Skilaverkefni 1

Arnar Sigurðsson, ars98@hi.is

31. ágúst 2021

Lausn á verkefni 1

a) *Reykjavík er höfuðborg Íslands.* er yrðing því um er að ræða staðhæfingu sem er sönn eða ósönn. Í þessu tilfelli er hún sönn því það er staðreynd að Reykjavík er höfuðborg Íslands.

b) $1 + 1 = 3$ er einnig yrðing því um er að ræða staðhæfingu sem er sönn eða ósönn. Þessi yrðing er ósönn því $1 + 1$ er jafnt og 2 eins og sést augljóslega með einföldum reikning.

c) *Hvar er húfan mín?* er ekki yrðing þar sem ekki er um að ræða staðhæfingu sem er sönn eða ósönn.

d) $5 + 7 \leq 12$ er yrðing því um er að ræða staðhæfingu sem er rétt eða röng og í þessu tilfelli er hún rétt því $5 + 7$ er jafnt og 12 sem er jafnt eða minna en 12.

e) $x + 1 = 1$ er ekki yrðing því ómögulegt er að vita hvort hún sé sönn eða ósönn því við vitum ekki fyrir hvað x á að standa..

f) *Ójafnan $x + 5 > 6$ er sönn fyrir sérhverja jákvæða heiltölu x* er yrðing því vitað er að x er alltaf yfir 5 svo þar með er engin óvissa um sannleiksgildið. Þar með vitum við einnig að yrðingin er sönn.

Lausn á verkefni 2

a) Notum sanntöflu til að athuga hvort $\neg p \vee \neg(\neg q \vee (\neg p \vee q))$ sé sísanna.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p \vee q)$	$\neg(\neg q \wedge (\neg p \vee q))$	$\neg p \vee \neg(\neg q \vee (\neg p \vee q))$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1

Tafla 1: Sanntafla sem kannar hvort $\neg p \vee \neg(\neg q \vee (\neg p \vee q))$ sé sísanna

b) Notum jafngildisreglur til að athuga hvort $\neg p \vee \neg(\neg q \vee (\neg p \vee q))$ sé sísanna.

$$
\begin{aligned}
\neg p \vee \neg(\neg q \wedge (\neg p \vee q)) &\equiv \neg p \vee \neg((\neg q \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge q)) && \text{(Dreifiregla)}\\
&\equiv \neg p \vee \neg(\neg q \wedge \neg p) && \text{(Neitunarregla)}\\
&\equiv \neg p \vee \neg(\neg q) \vee \neg(\neg p) && \text{(De Morgan)}\\
&\equiv \neg p \vee q \vee p && \text{(Tvöföld neitun)}\\
&\equiv T \vee q && \text{(Neitunarregla)}\\
&\equiv T && \text{(Yfirgnæfðarregla)}
\end{aligned}
$$

Lausn á verkefni 3

Ef $P(x)$ er umsögnin

Bókin er x

q er yrðingin

Bókin er uppseld

og r er yrðingin

Jón vill lesa bókina

a) Yrðingin *Ef bókin er skáldsaga, þá vill Jón lesa hana.* er táknuð
$P(\text{Skáldsaga}) \to r$ eða $P(x) \to r$ þar sem x er Skáldsaga.

b) Yrðingin *Bókin er uppseld ef hún er fræðibók* er táknuð
$P(\text{Fræðibók}) \to q$ eða $P(x) \to q$ þar sem x er Fræðibók.

c) Yrðingin *Bókin er uppseld aðeins ef hún er fræðibók* er táknuð
$q \to P(\text{Fræðibók})$ eða $q \to P(\text{Fræðibók})$ þar sem x er Fræðibók.

d) Yrðingin *Að bókin sé ævisaga er nauðsynlegt skilyrði til þess að Jón vilji ekki lesa hana* er táknuð
$\neg r \to P(\text{Ævisaga})$ eða $\neg r \to P(\text{Ævisaga})$ þar sem x er Ævisaga.

e) Yrðingin *Bókin er uppseld þá og því aðeins að bókin sé fræðibók* er táknuð
$P(\text{Fræðibók}) \leftrightarrow q$ eða $P(x) \leftrightarrow q$ þar sem x er Fræðibók.

f) Yrðingin *Ef bókin er uppseld og hún er ævisaga, þá vill Jón ekki lesa hana.* er táknuð
$P(\text{Ævisaga}) \wedge q \to \neg r$ eða $P(x) \wedge q \to \neg r$ þar sem x er Ævisaga.

Lausn á verkefni 4

Látum óðalið vera mengi Íslendinga, *P(x): x hefur farið til Raufarhafnar* og *Q(x): x notar tölvu í sínu daglega lífi.*

a) $\exists x, P(x)$ væri á eðlilegu máli: Það er til Íslendingur sem hefur farið til Raufarhafnar.

b) $\forall x, \neg(P(x) \wedge Q(x))$ væri á eðlilegu máli: Enginn Íslendingur hefur bæði farið til Raufarhafnar og notar tölvu í sínu daglega lífi.

c) $\forall x, P(x) \rightarrow \neg Q(x)$ væri á eðlilegu máli: Allir Íslendingar sem hafa farið til Raufarhafnar nota ekki tölvu í sínu daglega lífi.

d) $\neg\exists x, \neg Q(x)$ væri á eðlilegu máli: Það er ekki til Íslendingur sem notar ekki tölvu í sínu daglega lífi.