



Institut
Mines-Télécom

PHY101

Technologies Quantiques

Leçon 2

Systèmes quantiques et espace de Hilbert



Qu'est ce qu'un système quantique ?

- Les effets quantiques sont plus marqués à **l'échelle microscopique**, influencés par la **longueur d'onde de De Broglie**

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad \text{ou encore} \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

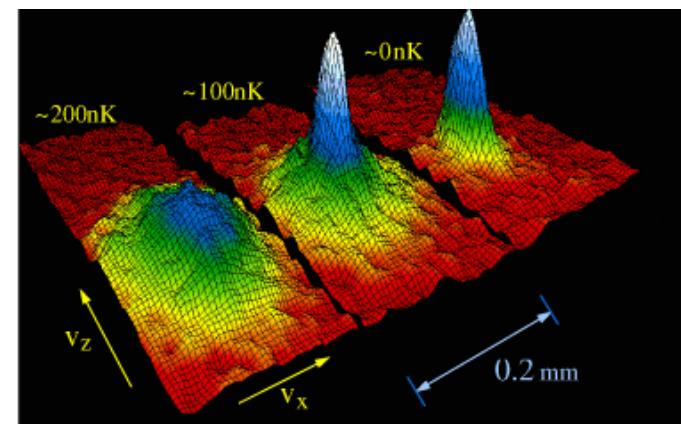


1929



Cette longueur caractérise la cohérence du paquet d'onde

- Le **refroidissement des gaz** permet d'observer des manifestations quantiques sur des échelles plus larges
- La **délimitation entre le domaine quantique et classique** requiert des expérimentations quantitatives (violation des inégalités de Bell) et d'autres analyses comparatives avec la physique classique.





Zoologie des systèmes quantiques (I)

- ❑ **Photons** : Particules de lumière sans masse, bosons de spin 1, avec deux états de polarisation. Ils sont utilisés en communication quantique en raison de leur vitesse et de leur insensibilité à la décohérence. Des ordinateurs quantiques à base de photons sont en développement
- ❑ **Électrons** : Composants fondamentaux des atomes et des matériaux, avec des propriétés de spin et de charge. Leur comportement quantique influence la formation de bandes d'énergie dans les matériaux, crucial pour comprendre les semi-conducteurs et les conducteurs
- ❑ **Ions piégés** : Atomes chargés électriquement, manipulables et piégeables dans des champs électromagnétiques. Leur état quantique peut être contrôlé avec précision, les rendant prometteurs pour les calculs quantiques



Zoologie des systèmes quantiques (II)

- ❑ **Niveaux d'énergie interne d'un atome** : États quantiques dans lesquels un électron peut se trouver autour du noyau d'un atome, donnant lieu à des spectres de raies caractéristiques utilisés pour l'identification des éléments et l'étude des interactions lumière-matière
- ❑ **Résonateurs nano-mécaniques** : Systèmes physiques oscillant à des fréquences élevées à l'échelle nanométrique, explorant les limites de la mécanique quantique à des échelles macroscopiques et utilisés dans des applications de capteurs ultra-sensible
- ❑ **Jonction de Josephson** : Effet Josephson générant un courant entre deux matériaux supraconducteurs, utilisé pour créer des qubits supraconducteurs et des détecteurs de haute précision pour mesurer des champs magnétiques, notamment dans les projets de Google et IBM

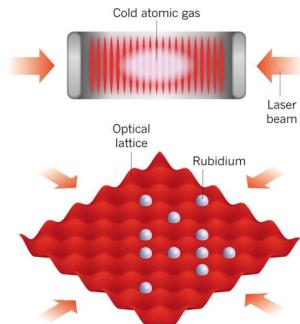
Zoologie des systèmes quantiques (III)

QUANTUM BOARD GAMES

The set-ups of quantum simulators are different, but the concept is the same: first take atoms, ions or electrons, cool them to cryogenic temperatures and arrange them in an orderly grid. Then tune the interactions on the grid to mimic a more complex material.

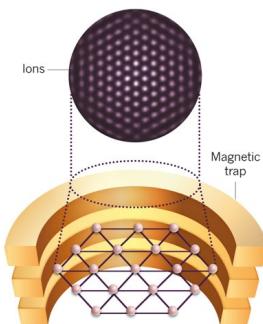
COLD ATOMS

Rubidium atoms are held in place by criss-crossed laser beams, which can also be used to tweak individual particles. A single pair of lasers holds the atoms in a one-dimensional column (top), whereas two pairs hold them in a grid (bottom). Some excitations in the grid system behave like the Higgs particle.



