

Introduction à la mécanique quantique

N. Fabre*

26 février 2024

Dans ce cours, nous aborderons quelques expériences clés qui ont conduit au formalisme de la mécanique quantique. Ensuite, nous traiterons des enjeux technologiques liés au développement de nouvelles technologies quantiques, pour terminer par un panorama des entreprises, start-ups et académiques travaillant sur ces sujets.

1 Premiers concepts de mécanique quantique

Quelques citations célèbres :

- *Anyone who is not shocked by quantum theory has not understood.* (Niels Bohr)
- *The mathematical language that explains quantum mechanics exists but lacks a connection with ordinary language, which cannot account for it.* (Werner Heisenberg)
- *God does not play dice.* (Albert Einstein)
- *I can say with certainty that no one understands quantum physics* (Richard Feynman)
- *Shut up and calculate.* (David Mermin)

Quand bien même certains grands physiciens lâchent quelques phrases bien célèbres, heureusement que l'on ne doit pas s'arrêter à eux.

- *Rien dans la vie n'est à craindre, tout doit être compris. C'est maintenant le moment de comprendre davantage, afin de craindre moins.* (Marie Skłodowska-Curie)

1.1 Quelques expériences clés ayant mené à l'émergence de la mécanique quantique

Cette section non exhaustive présente des expériences clés qui ont mené à la compréhension du monde microscopique et des lois de la physique qui en régissent. Pour plus de détails sur certaines expériences voir le livre de Mécanique Quantique de Claude Aslangul.

Les raies d'énergie des atomes sont des transitions quantiques observées dans le spectre électromagnétique lorsque les électrons passent d'un niveau d'énergie à un autre. Les premières observations datent du 19ème siècle (voir 1752). Ces raies sont expliquées parce que l'énergie d'un électron dans un atome est quantifiée, ce qui signifie qu'elle ne peut prendre que certaines valeurs discrètes. Ces valeurs sont déterminées par la distance entre l'électron et le noyau de l'atome. Lorsque l'électron d'un atome absorbe de l'énergie, il passe à un niveau d'énergie plus élevé. Lorsque l'électron d'un atome perd de l'énergie, il passe à un niveau d'énergie plus bas. Lorsque l'électron d'un atome passe d'un niveau d'énergie plus élevé à un niveau d'énergie plus bas, il émet un photon. La longueur d'onde du photon émis est déterminée par la différence entre les deux niveaux d'énergie de l'atome :

$$\lambda = R^{-1} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (1)$$

* nicolas.fabre@telecom-paris.fr

où $R = 1,097373156850(65) \times 10^7 \text{m}^{-1}$ est la constante de Rydberg, $n_{1,2}$ sont des nombres quantiques caractérisant deux niveaux d'énergie de la transition (voir Fig.1 pour les raies d'absorption du dihydrogène).

Le **rayonnement du corps noir** a joué un rôle important dans le développement de la physique quantique. Le rayonnement du corps noir est le type de rayonnement électromagnétique émis par un corps noir, un objet idéal qui absorbe parfaitement toute l'énergie électromagnétique qu'il reçoit. Ce rayonnement possède une distribution spectrale d'énergie qui dépend de la température du corps noir. La courbe de rayonnement du corps noir présente un maximum à une longueur d'onde qui dépend de la température du corps noir. À basse température, le maximum se situe dans l'infrarouge. À mesure que la température augmente, le maximum se déplace vers des longueurs d'onde plus courtes, dans le visible et l'ultraviolet. Le rayonnement du corps noir est observé dans de nombreux contextes naturels et artificiels. Par exemple, le rayonnement du corps noir est émis par les étoiles, les fours, les ampoules à incandescence et les plaques chauffantes.

En 1900, Max Planck a proposé la loi de Planck pour expliquer le rayonnement du corps noir. Pour pouvoir expliquer cette courbe en cloche, il a ajouté manuellement le fait que les échanges d'énergie entre le rayonnement et les parois du corps noir se comportent comme un ensemble d'oscillateurs de Hertz (et éviter la catastrophe ultraviolette du modèle de la théorie de Rayleigh-Jeans). Cela introduit une quantification des échanges d'énergie entre lumière et matière. C'est ensuite Einstein en 1905 qui va plus loin et qui apporte une approche plus quantitative, montrant que le rayonnement électromagnétique est quantifié.

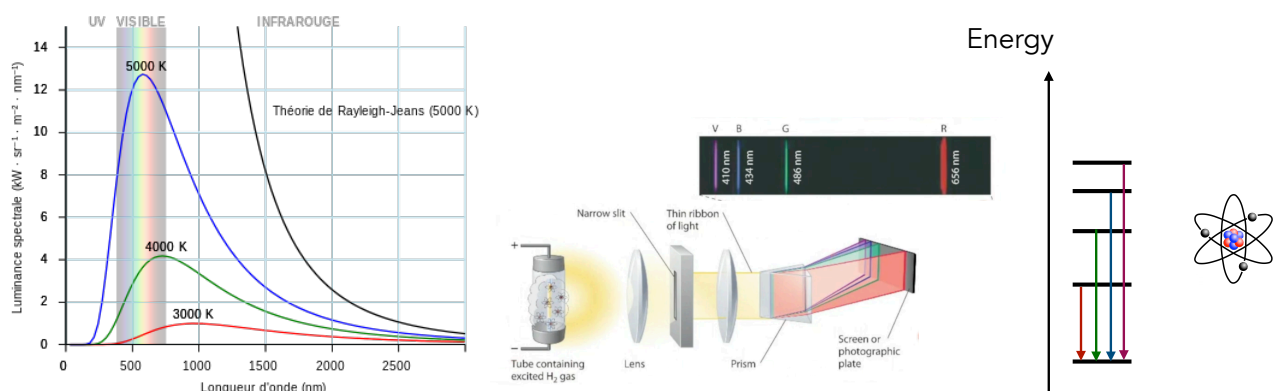


FIGURE 1 – (Gauche) Rayonnement du corps noir expérimental (courbe de gauche) et théorie de Rayleigh Jeans ne prenant pas en compte que les échanges d'énergies sont quantifiés, donnant lieu à la catastrophe ultraviolette (divergence de la luminance spectral pour des faibles longueur d'onde). (Droite) Raie d'énergie discrète du dihydrogène. (Averill and Eldredge, Principle of General Chemistry).

Présentons succinctement d'autres expériences pour lesquels le formalisme de la mécanique quantique s'est établi :

L'expérience de Franck-Hertz (1914) a étudié l'interaction entre des électrons et des atomes de mercure. Les résultats de l'expérience ont montré que l'énergie des électrons était quantifiée, ce qui signifie qu'elle ne pouvait prendre que certaines valeurs discrètes.

L'expérience de Stern-Gerlach (1922) a étudié la déviation d'atomes d'argent par un champ magnétique. Les résultats de l'expérience ont montré que les électrons pouvaient avoir deux états de spin, ce qui était une autre manifestation de la nature quantique de la matière (voir 3ème séance).

L'expérience de Compton (1923) a étudié l'interaction entre des photons et des électrons libres. Les résultats de l'expérience ont montré que les photons pouvaient avoir une quantité de mouvement, ce qui était en contradiction avec la théorie classique de la lumière : cela donne une signature de l'aspect corpusculaire à la lumière.

