Université de Provence
Licence d'Informatique
Troisième année

Bases de données
TD No 6
Couvertures Minimales – Décompositions

T cExercice 1 :

Enoncé :

Soit $F = \{C \to A, D \to B, AB \to CD\}$ et $G = \{CD \to AB, AB \to C, AB \to D\}$.

a) Calculer F^+ (la fermeture de *F*) et G^+.

b) Quelle est la relation ensembliste entre F^+ et G^+.

c) Calculer BC_F^+ (la fermeture de *BC* par rapport à *F*) et BC_G^+. Quelle est la relation ensembliste entre BC_F^+ et BC_G^+ ?

d) Pourrait-on généraliser ce que l'on observe en question c) ?

Correction :

a) Définition de la fermeture d'un ensemble *F* de DF :

La fermeture d'un ensemble *F* de DF, notée F^+, définies sur un univers *U*, est :

$$F^+ = \{X \to Y \mid X, Y \subseteq U \text{ et } F \models X \to Y\}$$

Comment détermine t-on la fermeture d'un ensemble *F* de DF ?

Pour déterminer la fermeture d'un ensemble F de DF, il suffit de lister toutes les dépendances fonctionnelles déduites par implication sémantique ou syntaxique de l'ensemble F. Parmi ces dépendances fonctionnelles, on retrouve plusieurs types de DF :

(a) Les DF $X \to \emptyset, X \subseteq U$ qui peuvent être déduites de l'ensemble *F* à l'aide de la propriété vue dans le TD précédent : $F \models X \to \emptyset, X \subseteq U$.

(b) Les DF canoniques $X \to Y$ où Y est un singleton (attribut simple).

(c) Les DF $X \to Y, Y \subseteq X$ qui peuvent être déduites de l'ensemble F à l'aide du système d'Armstrong qui dit que : $\vdash X \to Y, \forall Y \subseteq X$.

(d) Les DF $X \to Y$ qui peuvent être déduites des DF (a), (b) et (c) par le système d'Armstrong avec les propriétés d'augmentation, de transitivité, d'additivité, de décomposition et de pseudo-transitivité.

Application à la fermeture de *F* :

$$F^+ = \left\{\begin{array}{l}
\{\emptyset \to \emptyset, A \to \emptyset, B \to \emptyset, C \to \emptyset, D \to \emptyset\}, \quad \{AB \to \emptyset, AC \to \emptyset, AD \to \emptyset, BC \to \emptyset, BD \to \emptyset, CD \to \emptyset\}, \\
\{ABC \to \emptyset, ABD \to \emptyset, BCD \to \emptyset, ABCD \to \emptyset\}, \quad \{A \to A, B \to B, C \to C, D \to D, C \to A, D \to B\}, \\
\{AB \to A, AB \to B, AB \to C, AB \to D\}, \quad \{AC \to A, AC \to C\}, \quad \{AD \to A, AD \to D\}, \\
\{BC \to B, BC \to C, BC \to A, BC \to D\}, \quad \{BD \to B, BD \to D\}, \quad \{CD \to A, CD \to C, CD \to D, CD \to B\}, \\
\{ABC \to A, ABC \to B, ABC \to C, ABC \to D\}, \quad \{ABD \to A, ABD \to B, ABD \to C, ABD \to D\}, \\
\{BCD \to A, BCD \to B, BCD \to C, BCD \to D\}, \quad \{ABCD \to A, ABCD \to B, ABCD \to C, ABCD \to D\}, \\
\{AB \to AB, AB \to AC, AB \to AD, AB \to BC, AB \to BD, AB \to CD, AB \to ABC, AB \to ABD, AB \to BCD, AB \to ABCD\}, \\
\{AC \to AC\}, \quad \{AD \to AD\}, \quad \{BD \to BD\}, \\
\{BC \to AB, BC \to AC, BC \to AD, BC \to BC, BC \to BD, BC \to CD, BC \to ABC, BC \to ABD, BC \to BCD, BC \to ABCD,\}, \\
\{CD \to AB, CD \to AC, CD \to AD, CD \to BC, CD \to BD, CD \to CD, CD \to ABC, CD \to ABD, CD \to BCD, CD \to ABCD,\}, \\
\{ABC \to AB, ABC \to AC, ABC \to AD, ABC \to BC, ABC \to BD, ABC \to CD, \\
\quad ABC \to ABC, ABC \to ABD, ABC \to BCD, ABC \to ABCD\}, \\
\{ABD \to AB, ABD \to AC, ABD \to AD, ABD \to BC, ABD \to BD, ABD \to CD, \\
\quad ABD \to ABC, ABD \to ABD, ABD \to BCD, ABD \to ABCD\}, \ldots
\end{array}\right\}$$

$$F^{+}=\left\{\begin{array}{l}\ldots,\{BCD \to AB, BCD \to AC, BCD \to AD, BCD \to BC, BCD \to BD, BCD \to CD,\\ \quad BCD \to ABC, BCD \to ABD, BCD \to BCD, BCD \to ABCD\},\\ \{ABCD \to AB, ABCD \to AC, ABCD \to AD, ABCD \to BC, ABCD \to BD, ABCD \to CD,\\ \quad ABCD \to ABC, ABCD \to ABD, ABCD \to BCD, ABCD \to ABCD\}\end{array}\right\}$$

<u>Puis à la fermeture de *G* :</u>

$$G^{+}=\left\{\begin{array}{l}\{\varnothing \to \varnothing, A \to \varnothing, B \to \varnothing, C \to \varnothing, D \to \varnothing\},\quad \{AB \to \varnothing, AC \to \varnothing, AD \to \varnothing, BC \to \varnothing, BD \to \varnothing, CD \to \varnothing\},\\ \{ABC \to \varnothing, ABD \to \varnothing, BCD \to \varnothing, ABCD \to \varnothing\},\quad \{A \to A, B \to B, C \to C, D \to D\},\\ \{AB \to A, AB \to B, AB \to C, AB \to D\},\quad \{AC \to A, AC \to C\},\quad \{AD \to A, AD \to D\},\\ \{BC \to B, BC \to C\},\quad \{BD \to B, BD \to D\},\quad \{CD \to A, CD \to C, CD \to D, CD \to B\},\\ \{ABC \to A, ABC \to B, ABC \to C, ABC \to D\},\quad \{ABD \to A, ABD \to B, ABD \to C, ABD \to D\},\\ \{BCD \to A, BCD \to B, BCD \to C, BCD \to D\},\quad \{ABCD \to A, ABCD \to B, ABCD \to C, ABCD \to D\},\\ \{AB \to AB, AB \to AC, AB \to AD, AB \to BC, AB \to BD, AB \to CD, AB \to ABC, AB \to ABD, AB \to BCD, AB \to ABCD\},\\ \{AC \to AC\},\quad \{AD \to AD\},\quad \{BD \to BD\},\quad \{BC \to BC\}\\ \{CD \to AB, CD \to AC, CD \to AD, CD \to BC, CD \to BD, CD \to CD, CD \to ABC, CD \to ABD, CD \to BCD, CD \to ABCD,\}\\ \{ABC \to AB, ABC \to AC, ABC \to AD, ABC \to BC, ABC \to BD, ABC \to CD,\\ \quad ABC \to ABC, ABC \to ABD, ABC \to BCD, ABC \to ABCD\},\\ \{ABD \to AB, ABD \to AC, ABD \to AD, ABD \to BC, ABD \to BD, ABD \to CD,\\ \quad ABD \to ABC, ABD \to ABD, ABD \to BCD, ABD \to ABCD\},\\ \{BCD \to AB, BCD \to AC, BCD \to AD, BCD \to BC, BCD \to BD, BCD \to CD,\\ \quad BCD \to ABC, BCD \to ABD, BCD \to BCD, BCD \to ABCD\},\\ \{ABCD \to AB, ABCD \to AC, ABCD \to AD, ABCD \to BC, ABCD \to BD, ABCD \to CD,\\ \quad ABCD \to ABC, ABCD \to ABD, ABCD \to BCD, ABCD \to ABCD\}\end{array}\right\}$$

b) <u>Relation ensembliste entre les fermetures de *F* et de *G* ?</u>

$\forall X, Y \subseteq U$ tels que $X \to Y \in G^{+}, X \to Y \in F^{+} \;\Rightarrow\; G^{+} \subseteq F^{+}$

c) <u>Définition de la fermeture d'un attribut par rapport à un ensemble *F* de DF :</u>

La fermeture d'un attribut $X \subseteq U$ par rapport à ensemble *F* de DF, notée X_F^{+}, définies sur un univers *U*, est le plus grand schéma (par rapport à l'inclusion) $Y \subseteq U$ tel que $F^{+} \models X \to Y$.