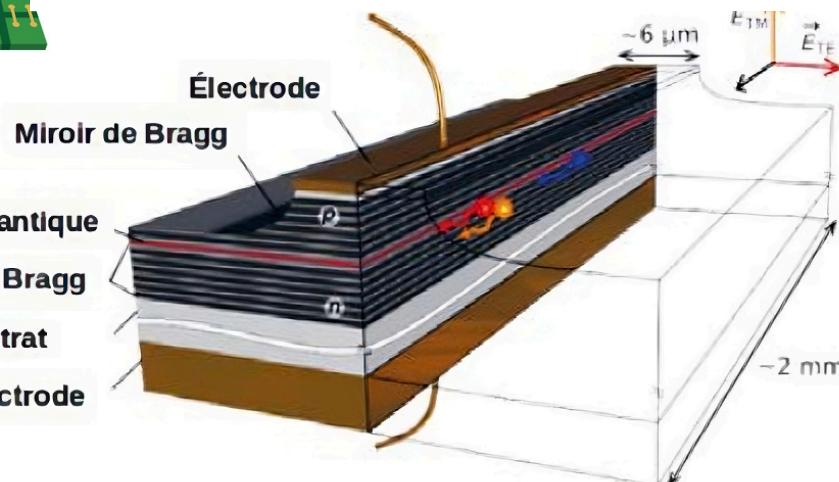
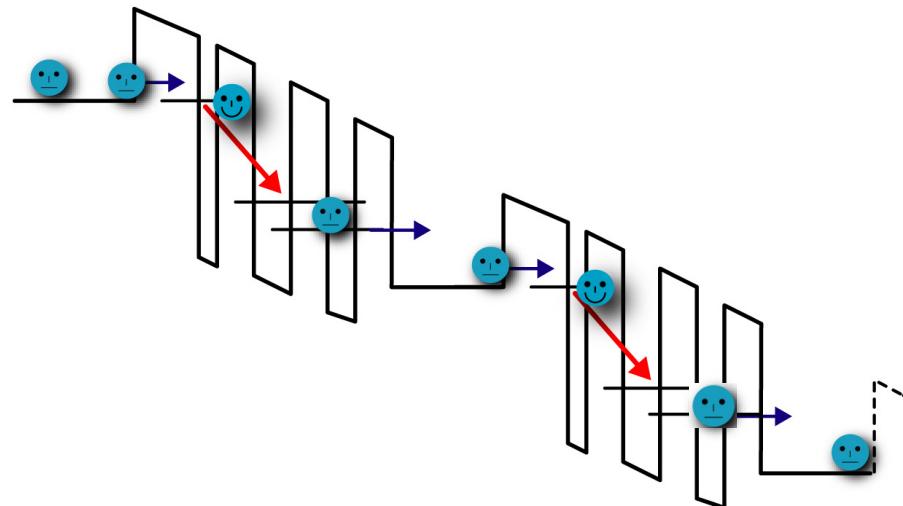
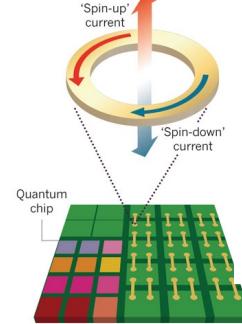
TRAPPED IONS

A combination of electric and magnetic fields trap charged, ionized atoms in an orderly grid. The ions wiggle and rotate in a way that mimics the interactions of quantum magnetism — a phenomenon that can't be simulated in classical systems.



SUPERCONDUCTING LOOP

A quantized loop of current can flow clockwise or in a superposition of both superconducting circuit (top). An array of (bottom) can be manipulated to simulate quantum systems — and perhaps even bi-processes such as photosynthesis.



Fonction d'onde et espace de Hilbert (I)

- Postulat : L'état d'un système mécanique quantique est entièrement défini par un vecteur $|\psi\rangle$ appartenant à un espace de Hilbert \mathcal{H}
- Cet espace de Hilbert dans lequel vit la fonction d'onde répond à toutes les contraintes expérimentales jusqu'à l'a observé
- \mathcal{H} est un espace vectoriel de dimension n sur le corps des complexes \mathbb{C} muni d'un produit scalaire défini positif
- Le fait que \mathcal{H} soit un espace vectoriel permet de construire la **superposition**

$$\psi_1, \psi_2 \in \mathcal{H} \quad \lambda_{1,2} \in \mathbb{C} \text{ tel que } \lambda_1\psi_1 + \lambda_2\psi_2 \in \mathcal{H}$$

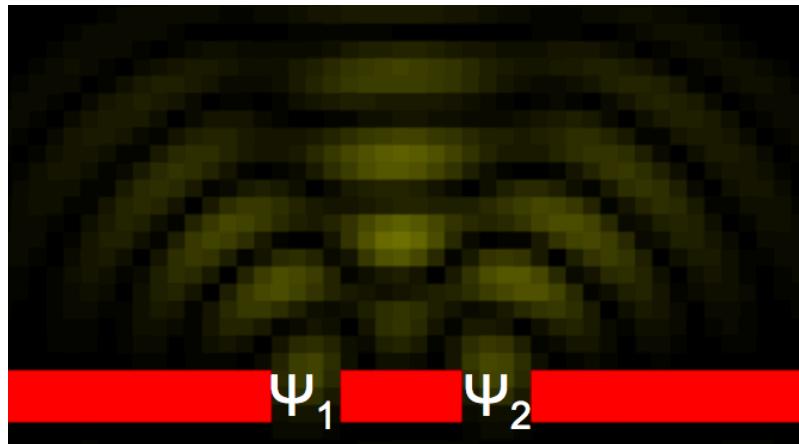
Ce formalisme permet de prédire avec succès les phénomènes d'interférences et de diffraction, des aspects clés de la physique quantique

Fonction d'onde et espace de Hilbert (II)

- Le **principe de superposition** est une condition essentielle à la formation d'une structure d'**espace vectoriel**

$$\psi \propto \psi_1 + \psi_2$$

$$P = |\psi|^2 \propto P_1 + P_2 + \psi_1^* \psi_2 + \psi_1 \psi_2^*$$



Interferences

Fonction d'onde et espace de Hilbert (III)

❑ Propriété d'un espace Hilbertien \mathcal{H}

Linéarité : $\langle \chi | \psi_1 + \lambda \psi_2 \rangle = \langle \chi | \psi_1 \rangle + \lambda \langle \chi | \psi_2 \rangle$

Propriété du complexe conjugué : $\langle \chi | \psi \rangle = \langle \psi | \chi \rangle^*$

Produit scalaire positif : $\langle \psi | \psi \rangle = 0 \rightarrow |\psi\rangle = 0$