L'expérience de Davisson-Germer (1927) a étudié la diffraction de l'électron par un réseau cristallin, similaire aux expériences de diffraction de la lumière classique sur des réseaux. Les résultats de l'expérience ont montré que les électrons pouvaient se comporter comme des ondes.

1.2 Un peu d'histoire de la lumière

Un peu d'histoire Une des premières représentations de la lumière provient des Égyptiens, la considérant comme d'origine divine, avec une représentation de l'optique géométrique assez édulcorée. Euclide envisage de représenter la lumière sous forme de rayons lumineux émanant de l'œil et frappant les objets. Il fut plus tard contredit par Aristote, arguant que l'on ne peut pas voir la nuit. Une première version de l'optique géométrique a

été établie par Alhazen (Ibn Al-Haytham) dans son ouvrage "Les trésors de l'optique" rédigé au début du 11ème siècle, héritant des connaissances grecques. La lumière provient des objets, et il esquisse les lois de réfraction et réflexion. Cet ouvrage sera traduit en latin et circulera dans toute l'Europe. Ensuite, l'optique géométrique évolue vers l'optique instrumentale avec Galilée, héritant des connaissances de Bagdad. La lunette de Galilée permet une estimation de la taille du soleil, de Jupiter et de ses satellites. Ensuite vient Descartes, qui proclame que la lumière est une particule se propageant instantanément. Il lance ainsi un débat qui durera trois siècles.

Puis arrive Huygens, qui démontre expérimentalement que la lumière est une onde, se heurtant à Isaac Newton, pour qui la lumière est un flux de particules. Newton, en tant que personnalité influente de l'époque grâce à ses travaux sur la gravitation universelle et l'optique, obscurcit les travaux d'Huygens. Au XIXe siècle, Arago et Fresnel font pencher la communauté scientifique en faveur de la nature ondulatoire de la lumière. Un autre pas est franchi avec Ole Romer, démontrant que la vitesse de la lumière est finie. Puis vient Maxwell et ses fameuses équations, affirmant que la lumière est une onde électromagnétique transverse. Les expériences ultérieures ont mis en évidence à la fois la mécanique quantique (corps noir), ont ramené sur le devant de la scène la nature corpusculaire du photon (effet photoélectrique) et sa dualité.

La nature duale onde-corpuscule de la lumière est établie. En 1909, Einstein fournit les premières indications montrant que la lumière est à la fois une onde, capable d'interférences, et un ensemble de particules possédant une énergie définie ainsi qu'une impulsion (ce qui est définitivement confirmé par l'expérience de Compton). En analysant les variations de pression exercées par le rayonnement du corps noir dans la plage de fréquence $d\nu$ sur une surface qui ne réfléchit entièrement que le rayonnement de cette plage de fréquence et qui laisse passer, sans absorber, tout rayonnement d'une fréquence différente, Einstein démontre que les fluctuations de la radiation thermique sont décrites par :

$$\langle E^2 \rangle = (\hbar\nu\rho + \frac{c^3\rho^2}{8\pi\nu^2})d\nu \quad (2)$$

Le premier terme représente le bruit de grenaille (shot-noise) provenant du mouvement aléatoire de particules (ρ étant la densité spectrale d'énergie du corps noir), et le deuxième terme représente un phénomène de speckle dû à des interférences désordonnées d'ondes avec des phases aléatoires. Cependant, à travers cette analyse, on obtient une signature de l'aspect granulaire de la lumière, d'un effet collectif, mais sans mettre en évidence l'existence individuelle de photons uniques.

Effet photoélectrique : En 1888, Hallwachs, étudiant de Hertz, observe qu'une plaque de zinc isolée prend une charge positive (et inversement) sous l'action d'un éclairage ultraviolet, ce qui correspondrait à l'éjection d'électrons de la plaque. Einstein propose en 1905 que le transfert d'énergie s'effectue entre des quantas de lumière et des électrons (et donc non explicable avec une théorie classique de la lumière), et peut s'écrire sous la forme suivante (provient d'un bilan d'énergie) :

$$E_c^{max} = \hbar\omega - W = \hbar(\omega - \omega_s) \quad (3)$$

où W est le travail de sortie de l'électron de la cathode, correspondant à un seuil en fréquence pour l'effet photoélectrique (voir Fig.2). W et E_c^{max} sont indépendants de la puissance de l'onde initiale. Si la fréquence de l'onde est inférieure à ω_s , alors il n'y a pas extraction d'un électron. Cette expérience sera réalisée de manière décisive par Millikan (1916). Ce n'est pas une expérience décisive quant à la nature corpusculaire, et donc quantique. Il est possible de retrouver ces résultats sans la quantification du champ électromagnétique en particules (1926, Wentzel et Beck), en utilisant un modèle quantique de la détection (de la matière) mais classique de la lumière, autrement appelé modèle semi-classique. Une signature irrévocable de la nature corpusculaire de la lumière sera mise en évidence bien plus tard.

Expérience de Compton Voir section précédente.

Expérience d'Aspect et Grangier

Cette expérience met en évidence la nature ondulatoire et corpusculaire de la lumière. C'est la première démonstration expérimentale d'une source capable des photons uniques à partir de cascade radiative de l'atome de calcium.

Elle sera complétée plus tard par l'expérience à choix retardé de Wheeler, effectué par Vincent Jacques.

Expérience d'Haroche (prix Nobel 2012) : En utilisant des techniques de piégeage d'atomes et de confinement de photons dans des cavités, Haroche et son équipe ont pu étudier comment les photons et les atomes interagissent et comment les mesures quantiques peuvent influencer ces systèmes (voir Fig.3). Cette expérience permet également d'avoir une signature directe de la présence d'un seul photon avec un modèle dont le traitement mathématique est purement quantique.

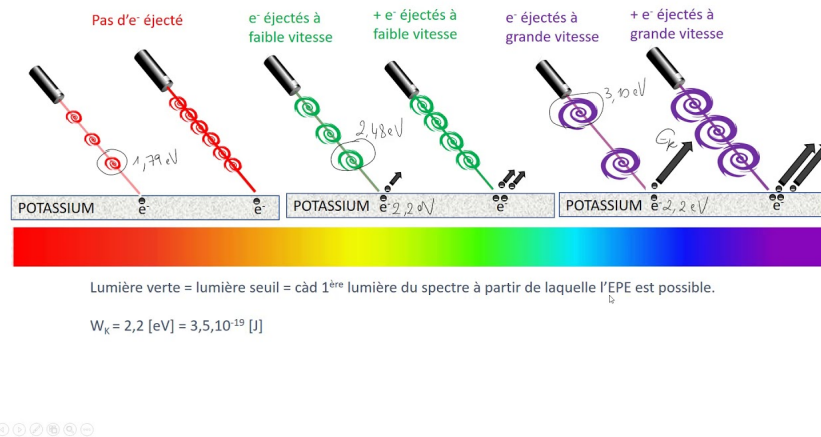


FIGURE 2 – Effet photoelectrique (provient de Réussir en physique) Selon la fréquence du faisceau laser, on observe un flux sortant d'électrons avec différentes vitesses.