<u>Algorithme de construction de la fermeture d'un attribut par rapport à un ensemble F de DF :</u>

- $X^{+} \leftarrow X$;
- **répéter**
  - $ancienX^{+} \leftarrow X^{+}$;
  - **pour** chaque dépendance fonctionnelle $Y \to Z$ dans *F* **faire**
    - **si** $Y \subseteq X^{+}$ et $Z \not\subset X^{+}$ **alors** $X^{+} \leftarrow X^{+} \cup Z$;
- **jusqu'à** ($X^{+} = U$ ou $X^{+} = ancienX^{+}$)

<u>Application à la fermeture de BC par rapport à F :</u>

- $BC_F^{+} \leftarrow BC$;
- Premier passage :
  - $temp \leftarrow BC_F^{+}$; $\boxed{temp = BC_F^{+} = BC}$
  - 1ère DF : $C \to A$: $C \subseteq BC_F^{+}$ et $A \not\subset BC_F^{+}$ donc $BC_F^{+} \leftarrow BC_F^{+} \cup A$ $\boxed{BC_F^{+} = ABC}$

- 2nde DF : $D \to B$: $D \not\subset BC_F^+$ donc BC_F^+ inchangé $\boxed{BC_F^+ = ABC}$
- 3ème DF : $AB \to CD$: $AB \subseteq BC_F^+$ et $CD \not\subset BC_F^+$ donc $BC_F^+ \leftarrow BC_F^+ \cup CD$ $\boxed{BC_F^+ = ABCD}$

– $BC_F^+ = U$, donc algorithme terminé

On a donc pour résultat : $BC_F^+ = ABCD$

<u>Puis à la fermeture de BC par rapport à G :</u>

– $BC_G^+ \leftarrow BC$;

– Premier passage :
  - $temp \leftarrow BC_G^+$; $\boxed{temp = BC_G^+ = BC}$
  - 1ère DF : $CD \to AB$: $CD \not\subset BC_G^+$ donc BC_F^+ inchangé $\boxed{BC_G^+ = BC}$
  - 2nde DF : $AB \to C$: $AB \not\subset BC_F^+$ donc BC_F^+ inchangé $\boxed{BC_G^+ = BC}$
  - 3ème DF : $AB \to D$: $AB \not\subset BC_F^+$ donc BC_F^+ inchangé $\boxed{BC_G^+ = BC}$

– $BC_F^+ = temp$, donc algorithme terminé

On a donc pour résultat : $BC_G^+ = BC$

<u>Relation ensembliste entre les fermetures de BC par rapport à F et G :</u>

$BC \subset ABCD \;\Rightarrow\; BC_G^+ \subset BC_F^+$

d) <u>Généralisation :</u>

Relation entre X_F^+ et F^+ : $F^+ = \left\{ X \to Y \mid X \subseteq U \text{ et } Y \subseteq X_F^+ \right\}$.

On en déduit de $G^+ \subseteq F^+$ que $\forall X \subseteq U, X_G^+ \subseteq X_F^+$.

Exercice 2 :

Enoncé :

Considérer l'univers *U* et l'ensemble de dépendances fonctionnelles $\mathcal{F}$ tels que :

$$U = \{A, B, C, D, F, I, N\} \text{ et } \mathcal{F} = \{A \to CDI, BC \to FN, AI \to C, AB \to F\}.$$

a) Chercher toutes les clés de *U*.

b) Montrer qu'il existe une dépendance fonctionnelle de $\mathcal{F}$ qui n'est pas réduite à gauche.

c) Chercher une couverture minimale de $\mathcal{F}$.

d) $\mathcal{S} = \{ACDI, BCFN, ACI, ABF\}$ est-elle une décomposition SPI (sans perte d'information) de *U*, par rapport à $\mathcal{F}$? Sinon, en proposer une.

Correction :

a) <u>Définition d'une clé et d'une sur-clé :</u>

Une clé est un ensemble minimal d'attributs qui détermine tous les autres, c'est-à-dire qu'un schéma de relation $X \subseteq U$ est une clé de *U*, par rapport à *F*, si :

– $X_F^+ = U$ (c'est-à-dire $X \to U$) ;

– il n'existe pas $Y \subset X$, tel que $Y_F^+ = U$ (c'est-à-dire $Y \to U$).

Propriété :

– Si *X* satisfait seulement la première condition, alors *X* est dit une **sur-clé** de *U*.

– Un attribut qui appartient à une clé est appelé un attribut premier.

Résolution d'une sur-clé :

Pour trouver une sur-clé de U par rapport à un ensemble F de DF $X_i \to Y_i$, il suffit de faire l'union de tous les X_i de chaque DF de *F*. Ainsi, pour notre exemple, une sur-clé est : $S = ABCI$

Méthode pour trouver les clés :

Les clés sont incluses dans la sur-clé définie précédemment. Pour cela on cherche les sous-ensembles minimaux (par rapport à l'inclusion) de la sur-clé qui permettent d'en déduire tous les attributs de U. Pour cela, on calcule les fermetures X_F^+ tel que $X \subseteq S \subseteq U$ (où *S* est une sur-clé), et les clés seront les plus petit schéma *X* tel que $X_F^+ = U$.

Ainsi :

- Clés potentielles avec un seul attribut ?

  $A_F^+ = ACDI \neq U$, $B_F^+ = B \neq U$, $C_F^+ = C \neq U$ et $I_F^+ = I \neq U$ donc pas de clé à un seul attribut.
- Clés potentielles avec deux attributs ?

  $AB_F^+ = ABCDIFN = U$, $AC_F^+ = ACDI \neq U$, $AI_F^+ = ACDI \neq U$, $BC_F^+ = BCFN \neq U$, $BI_F^+ = BI \neq U$ et $CI_F^+ = CI \neq U$ donc une seule clé ***AB***.

b) Définition de réduction à droite :

Une dépendance fonctionnelle $X \to Y$ est réduite à droite si *Y* est un singleton.

Définition de réduction à gauche :

Une dépendance fonctionnelle $X \to Y$ est réduite à gauche s'il n'existe pas X' strictement inclus dans *X* tel que $F \vdash X' \to Y$.

Définition de redondance :

F est redondant s'il existe $f \in F$ telle que $F - \{f\} \vdash f$.

Définition de réduction :

F est réduit si *F* n'est pas redondant et pour tout $f \in F$, *f* est réduite à gauche et à droite.

Comment trouver une DF non réduite à gauche ?

Pour trouver une DF non réduite à gauche, il suffit de regarder pour chaque DF $X \to Y$ de l'ensemble F, s'il existe $X' \subset X$ tel que $F \vdash X' \to Y$.

Ici, si on prend la DF $AI \to C$, regardons si $F \vdash A \to C$ ou $F \vdash I \to C$. Pour cela, on utilise la DF $A \to CDI$ qui peut se décomposer en $A \to C, A \to D, A \to I$. Par conséquent, on a $F \vdash A \to C$.

On peut en conclure que $AI \to C$ n'est pas réduite à gauche relativement à *F*.

c) Définition d'une couverture minimale :

Une couverture minimale d'un ensemble F de DF est un ensemble minimal G de DF qui est équivalent à F. Chaque ensemble F de DF a au moins une couverture minimale.

Une couverture minimale est un ensemble de DF réduit, c'est-à-dire non redondant et que toutes les DF de la couverture minimale sont réduites à gauche et à droite.

Algorithme de construction d'une couverture minimale :

- Poser $G \leftarrow F$

Etape de réduction des DF à droite :

- Remplacer chaque dépendance fonctionnelle $X \to A_1,\ldots,A_n$ dans *G* par $X \to A_1,\ldots,X \to A_n$

Etape de réduction des DF à gauche :

- **Pour** chaque dépendance fonctionnelle $X \to A_i$ dans *G*
  - **Pour** chaque attribut *B* dans *X*

- **si** $G - \{X \to A_i\} \models \{(X - \{B\}) \to A_i\}$ **alors**
  - remplacer $X \to A_i$ dans G par $(X - \{B\}) \to A_i$

Etape d'élimination des redondances de G :

– **Pour** chaque dépendance fonctionnelle $X \to A_i$ restant dans G
  - **si** $(G - \{X \to A_i\})$ est équivalent à G **alors**
    - retirer $X \to A_i$ de G

Conclusion : G est une couverture de F.

Utilisons l'algorithme pour trouver une couverture minimale G de l'ensemble F :

– $G \leftarrow F$

$$G = \{A \to CDI, BC \to FN, AI \to C, AB \to F\}$$

Etape de réduction des DF à droite :

– Remplacement de $A \to CDI$ par $A \to C, A \to D, A \to I$

– Remplacement de $BC \to FN$ par $BC \to F, BC \to N$

$$G = \{A \to C, A \to D, A \to I, BC \to F, BC \to N, AI \to C, AB \to F\}$$

Etape de réduction des DF à gauche :

– Les DF $A \to C, A \to D, A \to I$ sont déjà réduites à gauche, donc observons les autres DF de G.

– DF $BC \to F$:
  - est ce que $G - \{BC \to F\} \models \{B \to F\}$? Non
  - est ce que $G - \{BC \to F\} \models \{C \to F\}$? Non
  - Alors $BC \to F$ est réduite à gauche.

– DF $BC \to N$:
  - est ce que $G - \{BC \to N\} \models \{B \to N\}$? Non
  - est ce que $G - \{BC \to N\} \models \{C \to N\}$? Non
  - Alors $BC \to N$ est réduite à gauche.

– DF $AI \to C$:
  - est ce que $G - \{AI \to C\} \models \{A \to C\}$? Oui.
  - Alors $AI \to C$ est réduite à gauche, et on remplace $AI \to C$ par $A \to C$ dans G.

– DF $AB \to F$:
  - est ce que $G - \{AB \to F\} \models \{B \to F\}$? Non
  - est ce que $G - \{AB \to F\} \models \{A \to F\}$? Non
  - Alors $AB \to F$ est réduite à gauche.

$$G = \{A \to C, A \to D, A \to I, BC \to F, BC \to N, A \to C, AB \to F\}$$

Etape d'élimination des redondances de G :

– Seule la DF $A \to C$ est redondante car : $G - \{A \to C\} \equiv G$. Donc on supprime une des deux DF $A \to C$ de l'ensemble G.

$$G = \{A \to D, A \to I, BC \to F, BC \to N, A \to C, AB \to F\}$$

Ainsi, la couverture minimale de $\mathcal{F} = \{A \to CDI, BC \to FN, AI \to C, AB \to F\}$ est :

$$G = \{A \to D, A \to I, BC \to F, BC \to N, A \to C, AB \to F\}$$

d) Définition d'une décomposition SPI :

Une décomposition $D = \{R_1,\ldots,R_m\}$ de R est **sans perte d'information** par rapport à un ensemble F de dépendances fonctionnelles si, pour toute instance r de R dont les tuples satisfont toutes les DF dans F :

$$\Pi_{R_i}(F) \bowtie \ldots \bowtie \Pi_{R_m}(F) = r$$

Une décomposition sans perte d'information (SPI) assure la non-apparition de tuples excédentaires lorsqu'on effectue une jointure de relations dans la décomposition. Elle est nécessaire pour générer des résultats ayant du sens, pour des requêtes requérant une jointure.