❑ Décomposition dans une base orthonormée de \mathcal{H}

Relation d'orthogonalité : $\langle n | m \rangle = \delta_{nm}$

Relation de fermeture : $\sum_{n=1}^d |n\rangle \langle n| = \mathbb{I}_d$ **Matrice identité**

En appliquant un $|\psi\rangle$ par la droite à la relation de fermeture, on obtient :

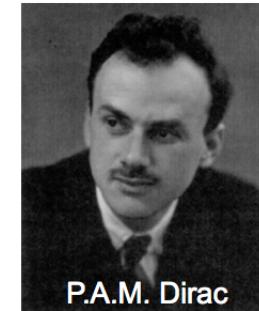
$$\mathbb{I}_d |\psi\rangle = \sum_{n=1}^d |n\rangle \langle n | \psi \rangle$$

Fonction d'onde et espace de Hilbert (IV)

- On obtient alors le développement de la fonction d'onde dans la base $|n\rangle$

$$|\psi\rangle = \sum_{n=1}^d \psi_n |n\rangle = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \psi_d \end{pmatrix}$$

Ket



$\psi_n = \langle n | \psi \rangle \in \mathbb{C}$ Amplitude de probabilité associée à l'état n

$|\langle n | \psi \rangle|^2 \in \mathbb{R}$ Probabilité associée à l'état n

- Le bra est défini par un vecteur appartenant à l'espace dual de l'espace de Hilbert

$$\langle \psi | = (\psi_1^* \ \psi_2^* \ \dots \ \psi_d^*)$$

Bra

Fonction d'onde et espace de Hilbert (V)

- Prenons maintenant un autre vecteur : $|\chi\rangle = \sum_{n=1}^d \chi_n |n\rangle$
- On peut définir le **produit scalaire** (ie., la distance) entre deux états :

$$\langle \chi | \psi \rangle = \sum_{n=1}^d \sum_{m=1}^d \chi_m^* \psi_n \underbrace{\langle m | n \rangle}_{\delta_{nm}} = \sum_{n=1}^d \chi_n^* \psi_n$$

ou encore de manière **matricielle**

$$\langle \chi | \psi \rangle = (\chi_1^* \ \chi_2^* \ \dots \ \chi_d^*) \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \psi_d \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^d \chi_n^* \psi_n \in \mathbb{C}$$

Braket

Fonction d'onde et espace de Hilbert (VI)

- Etats **orthogonaux** si et seulement si $\langle \chi | \psi \rangle = 0$

Deux états orthogonaux ne peuvent pas se superposer !

- **Norme d'un vecteur**

$$\|\psi\|^2 = \langle \psi | \psi \rangle = \sum_{n=1}^d |\psi_n|^2 = 1 \geq 0$$

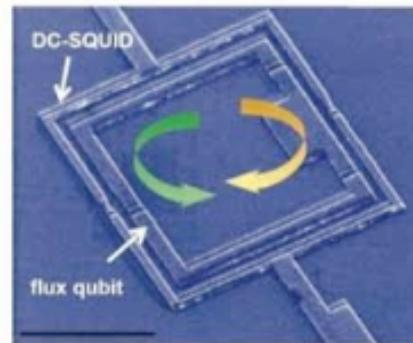
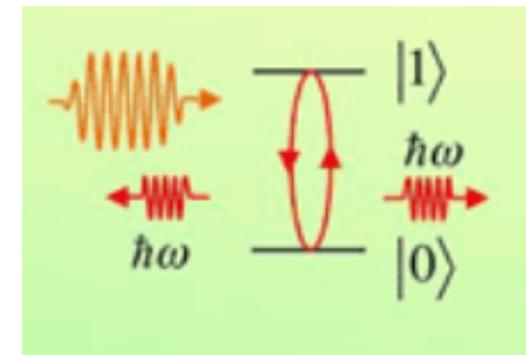
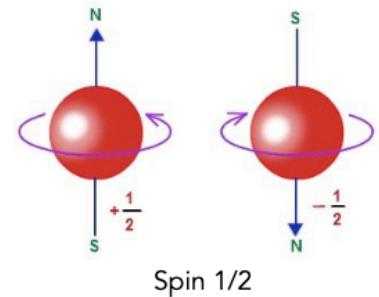
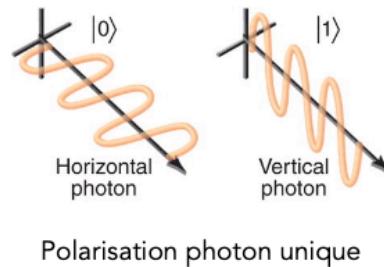
Cette somme est nécessairement égale à un puisque $|\psi_n|^2$ représente la probabilité de trouver le système quantique de l'état n

- La notation matricielle est très utile pour des espaces de faibles dimension, 2 ou 3. Pour des espaces de dimension infinie ($d \rightarrow +\infty$), la notation de Dirac sera indispensable notamment pour décrire la position et l'impulsion

Exemples d'espace de Hilbert (I)

□ Dimension 2

- Spin $\frac{1}{2}$, polarisation de photon unique
- Etats fondamentale-excité d'un atome
- Système atomiques artificiels
- Flux de qubit



Flux qubit

Exemples d'espace de Hilbert (I)

□ Le cas du qubit (voir leçon 4)