1.3 Qu'est ce qu'un photon unique, et leur mise en évidence ?

L'aboutissement de ces débats est la réalisation de technologies quantiques permettant de générer des **systèmes quantiques individuels**, de les manipuler et de les faire interagir ensemble pour réaliser des algorithmes "quantiques".

Sources de photons uniques : En quelques termes, un photon unique est la plus petite unité discrète du champ électromagnétique, un paquet d'onde exhibant des propriétés à la fois ondulatoires et corpusculaires. Les expériences historiques montrent soit des aspects collectifs de particules, soit l'aspect ondulatoire de la lumière. Cette dualité peut être mise en évidence par les trous de Young (et d'autres expériences plus quantitatives), mais il faut pour cela pouvoir créer un système quantique individuel, comme un seul photon. Une source de photons uniques est un dispositif qui émet des photons un par un de manière déterministe (voir Fig. 3) à partir d'objets microscopiques tels qu'un atome individuel, un centre coloré dans un cristal ou une boîte quantique dans un semi-conducteur artificiel. À chaque intervalle temporel, on a un et un seul photon unique. L'information dite "quantique" réside dans le fait que l'information est encodée dans des degrés de liberté divers (polarisation, temps d'arrivée, fréquence) d'une seule particule quantique.

Expérience de Quandela : Une méthode employée par la start-up française Quandela utilise des boîtes quantiques, des nanocristaux semi-conducteurs de petite taille, qui émettent des photons uniques lorsqu'ils sont excités par des impulsions laser (voir Fig. 3). Normalement, seulement environ 1% des photons uniques émis par ces boîtes peuvent être collectés et utilisés. Pour augmenter considérablement l'efficacité de collecte, ces émetteurs sont placés dans une cavité optique verticale en forme de micropilier d'environ 20 micromètres. Cependant, cette source est relativement récente et n'est pas encore répandue dans les laboratoires. Elle est mentionnée car elle correspond à la source de photon unique idéalisée que l'on retrouve dans un ouvrage d'optique quantique.

Détecteurs résolus en nombres de photons : Ce sont des détecteurs supraconducteurs permettant de compter le nombre de photons. Leur résolution peut maintenant atteindre la centaine de photons, permettant un accès précis à la statistique du nombre de particules du champ. On peut ainsi déterminer si on a effectivement un seul photon par intervalle temporel donné, permettant de caractériser précisément la statistique du nombre de particules du champ quantique.

D'autres technologies quantiques utilisent comme objet quantique de base un ions individuel piégé, atomes froids, etc (voir cours suivant), qui sont ensuite assemblés d'architecture plus complexe. Par exemple, comme un réseau quantique servant pour les communications quantiques ou comme capteurs, une puce pour le calcul quantique.

1.4 Les trous de Young : première expérience mettant en évidence la dualité onde-corpuscule de systèmes quantiques

Dans cette section, nous discutons d'une première expérience mettant en évidence le principe de superposition de particule individuelle, et le caractère de la nature onde-corpuscule avec des photons uniques qui est le premier système quantique individuel. Ensuite, nous verrons le cas de particule massive, tel l'électron qui manifeste également des signatures de la dualité onde-corpuscule.

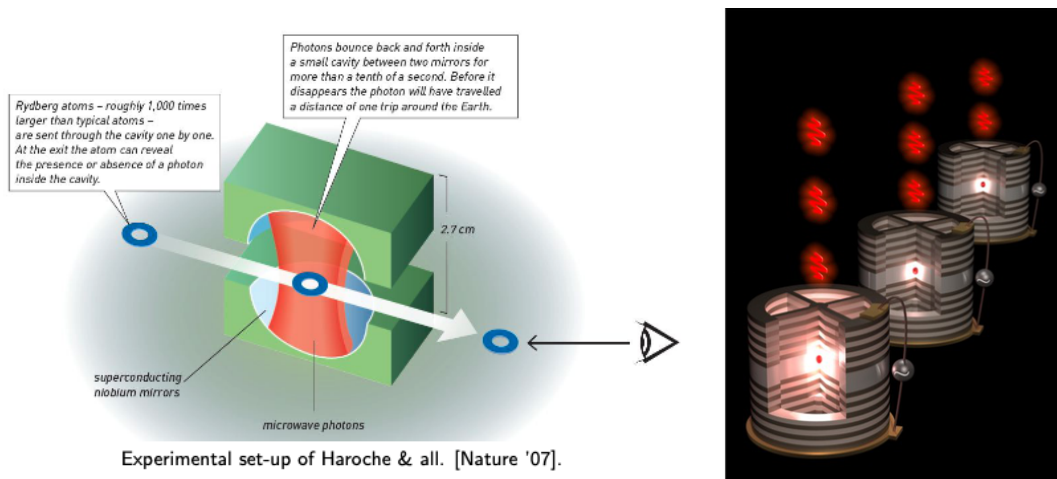


FIGURE 3 – (Gauche) Expérience d'atomes de Rydberg (atomes dans un état excité avec un nombre quantique principal très élevé) sous cavité optique, qui permet de mesurer de manière non-destructive le nombre de photons à l'intérieur de la cavité, en mesurant l'énergie des atomes de Rydberg en sortie de la cavité. Ces travaux sont à la base des réalisations expérimentales de la start-up Pasqal. (Droite) Micropilier consistant en un sandwich de semi-conducteur, étant une source de photon unique déterministe, produisant des trains temporels de photons uniques.

Avec des photons

(1) Mise en évidence du caractère ondulatoire : Dans l'expérience des trous de Young, un photon unique est dirigé à travers une fente double vers un écran de détection. Le résultat est un motif d'interférence caractéristique, similaire à celui observé pour les ondes lumineuses passant par des fentes (comme vu au premier semestre). La principale différence est qu'il n'y a pas d'onde électromagnétique incidente ; l'expérience consiste maintenant à répéter le processus avec des particules envoyées une par une à travers les fentes et qui sont absorbées par un détecteur. On observe progressivement l'accumulation d'un motif d'interférence, comme si chaque particule avait "interféré" avec elle-même. Cela met en évidence le comportement ondulatoire des particules. Cette expérience illustre le **principe de superposition quantique** pour des particules individuelles (ce n'est pas très différent de l'expérience du chat de Schrödinger), où l'état en sortie est une superposition d'états passant à la fois par la fente haute et la fente basse.

(2) Mise en évidence du caractère corpusculaire : Cependant, si l'on bloque (ou marque "l'une des voies" pour l'expérience du chemin suivi, également appelée **which-path experiment**), alors on observe une seule marque sur l'écran correspondant à tous les photons passant par la fente donnée, exactement comme si une balle de football, une particule macroscopique, passait par une des fentes (étant bloquée par l'autre). On peut prédire la trajectoire d'un seul objet avec certitude. Cependant, ce phénomène apparemment simple soulève des questions fondamentales sur la nature de la réalité à l'échelle quantique, car il montre une distinction claire entre le comportement des particules subatomiques et celui des objets macroscopiques. Une balle de football n'exhibe pas de caractère ondulatoire. Deux articles expérimentaux sur cette expérience sont *Jonsson, C. and al Electron diffraction at multiple slits. Am. J. Phys, 42(1), 4-11 (1974)* et celui mentionné sur la Fig.4.

