Strjálfræðimynstur 4

1. (a) function sum (n : integer)

```
    s = 0
    for i ← 1 to n do
        s = s + (n · n)
    return s
```

(b) function fun (n : integer)

```
    if n = 0
        return 1
    if n = 1
        return 1
    else return (2 · fun(n-1) + 3 · fun(n-2))
```

2. (a) Ef við tökum vitni $C=2$ og $k=2$ fæst að $\frac{x^4+x^2+1}{x^3} < C \cdot x$ og því er $f(x) = O(x)$.

(b) $\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\left(1+\frac{5}{x^3}\right) = O(1)$. Ef við tökum vitnin $C=2$ og $k=5$ þá fæst út $\left(1+\frac{1}{5^2}\right)\left(1+\frac{5}{5^3}\right) < 2 \cdot 1$ og því er $f(x) = O(1)$

(c) Ef við tökum vitnin $C=3$ og $k=2$ fæst $\frac{\log 4}{\log 2} < 3 \cdot 1$ og því er $f(x) = O(1)$

3. $a(n) = O(n \log n)$, $b(n) = O(n^{1/2})$, $c(n) = O(\log n)$
$d(n) = O(n^n)$, $e(n) = O(n)$, $f(n) = O(n^{\pi})$
$g(n) = O(n!)$, $h(n) = O(n^{1000})$, $i(n) = O(5^n)$

Í røð frá minnsta vaxtarhraða:

$c(n) = O(\log n)$
$e(n) = O(n)$
$a(n) = O(n \log n)$
$b(n) = O(n^{1/2})$
$f(n) = O(n^{\pi})$
$h(n) = O(n^{1000})$
$i(n) = O(5^n)$
$g(n) = O(n!)$
$d(n) = O(n^n)$

4. $p = FE$, $m=2$ og COVFEFE, $n=7$
Þá byrjar s í 0 og athugar skilyrðið í while lykkjunni. t_{s+j} er ekki jafnt og p_j og svo er j minna en m svo þá hækkar s um 1. Það sama gerist í $s = 1, 2$ j hækkar ekki yfir 1. Í $s = 3$ er svo $t_4 = p_1$ eða $F = F$. Þá fer j upp og verður 2. Næsta umferð verður $t_5 = p_2$ sem er $E = E$ svo j hækkar upp í 3. Þá gildir while-lykkjan ekki en if setningin gildir því $3 > 2$ og prentast þá "3 is a valid shift". Næst fer s í 4 og þá stenst while-lykkjan ekki en $t_5 \neq p_1$ eða $E \neq F$. Í $s = 5$ gengur while-lykkjan aftur og er þá j hækkað tvisvar því $F = F$ og $E = E$ í $j = 1$ og $j = 2$. Þá fer j uppí 3 og kemst inn í if setninguna og skilar "5 is a valid shift.
Þar sem for-lykkjan fer upp í $n - m = 5$

4. frh

Þá er $s=5$ síðasta skipti sem fallið keyrir.

Keyrsla:	s	j
	0	1
	1	1
	2	1
	3	1-2-3 sem skilar valid shift
	4	1
	5	1-2-3 sem skilar valid shift.

(b) Þá fer string match í gegnum $n-m$ stafa-samanburði þar sem það ber saman $t_{s+j} = p_j$ fyrir hvert s sem byrjar í 0 til og með $n-m$ eða mismuninum á fjölda stafa. Það er þá $(n-m)+1$ fjöldi samanburða.

5 $(AB)C$: $\overset{3\times 4}{AB} = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$ margf. og $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$ saml.
$ABC = 3 \cdot 4 \cdot 6 = 72$ margf. og $3 \cdot 3 \cdot 6 = 54$ saml.
Alls: 132 margf. og 102 samlagn.

$A(BC)$: $\overset{5\times 6}{BC} = 5 \cdot 4 \cdot 6 = 120$ margf. og $5 \cdot 3 \cdot 6 = 90$ saml.
$ABC = 3 \cdot 5 \cdot 6 = 90$ margf. og $3 \cdot 4 \cdot 6 = 54$ saml.
Alls $= 210$ margf. og 144 samlagn.

svo $(AB)C$ er betri kosturinn.

6. Þar sem $n^{10}2^n = O(2^n)$ því 2^n vex hraðar en n^{10} þá er í raun verið að bera saman 2^n og 10^n og þá er 10^n að vaxa hraðar en 2^n.