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

$$\langle\psi| = \alpha^* \langle 0| + \beta^* \langle 1| = (\alpha^* \ \beta^*)$$

$$\langle 0|1\rangle = 0 \quad \text{orthogonalité}$$

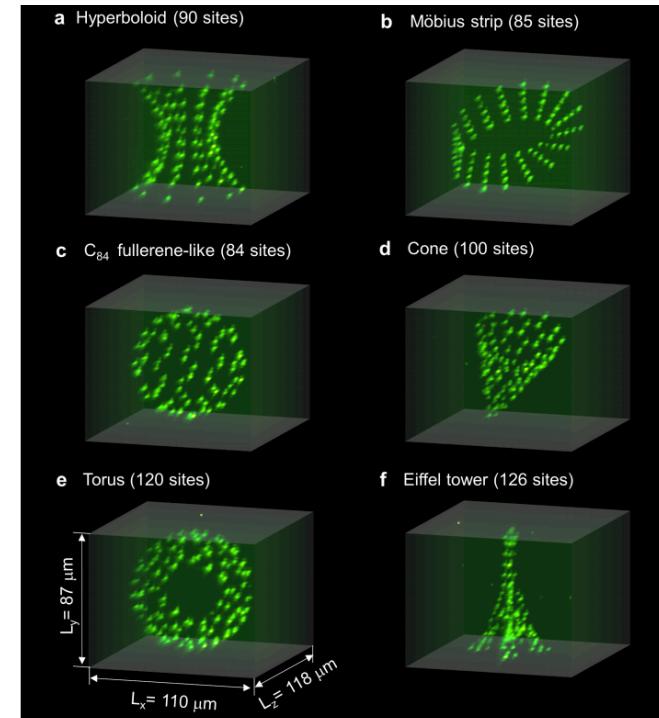
$$\langle 0|0\rangle = \langle 1|1\rangle = 1$$

$$\langle\psi|\psi\rangle = 1 = |\alpha|^2 + |\beta|^2$$

Normalisation de la fonction d'onde



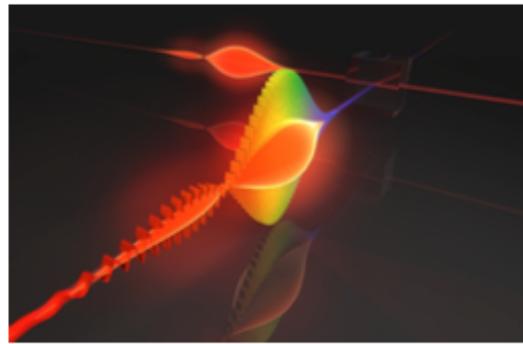
Atomes neutres piégés
qubits par faisceau laser



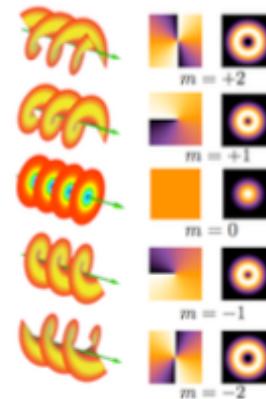
Exemples d'espace de Hilbert (II)

□ Dimension d

- Moment orbitale angulaire de photon unique
- Niveaux d'énergie d'un atome ou d'un ion
- Fréquence d'un photon unique



Fréquence d'un photon unique



Moment orbital angulaire d'un photon unique

Exemples d'espace de Hilbert (III)

□ Dimension infinie (attention à la convergence !)

- Espace des séquences de carré sommables

$$l^2 = \{\psi_n : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C} : \sum_{n=1}^{\infty} |\psi_n|^2 < \infty\} \rightarrow \text{Etats de Fock}$$

- Espace des fonctions dont le carré est intégrable

$$L^2(\mathbb{R}) = \{\psi(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \mid \int_{\mathbb{R}} |\psi(x)|^2 dx < \infty\}$$

→ Position-impulsion d'un électron, chat de Schrödinger

- Espace des fonctions de carré sommable

$$[a, b] : L^2([a, b]) = \{\psi(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \mid \int_a^b |\psi(x)|^2 dx < \infty\}$$

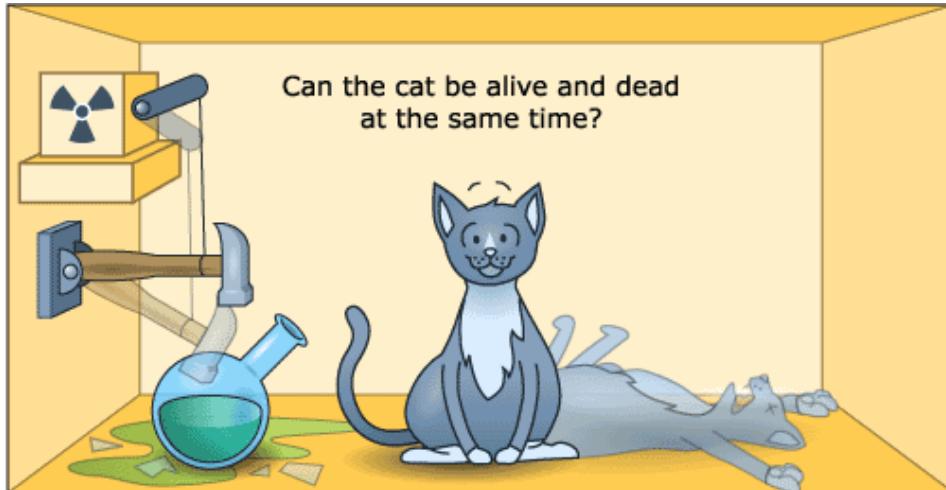
→ Puit quantique, barrière de potentiel

Chat de Schrödinger (I)

- **Un piège diabolique** : un chat, une fiole de poison et une source radioactive sont placés dans une boîte scellée ! Si un moniteur interne (par exemple, un compteur Geiger) détecte une radioactivité (c'est-à-dire la désintégration d'un seul atome), la fiole est brisée, libérant le poison qui tue le chat !