Avec des particules de matière

C'est Louis de Broglie en 1923 qui a démontré que cette dualité onde-corpuscule s'applique également aux particules atomiques appelé aussi onde de matière, comme un électron, neutron ou un atome.

Avec des particules de matière, il est plus aisé de concevoir leur nature corpusculaire car c'est ce que l'on observe de ce type de particule à l'échelle macroscopique (alors qu'à l'échelle macroscopique pour la lumière, on n'observe habituellement que ces aspects ondulatoires, modulo les expériences qui exhibent des effets d'ensemble de particules collectifs). Cependant, avec des atomes de néon préalablement refroidis, des phénomènes d'interférence apparaissent avec une expérience analogue à celle réalisée avec des photons, indiquant alors la nature ondulatoire des particules. Expérimentalement, l'interfrange mesuré est $i = \lambda D/a$, où D est la distance écran-fente et a la distance entre les deux fentes. λ est la longueur d'onde de Broglie et est relié à l'impulsion $p = mv$ par :

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (4)$$

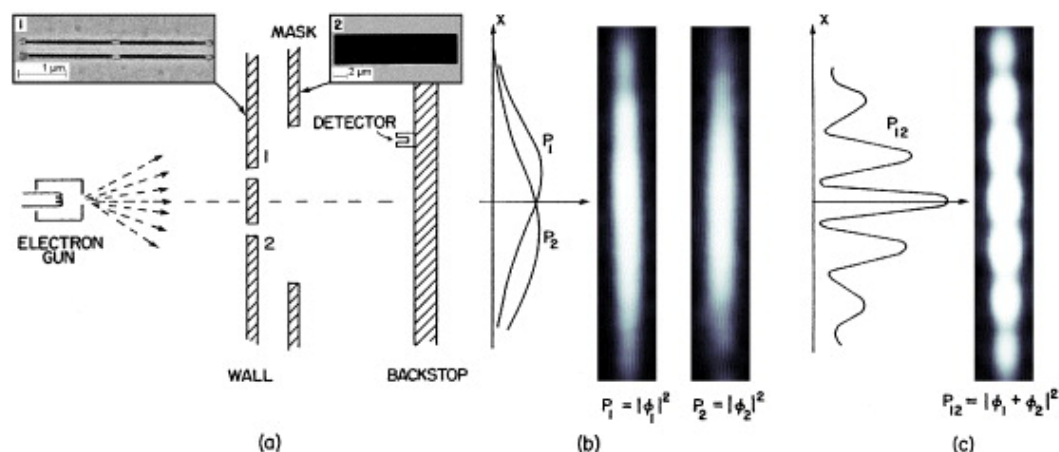


FIGURE 4 – (a)Expériences des trous de Young réalisé avec des electrons, provenant de *Bach, R., and al (2013). Controlled double-slit electron diffraction. New Journal of Physics, 15(3), 033018.* (b) Lorsqu'un masque est introduit sur l'une des fentes 1 ou 2, on mesure après un certain nombre de répétition de l'expérience, une tache qui correspond à la distribution spatiale de photons issues de l'une des fentes. (c) Lorsque les deux fentes sont ouvertes, alors on voit un profil d'interférence sur le détecteur qui se complète au fur et à mesure de l'arrivée de chacun des photons.

Un argument montrant la séparation spatiale des particules est présent dans *O. Nairz, M. Arndt, and A. Zeilinger, Quantum Interference Experiments with Large Molecules, American Journal of Physics 71, 319 (2003).*

Ce caractère ondulatoire et corpusculaire des systèmes quantiques, cette dualité, peut être mise en évidence avec des électrons, des photons, des molécules de plus en plus grosses, jusqu'au fullerène (C60) (Arndt, M., Nairz, O., Vos-Andreae, J. et al. Wave-particle duality of C60 molecules. *Nature* **401**, 680–682 (1999)), des molécules de phthalocyanine (C32H18N8), et des dérivés de molécules de phthalocyanine (Juffmann, T et al. Real-time single-molecule imaging of quantum interference. *Nature Nanotech* **7**, 297–300 (2012)). Le record est maintenant détenu par une molécule composée de **2000 atomes** (voir Fein, Y.Y., Geyer, P., Zwick, P. et al. Quantum superposition of molecules beyond 25 kDa. *Nat. Phys.* **15**, 1242–1245 (2019)). Il est difficile de déterminer jusqu'à quelle échelle les effets quantiques résistent.

♣ La dualité onde-particule n'est pas un effet on-off; on peut passer continuellement d'un aspect à un autre. Un récent article offrant une description plus élégante de cette dualité est paru dans *Phys. Rev. Research* **2**, 012016(R) (2020), ce qui montre que ces aspects théoriques sont encore débattus dans la communauté.

Jusqu'à quelle échelle les effets quantiques résistent ? Le domaine de la biologie quantique.

Au delà de la mise en évidence de la dualité onde-particule sur des molécules de plus en plus grandes, le domaine de la biologie quantique est en plein essor et propose des modèles quantiques pour expliquer des phénomènes biologiques complexes. Par exemple, dans le cas de la photosynthèse, il a été suggéré que les processus quantiques pourraient jouer un rôle dans l'efficacité énergétique de ce processus vital. De même, certaines espèces d'oiseaux migrateurs semblent être capables de détecter les champs magnétiques de la Terre pour s'orienter lors de leurs migrations, et des propositions de modèles quantiques ont été avancées pour expliquer comment ces mécanismes pourraient fonctionner. Cela n'exclut cependant pas qu'il existe un modèle permettant de décrire ses phénomènes n'utilisant pas la mécanique quantique, mais que celui-ci plus difficile à concevoir ! Il faut après désigner des expériences permettant d'éliminer un modèle par rapport à l'autre.

Le photon choisit t'il sa nature ondulatoire ou corpusculaire ? Une hypothèse est le principe de **complémentarité de Bohr** : le photon ne peut pas exhiber deux comportements de manière simultanée (même si un entre deux est possible). Dans le cas de l'expérience de Young, le photon exhibe soit un caractère ondulatoire ou corpusculaire. Dans l'expérience d'Aspect et Grangier, le photon suivant l'appareil de mesure va montrer une propriété d'onde ou de particule.

L'expérience à choix retardé de Wheeler permet de trancher si le photon décide d'être particule ou

onde. On commence par une source de photon unique, qui se déplace vers un interféromètre. Ce dispositif peut diriger le photon sur l'une de deux voies possibles. À ce point, un choix est présenté : une décision peut être prise pour observer la trajectoire du photon (pour savoir par quelle voie il est passé) ou pour ne pas le faire. Si l'observateur choisit de mesurer la trajectoire du photon, il devient possible de déterminer par quelle voie le photon est passé. Le photon n'a pas de choix en tant que tel : la mesure est un système quantique en tant que tel. Le détail de cette expérience sera décrite dans la 4ème séance.

Système quantique.