Théorème :
$D = \{R_1,R_2\}$ de R est sans perte d'information par rapport à F si :

$$(R_1 \cap R_2) \to (R_1 - R_2) \text{ ou } (R_1 \cap R_2) \to (R_2 - R_1) \text{ appartient à } F^+$$

Dans le cas contraire, on ne peut pas conclure.

Vérification d'une SPI à l'aide du théorème :
Nous allons utiliser le théorème pour vérifier si $\mathcal{S} = \{ACDI, BCFN, ACI, ABF\}$ est une décomposition SPI ou non. Pour cela, nous allons regarder pour chaque couple (R_1,R_2) de $\mathcal{S}$ si les dépendances fonctionnelles $(R_1 \cap R_2) \to (R_1 - R_2)$ ou $(R_1 \cap R_2) \to (R_2 - R_1)$ appartiennent à F^+.

Prenons le couple $\mathcal{D}_1 = \{ACDI, BCFN\}$. Alors : $R_1 \cap R_2 = C$, $R_1 - R_2 = ADI$ et $R_2 - R_1 = BFN$. Est-ce que l'on a :

- $(R_1 \cap R_2) \to (R_1 - R_2)$ appartient à F^+, c'est-à-dire : $F \models C \to ADI$? Non.
- $(R_1 \cap R_2) \to (R_2 - R_1)$ appartient à F^+, c'est-à-dire : $F \models C \to BFN$? Non.

On ne peut pas conclure.

Algorithme de vérification d'une SPI par le tableau de poursuite :
La vérification de décomposition SPI en présence de DF peut être réalisée avec un tableau appelé un tableau de poursuite. Chaque colonne du tableau a pour entête un attribut de U. Pour chaque schéma de S, une ligne q_i est établit pour le tableau, telle que si $R_i = A_1 \ldots A_n$ alors :

- $q_i(A_1) = a_1, \ldots, q_i(A_n) = a_n$
- pour tout $A \in U$ tel que $A \neq A_1, ..., A \neq A_n$, $q_i(A) = x_h$ où h est un indice inutilisé dans le tableau.

Les a_i sont des constantes et x_h sont des variables.

Dans le tableau, on répète les actions suivantes jusqu'à ce qu'une ligne soit remplie par des constantes ou que le tableau ne change plus :

- soient q_1 et q_2 deux lignes du tableau. Pour chaque DF $X \to Y$ de F, si $q_1[X] = q_2[X]$, alors pour chaque attribut $A \in Y$:
  - si $q_1(A)$ est une constante et $q_2(A)$ est une variable (ou inversement), alors remplacer la variable par la constante.
  - si $q_1(A)$ et $q_2(A)$ sont deux variables, telles que $q_1(A) = x_g$ et $q_2(A) = x_h$, alors on remplace x_h par x_g si $g < h$, sinon on remplace x_g par x_h.

Lorsque la répétition termine, si une ligne du tableau est remplie avec des constante, alors la décomposition est SPI. Sinon, on n'a pas de conclusion.

Vérification d'une SPI par le tableau de poursuite :
$\mathcal{S} = \{ACDI, BCFN, ACI, ABF\}$, $\mathcal{F} = \{A \to CDI, BC \to FN, AI \to C, AB \to F\}$ et $U = ABCDFIN$.

Le tableau de poursuite est construit comme suit :

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI							
BCFN							
ACI							
ABF							

Ensuite, on initialise le tableau à l'aide des constantes :

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI	a		c	d		i	
BCFN		b	c		f		n
ACI	a		c			i	
ABF	a	b			f		

Ensuite, on rajoute les variables :

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI	a	x_1	c	d	x_2	i	x_3
BCFN	x_4	b	c	x_5	f	x_6	n
ACI	a	x_7	c	x_8	x_9	i	x_{10}
ABF	a	b	x_{11}	x_{12}	f	x_{13}	x_{14}

Ensuite, on applique l'algorithme.
1ère passe : on prend les lignes ACDI et BCFN

– On regarde la DF $A \to CDI$: $a \neq x_4$ donc aucun changement

– On regarde la DF $BC \to FN$: $x_1c \neq bc$ donc aucun changement

– On regarde la DF $AI \to C$: $ac \neq x_4c$ donc aucun changement

– On regarde la DF $AB \to F$: $ax_1 \neq x_4b$ donc aucun changement

2ème passe : on prend les lignes ACDI et ACI

– On regarde la DF $A \to CDI$: $a = a$

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI	a	x_1	c	d	x_2	i	x_3
BCFN	x_4	b	c	x_5	f	x_6	n
ACI	a	x_7	c	***d***	x_9	i	x_{10}
ABF	a	b	x_{11}	x_{12}	f	x_{13}	x_{14}

– On regarde la DF $BC \to FN$: $x_1c \neq x_7c$ donc aucun changement

– On regarde la DF $AI \to C$: $ai = ai$

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI	a	x_1	c	d	x_2	i	x_3
BCFN	x_4	b	c	x_5	f	x_6	n
ACI	a	x_7	c	d	x_9	i	x_{10}
ABF	a	b	x_{11}	x_{12}	f	x_{13}	x_{14}

– On regarde la DF $AB \to F$: $ax_1 \neq ax_7$ donc aucun changement

3ème passe : on prend les lignes ACDI et ABF

– On regarde la DF $A \to CDI$: $a = a$

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI	a	x_1	c	d	x_2	i	x_3
BCFN	x_4	b	c	x_5	f	x_6	n
ACI	a	x_7	c	d	x_9	i	x_{10}
ABF	a	b	***c***	***d***	f	***i***	x_{14}

– On regarde la DF $BC \to FN$: $x_1c \neq bc$ donc aucun changement

– On regarde la DF $AI \to C$: $ai = ai$

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI	a	x_1	c	d	x_2	i	x_3
BCFN	x_4	b	c	x_5	f	x_6	n
ACI	a	x_7	c	d	x_9	i	x_{10}
ABF	a	b	c	d	f	i	x_{14}

– On regarde la DF $AB \to F$: $ax_1 \neq ab$ donc aucun changement

3ème passe : on prend les lignes BCFN et ABF

- On regarde la DF $A \to CDI$: $x_4 = a$ donc aucun changement
- On regarde la DF $BC \to FN$: $bc = bc$

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI	a	x_1	c	d	x_2	i	x_3
BCFN	x_4	b	c	x_5	f	x_6	n
ACI	a	x_7	c	d	x_9	i	x_{10}
ABF	a	b	c	d	f	i	***n***

On arrête l'algorithme car une ligne est pleine de constante : la dernière. Ainsi, la décomposition est SPI.

Exercice 3 :

Enoncé :

Sur l'univers $U = ABCDE$, soit $F = \{A \to BC, A \to D, B \to DC, AD \to EC\}$.

a) *F* est-il redondant ? réduit à gauche ?
b) Donner une couverture minimale de *F*.
c) Soit $\mathcal{S} = \{ABC, BDC, ADEC\}$. $\mathcal{S}$ est-elle une décomposition SPI (sans perte d'information) de *U*, par rapport à *F* ?
d) Soit F_{ADEC} l'ensemble des dépendances applicables sur *ADEC*. Calculer F_{ADEC}.
e) $\mathcal{S}$ est-elle une décomposition SPD (sans perte de dépendances) de *U*, par rapport à *F* ?
f) *U* est-il en forme normale 3FN (troisième forme normale) par rapport à *F* ? Sinon, donner une décomposition de *U* en forme normale 3FN. Votre décomposition est-elle SPI par rapport à *F*. Justifiez vos réponses.
g) *U* est-il en forme normale Boyce-Codd par rapport à *F* ? Sinon, donner une décomposition de *U* en forme normale Boyce-Codd. Votre décomposition est-elle SPI et SPD par rapport à *F*. Justifiez vos réponses.
h) $\mathcal{S}$ est-elle une décomposition de *U* en 3FN ? en forme normale Boyce-Codd, par rapport à *F* ?

Correction :

a) Redondance de F :

Est-ce que $\{A \to D, B \to DC, AD \to EC\} \models \{A \to BC\}$? Non.

Est-ce que $\{A \to BC, B \to DC, AD \to EC\} \models \{A \to D\}$? Oui. donc F est redondant.

Réduction à gauche :

$A \to BC$, $A \to D$ et $B \to DC$ sont réduites à gauche car les sources *X* sont des singletons.