Principe de superposition

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_{alive} + \psi_{dead}]$$



Le chat de Schrödinger dans le jardin de Zu Vier Wachten (Zurich)



Chat de Schrödinger (II)

PHYSICAL REVIEW A

VOLUME 45, NUMBER 7

1 APRIL 1992

Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom-field coupling: Quantum-nondemolition measurements and generation of “Schrödinger cat” states

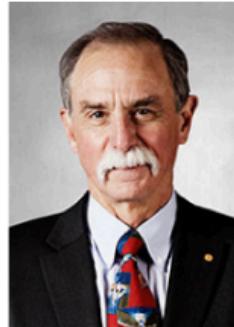
M. Brune, S. Haroche, and J. M. Raimond

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris CEDEX 05, France

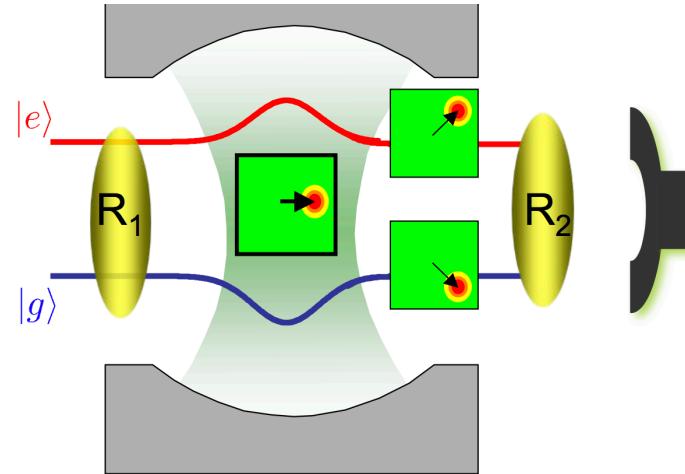
L. Davidovich and N. Zagury

Departamento de Fisica, Pontifícia Universidade Católica, 22453 Rio de Janeiro, Brazil

(Received 1 November 1991)



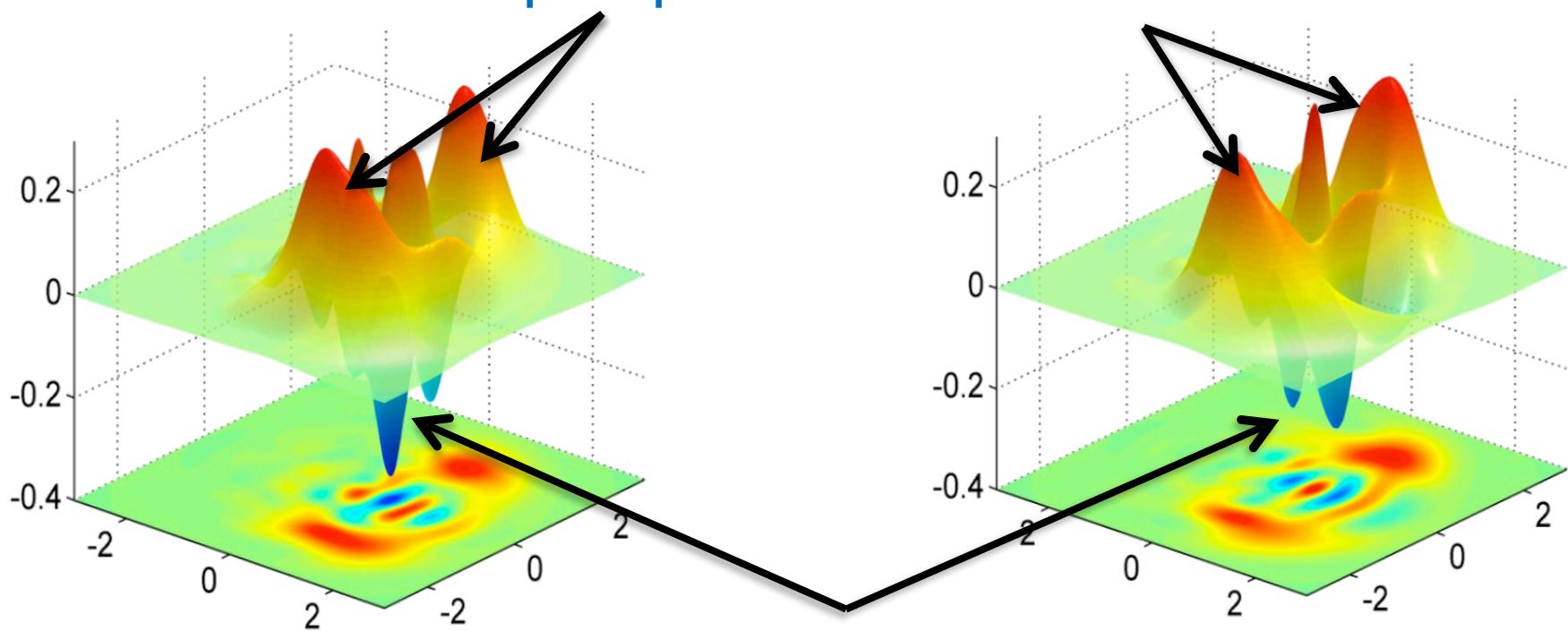
The Nobel Prize in Physics 2012
Serge Haroche, David J. Wineland



Chat de Schrödinger (III)

- En produisant des interférences quantiques, il est possible de montrer qu'un "**ET**" en mécanique quantique peut être transformé en un "**OU**" en physique classique (décohérence quantique)

Etats quantiques : chat "mort" ou "vivant"