Un système quantique est une entité pouvant exhiber un comportement ondulatoire et corpusculaire. Ces particules peuvent être des photons, des atomes, des ions ou d'autres entités quantiques. Une zoologie un peu plus complète sera vue dans le cours suivant. Pour chaque particule quantique, différents types de degrés de liberté peuvent être utilisés, comme la polarisation, la fréquence, le temps d'arrivée, sa position, etc...

1.5 Intrication quantique : première rencontre

L'intrication quantique est un phénomène physique fondamental dans lequel deux particules ou plus sont interdépendantes d'une manière telle que leurs états individuels ne peuvent être décrits indépendamment les uns des autres. Cela signifie que si l'état quantique d'une particule est mesuré, l'état de l'autre particule, même éloignée, est instantanément déterminé, et cela même si elles sont physiquement séparées sur de longues distances, un phénomène souvent appelé "non-localité", qui est un type de corrélation quantique ne pouvant être expliqué par des corrélations classiques. Sur la Fig.5, nous représentons un dispositif permettant de créer des paires de photons intriqués, qui est un cristal exhibant des effets non linéaires dus à l'excitation en entrée par un champ intense. Si l'un des photons est mesuré en rouge, l'autre sera bleu (et vice versa) sur un ensemble continu de couleurs.

L'inégalité de Bell, formulée par John Bell en 1964, joue un rôle crucial dans la démonstration de la non-localité quantique. Cette inégalité met en évidence les limites des théories physiques locales réalistes et a été confirmée expérimentalement à travers l'expérience d'Alain Aspect dans les années 1980. L'expérience d'Aspect a démontré que les corrélations quantiques entre particules intriquées ne pouvaient être expliquées par des variables cachées locales, défiant ainsi les intuitions classiques.

Nous discuterons l'intrication quantique au sein de la sixième séance.

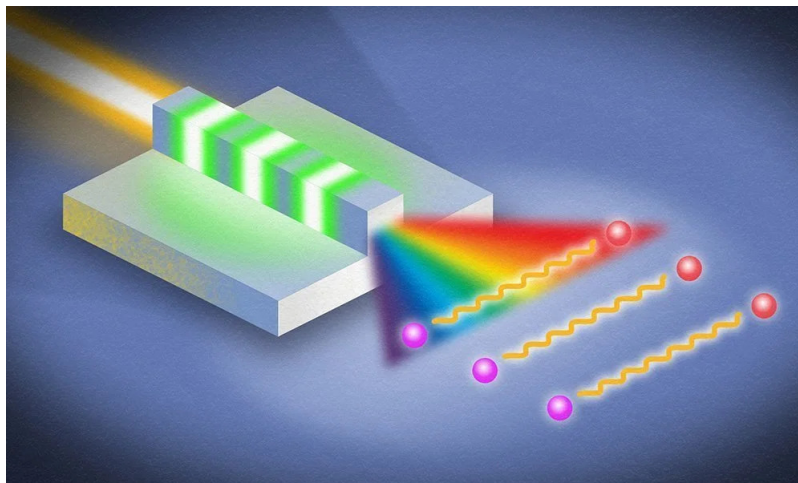


FIGURE 5 – Intrication quantique. Une source de photon intriqué est par exemple un cristal non-linéaire pompé par un laser (faisceau de gauche). En sortie du cristal, des paires de photons intriqués sont générées. Il y a une "indetermination" sur la fréquence de chacun des photons, jusqu'à la mesure de l'un d'entre eux. D'autre type de degré de liberté peuvent être intriqués, comme la polarisation de photons uniques que l'on verra au sixième cours.

1.6 Résumé des idées importantes

Une expérience de mécanique quantique est décrite à la fois par le système quantique (atomes, photons, etc.) et la mesure associée. À l'issue de cela, on obtient une probabilité une fois l'expérience répétée un certain nombre de fois. Le concept de dualité onde-corpuscule provient à la fois de débats historiques houleux et d'un point de vue très focalisé sur l'état quantique : il faut ajouter la mesure, que ce soit à la fois de certaines opérations forçant le système à être dans un état donné, jusqu'à la détection où l'état est détruit. Citons à présent d'autres aspects :

- Une **mesure** perturbe le système quantique (plus que perturber, on peut dire que cela fait partie intégrante de l'expérience).

- **Aspect probabiliste des ondes** Un système quantique sera décrit par une amplitude de probabilité, dont le module au carré donne accès à la probabilité. En tant que probabilité, la somme des probabilités est égale à 1. Par analogie avec l'optique classique, et valable pour des photons ou des électrons, le phénomène d'interférence peut se modéliser comme la somme de deux amplitudes de probabilités de passage (pouvant prendre des valeurs complexes) de la particule passant par les deux fentes, pouvant s'écrire :

$$\psi(M) = \psi_1(M) + \psi_2(M) \quad (5)$$

où M est le point d'observation sur l'écran. Puis expérimentalement, nous avons accès uniquement à la probabilité (analogue à l'intensité), comme la valeur absolue au carré de cette amplitude de probabilité totale : le résultat de mesure est une quantité réelle. L'aspect probabiliste intervient car pour une préparation de l'état initial donné, on observe aléatoirement des tâches sur l'écran, qui se complètent au fur et à mesure pour former la figure d'interférence.

NB : En mécanique classique, le mouvement des particules et des objets est décrit par un vecteur des trois positions de l'espace, et la dynamique est déterminée par la 2ème loi de Newton et à un jeu de conditions initiales. Ici, la fonction d'onde n'est pas un vecteur des trois coordonnées de l'espace. En électromagnétisme classique, les champs électriques et magnétiques sont décrits par les équations de Maxwell, qui définissent comment ces champs interagissent et se propagent dans l'espace. Les champs électriques et magnétiques ne sont pas des amplitudes de probabilités (ne sont pas normés à 1).

- **Dualité onde-corpuscule** : pour des particules massives ou pour des photons, jusqu'à une certaine échelle spatiale (parfois repoussé). C'est l'aspect le plus populaire de la mécanique quantique qui a amené à de nombreuses vulgarisations sur le sujet. Mais ce n'est pas cette dualité qui est le pain quotidien des chercheurs, des critères plus quantitatifs sont utilisés pour démontrer la nature corpusculaire de la lumière. Cette dualité onde-particule est avant tout un héritage historique, ce n'est ni l'un ni l'autre. Certains diront qu'un photon est un champ quantique ou que cela émerge d'une représentation irréductible du groupe de Poincaré sans masse avec deux hélicités, mais cela n'aide pas les personnes non-familiales avec le langage mathématique d'avoir une vision nette du photon.

- **Les relations d'Einstein et de Broglie** établissant un lien profond entre les propriétés ondulatoires d'une particule et ses caractéristiques corpusculaires. Ces relations relient la pulsation ω et le vecteur d'onde \vec{k} de l'onde à l'énergie et l'impulsion p de la particule :

$$E = \hbar\omega \quad \vec{p} = m\vec{v} \quad (6)$$

Où \hbar est la constante réduite de Planck, m est la masse de la particule, et \vec{v} est sa vitesse.

De part ses observations expérimentales, le formalisme de la mécanique quantique tel que l'on discutera dans ce cours permet de décrire l'ensemble de ses observations.