$AD \to EC$ n'est pas réduite à gauche car $A \to EC$ peut être déduite de *F*.

b) Couverture minimale G de F :

- $G \leftarrow F$

$$G = \{A \to BC, A \to D, B \to DC, AD \to EC\}$$

Etape de réduction des DF à droite :

- Remplacement de $A \to BC$ par $A \to B, A \to C$
- Remplacement de $B \to DC$ par $B \to D, B \to C$
- Remplacement de $AD \to EC$ par $AD \to E, AD \to C$

$$G = \{A \to B, A \to C, A \to D, B \to D, B \to C, AD \to E, AD \to C\}$$

Etape de réduction des DF à gauche :

- La DF $A \to E$ peut se déduire des DF $A \to D, AD \to E$, donc on remplace $AD \to E$ par $A \to E$
- La DF $A \to C$ peut se déduire des DF $A \to D, AD \to C$, donc on remplace $AD \to C$ par $A \to C$

$$G = \{A \to B, A \to C, A \to D, B \to D, B \to C, A \to E, A \to C\}$$

Etape d'élimination des redondances de G :

– La DF $A \to D$ peut se déduire des DF $A \to B, B \to D$, donc on supprime la DF $A \to D$ dans G

$$G = \{A \to B, A \to C, B \to D, B \to C, A \to E, A \to C\}$$

– Les DF $A \to C$ peuvent se déduire des DF $A \to B, B \to C$, donc on supprime les DF $A \to C$ dans G

$$G = \{A \to B, B \to D, B \to C, A \to E\}$$

Ainsi, la couverture minimale de $F = \{A \to BC, A \to D, B \to DC, AD \to EC\}$ est :

$$G = \{A \to B, B \to D, B \to C, A \to E\}$$

c) S est SPI ?

Utilisation du tableau de poursuite avec la couverture minimale G car $G \equiv F$.

$S = \{ABC, BDC, ADEC\}$, $G = \{A \to B, B \to D, B \to C, A \to E\}$ et $U = ABCDE$.

Initialisation du tableau de poursuite :

	A	B	C	D	E
ABC	a	b	c	x_1	x_2
BDC	x_3	b	c	d	x_4
ADEC	a	x_5	c	d	e

Ensuite, on applique l'algorithme.

1ère passe : on prend les lignes ABC et ADEC

– On regarde la DF $A \to B$: $a = a$

	A	B	C	D	E
ABC	a	b	c	x_1	x_2
BDC	x_3	b	c	d	x_4
ADEC	a	***b***	c	d	e

On arrête l'algorithme car une ligne est pleine de constante : la dernière. Par conséquent, la décomposition est SPI.

d) Ensemble des DF applicables sur ADEC :

Un ensemble F_R de DF est dit applicable sur un schéma R, si toutes ses DF $X \to Y$ sont définies telles que $X, Y \subseteq R$.

Donc, si on désire construire F_R à partir de F, cela revient à construire toutes les DF $X \to Y$, $X, Y \subseteq R$, à partir de la couverture minimale G de F.

Résolution

Les seuls attributs source (à gauche des DF) des DF de G sont A et B. Or B n'appartient pas à $ADEC$, donc pour construire F_{ADEC}, il reste à déterminer les DF déduites de G dont la source est A : A est donc la clé de F_{ADEC}. On a : $G = \{A \to B, B \to D, B \to C, A \to E\}$, donc $F_{ADEC} = \{A \to E, A \to C, A \to D\}$.

e) Définition d'une décomposition SPD :

Une décomposition S est sans perte de dépendances, par rapport à F, s'il existe $G \subseteq F^+$ tel que :

– $\forall \{X \to Y\} \in G, \exists R_i \in S \mid XY \subseteq R_i$ et

– $G^+ = F^+$

Théorème :

Une décomposition S est sans perte de dépendances par rapport à F si et seulement si $F_S^+ = F^+$

Algorithme de vérification d'une SPD :

Entrée : un univers U, un ensemble F de DF et une décomposition $S = \{R_1, ..., R_n\}$.

Remarque : Si on a une couverture G de F, alors plutôt travailler avec les DF de G.
Sortie : Vrai si *S* est SPD, faux sinon

- Poser *spd* ← *vrai*
- **tant que** *spd* est vrai **et qu'**il existe $X \to Y \in F$ non traitée, **faire** :
    - Z = X ;
    - **répéter**
        - **pour** i **allant de** 1 **à** n **faire**
            - $Z = Z \cup \left((Z \cap R_i)^+ \cap R_i \right)$
    - **jusqu'à** ($Y \subseteq Z$ ou Z inchangé)
    - **si** $Y \not\subset Z$ **alors** *spd* ← *faux*
- **fin tant que**
- **retourne** *spd*

Vérification du SPD (sous forme de tableau) :

$G = \{A \to B, B \to D, B \to C, AD \to E\}$ et $S = \{ABC, BDC, ADEC\}$

$X \to Y$	R_i	Z	$Z \cap R_i$	$(Z \cap R_i)^+$	$(Z \cap R_i)^+ \cap R_i$	$Z \cup \left((Z \cap R_i)^+ \cap R_i \right)$	spd
$A \to B$	*ABC*	***A***	*A*	*ABCDE*	*ABC*	*ABC*	
	BDC	*ABC*	*BC*	*BCD*	*BCD*	*ABCD*	
B	*ADEC*	*ABCD*	*ACD*	*ABCDE*	*ACDE*	***ABCDE***	vrai
$B \to D$	*ABC*	***B***	*B*	*BDC*	*BC*	*BC*	
	BDC	*BC*	*BC*	*BCD*	*BDC*	*BCD*	
D	*ADEC*	*BCD*	*CD*	*CD*	*CD*	***BCD***	vrai
$B \to C$	*ABC*	***B***	*B*	*BDC*	*BC*	*BC*	
	BDC	*BC*	*BC*	*BCD*	*BDC*	*BCD*	
C	*ADEC*	*BCD*	*CD*	*CD*	*CD*	***BCD***	vrai
$AD \to E$	*ABC*	***AD***	*A*	*ABCDE*	*ABC*	*ABCD*	
	BDC	*ABCD*	*BCD*	*BCD*	*BCD*	*ABCD*	
E	*ADEC*	*ABCD*	*ACD*	*ABCDE*	*ADEC*	***ABCDE***	vrai

L'algorithme renvoie *spd* = *vrai*, donc la décomposition est SPD.

f) Définition d'une 3FN :

Une relation (*R*,*F*) est en **troisième forme normale** (3NF) si et seulement si pour toute DF $f = X \to A \in F^+$, où *A* est un attribut, telle que $A \notin X$,

- *X* est une sur-clé de *R*
- ou *A* est premier (Un attribut est dit **premier** s'il appartient à une clé).

Est-ce que U est en 3FN ?

Une clé est A.

Prenons la DF $B \to DC \in F \subseteq F^+$.

- *B* n'est pas une sur-clé car $A \not\subset B$
- *DC* n'est pas premier car $DC \not\subset A$

Donc U n'est pas en 3FN.

Algorithme 3FN

Entrée : un univers U et un ensemble F de DF.

Sortie : une décomposition $S = \{R_1, ..., R_n\}$ de U qui est SPI, SPD et **3FN**.

- Soit G une converture minimale de F, R un ensemble des attributs figurés dans les DF de G, et $Z = U - R$ l'ensemble des attributs figurés dans les DF de F mais pas de G.
- $S = \{\ \}$

- **Si** $Z \neq \varnothing$ **alors** $S = S \bigcup \{Z\}$
- **S'il existe** $X \to A \in G$ telle que $R \subseteq XA$
  - **alors** $S = S \bigcup \{XA\}$
  - **sinon pour tout** $X \to A \in G$, **faire** $S = S \bigcup \{XA\}$
- **Si** *S* ne contient pas de clé de *U*, **alors** chercher une clé *K* de *U* et faire $S = S \bigcup \{K\}$
- **Retourne** *S*

<u>Construction d'une décomposition *V* en 3FN de *U* en appliquant l'algorithme 3FN :</u>
Entrée :
- $U = ABCDE$ et $F = \{A \to BC, A \to D, B \to DC, AD \to EC\}$

Etape 1 :
- On a $G = \{A \to B, B \to D, B \to C, A \to E\}$ comme couverture minimale de *F*.
- On en déduit que $R = ABCDE$ et $Z = U - R = \varnothing$.

Etape 2 : initialisation
- $S = \{\ \}$
- $Z = \varnothing$ donc *S* est inchangé

Etape 3 : Construction de *S* à partir des DF de *G*
- Il n'existe pas de DF $X \to A \in G$ telle que $R \subseteq XA$
- Donc, pour tout $X \to A \in G$, faire $S = S \bigcup \{XA\}$, ce qui nous donne :

$$S = \{AB, BD, BC, AE\}$$

Etape 4 : existence de la clé de *U* dans *S*
- *A* est la clé de *U*, donc *S* contient la clé *A*.

Retour :
- la décomposition 3FN de *U* est $V = \{AB, BD, BC, AE\}$.

<u>*V* est SPI ?</u>
L'algorithme 3FN est correct et nous assure que *V* est une décomposition SPI, SPD et 3FN par rapport à *F*.

g) <u>Définition d'une FNBC :</u>
Une relation (R,F) est en forme normale de Boyce-Codd (FNBC) si et seulement si pour toute DF $f = X \to Y \in F^+$, *f* est triviale ou *X* est une sur-clé de *R*.

Remarque : un schéma FNBC est 3FN, mais pas l'inverse.

<u>Est-ce que U est en FNBC ?</u>
Dans l'ensemble *F* de DF, où *A* est une clé, on remarque que la DF $B \to DC$ n'est ni triviale, et *B* n'est pas une sur-clé de *U* puisque *B* ne contient pas *A*. Donc U n'est pas FNBC par rapport à *F*.