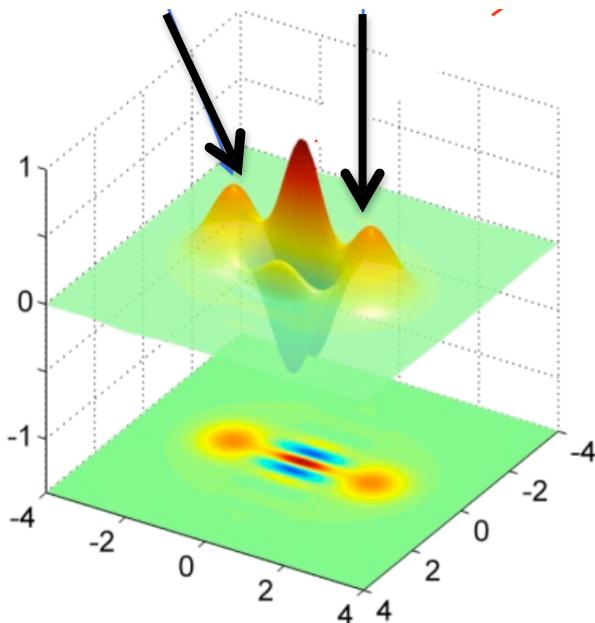


On observe la superposition de deux états macroscopiques avec des phases différentes (interférences)

Chat de Schrödinger (IV)

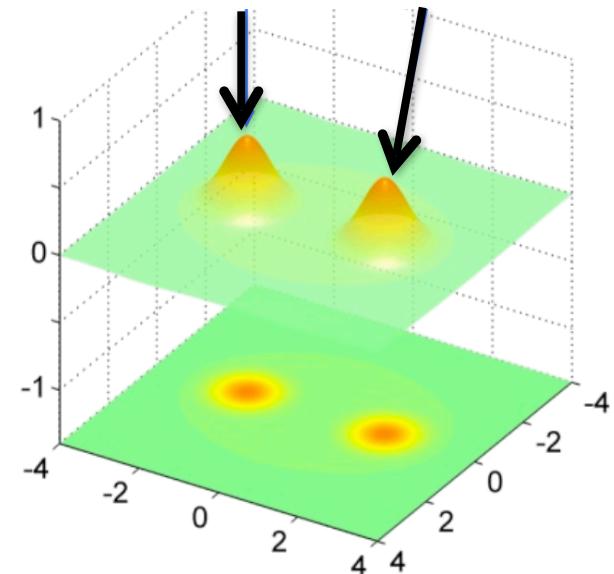
- En produisant des interférences quantiques, il est possible de montrer qu'un "**ET**" en mécanique quantique peut être transformé en un "**OU**" en physique classique (décohérence quantique)

Etat quantique



décohérence

Etat classique



Limite classique-quantique : Les objets composés d'un grand nombre de particules n'observent aucune superposition, i.e., le temps de décohérence est extrêmement rapide

Opérateurs (I)

- Les **opérateurs (matrices linéaires)** agissent sur les fonctions d'ondes

Ainsi un opérateur linéaire \hat{A} fait correspondre au vecteur $|\phi\rangle$ un vecteur $|\hat{A}\phi\rangle$

- **Propriété de linéarité** $|\hat{A}(\psi + \lambda\chi)\rangle = |\hat{A}\psi\rangle + \lambda|\hat{A}\chi\rangle$

- **Eléments de matrice** $A_{mn} = \langle m| \hat{A} |n\rangle = \langle m| \hat{A} n \rangle$

- **Opérateur conjugué Hermitien (ou autoadjoint)** \hat{A}^\dagger

$$\langle \chi| \hat{A}^\dagger | \psi \rangle = \langle \chi| \hat{A}^\dagger \psi \rangle = \langle A\chi| \psi \rangle = \langle \psi| \hat{A}\chi \rangle^*$$

Il s'agit également un opérateur linéaire, dont les éléments de matrice sont :

$$A_{mn}^\dagger = A_{nm}^* \quad (\text{transposée et complexe conjuguée})$$

Opérateurs (II)

- Soit \hat{A} un opérateur linéaire: s'il existe un vecteur $|\psi\rangle$ et un nombre complexe a tels que :

$$\hat{A} |\psi\rangle = a |\psi\rangle \quad \text{Equation aux valeurs propres}$$

$|\psi\rangle$: Vecteur propre

a : Valeur propre

- Propriété des opérateurs **Hermitiens**

$$\hat{A} = \hat{A}^\dagger, \text{ ou } \hat{A}^\dagger = \overline{\hat{A}^T}$$

$$(\hat{A}\hat{B})^\dagger = \hat{B}^\dagger\hat{A}^\dagger = \hat{B}\hat{A} \neq \hat{A}\hat{B} \quad \text{et} \quad \langle \psi | \hat{A} \phi \rangle = \langle \psi \hat{A}^\dagger | \phi \rangle$$

Les valeurs propres d'un opérateur Hermitien sont réelles et les vecteurs propres correspondant à deux valeurs propres sont orthogonaux

Opérateurs

- La **trace** d'un opérateur est la somme de ses éléments diagonaux

$$\text{Tr}(\hat{A}) = \sum_{i=1}^N A_{ii}$$

La trace d'un opérateur permet de décrire de manière plus générale une mesure. Elle est indépendante de la base

- Une **opération unitaire** est une transformation linéaire qui conserve la norme des vecteurs d'état quantique $\|\hat{U}|\psi\rangle\| = \||\psi\rangle\|$ préservant ainsi les probabilités

associées aux différentes configurations

Une matrice carré est unitaire si : $\hat{U}\hat{U}^\dagger = \mathbb{I}$, $\hat{U}^\dagger\hat{U} = \mathbb{I}$

