

Quelques modèles de Lotka-Volterra généralisés

On considère le modèle proie-prédateur suivant où x représente la proie et y le prédateur.

$$\begin{cases} \dot{x} &= x(\alpha - \beta y) \\ \dot{y} &= -y(\gamma - \delta x) \end{cases}.$$

Les constantes sont les suivantes

- $\alpha = 1,5$: taux de reproduction des proies
- $\beta = 0,05$: taux de mortalité des proies dû aux prédateurs rencontrés
- $\gamma = 0,5$: taux de mortalité des prédateurs
- $\delta = 0,05$: taux de reproduction des prédateurs dû aux proies rencontrées.

Le modèle (1) admet un défaut important : si les prédateurs disparaissent ($y = 0$), la population des proies diverge exponentiellement. Evidemment ce comportement n'est pas réaliste car d'autres contraintes existent sur les proies comme leur propre alimentation. C'est pourquoi on va modifier le modèle (1) en introduisant une boucle de rétroaction sur les proies. Ainsi, en supposant $\alpha' \in [0, \alpha]$,

$$\begin{cases} \dot{x} &= x(\alpha - \beta y - \alpha' x) \\ \dot{y} &= -y(\gamma - \delta x) \end{cases}$$

3.1 Déterminer mathématiquement les points stationnaires.

Analyse de séries temporelles sur le climat

Le but du TP est d'étudier des corrélations entre des séries temporelles liées à la température, au flux solaire irradiant ainsi qu'aux variations magnétiques.

Pour cela, on mesurera sur un siècle trois paramètres :

T_n : température globale du globe selon [1]

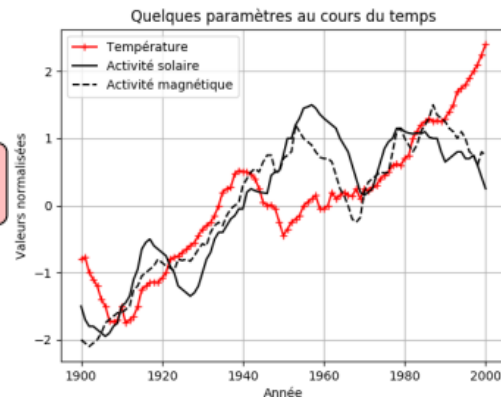
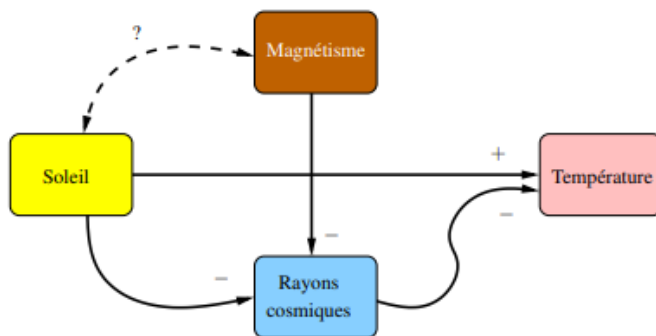
S_n : irradiation solaire corrigée de l'effet Albedo et de la rotondité de la Terre

B_n : indice mesurant l'activité magnétique de la Terre selon [2]

avec n l'indice de l'année considérée.

L'intérêt d'étudier simultanément ces trois paramètres est le suivant :

- Lorsque l'activité solaire augmente induisant une activité magnétique solaire plus intense (et visible par la présence de plus de taches solaires), il y a moins de flux de rayons cosmiques sur Terre car l'activité magnétique du Soleil les dévie en partie.
- Une grande activité magnétique sur la Terre diminue la quantité de rayons cosmiques arrivant sur Terre.
- Enfin une arrivée décroissante de rayons cosmiques sur la Terre induit une couverture plus faible de nuages bas. Ceci a pour effet de diminuer l'effet Albedo et donc d'augmenter la température.



On obtient comme R^2 les valeurs suivantes étant donné l'intervalle considéré : 0,507, puis 0,599 et enfin 0,083. La dernière valeur qui est sur l'intervalle 1950-2000 montre bien l'absence de lien linéaire (et finalement de lien naturel tout court) entre la température et l'activité du soleil. Ce qui montre que l'évolution de la température n'est plus liée au Soleil durant cette période.

Analyse de l'équation de Kaya

Le but de ce TD est de vous faire analyser quelques relations entre différentes métriques dont le lien commun est *in fine* la consommation de gaz à effet de serre (GES). Ces relations permettront de vous forger votre avis sur la politique à mener pour réduire ces émissions de gaz.

Pour cela, nous allons décomposer les émissions des GES selon l'équation de Kaya (*Kaya identity* en anglais)

$$GES = \frac{GES}{E} \times \frac{E}{PIB} \times \frac{PIB}{POP} \times POP \quad (1)$$

avec

- *GES* : émissions annuelles de gaz à effet de serre (en tCO₂eq/an)
- *E* : consommation d'énergie annuelle (en TWh/an, avec 1GW = 8,76TWh/an)
- *PIB* : produit intérieur brut annuel (en \$ ou €)
- *POP* : population (nombre de personnes)

Dans la suite nous allons nous intéresser à une analyse de chacun des termes constituant l'équation de Kaya.

Emissions de gaz à effet de serre (*GES*) :

- 1.1 Grâce au tableau 1 et en supposant consommer 60GtCO₂eq par an (chiffres actuels), combien faut-il d'années pour atteindre la consommation totale du budget restant suivant la cible de réchauffement considérée.

Cible de réchauffement	Budget carbone (GtCO ₂ eq)
1,5°C	400
1,7°C	700
2°C	1150

TABLE 1 – Budget carbone restant à émettre à partir de 2020 pour ne pas dépasser une cible de réchauffement avec probabilité au moins de 66% .

Décarbonation de l'énergie (GES/E) / Intensité énergétique du PIB (E/PIB) / PIB par personne (PIB/POP) / Nombre de personnes (POP)

Dans les facteurs sous forme de ratio, on parle d'optimisation et cela reporte inconsciemment la diminution réelle sur la population. On pourrait mettre le E comme dernier terme et cela induirait de parler de sobriété. On pourrait mettre le P IB et cela induirait de parler de décroissance économique.

La tableau suivant donne la réponse. On triple la durée possible en relâchant l'hypothèse forte de l'Accord de Paris et en acceptant l'objectif réel de l'Accord de Paris.

Cible de réchauffement	Années restantes
1,5°C	6 ans et 8 mois
1,7°C	11 ans et 8 mois
2°C	19 ans et 2 mois

TABLE 1 – Années restantes si consommation actuelle de CO₂eq identique.