<u>Algorithme FNBC</u>
<u>*Entrée :*</u> un univers U, un schéma $Z \subseteq U$ (Z étant composé d'au minimum 3 attributs) et un ensemble F de DF (non triviales).
<u>*Sortie :*</u> Z si Z est en FNBC, sinon $\{X_F^+ \bigcap Z, (Z - X_F^+) \bigcup X\}$

- **Tant qu'il existe** $X \to Y \in F$ non utilisée telle que $X \subset Z$, **faire**
  - $X' = X$ // Garder la valeur initiale de X en mémoire
  - **Tant que** $|Z - X| \geq 2$ et $X_F^+ \bigcap Z \subset Z$, **faire**
    - **Si** $X \subset X_F^+ \bigcap Z$, **alors retourne** $\{X_F^+ \bigcap Z, (Z - X_F^+) \bigcup X\}$

- **S'il existe** $P \subset Z$ ($P \neq \emptyset$ et P non utilisé) tel que $\left|Z - X'P\right| \geq 2$
  - **alors** $X = X'P$
  - **sinon** $X = Z$
- **Fin tant que**

– **Fin tant que**

<u>Algorithme DecomposeFNBC</u>
<u>Entrée :</u> un univers U et un ensemble F de DF.
<u>Sortie :</u> une décomposition $S = \{R_1, ..., R_n\}$ de U qui est SPI et **FNBC**.

– $S = \{U\}$

– **Tant que** S change et **qu'il existe** $Z \in S$ tel que $\left|Z\right| > 2$, **faire**

$$S = \left(S - \{Z\}\right) \cup FNBC\left(Z, F, U\right)$$

– **Fin tant que**

<u>Construction d'une décomposition *W* en FNBC de *U* en appliquant l'algorithme DecomposeFNBC:</u>
Entrée :

– $U = ABCDE$ et $F = \{A \to BC, A \to D, B \to DC, AD \to EC\}$

Etape 1 : initialisation

– $S = \{ABCDE\}$

Etape 2 : boucle de décomposition en FNBC

– Passage 1 : $Z = U = ABCDE$ contient au moins 3 attributs donc application de *FNBC(Z,F,U)*
  - DF $A \to BC$ non utilisée telle que $A \subset ABCDE$, donc $X' = A$
    - $X_F^+ \cap Z = \{ABCDE\} \cap ABCDE = \{ABCDE\} \not\subset Z$ donc ne rien faire
  - DF $A \to D$ non utilisée telle que $A \subset ABCDE$, donc $X' = A$
    - $X_F^+ \cap Z = \{ABCDE\} \cap ABCDE = \{ABCDE\} \not\subset Z$ donc ne rien faire
  - DF $B \to DC$ non utilisée telle que $B \subset ABCDE$, donc $X' = B$
    - $\left|Z - X\right| = \left|ACDE\right| \geq 2$ et $X_F^+ \cap Z = \{BDC\} \cap ABCDE = \{BCD\} \subset Z$ donc
      - $\{X = B\} \subset \{BCD = X_F^+ \cap Z\}$ donc $S = \{BCD, BAE\}$

– Passage 2 : $Z = BCD$ contient au moins 3 attributs donc application de *FNBC(Z,F,U)*
  - DF $A \to BC$ non utilisée telle que $A \not\subset BCD$, donc ne rien faire
  - DF $A \to D$ non utilisée telle que $A \not\subset BCD$, donc ne rien faire
  - DF $B \to DC$ non utilisée telle que $B \subset BCD$, donc $X' = B$
    - $X_F^+ \cap Z = \{BDC\} \cap \{BDC\} = \{BCD\} \not\subset Z$ donc ne rien faire
  - DF $AD \to EC$ non utilisée telle que $AD \not\subset BCD$, donc ne rien faire

– Passage 2 : $Z = BAE$ contient au moins 3 attributs donc application de *FNBC(Z,F,U)*
  - DF $A \to BC$ non utilisée telle que $A \subset BAE$, donc $X' = A$
    - $X_F^+ \cap Z = \{ABCDE\} \cap \{BAE\} = \{BAE\} \not\subset Z$ donc ne rien faire
  - DF $A \to D$ non utilisée telle que $A \subset BAE$, donc $X' = A$
    - $X_F^+ \cap Z = \{ABCDE\} \cap \{BAE\} = \{BAE\} \not\subset Z$ donc ne rien faire
  - DF $B \to DC$ non utilisée telle que $B \subset BAE$, donc $X' = B$
    - $\left|Z - X\right| = \left|AE\right| \geq 2$ et $X_F^+ \cap Z = \{BDC\} \cap \{BAE\} = \{B\} \subset Z$ donc
      - $\{X = B\} \not\subset \{B = X_F^+ \cap Z\}$ donc
        - Il n'existe pas de $P \subset BAE$ tel que $\left|BAE - BP\right| \geq 2$ donc $X = BAE$

- Donc ne rien faire
  - DF $AD \to EC$ non utilisée telle que $AD \not\subset BAE$, donc ne rien faire

Retour :
– la décomposition FNBC de *U* est $W = \{BAE, BCD\}$.

<u>On peut vérifier que *W* est en FNBC par rapport à *F* :</u>
– BAE est bien FNBC par rapport à $F_{BAE} = G_{BAE} = \{A \to B, A \to E\}$, car pour toutes les DF de $F_{BAE} = G_{BAE}$, *A* est une sur-clé de BAE.
– BCD est bien FNBC par rapport à $F_{BCD} = G_{BCD} = \{B \to C, B \to D\}$, car pour toutes les DF de $F_{BCD} = G_{BCD}$, *B* est une sur-clé de BCD.

<u>*W* est SPI et SPD ?</u>
L'algorithme FNBC est correct et nous assure que *W* est une décomposition SPI et FNBC par rapport à *F*. De plus, si *W* est FNBC, alors il est 3FN. L'algorithme ne nous dit pas si W est SPD. Donc vérifions-le.

$G = \{A \to B, B \to D, B \to C, A \to E\}$ et $W = \{BAE, BCD\}$

$X \to Y$	R_i	Z	$Z \cap R_i$	$(Z \cap R_i)^+$	$(Z \cap R_i)^+ \cap R_i$	$Z \cup ((Z \cap R_i)^+ \cap R_i)$	spd
$A \to B$ $\mathbf{B}$	BAE BCD	$\mathbf{A}$ ABE	A B	$ABCDE$ BCD	BAE BCD	ABE $\mathbf{ABCDE}$	vrai
$B \to D$ $\mathbf{D}$	BAE BCD	$\mathbf{B}$ B	B B	BCD BCD	B BCD	B $\mathbf{BCD}$	vrai
$B \to C$ $\mathbf{C}$	BAE BCD	$\mathbf{B}$ B	B B	BCD BCD	B BCD	B $\mathbf{BCD}$	vrai
$AD \to E$ $\mathbf{E}$	BAE BCD	$\mathbf{AD}$ ABE	A B	$ABCDE$ BCD	BAE BCD	ABE $\mathbf{ABCDE}$	vrai

L'algorithme renvoie *spd* = *vrai*, donc la décomposition est SPD.

h) <u>S est 3FN et FNBC ?</u>
$S = \{ABC, BDC, ADEC\}$ et $F = \{A \to BC, A \to D, B \to DC, AD \to EC\}$

Construisons F_{ABC}, F_{BCD} et F_{ADEC} :
$F_{ABC} = \{A \to B, B \to C\}$, clé A
$F_{BCD} = \{B \to C, B \to D\}$, clé B
$F_{ADEC} = \{A \to C, A \to D, A \to E\}$, clé A

On remarque qu'il existe une DF $B \to C$ de F_{ABC}, avec $C \not\in B$, telle que *B* n'est pas une sur-clé de *ABC*, et *C* n'est pas premier. Donc, *ABC* n'est pas en 3FN par rapport à F_{ABC}.

On en conclut que $S = \{ABC, BDC, ADEC\}$ n'est pas en 3FN par rapport à *F*, et n'est pas non plus en FNBC.

<u>Exercice 4 :</u>

<u>Enoncé :</u>

Soient *F* et *G* deux ensembles de dépendances fonctionnelles, montrer que si $sat(F) = sat(G)$, alors toute couverture minimale de *F* est aussi une couverture minimale de *G*.

Correction :

On a $sat(F) = sat(G)$ donc $F \models G$ et $G \models F$.

Or, par définition de la fermeture : $F \models F^+$ et $G \models G^+$, donc : $F \models G^+$ et $G \models F^+$.

Or F^+ est l'ensemble maximal (par rapport à l'inclusion) tel que $F \models F^+$, par conséquent, comme $F \models G^+$, on a forcément $G^+ \subseteq F^+$.

De même, G^+ est l'ensemble maximal (par rapport à l'inclusion) tel que $G \models G^+$, par conséquent, comme $G \models F^+$, on a forcément $F^+ \subseteq G^+$.

On en déduit des deux relations d'inclusions que : $F^+ = G^+$.
Ceci nous permet de déduire que $F \equiv G$.

D'autre part, la définition de la couverture minimale H de l'ensemble F nous permet de dire que : $F \equiv H$ et *H* réduit. Or $F \equiv G$, donc on en déduit que $H \equiv G$ et *H* réduit. On en conclut que par définition de la couverture minimale, *H* est la couverture minimale de l'ensemble *G*.

Concl. : si $sat(F) = sat(G)$, alors toute couverture minimale de *F* est aussi une couverture minimale de *G*.

Exercice 5 :

Enoncé :

Soit $U = ABCDE$ et $F = \{A \to B, A \to AC, BC \to AE, BD \to AC\}$.

a) Calculer les fermetures de *BC* par rapport à *F* et par rapport à F_{ABCD}.
b) Quelle est la relation ensembliste entre ces fermetures ? Peut-on généraliser cette observation ?