2 Les technologies quantiques

La première révolution quantique s'est principalement concentrée sur les développements liés aux matériaux, et a notamment conduit au développement du laser, des transistors et de l'IRM. Le dopage des semi-conducteurs et le calcul des propriétés électroniques des matériaux, permettant la conception de transistors de plus en plus petits (jusqu'à l'échelle atomique), sont des exemples d'applications décrites par la mécanique quantique. Ainsi, un smartphone moderne est profondément imprégné de principes quantiques, puisque ses

composants reposent sur la conception de transistors microscopiques, exploitant les propriétés quantiques pour fonctionner. De même, même à température ambiante, les métaux présentent des propriétés quantiques. Ces matériaux ne se comportent pas seulement conformément à la physique classique, mais leur comportement est également influencé par des aspects quantiques. Les phénomènes tels que la conductivité électrique, la conductivité thermique des métaux, la supraconductivité et la superfluidité, la physique nucléaire ne peuvent être pleinement expliqués sans prendre en compte les principes de la physique quantique.

La seconde révolution quantique marque l'avènement d'applications de la mécanique quantique où la logique quantique joue un rôle central et direct : **l'information est dite quantique**. Ces avancées technologiques s'étendent de la métrologie à la simulation quantique de systèmes complexes, en passant par les communications quantiques, offrant une sécurité accrue, et le calcul quantique. Les prémices de cette révolution s'appuient directement sur la première révolution quantique, et un ensemble d'expériences fondamentales comme celle d'Aspect, effet Hong-Ou-Mandel, etc. Les travaux théoriques datent des années 1980-1990 : Shor, Grover, et pour le calcul quantique, Bennet, Brassard et Eckert pour les communications quantiques, Caves pour la métrologie quantique.

En exploitant les propriétés de superposition cohérente, de mesures et l'intrication de systèmes quantiques individuels, on change les règles de conception des protocoles (métrologie, communication, calcul). L'avantage quantique vient de ces ressources supplémentaires. C'est beaucoup plus subtil que cela en vérité, et la frontière classique-quantique n'est pas si bien définie par ailleurs.

Les machines quantiques peuvent résoudre des problèmes de manière exponentielle plus rapide que les algorithmes classiques, qu'ils soient déterministes ou probabilistes. L'intérêt croissant pour le calcul quantique est étroitement lié à une plateforme bien spécifique : les puces supraconductrices. Cette engouement découle en grande partie de la première démonstration de suprématie quantique par l'ordinateur quantique Sycamore de Google, comportant 53 qubits. Malgré cela, les capacités de résolution de cette machine restent encore limitées. La tâche résolue et publiée en 2019 consistait à trouver des agencements dans des nombres aléatoires générés par les propres qubits de la machine. Sycamore a accompli cette tâche en 3 minutes, une prouesse qui nécessiterait 10 000 ans avec un supercalculateur classique. Il est intéressant de noter que, malgré les besoins en refroidissement pour maintenir les matériaux dans un état supraconducteur et l'augmentation de la consommation d'énergie, la résolution de ces tâches à un rythme record s'avère également moins énergivore. D'autres entreprises ont démontré la capacité de résoudre des tâches complexes pour les ordinateurs classiques à l'aide de machines quantiques similaires. Par exemple, IBM permet à tout utilisateur d'exécuter des calculs quantiques sur le cloud à l'aide d'une flotte de près de 20 machines. En 2019, IBM a développé une machine à 53 qubits, puis en 2023, un processeur quantique à 1121 qubits (Condor), et également une nouvelle type de puce à 133 qubits ayant une robustesse aux erreurs plus fortes (Heron). On précise que 1121 qubits physique est l'ordre de grandeur pour créer un qubit logique.

Cependant, la scalabilité (mise à l'échelle de l'intrication) et le contrôle individuel des qubits reste assez limitée selon la plateforme utilisée. De plus, un état quantique ne peut pas être stocké indéfiniment et est par nature fragile face aux interactions avec l'environnement : aucune des machines mentionnées ne peut corriger tout type d'erreur. Les performances technologiques de systèmes quantiques encodant de l'information quantique sont accrues, mais d'un autre côté, ces systèmes sont très fragiles aux interactions avec l'environnement. C'est pour cette raison que la communauté plus intéressée par le potentiel applicatif et l'aspect protocole doit travailler main dans la main avec la communauté de la première révolution quantique afin de développer de nouveaux matériaux plus performants, afin d'augmenter la sensibilité de photo détecteurs, réduire leur bruit, etc.

2.1 Les quatre piliers des technologies quantiques

Ces quatre piliers correspondent à des applications différentes, qui sont le calcul quantique, simulation quantique, communication quantique, métrologie quantique, un jargon utilisé depuis le Quantum Flagship en 2018 (financement européen de 1Md sur 10 ans). Ces piliers sont issues d'années de recherche dans les fondements de la mécanique quantique (qui continue par ailleurs), et ne serait pas permis sans le développement de nouveaux matériaux. En France, ces recherches sont financés par le plan quantique lancé en janvier 2021 (1.8 Mds), à destination des universités et des start-ups.

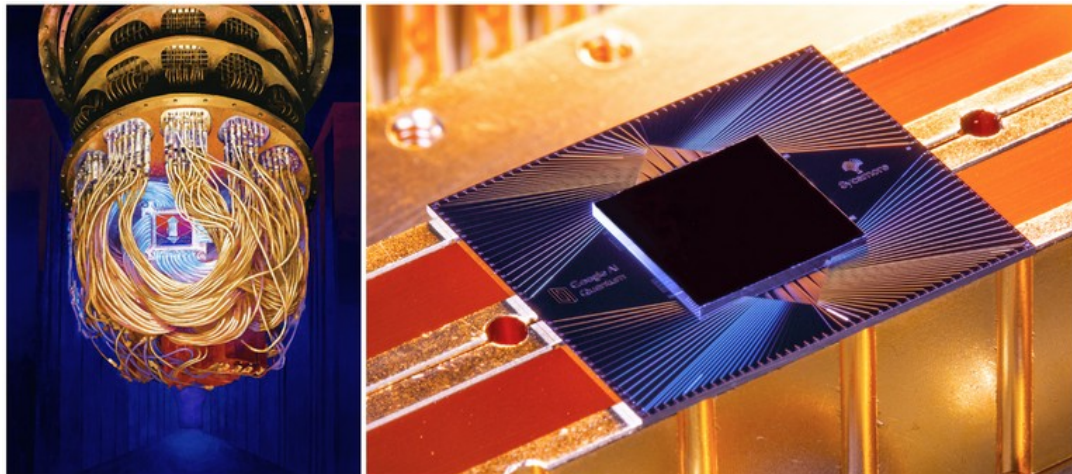


FIGURE 6 – (Gauche) Appareil cryogénique permettant de refroidir à 4K avec au centre la puce Sycamore (Droite) de Google (2017) basée sur des qubits supraconducteurs au nombre de 53.

Calcul quantique

Le calcul quantique est le domaine de l'informatique qui utilise les propriétés quantiques pour effectuer des calculs. Les ordinateurs quantiques sont capables de résoudre des problèmes qui sont impossibles ou très difficiles à résoudre avec des ordinateurs classiques. Un ordinateur classique ne remplacera pas un ordinateur quantique.