Les opérations unitaires sont réversibles ie., l'évolution des systèmes quantiques peut être inversée sans perte d'information

Retour sur la dimension infinie

□ Un « bon » opérateur : l'Hamiltonien

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$$

Spectre discret : $E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$
 $n \in \mathbb{N}$

Fonct. propres = fonct. de Hermite : $e^{-x^2/2a^2}$, $x e^{-x^2/2a^2}$, ... $a = \sqrt{\hbar/m\omega}$

Elles appartiennent à l'espace de Hilbert des fonctions de carré sommable

□ Un opérateur « délicat » : l'opérateur impulsion

$$\hat{p}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx}$$

Spectre continu : $\hbar k$ ensemble des nombres réels

Fonctions propres : e^{ikx}

N'appartiennent pas à l'espace de Hilbert des fonctions de carré sommable

Quelques exemples d'opérateurs

<i>quantité physique</i>	<i>action de l'opérateur associé sur</i> $\psi(\vec{r})$
position x, y, z, \vec{r}	multiplication par $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \hat{\vec{r}}$
impulsion p_x, p_y, p_z \vec{p}, p^2	$\hat{p}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \quad \hat{p}_y = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y} \quad \hat{p}_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial z}$ $\hat{\vec{p}} = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} \quad \hat{p}^2 = -\hbar^2 \Delta$
énergie totale $E = \frac{p^2}{2m} + V(\vec{r})$	Hamiltonien $\begin{aligned} \hat{H} &= \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{\vec{r}}) \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\hat{\vec{r}}) \end{aligned}$
moment cinétique $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ $L_z = xp_y - yp_x$	opérateur moment cinétique $\begin{aligned} \hat{\vec{L}} &= \hat{\vec{r}} \times \hat{\vec{p}} \\ \hat{L}_z &= \frac{\hbar}{i} \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) \end{aligned}$

Commutateurs

- Le **commutateur de deux opérateurs** \hat{A} et \hat{B} est défini par

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$$

$$[\hat{A}, \hat{B}] = -[\hat{B}, \hat{A}]$$



Heisenberg

Les deux operateurs commutent si et seulement si $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$

- **Ensemble Complet d'Observable qui Commutent (ECOC)**

Deux opérateurs qui commutent signifient que l'on peut trouver une base commune de vecteurs propres diagonalisant simultanément ces deux opérateurs. La réciproque est également vraie: s'il existe une base de vecteurs propres communs aux deux opérateurs alors ces deux observables commutent

Les opérateurs position et impulsion ne commutent pas : on ne peut pas créer une base de vecteurs propres communs, car sinon cela voudrait dire que l'on peut mesurer simultanément la position et l'impulsion

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$$

Commutateurs

- Le **commutateur de deux opérateurs** \hat{A} et \hat{B} est défini par

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$$

$$[\hat{A}, \hat{B}] = -[\hat{B}, \hat{A}]$$



Heisenberg

Les deux operateurs commutent si et seulement si $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$

- **Ensemble Complet d'Observable qui Commutent (ECOC)**

Deux opérateurs qui commutent signifient que l'on peut trouver une base commune de vecteurs propres diagonalisant simultanément ces deux opérateurs. La réciproque est également vraie: s'il existe une base de vecteurs propres communs aux deux opérateurs alors ces deux observables commutent

Corollaire : la non commutation de deux opérateurs (hermitiens) impliquent l'inégalité de Heisenberg

$$\Delta a \Delta b \geq \frac{1}{2} | \langle \psi | [\hat{A}, \hat{B}] | \psi \rangle | \longrightarrow \Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$$

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Exercice en classe

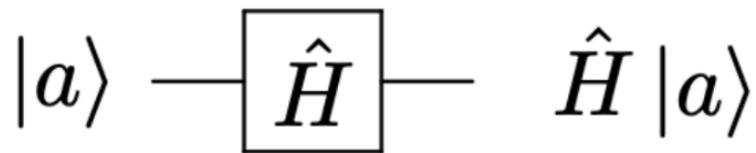
Objectif : savoir manipuler le produit scalaire, l'orthogonalité des vecteurs et les opérateurs en mécanique quantique

Considérons un système quantique décrit par un espace de Hilbert de dimension 2. La base d'états pour ce système est décrit par $|0\rangle, |1\rangle$.

- (1) Calculer le produit scalaire $\langle\phi|\psi\rangle$ où $|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ et $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$. Que peut on en conclure?
- (2) Soit P l'opérateur de projection $\hat{P} = |0\rangle\langle 0|$. Calculer $\hat{P}|\psi\rangle$.
- (3) Vérifier que l'état $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}|1\rangle$ est bien normalisé.
- (4) Considérons l'opérateur $\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Déterminer ses valeurs propres et ses vecteurs propres.
- (5) Considérons l'opérateur unitaire \hat{U} représenté sous la forme de matrice $\hat{U} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Déterminer la matrice de l'opérateur $\hat{B} = \hat{U}\hat{A}\hat{U}^\dagger$ où \hat{U}^\dagger est la matrice conjuguée transposée de \hat{U} .

Circuits quantiques (I)

- Le modèle de **circuit quantique** est un formalisme fondamental pour la représentation et l'exécution de calculs quantiques. Il décrit le calcul quantique comme une séquence ordonnée de portes quantiques et de mesures, permettant le contrôle d'autres opérations
- Les opérations quantiques sont symbolisées par des boîtes noires dans le circuit, représentant des **transformations unitaires appliquées aux qubits**, les bits quantiques. Ces qubits peuvent être en état superposé, pouvant représenter simultanément plusieurs valeurs classiques.