Correction :

a) Calcul de F_{ABCD} :

$F_{ABCD} = \{A \to B, A \to C, BC \to A, BD \to AC\}$

Fermeture de BC par rapport à F :

$BC_F^+ = BCAE$

Fermeture de BC par rapport à F_{ABCD} :

$BC_{F_{ABCD}}^+ = BCA$

b) Relation ensembliste entre les fermetures précédentes :

$BC_{F_{ABCD}}^+ \subseteq BC_F^+$

Généralisation de cette observation :

Les DF de F_{ABCD} sont toutes les DF $X \to Y \in F^+$ telles que $XY \subseteq ABCD$.

Ainsi, $F_{ABCD}^+ \subseteq F^+$.

On en déduit que $X \to Y \in F_{ABCD}^+ \Rightarrow X \to Y \in F^+$.

Or, $X \to Y \in G \Leftrightarrow Y \subseteq X_G^+$, donc on en déduit que $Y \subseteq X_{F_{ABCD}}^+ \Rightarrow Y \subseteq X_F^+$, vrai pour tout *Y*.

On en conclut que : $X_{F_{ABCD}}^+ \subseteq X_F^+$.

Exercice 6 :

Enoncé :

Considérez les schémas de relations suivantes :

EMP (N , S , E , P , Dp) // N est un employé dans l'équipe E, il a un salaire mensuel S, et participe à un projet P à partir de la date Dp.

CHEF (C , E , P , Dc) // L'employé C est le chef de l'équipe E, qui crée un projet P à la date Dc.

Sur les schémas EMP et CHEF on considère les contraintes suivantes :

(i) Chaque équipe a un seul chef, et chaque chef est le chef d'une seule équipe. Chaque projet a une seule date de création.

(ii) Chaque employé a un seul salaire mensuel, et est dans une seule équipe. La date de début de participation d'un employé à un projet est unique.

Questions :

a) Relevez les dépendances fonctionnelles à partir des contraintes (i) et (ii).

b) Par rapport aux dépendances relevées, le schéma de base $\mathcal{S} = \{EMP, CHEF\}$ porte-il des redondances de données ?

c) $\mathcal{S}$ est-il en forme normale Boyce-Codd ? 3FN ?

d) Si $\mathcal{S}$ n'est pas en 3FN, donner une décomposition de $\mathcal{S}$ en 3FN, SPI et SPD. Votre décomposition est-elle en FNBC ?

Correction :

a) Dépendances fonctionnelles à partir des contraintes (i) :

Chaque équipe a un seul chef : $E \to C$

Chaque chef est le chef d'une seule équipe : $C \to E$

Chaque projet a une seule date de création : $P \to Dc$

Dépendances fonctionnelles à partir des contraintes (ii) :

Chaque employé a un seul salaire mensuel : $N \to S$

Chaque employé est dans une seule équipe : $N \to E$

La date de début de participation d'un employé à un projet est unique : $PN \to Dp$

Ensemble F de DF résultant :

$F = \{E \to C, C \to E, P \to Dc, N \to S, N \to E, PN \to Dp\}$

b) $\mathcal{S} = \{EMP, CHEF\}$ a-t-il des redondances de données ?

$\mathcal{S} = \{EMP, CHEF\}$ et $F = \{E \to C, C \to E, P \to Dc, N \to S, N \to E, PN \to Dp\}$

Construisons $F_{EMP=NSEPDp}$ et $F_{CHEF=CEPDc}$:

$F_{EMP=NSEPDp} = \{N \to S, N \to E, PN \to Dp\}$, clé NP → sans redondance de données

$F_{ABN} = \{E \to C, C \to E, P \to Dc\}$, clés EP ou CP → sans redondance de données

On en conclut que $\mathcal{S} = \{EMP, CHEF\}$ n'a pas de redondances de données.

c) $\mathcal{S} = \{EMP, CHEF\}$ est-il en FNBC et 3FN ?

$\mathcal{S} = \{EMP, CHEF\}$ et $F = \{E \to C, C \to E, P \to Dc, N \to S, N \to E, PN \to Dp\}$

$F_{EMP=NSEPDp} = \{N \to S, N \to E, PN \to Dp\}$, clé NP

$F_{CHEF} = \{E \to C, C \to E, P \to Dc\}$, clés EP ou CP

Pour le relation (*EMP=NSEPDp*, F_{EMP}), la DF $N \to S$ appartient à F^{+}_{EMP} et $S \not\subset N$, or N n'est pas une super-clé de *NSEPDp*, car $N \not\subset NP$, et S n'est pas premier, donc $\mathcal{S}$ n'est pas en 3FN par rapport à *F*. On en conclut que *U* n'est pas en FNBC par rapport à *F*.

d) Décomposition $\mathcal{S}_1$ de $S = \{EMP, CHEF\}$ en 3FN, SPI et SPD :

Entrée :

– $U = CEPSD_cD_p$ et $F = \{E \to C, C \to E, P \to Dc, N \to S, N \to E, PN \to Dp\}$

Etape 1 :

– On a $G = F$ comme couverture minimale de *F*, car *F* est un ensemble réduit et non redondant.

– On en déduit que $R = U$ et $Z = U - R = \varnothing$.

Etape 2 : initialisation

– $S = \{\ \}$

– $Z = \varnothing$ donc *S* est inchangé

Etape 3 : Construction de *S* à partir des DF de *G*

– Il n'existe pas de DF $X \to A \in G$ telle que $R \subseteq XA$

– Donc, pour tout $X \to A \in G$, faire $S = S \cup \{XA\}$, ce qui nous donne :

$$S = \{EC, PD_c, NS, NE, PND_p\}$$

Etape 4 : existence de la clé de *U* dans *S*

– *PEN* et PCN sont des clés de *U*, donc *S* ne contient pas de clé de *U*, donc : $S = S \cup \{PEN\}$, soit :

$$S = \{EC, PD_c, NS, NE, PND_p, PEN\}$$

Retour :

– la décomposition 3FN de *U* est $\mathcal{S}_1 = \{EC, PD_c, NS, NE, PND_p, PEN\}$.

$\mathcal{S}_1$ est-il en FNBC ?

$\mathcal{S}_1 = \{EC, PD_c, NS, NE, PED_p, PEN\}$ et $F = \{E \to C, C \to E, P \to Dc, N \to S, N \to E, PN \to Dp\}$

Construisons F_{EC}, F_{PD_c}, F_{NS}, F_{NE} et F_{PED_p} :

$F_{EC} = \{E \to C, C \to E\}$, clé E

$F_{PD_c} = \{P \to D_c\}$, clés P

$F_{NS} = \{N \to S\}$, clé N

$F_{NE} = \{N \to E\}$, clé N

$F_{PND_p} = \{PN \to D_p\}$, clés PN

$F_{PNE} = \{N \to E\}$, clé N

On remarque qu'il existe une DF $C \to E$ de F_{EC} telle que *C* n'est pas une sur-clé de *E*, et $C \to E$ n'est pas triviale. Donc, *EC* n'est pas en FNBC par rapport à F_{EC}. Donc $\mathcal{S}_1$ n'est pas en FNBC par rapport à *F*.

Exercice 7 :

Enoncé :

Considérer l'univers *U* et l'ensemble de dépendances fonctionnelles $\mathcal{F}$ tels que :

$$U = \{A, B, C, D, F, I, N\} \text{ et } \mathcal{F} = \{A \to CDI, BC \to FN, AI \to C, AB \to F\}.$$

1) Chercher toutes les clés de U.
2) Montrer qu'il existe une dépendance fonctionnelle de $\mathcal{F}$ qui n'est pas réduite à gauche.
3) U est-t-il en forme normale Boyce-Codd (FNBC) par rapport à $\mathcal{F}$? 3FN ? Justifiez vos réponses.
4) Considérer la décomposition suivante de U : $\mathcal{S}_1 = \{ABF, ABN, ACDI\}$.
   (a) $\mathcal{S}_1$ est-elle sans perte d'information et sans perte de dépendances ?
   (b) $\mathcal{S}_1$ est-elle en 3FN ? FNBC ?
   (c) $\mathcal{S}_1$ a-t-elle de redondance de données ?
5) Suivez l'algorithme de décomposition 3FN pour décomposer U. Soit $\mathcal{S}_2$ le résultat de l'algorithme. Répondez aux mêmes questions que ci-dessus pour $\mathcal{S}_2$.
6) Les mêmes questions pour la décomposition suivante: $\mathcal{S}_3 = \{ACDI, BCFN, ABF\}$.
7) Entre les décompositions $\mathcal{S}_1$, $\mathcal{S}_2$, et $\mathcal{S}_3$ laquelle préférez-vous ? Pourquoi ?

Correction :

1) Clés de U.

   Pour trouver une sur-clé de U par rapport à un ensemble F de DF $X_i \to Y_i$, il suffit de faire l'union de tous les X_i de chaque DF de F. Ainsi, pour notre exemple, une sur-clé est : $S = ABCI$

   Ainsi :
   - Clés potentielles avec un seul attribut ?

     $A_F^+ = ACDI \neq U$, $B_F^+ = B \neq U$, $C_F^+ = C \neq U$ et $I_F^+ = I \neq U$ donc pas de clé à un seul attribut.
   - Clés potentielles avec deux attributs ?

     $AB_F^+ = ABCDIFN = U$, $AC_F^+ = ACDI \neq U$, $AI_F^+ = ACDI \neq U$, $BC_F^+ = BCFN \neq U$, $BI_F^+ = BI \neq U$ et $CI_F^+ = CI \neq U$ donc une seule clé ***AB***.

2) Comment trouver une DF non réduite à gauche ?