- L'algorithme de Shor, développé par le mathématicien Peter Shor en 1994, est un algorithme quantique spécifiquement conçu pour factoriser efficacement de grands nombres composites. La factorisation de grands nombres en leurs facteurs premiers est une tâche computationnellement intensive, formant la base de nombreux systèmes cryptographiques, tels que le chiffrement RSA. Les ordinateurs classiques peinent à factoriser rapidement de grands nombres, rendant ainsi les systèmes cryptographiques reposant sur la difficulté de factorisation des grands nombres sécurisés. L'algorithme de Shor, en revanche, démontre la puissance potentielle de l'informatique quantique dans la résolution de ce problème de manière exponentielle plus rapide que les meilleurs algorithmes classiques connus.
- L'algorithme de Grover est un algorithme quantique inventé par Lov Grover en 1996. Il est conçu pour rechercher de manière efficace dans une liste non structurée, offrant un avantage significatif par rapport aux algorithmes classiques pour la recherche non triée. Plus spécifiquement, l'algorithme de Grover accélère la recherche d'une entrée spécifique dans une base de données non triée. Classiquement, pour rechercher un élément dans une liste non triée de N éléments, il faut en moyenne $N/2$ tentatives. En revanche, l'algorithme de Grover permet de réaliser cette recherche en seulement \sqrt{N} tentatives, offrant donc une accélération quadratique. Cet algorithme encore une fois exploite la superposition quantique.
- Des algorithmes ont été définis qui n'ont pas besoin d'un ordinateur quantique et résistent aux pertes mais qui permettent de réaliser des tâches qui seraient ardues pour des ordinateurs classiques. Ce sont des algorithmes dits de **sampling** (échantillonnage) qui a été réalisé par Google.

Simulation quantique

La simulation quantique vise à reproduire le comportement de ces systèmes à l'aide d'algorithmes et de simulations sur des ordinateurs classiques ou quantiques. Les ordinateurs quantiques sont particulièrement adaptés pour simuler d'autres systèmes quantiques en raison de leur capacité à manipuler et à représenter des états quantiques complexes. Les applications typiques sont la conception de nouveaux matériaux avec des propriétés spécifiques, modéliser des réactions chimiques complexes et comprendre la structure des molécules à un niveau atomique, qui pourrait accélérer le processus de découverte de nouveaux médicaments et de nouveaux composés chimiques. Pour le moment, des machines quantiques comme celle de Google permettent de simuler les niveaux d'énergie de certaines molécules.

Communication quantique

Les communications quantiques peuvent être utilisées pour envoyer des messages sécurisés, même si les communications sont interceptées. Dans l'échange de clés quantiques, la clé est envoyée avant le message. La mesure introduisant du bruit, le récepteur va être en mesure de détecter le bruit résultant d'un attaquant ayant intercepté la clé. Au cœur de ce protocole se trouve le théorème de non-clonage quantique, qui stipule qu'il n'est pas possible de copier parfaitement un état quantique (qui est le vecteur transportant l'information).

- Les premières expériences de communications quantiques datent des années 2000 (Canaries, Suisse), mais les expériences de J.W. Pan à l'université de Chine ont été un véritable tournant. Les chercheurs ont démontré la distribution de clés quantiques sécurisées du satellite Micius sur une base terrestre (2017), puis utilisant un autre protocole s'appuyant sur des paires de photons intriqués (voir Fig.7).
- Réseaux quantiques métropolitains (UK, Chine, Italie, France, Corée du Sud, Japon, Espagne,...)
- Des générateurs de nombres aléatoires exploitant des processus quantiques, où la nature quantique apporte un caractère véritablement aléatoire (consultez la séance 4 pour une expérience conceptuelle à ce sujet). Cette technologie est parmi les plus avancées, avec des dispositifs commerciaux développés par IdQuantique, la première start-up du domaine.

Métrologie quantique

La métrologie quantique est un domaine de la science qui se concentre sur les mesures de grande précision basées sur les principes de la physique quantique. Son objectif principal est d'utiliser les propriétés quantiques de la matière et de la lumière pour réaliser des mesures extrêmement précises. C'est le domaine des technologies quantiques le plus mature à l'heure actuelle.

- Les horloges atomiques utilisent des transitions quantiques dans les atomes pour mesurer le temps avec une extrême précision.
- Détection des ondes gravitationnelles (voir Fig.7) : La mécanique quantique est également impliquée dans la réduction du bruit. Les interféromètres sont sujets à divers types de bruit, y compris le bruit de grenaille, résultant de fluctuations aléatoires dans le nombre de photons détectés. Pour améliorer la sensibilité des détecteurs d'ondes gravitationnelles, des techniques de réduction du bruit basées sur l'utilisation de champ comprimé de la lumière sont utilisées.
- Les capteurs inertiels, notamment pour mesurer l'accélération dans les trois directions de l'espace, afin de pouvoir se repérer sans GPS.
- Capteurs quantiques utilisant les défauts du diamant (centre NV) pour la magnétométrie et la thermométrie.

Ingénierie quantique : Rien de tout cela n'existerait sans le développement de nouveaux matériaux plus performants. Cela inclut la création de sources d'états quantiques telles que les sources de photons uniques, de photons intriqués, d'états comprimés de la lumière, et de qubits supraconducteurs. Il implique également la conception de nouvelles générations de détecteurs avec une résolution en nombre de photons améliorée et une augmentation de la résolution temporelle. De plus, cela englobe la création de circuits intégrés de semi-conducteurs permettant de guider la lumière.

