } (y) (x (x y)))) (\text{lambda } (x) (* x x x))) 2)$$

**Einfalt gildi/Simple value:**

512.

**Notkun falls/Use of function:**

Óviðeigandi/Not applicable.

**Frjálsar breytur/Free variables:**

Engar/None.

**Endurskrift með öðrum breytum/Rewriting with other variables:**

$$((\lambda a. (\lambda b. (a (ab)))) (\lambda a. a^3)) 2$$

## Einstaklingsverkefni — Individual Assignments

Íhugið eftirfarandi  $\lambda$ -segðir og gerið það sama fyrir þær og gert var í hópverkefninu fyrir segðirnar þar.

Consider the following  $\lambda$ -expressions and do the same for them as was done for the expressions in the group assignment.

1.  $\lambda x. ((x * z) / z)$

**Svar/Answer:**

**Scheme seqð/expression:**

$(\text{lambda } (x) (/ (* x z) z))$

**Einfalt gildi/Simple value:**

Nei.

**Notkun falls/Use of function:**

$(\lambda x. ((x * z) / z))^2$  skilar 2 ef  $z$  er til og inniheldur tölu aðra en 0.

**Frjálsar breytur/Free variables:**

$z$ .

**Endurskrift með öðrum breytum/Rewriting with other variables:**

$\lambda a. ((a * z) / z)$

2.  $\lambda x. (\lambda y. (\lambda z. y (x (yz))))$

**Svar/Answer:**

**Scheme seqð/expression:**

$(\text{lambda } (x) (\text{lambda } (y) (\text{lambda } (z) (y (x (y z))))))$

**Einfalt gildi/Simple value:**

Nei.

**Notkun falls/Use of function:**

$((((\lambda x. (\lambda y. (\lambda z. y (x (yz)))))(\lambda x. x + 1))(\lambda x. x^2))^2$  skilar/returns 25 =  $(2^2 + 1)^2$ .

**Frjálsar breytur/Free variables:**

Engar/None.

**Endurskrift með öðrum breytum/Rewriting with other variables:**

$\lambda a. (\lambda b. (\lambda c. b (a (bc))))$ .