   Pour trouver une DF non réduite à gauche, il suffit de regarder pour chaque DF $X \to Y$ de l'ensemble F, s'il existe $X' \subset X$ tel que $F \vdash X' \to Y$.

   Ici, si on prend la DF $AI \to C$, regardons si $F \vdash A \to C$ ou $F \vdash I \to C$. Pour cela, on utilise la DF $A \to CDI$ qui peut se décomposer en $A \to C, A \to D, A \to I$. Par conséquent, on a $F \vdash A \to C$.

   On peut en conclure que $AI \to C$ n'est pas réduite à gauche relativement à F.

3) U est-elle en FNBC et 3FN par rapport à F ?

   Entrées : $U = \{A, B, C, D, F, I, N\}$ et $\mathcal{F} = \{A \to CDI, BC \to FN, AI \to C, AB \to F\}$ et clé AB.

   La DF $BC \to FN$ appartient à $\mathcal{F}^+$ et $FN \not\subset BC$, or BC n'est pas une sur-clé de U car $BC \not\subset AC$, et FN n'est pas premier, donc U n'est pas en 3FN par rapport à $\mathcal{F}$. On en conclut que U n'est pas en FNBC par rapport à $\mathcal{F}$.

4) $\mathcal{S}_1 = \{ABF, ABN, ACDI\}$:

   Couverture minimale G de l'ensemble F (utile pour calculer les SPI et SPD) :
   - $G \leftarrow F$

   $$G = \{A \to CDI, BC \to FN, AI \to C, AB \to F\}$$

   Etape de réduction des DF à droite :
   - Remplacement de $A \to CDI$ par $A \to C, A \to D, A \to I$
   - Remplacement de $BC \to FN$ par $BC \to F, BC \to N$

   $$G = \{A \to C, A \to D, A \to I, BC \to F, BC \to N, AI \to C, AB \to F\}$$

   Etape de réduction des DF à gauche :
   - Les DF $A \to C, A \to D, A \to I$ sont déjà réduites à gauche, donc observons les autres DF de G.
   - DF $BC \to F$:

- est ce que $G-\{BC\to F\} \models \{B\to F\}$? Non
- est ce que $G-\{BC\to F\} \models \{C\to F\}$? Non
- Alors $BC\to F$ est réduite à gauche.

– DF $BC\to N$:
- est ce que $G-\{BC\to N\} \models \{B\to N\}$? Non
- est ce que $G-\{BC\to N\} \models \{C\to N\}$? Non
- Alors $BC\to N$ est réduite à gauche.

– DF $AI\to C$:
- est ce que $G-\{AI\to C\} \models \{A\to C\}$? Oui.
- Alors $AI\to C$ est réduite à gauche, et on remplace $AI\to C$ par $A\to C$ dans G.

– DF $AB\to F$:
- est ce que $G-\{AB\to F\} \models \{B\to F\}$? Non
- est ce que $G-\{AB\to F\} \models \{A\to F\}$? Non
- Alors $AB\to F$ est réduite à gauche.

$$G=\left\{A\to C, A\to D, A\to I, BC\to F, BC\to N, A\to C, AB\to F\right\}$$

Etape d'élimination des redondances de G :

– Seule la DF $A\to C$ est redondante car : $G-\left\{A\to C\right\}\equiv G$. Donc on supprime une des deux DF $A\to C$ de l'ensemble G.

$$G=\left\{A\to D, A\to I, BC\to F, BC\to N, A\to C, AB\to F\right\}$$

Ainsi, la couverture minimale de $\mathcal{F}=\left\{A\to CDI, BC\to FN, AI\to C, AB\to F\right\}$ est :

$$G=\left\{A\to D, A\to I, BC\to F, BC\to N, A\to C, AB\to F\right\}$$

(a) <u>S_1 est-elle sans perte d'information ?</u>

Utilisation du tableau de poursuite avec la couverture minimale G car $G\equiv F$.

$S_1=\left\{ABF, ABN, ACDI\right\}$

$G=\left\{A\to D, A\to I, BC\to F, BC\to N, A\to C, AB\to F\right\}$

$U=\left\{A, B, C, D, F, I, N\right\}$.

Initialisation du tableau de poursuite :

	A	B	C	D	F	I	N
ABF	a	b	x_1	x_2	f	x_3	x_4
ABN	a	b	x_5	x_6	x_7	x_8	n
ACDI	a	x_9	c	d	x_{10}	i	x_{11}

Ensuite, on applique l'algorithme.

1ère passe : on prend les lignes ABF et ABN

– On regarde la DF $A\to D$: $a=a$ donc $x_6\leftarrow x_2$
– On regarde la DF $A\to I$: $a=a$ donc $x_8\leftarrow x_3$
– On regarde la DF $A\to C$: $a=a$ donc $x_5\leftarrow x_1$
– On regarde la DF $BC\to F$: $bx_1=bx_1$ donc $x_7\leftarrow f$
– On regarde la DF $BC\to N$: $bx_1=bx_1$ donc $x_4\leftarrow n$
– Inutile de regarder la DF $AB\to F$ puisque il n'y a pas de variables pour les attributs A, B et F.

	A	B	C	D	F	I	N
ABF	a	b	x_1	x_2	f	x_3	n
ABN	a	b	x_1	x_2	f	x_3	n
ACDI	a	x_9	c	d	x_{10}	i	x_{11}

2nde passe : on prend les lignes ABF et ACDI

- On regarde la DF $A \to D$: $a = a$ donc $x_2 \leftarrow d$
- On regarde la DF $A \to I$: $a = a$ donc $x_3 \leftarrow i$
- On regarde la DF $A \to C$: $a = a$ donc $x_1 \leftarrow c$

	A	B	C	D	F	I	N
ABF	a	b	c	d	f	i	n
ABN	a	b	x_1	x_2	f	x_3	n
ACDI	a	x_9	c	d	x_{10}	i	x_{11}

On arrête l'algorithme car une ligne est pleine de constante : la dernière. Ainsi, la décomposition est SPI.

S_1 est-elle sans perte de dépendance ?

$S_1 = \{ABF, ABN, ACDI\}$ et $\mathcal{F} = \{A \to CDI, BC \to FN, AI \to C, AB \to F\}$

$X \to Y$	R_i	Z	$Z \cap R_i$	$(Z \cap R_i)^+$	$(Z \cap R_i)^+ \cap R_i$	$Z \cup ((Z \cap R_i)^+ \cap R_i)$	spd
$A \to CDI$	ABF	A	A	$ACDI$	A	A	
	ABN	A	A	$ACDI$	A	A	
CDI	$ACDI$	A	A	$ACDI$	$ACDI$	$ACDI$	vrai
$BC \to FN$	ABF	BC	B	B	B	BC	
	ABN	BC	B	B	B	BC	
FN	$ACDI$	BC	C	C	C	BC	faux

L'algorithme renvoie *spd* = *faux*, donc la décomposition n'est pas SPD.

(b) S_1 est-elle en 3FN ?

$S_1 = \{ABF, ABN, ACDI\}$ et $G = \{A \to D, A \to I, BC \to F, BC \to N, A \to C, AB \to F\}$

Construisons F_{ABF}, F_{ABN} et F_{ACDI} :

$F_{ABF} = \{AB \to F\}$, clé AB

$F_{ABN} = \{AB \to N\}$, clé AB

$F_{ACDI} = \{A \to CDI\}$, clé A

Pour le relation (*ABF*, F_{ABF}), la DF $AB \to F$ est telle que $F \not\subset AB$ et AB est une super-clé de *ABF*.

Pour le relation (*ABN*, F_{ABN}), la DF $AB \to N$ est telle que $N \not\subset AB$ et AB est une super-clé de *ABN*.

Pour le relation (*ACDI*, F_{ACDI}), la DF $A \to CDI$ est telle que $CDI \not\subset A$ et A est une super-clé de *ACDI*.

On en déduit que $S_1 = \{ABF, ABN, ACDI\}$ est en 3FN par rapport à l'ensemble *F* de DF.

S_1 est-elle en FNBC ?

$S_1 = \{ABF, ABN, ACDI\}$ et $G = \{A \to D, A \to I, BC \to F, BC \to N, A \to C, AB \to F\}$

Construisons F_{ABF}, F_{ABN} et F_{ACDI} :

$F_{ABF} = \{AB \to F\}$, clé AB

$F_{ABN} = \{AB \to N\}$, clé AB

$F_{ACDI} = \{A \to CDI\}$, clé A

Pour le relation (*ABF*, F_{ABF}), la DF $AB \to F$ est telle que AB est une super-clé de *ABF*.

Pour le relation (ABN, F_{ABN}), la DF $AB \rightarrow N$ est telle que AB est une super-clé de ABN.

Pour le relation ($ACDI$, F_{ACDI}), la DF $A \rightarrow CDI$ est telle que A est une super-clé de $ACDI$.

On en déduit que $\mathcal{S}_1 = \{ABF, ABN, ACDI\}$ est en FNBC par rapport à l'ensemble F de DF.

(c) $\mathcal{S}_1$ a t-elle redondance de données ?
Un schéma en FNBC n'a pas de redondance de données (alors qu'un schéma seulement en 3FN peut en avoir). Donc, $\mathcal{S}_1$ n'a pas redondance de données car $\mathcal{S}_1$ est en FNBC.

5) Décomposition 3FN pour décomposer U $\rightarrow$ $\mathcal{S}_1$:
Entrée :
– $U = ABCDFIN$ et $\mathcal{F} = \{A \rightarrow CDI, BC \rightarrow FN, AI \rightarrow C, AB \rightarrow F\}$

Etape 1 :
– On a $G = \{A \rightarrow D, A \rightarrow I, BC \rightarrow F, BC \rightarrow N, A \rightarrow C, AB \rightarrow F\}$ comme couverture minimale de F.
– On en déduit que $R = ABCDFIN$ et $Z = U - R = \varnothing$.