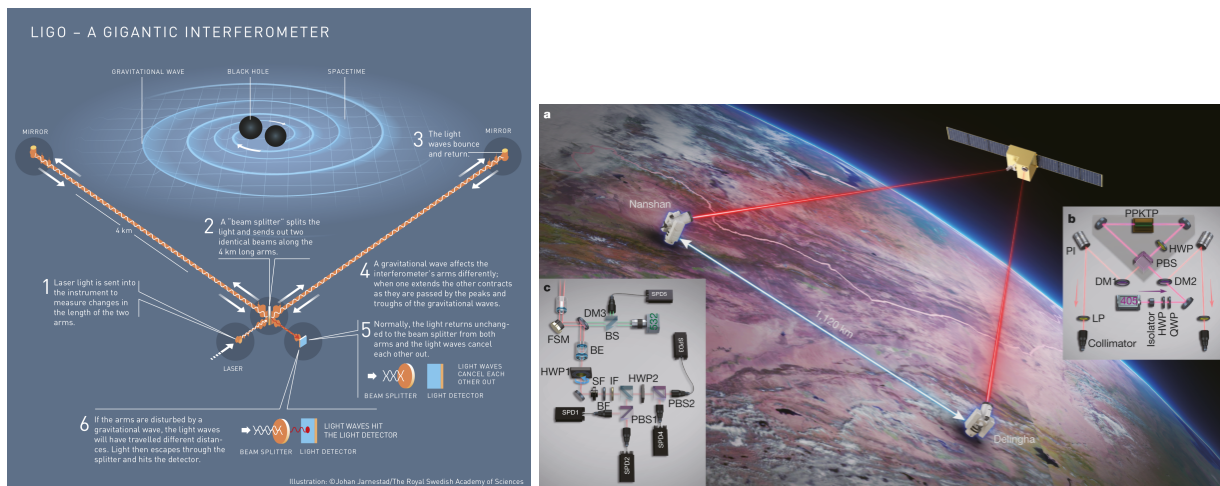


FIGURE 7 – (Gauche) Ligo est un interféromètre de Michelson dont les bras mesurent 3km. Chacun des miroirs se trouvent déformés l'un verticalement l'autre horizontalement par des ondes gravitationnelles générés par des trous noirs en rotation. Une fois la lumière du laser accumule cette différence de phase du à ces déformations, la lumière en sortie de l'interféromètre n'est pas détecté directement (comme dans dans l'interféromètre de Michelson normal). Le faisceau laser classique interfère avec un champ quantique (un état dit comprimé de la lumière) ce qui permet de réduire le bruit de mesure au delà d'une limite classique dit bruit de grenaille. (Droite) De "Entanglement based secure quantum cryptography over 1120 km" Nature. Démonstration de l'échange de clés quantiques à partir du protocole BBM92, réalisé avec une source de photon intriqués en polarisation à bord d'un satellite (Micius)

2.2 Recherche académique, industrielle et start-ups

C'est un récapitulatif non exhaustif des diapositives du cours. Les possibilités d'emplois sont nombreuses dans le milieu académique, start-ups et industriels.

Panorama en France

Communications quantiques :

Réseaux quantiques à Paris et Nice (*Orange*), Nokia, Airbus. Nombreux projets nationaux universitaire et ou universitaire-entreprise (ANR par exemple).

Metrologie quantique :

Start-up (*Chipiron*, ...), mesures de champs magnétiques, accéléromètre, capteur inertiel (*Thalès*), ingénieur RF (*plus d'emplois*). Nombreux projets nationaux universitaire et ou universitaire-entreprise (ANR par exemple)

Calcul quantique :

Alice and Bob, *C12*, *Welinq*, *Pasqal*, *Crystal quantum computing*, *Quandela*. Nombreux projets nationaux universitaire et ou universitaire-entreprise (ANR par exemple)

Quantum engineering

Cailabs (Rennes), ... Nombreux projets nationaux universitaire et ou universitaire-entreprise (ANR par exemple)

Panorama en Europe et États-Unis

Metrologie quantique :

Détection des ondes gravitationnelles (*LIGO*, *VIGO*). Nombreux projets européens

Communications quantiques :

Start-ups : IdQuantique, QTI, Aegiq

Projets Européens *EuroQCI*, *QSNP*, *Quantum Internet*, *Qudice*, *satellite Eagle1*.

Calcul quantique

EU : Multiverse computing, Kilidmanjaro, Universal Quantum, Riverlane, IQM Quantum computer, ORCA Computing, Quantum Motion, Planqc, Quix

EU : HPCQS (HPC +Quantique) : France-Allemagne (GENCI/Julich)

US : QC Ware Google, IBM, Amazon Bracket, IonQ, Zapata computing, ColdQuanta, Strangeworks, Atom Computing, IonQ, Rigetti computing, Atom Computing, D-Wave 1Qbit (Canada), PsiQuantum, Xanadu (Canada)

Quantum engineering

EU : Sparrow Quantum, Quantware, Vectorphotonic, Iprionics

Panorama en Asie

Chine : *Lancement satellite Micius, expérience de Sampling...* : recherche académique très importante. Dépôts de nombreux brevets. Exemple : LQOM (Japon, QCOM), Spectral (QKD, Singapore)

Points clés du cours

Expérience menant à la Mécanique Quantique :

- Raies d'énergie des atomes
- Radiation du corps noir
- Effet photo-électrique
- Source de photons uniques, contrôle individuel d'atomes froids, ions piégés, Jonction Josephson...

Expériences fondamentales :

- Expériences des trous de Young, Davisson et Germer
- Dualité onde-corpuscule
- Intrication quantique

Exploitation des phénomènes de physique quantique dans des technologies quantiques

- Superposition
- Intrication
- Effet de la mesure dans des protocoles

Technologies quantiques :

- Métrologie quantique (mature)
- Communications (relativement mature)
- Calcul (moins mature, mais ce n'est pas une raison pour s'arrêter ou être sceptique)
- Simulation (moins mature)
- Ingénierie quantique (l'innovation ne s'arrête pas)
- Fondation de la mécanique quantique (là non plus, cela ne s'arrête pas).

3 Enseignement de la mécanique quantique au sein de l'école

3.1 Plan du cours de 1A

- Cours 1 : 1 TH : Magistral : Concepts initiaux (approche historique des concepts) et enjeux technologiques (FG-NF)
 - Cours 2 : 1TH : Magistral : Objets quantiques, fonction d'onde, opérateurs (FG-NF)
 - Cours 3 : 1TH : Magistral : Dynamique et Mesure (FG-NF)
 - Cours 4 : 1TH : Leçon groupe/TD Système à deux niveaux (tous)
 - Cours 5 : 1TH : TD Molécule ammoniac (tous)
 - Cours 6 : 1 TH : Magistral Intrication quantique (NF)
 - Cours 7 : 1TH : Leçon groupe/TD Variables continues position et impulsion (tous)
 - Cours 8 : 1TH : TD Puit quantique et Effet tunnel (tous)
 - Cours 9 et 10 : 2TH : Leçon groupe/TD : De l'atome à la molécule : bases de matière condensée et semi-conducteurs (CW)
 - Cours 11 : 1TH : Leçon groupe Semi conducteurs intrinsèques et extrinsèques (tous).
 - Cours 12 : 1TH Leçon groupe/TD Jonction PN (tous)
 - Cours 13 : 1TH : TD Dispositifs optoélectroniques (tous)
 - Examen final (23 mai)
- Séance démonstration source de photons intriqués à la carte.

3.2 Suite de la formation en technologies quantiques

- Cours de 2A : Technologies quantiques (créneau D), communications quantiques (Filière Telecom) et information quantique (filière ACCQ)
- Cours de 3A (QENG3A)
- M2 QLMN, M2 d'Information quantique...
- Thèse en laboratoire universitaire. Thèse en co-supervision avec un partenaire industriel ou start-up.

A Exercices

Sur l'électron

(1) En considérant l'énergie totale de l'électron

$$E = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (7)$$

en déduire son énergie minimum ainsi que sa position et sa vitesse, appelé rayon de Bohr.

(2) Evaluer le moment cinétique de l'électron, et le comparer à la constante de Planck (appelé aussi quantum d'action). Que peut on en déduire ?

Effet Compton

L'effet Compton est une signature de la nature corpusculaire de la lumière. Un rayon γ de fréquence ν et de vecteur d'onde \vec{k} rentre en incidence sur un électron au repos. Après l'interaction, l'électron possède une vitesse \vec{v} et un vecteur d'onde faisant un angle θ avec \vec{k} . Le photon diffusé possède un angle ϕ et une longueur d'onde λ' . En utilisant la conservation de l'énergie et de l'impulsion au cours du processus de collision, montrer que

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos(\phi)) \quad (8)$$

On utilisera que l'énergie de la particule sortante par $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$, résultat obtenue par la relativité restreinte.