Stærðfræðimynstur skiladæmi 2

1. $P(x)$ = x hefur ekki tíma til að læra
   $R(x)$ = x hefur tíma fyrir félagslíf.
   $Q(x)$ = x hefur tíma fyrir svefn.
   Óðalið er: allir háskólanemar

$\neg\exists x, P(x) \wedge R(x) \wedge Q(x)$ og neitun við því væri: $\exists x, P(x) \wedge R(x) \wedge Q(x)$

samlagningarandhverfa hennar. svo $m+n=0$

2. a) $\forall n, \exists m : n+m=0$ er sönn því fyrir hverja jákvæða heiltölu er til neikvæð heiltala þannig að útkoman yrði 0, eins og -5 og 5. Ef ein talan er 0 verður hin talan líka 0. Líka öfugt, fyrir hverja neikvæða tölu er til

b) $\exists n, \forall m : n+m=0$ er ósönn því fyrir hverja heiltölu geturðu fundið heiltölu sem er ekki samlagningasamhverfa hennar.

c) $\forall n, \exists m : \frac{n}{m} = \frac{1}{n}$ er ósönn því ef n er 0 er vinstri liðurinn $\frac{0}{m}=0$ og hægri liðurinn $\frac{1}{0}$ sem er óskilgreint.

d) $\exists n, \forall m : nm=m$ er sönn því fyrir $n=1$ eru allar heiltölur m margfaldaðar við hana jafnt og m, t.d. $1 \cdot 5 = 5$, $1 \cdot 0 = 0$ og $1 \cdot (-5) = -5$

e) $\exists n, \exists m : n^m = m$ er sönn því t.d. $n=1$ og $m=1$ gefa $1^1=1$

f) $\exists n, \forall m : n^2 - m^2 < 0$ er ósönn því allar heiltölur í öðru veldi eru 0 eða stærri og þegar $m=0$ er $n \geq 0$ og $n^2 - 0$ getur ekki verið minna en 0.

g) $\forall n, \exists m : n+m=0 \wedge nm>0$ er ósönn því ef $n=0$ þarf m að vera 0 og $0 \cdot 0$ er ekki stærra en 0.

h) $\forall n, \exists m, \exists p : n = m^p \wedge m \neq n$ er ósönn því ef $n=0$ er ekki til heiltala sem er ekki 0 þannig að $0 = m^p$.

2. i) $\forall n, \forall m, \exists p : p = (mn)/2$ er ósonn tí ef $n=7$ og $m=1$ er $7/2 = 3{,}5$ sum er ikki heiltala og p getur tí ikki verið 3,5.

3. $((q \vee r) \to p) \wedge (\neg t) \wedge (p \to t) \Rightarrow \neg q$

$((q \vee r) \to p) \wedge (\neg t) \wedge (p \to t)$
$((q \vee r) \to p) \wedge \neg p$ (modus tollens)
$\neg p \wedge ((q \vee r) \to p$
$\neg (q \vee r)$ (modus tollens)
$\neg q \wedge \neg r$ De Morgan
$\neg q$ Og-eyðing

Stæ. mynstur 2

③

5. Látum $P(x) = x$ á hús og $Q(x) =$ er háskólanemi

ⓐ Sönn

ⓑ Ósönn því fyrri hluti er að um alla gildir að þeir eiga annað hvort hús eða eru háskólanemar. Seinni hlutinn segir að allir eiga hús eða allir eru háskólanemar.

ⓒ Ósönn, því í fyrri hluta er til einhver sem á hús og er háskólanemi, þ.a.s. sama manneskjan en í seinni hluta er einhver sem á hús og einhver sem er háskólanemi, sem geta verið mismunandi manneskjur.

ⓓ Sönn

7 ⓐ $(x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \ldots \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \ldots \wedge \neg x_n) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \ldots \wedge x_n)$

ⓑ $\exists x, \exists y \in M : P(x) \wedge P(y) \wedge x \neq y$

4. ⓐ G.r.f. að n sé oddatala. Þá er hægt að tákna hana $2k+1$ skv. skilgreiningu.

Þá er $n^2+1 = (2k+1)^2+1$

$$= 4k^2+4k+2$$

$$= 2(2k^2+2k)+2$$

Þar sem $2(2k^2+2k)$ er augljóslega slétt skv $n=2k$ skilgreiningunni er það tvöfaldað + 2 líka slétt tala skv. almennum reiknireglum.

8. $F(x,y): x<y \qquad G(f,x,y): \neg f \vee (f \wedge x>y)$

$\forall (x,y) \in M: G(F(x,y), x, y)$

$= \neg(x<y) \vee (x \not< y \wedge x>y)$

$= x \geq y \vee F$

Ö$\eth$al M er mengi allra rauntölupara par sem $x \geq y$