Etape 2 : initialisation
– $S = \{\ \}$
– $Z = \varnothing$ donc S est inchangé

Etape 3 : Construction de S à partir des DF de G
– Il n'existe pas de DF $X \rightarrow A \in G$ telle que $R \subseteq XA$
– Donc, pour tout $X \rightarrow A \in G$, faire $S = S \bigcup \{XA\}$, ce qui nous donne :

$$S = \{AD, AI, AC, BCF, BCN, ABF\}$$

Etape 4 : existence de la clé de U dans S
– AB est la clé de U, donc S contient la clé A.

Retour :
– la décomposition 3FN de U est $\mathcal{S}_2 = \{AD, AI, AC, BCF, BCN, ABF\}$.

(a) $\mathcal{S}_2$ est-elle sans perte d'information et sans perte de dépendance ?
L'algorithme 3FN est correct et nous assure que $\mathcal{S}_2$ est une décomposition SPI et SPD par rapport à $\mathcal{F}$.

(b) $\mathcal{S}_2$ est-elle en 3FN ?
L'algorithme 3FN est correct et nous assure que $\mathcal{S}_2$ est en 3FN par rapport à $\mathcal{F}$.

$\mathcal{S}_2$ est-elle en FNBC ?
$\mathcal{S}_2 = \{AD, AI, AC, BCF, BCN, ABF\}$ et $G = \{A \rightarrow D, A \rightarrow I, BC \rightarrow F, BC \rightarrow N, A \rightarrow C, AB \rightarrow F\}$

Construisons F_{AD}, F_{AI}, F_{AC}, F_{BCF}, F_{BCN} et F_{ABF} :

$F_{AD} = \{A \rightarrow D\}$, clé A

$F_{AI} = \{A \rightarrow I\}$, clé A

$F_{AC} = \{A \rightarrow C\}$, clé A

$F_{BCF} = \{BC \rightarrow F\}$, clé BC

$F_{BCN} = \{BC \rightarrow N\}$, clé BC

$F_{ABF} = \{AB \rightarrow F\}$, clé AB

Pour chacune des relations (R, F_R), avec R étant chacun des éléments de $\mathcal{S}_2$, la DF $X \to Y \in F_R$ est telle que X est une super-clé de R. Par conséquent, $\mathcal{S}_2$ est en FNBC par rapport à $\mathcal{F}$.

(c) $\mathcal{S}_2$ est-elle redondance de données ?
Un schéma en FNBC n'a pas de redondance de données (alors qu'un schéma seulement en 3FN peut en avoir). Donc, $\mathcal{S}_2$ n'a pas redondance de données car $\mathcal{S}_2$ est en FNBC.

6) $\mathcal{S}_3 = \{ACDI, BCFN, ABF\}$:

(a) $\mathcal{S}_3$ est-elle sans perte d'information ?
Utilisation du tableau de poursuite avec la couverture minimale G car $G \equiv F$.

$\mathcal{S}_3 = \{ACDI, BCFN, ABF\}$

$G = \{A \to D, A \to I, BC \to F, BC \to N, A \to C, AB \to F\}$

$U = \{A, B, C, D, F, I, N\}$.

Initialisation du tableau de poursuite :

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI	a	x_1	c	d	x_2	i	x_3
BCFN	x_4	b	c	x_5	f	x_6	n
ABF	a	b	x_7	x_8	f	x_9	x_{10}

Ensuite, on applique l'algorithme.
1ère passe : on prend les lignes ACDI et ABF

– On regarde la DF $A \to D$: $a = a$ donc $x_8 \leftarrow d$
– On regarde la DF $A \to I$: $a = a$ donc $x_9 \leftarrow i$
– On regarde la DF $A \to C$: $a = a$ donc $x_7 \leftarrow c$

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI	a	x_1	c	d	x_2	i	x_3
BCFN	x_4	b	c	x_5	f	x_6	n
ABF	a	b	c	d	f	i	x_{10}

2nde passe : on prend les lignes ACDI et BCFN

– On regarde la DF $BC \to N$: $bc = bc$ donc $x_{10} \leftarrow n$

	A	B	C	D	F	I	N
ACDI	a	x_1	c	d	x_2	i	x_3
BCFN	x_4	b	c	x_5	f	x_6	n
ABF	a	b	c	d	f	i	n

On arrête l'algorithme car une ligne est pleine de constante : la dernière. Ainsi, la décomposition est SPI.

$\mathcal{S}_3$ est-elle sans perte de dépendance ?

$\mathcal{S}_3 = \{ACDI, BCFN, ABF\}$ et $\mathcal{F} = \{A \to CDI, BC \to FN, AI \to C, AB \to F\}$

$X \to Y$	R_i	Z	$Z \cap R_i$	$(Z \cap R_i)^+$	$(Z \cap R_i)^+ \cap R_i$	$Z \cup ((Z \cap R_i)^+ \cap R_i)$	spd
$A \to CDI$	$ACDI$	A	A	$ACDI$	$ACDI$	$ACDI$	
	$BCFN$	$ACDI$	C	C	C	$ACDI$	
CDI	ABF	$ACDI$	A	$ACDI$	A	$ACDI$	vrai
$BC \to FN$	$ACDI$	BC	C	C	C	BC	
	$BCFN$	BC	BC	$BCFN$	$BCFN$	$BCFN$	
FN	ABF	$BCFN$	BF	BF	BF	$BCFN$	vrai
$AI \to C$	$ACDI$	AI	AI	$ACDI$	$ACDI$	$ACDI$	
	$BCFN$	$ACDI$	C	C	C	$ACDI$	
C	ABF	$ACDI$	A	$ACDI$	A	$ACDI$	vrai

$AB \rightarrow F$ **F**	*ACDI* *BCFN* *ABF*	*AB* *ABCDI* *ABCDI*	*A* *BC* *AB*	*ACDI* *BC* *ABCDFIN*	*ACDI* *BC* *ABF*	*ABCDI* *ABCDI* *ACDFI*	vrai

L'algorithme renvoie *spd* = *vrai*, donc la décomposition est SPD.

(b) $\mathcal{S}_3$ est-elle en 3FN ?

$\mathcal{S}_3 = \{ACDI, BCFN, ABF\}$ et $G = \{A \rightarrow D, A \rightarrow I, BC \rightarrow F, BC \rightarrow N, A \rightarrow C, AB \rightarrow F\}$

Construisons F_{ACDI}, F_{BCFN} et F_{ABF} :

$F_{ACDI} = \{A \rightarrow CDI\}$, clé A

$F_{BCFN} = \{BC \rightarrow FN\}$, clé BC

$F_{ABF} = \{AB \rightarrow F\}$, clé AB

Pour le relation (*ACDI*, F_{ACDI}), la DF $A \rightarrow CDI$ est telle que $CDI \not\subset A$ et A est une super-clé de *ACDI*.
Pour le relation (*BCFN*, F_{BCFN}), la DF $BC \rightarrow FN$ est telle que $FN \not\subset BC$ et BC est une super-clé de *BCFN*.
Pour le relation (*ABF*, F_{ABF}), la DF $AB \rightarrow F$ est telle que $F \not\subset AB$ et AB est une super-clé de *ABF*.

On en déduit que $\mathcal{S}_3 = \{ACDI, BCFN, ABF\}$ est en 3FN par rapport à l'ensemble *F* de DF.

$\mathcal{S}_3$ est-elle en FNBC ?

$\mathcal{S}_3 = \{ACDI, BCFN, ABF\}$ et $G = \{A \rightarrow D, A \rightarrow I, BC \rightarrow F, BC \rightarrow N, A \rightarrow C, AB \rightarrow F\}$

Construisons F_{ACDI}, F_{BCFN} et F_{ABF} :

$F_{ACDI} = \{A \rightarrow CDI\}$, clé A

$F_{BCFN} = \{BC \rightarrow FN\}$, clé BC

$F_{ABF} = \{AB \rightarrow F\}$, clé AB

Pour le relation (*ACDI*, F_{ACDI}), la DF $A \rightarrow CDI$ est telle que A est une super-clé de *ACDI*.

Pour le relation (*BCFN*, F_{ABN}), la DF $BC \rightarrow FN$ est telle que BC est une super-clé de *BCFN*.

Pour le relation (*ABF*, F_{ABF}), la DF $AB \rightarrow F$ est telle que AB est une super-clé de *ABF*.

On en déduit que $\mathcal{S}_3 = \{ACDI, BCFN, ABF\}$ est en FNBC par rapport à l'ensemble *F* de DF.

(c) $\mathcal{S}_3$ est-elle redondance de données ?

Un schéma en FNBC n'a pas de redondance de données (alors qu'un schéma seulement en 3FN peut en avoir). Donc, $\mathcal{S}_3$ n'a pas redondance de données car $\mathcal{S}_3$ est en FNBC.

7) Choix entre $\mathcal{S}_1$, $\mathcal{S}_2$ et $\mathcal{S}_3$:

Comme $\mathcal{S}_1$ n'est pas en SPD, alors la décomposition $\mathcal{S}_1$ est mise à l'écart. Regardons les deux autres décompositions $\mathcal{S}_2$ et $\mathcal{S}_3$ qui sont 3FN, FNBC, SPI et SPD. On préférera toute même la décomposition $\mathcal{S}_3$ car elle contient moins de relations que $\mathcal{S}_3$, et sera par conséquent plus simple d'utilisation.