- Les opérations quantiques permettent ainsi de **manipuler ces états superposés** et d'exploiter les propriétés uniques de la mécanique quantique pour effectuer des calculs complexes

Circuits quantiques (II)

- L'opération d'Hadamard est une opération quantique fondamentale qui est souvent utilisée dans les circuits quantiques. Elle permet de préparer un qubit dans un état superposé

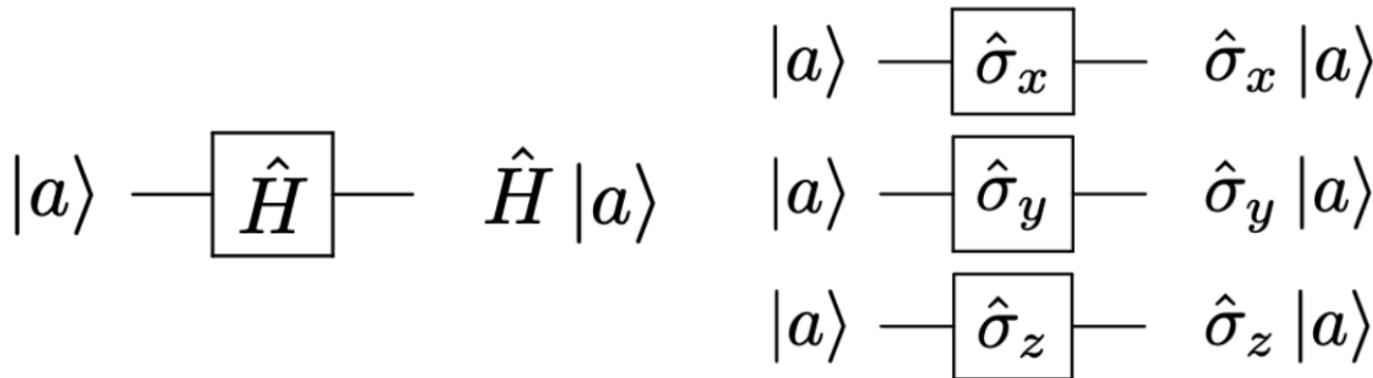
$$\hat{H} |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$\hat{H} |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

ou sous forme
matricielle

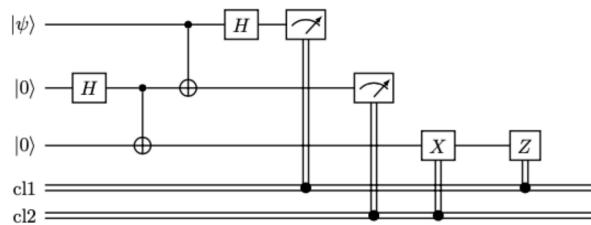
$$\hat{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- Exemple de circuit quantique à 1 qubit

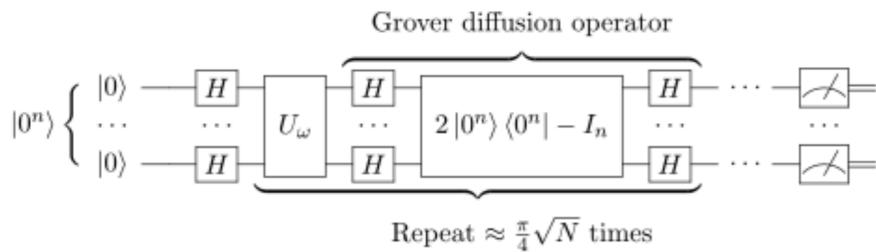


Circuits quantiques (III)

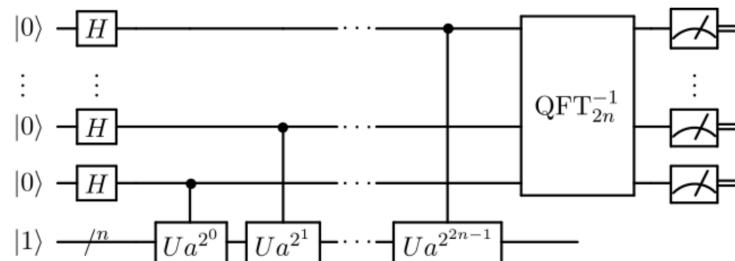
- Exemple de **circuit quantique à plusieurs qubits** incluant d'autres éléments comme des **opérations conditionnelles**, des **échanges d'information classiques** (deux traits horizontaux proches). Mais aussi des **opérations d'intrication** (barres noires verticales entre plusieurs lignes horizontales)



Téléportation quantique



Algorithme de Shor



Algorithme de Grover

Opérateurs de Pauli (I)

- Les matrices de Pauli forment 3 portes quantiques très utiles

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

avec $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y = i\hat{\sigma}_z \quad \hat{\sigma}_z \hat{\sigma}_x = i\hat{\sigma}_y \quad \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i\hat{\sigma}_x$

et $\hat{\sigma}_x^2 = \hat{\sigma}_y^2 = \hat{\sigma}_z^2 = \mathbb{I}_2$

Ce sont des opérations de base dans la manipulations de qubits

Operateurs de Pauli (II)

- Exemple : la porte $\hat{\sigma}_x$ peut-être considérée comme l'équivalent quantique du **NOT classique**

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle,$$

$$\hat{\sigma}_x|\psi\rangle = |\psi'\rangle$$

$$|\psi'\rangle = b|0\rangle + a|1\rangle$$

Les probabilités sont donc inversées $\hat{\sigma}_x \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix}$



Summary: Forget it - its just for "fun" (?)

