une bijection entre les jarties de F et

Montrons que F n'est pas dénombrable Suprosons que l'ensemble F des parties de

E est dénombrable, $f = \{ \{a, \{a, \dots, \{a\}\}\} \}$. $\forall i \quad g \quad (i) = \gamma \quad f_i \quad (i)$ $\int o \quad (o) = v \cdot ai = 7 \quad g(o) = f \cdot au \cdot c$

g est une fonction totale de E+ Bool donc g E F. Donc Bj kg g = gj g(j) = 7 j j(j) par définition g(j) = fi(j) con g = fjDonc For est pas dénombrable. Donc P(E) en bijection avec F n'est pas dénombable. 2. Un programme se code over des 0 et des 1, donc l'ensemble des programmes est dénombrable

L'ensemble des fonctions n'est pas dénombrable.

[démonstration 1.]

3.
$$|E| = n$$
 $|P(E)| = 2^m$ avec $2^m > n$

Esceraice 12:

Vi Ei C N, known F C N tq

Vi Ei & F: F= {i | i \in Ei }

Supposons \(\frac{1}{2} \) \text{ fg Ej = F}

Si \(\text{ j \in Fi alors j \in F alors} \)

E\(\text{ j \in F}, \quad \text{ contradiction} \)

Si j & Ej alors j & F alors

Ej & F contradiction.

 $\chi = \{a_k \times 10^{-K} \text{ on } a_k \in [0,9].$

Suposons que I est dénombrable:

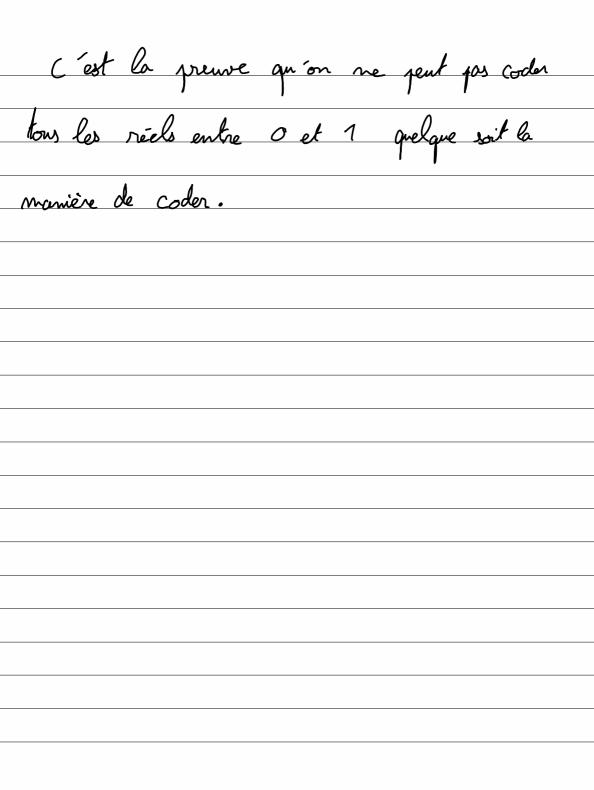
I = { 2c 1 , 2c 2 , ... , 2c i , ... }

Trouwer y ‡ xi Vi et y E [0,1[

y = Ebx 10 x

losons x 1 = 0,1 , x 2 = 0,02 , x 3 = 0,003 4=0,211

bx + ax si ax(x)=1 bx=2 simon bx = 1



Exercice 15:

Un ensemble est fini si on ne jent

pas le mettre en lijection avec une

partie stricte de lui même.

Il est infini sinon.

N' est infini

 $f: x \to 2x$ $f: N \to Entiers Pairs$ f(x) est unique, y est un entier pair tq

 $\exists ! \propto , f(x) = y$

1. Jonation totale : définie sur l'entiereté de

son domaine de définition.

non calable : aucune procédure ne le

 $2. \quad g(n) = \sum_{i=0}^{n} f(i) \quad +n$

 $g(n-1)= \{ f(i) \}$ + (n-1)

g strictement croissante: g(n)- g(n-1)

 $= \int_{\mathbb{C}^n} \left(m \right) + 1 > 0$

Supposons qu'une procédure g Calarle g int procédure f (ent n): if (n==0) return procédure g (o) else return procédure g (n)- procédure g (n-1) _1; g (o) = f(o) contradiction, donc l'hypothèse procédure g est fansse

Exercice 19:

J'est totale can lijective.

int f (int n) { ... }

f(x)=y=7 $f^{-1}(y)=xc=g(y)$

int g (inty) {

Pour (z = 0; ; 2c++):

Si f (i)= g:

, (() - y .

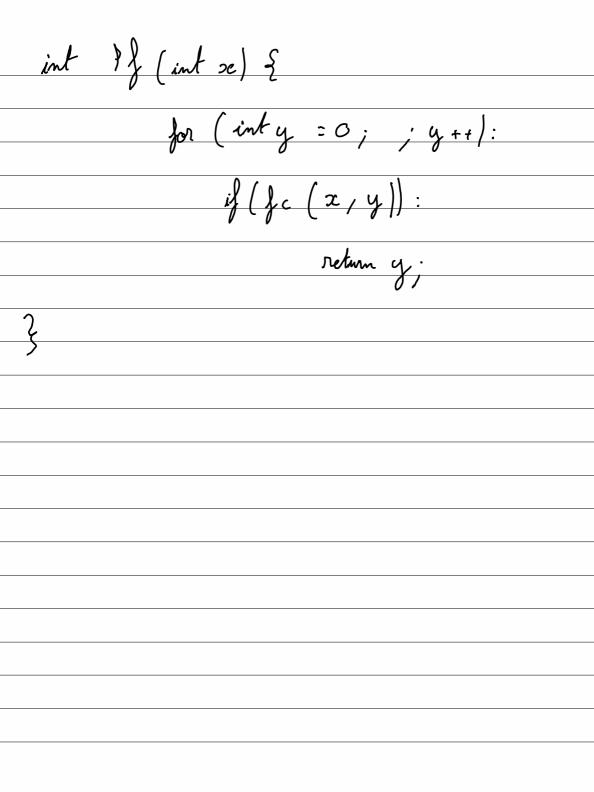
renoyer i

} Ce programme ne bouck jas car f est

bijective.

Escercice 20:

g est totale N -> N et calculable soi son grophe est décidable. (=) Supposons of calculable Soit Pf la procédure qui calcule J: int &c (int oc, int y) { return Pf(x) = = y; (Supposons Jc can Gest décidable, montrons que f'est calculable:



Exercice 21: O(n)= { x loc E E et oc < m} of est calculable ssi E est décidable (F) Soit Pfc la procédure qui calcule la fonction coractéristique de É. En calcule int phy (int n). int phy (int n) { oft :0; for (int i = 0; i < n; i++){ if (Pfc(i)) cutti

l'algo me boncle pos grâce à la définition de la fonction caractéristique.

int Pfc (int oc) {

return they (n+1)! = thy(n).

<u>}</u>