

Idées Hackaton AI4IA

November 8, 2021

1 Transformations

- Intensité
- Décalage vertical et horizontal
- Inversion de signe
- Dérivées et intégrales

On a probablement intérêt à détecter la transformation utilisée afin de l'exploiter

On pourrait avoir plusieurs modèles réalisant chacune de ces transformations, et les activer plus ou moins en fonction de leur vraisemblance

2 Classes d'input

2.1 Input rectangulaire

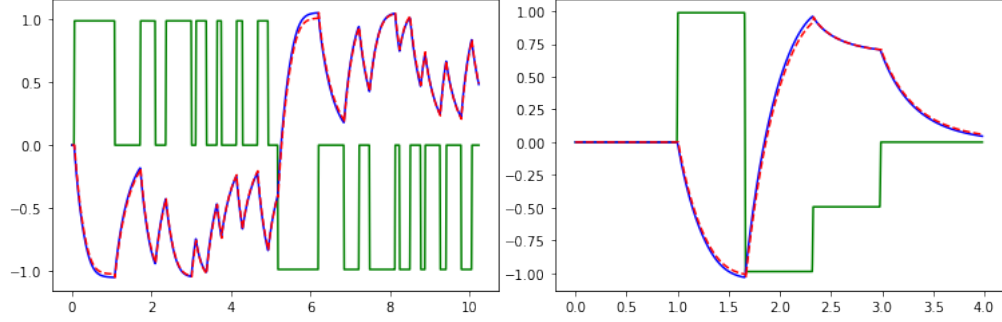
Pour les inputs rectangulaires de subdivision $0 = t_1 < t_2 < \dots < t_K$, sur chaque phase $j : [t_j, t_{j+1}]$, l'output est de la forme :

$$O_j(t) = O_{j-1} + \alpha_j |I_j - I_{j-1}| (1 - e^{-\gamma_j(t-t_j)}),$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_j, \gamma_j \text{ sont des constantes} \\ O_j \text{ est la dernière valeur de l'output sur la phase } j \text{ et } O_0 = \text{offset} \\ I_j \text{ la valeur de l'input sur la phase } j \text{ et } I_0 = 0 \\ t_j \text{ l'instant de début de la phase } j. \end{array} \right.$$

Les paramètres I_j et t_j sont observables sur l'input. Les paramètres α_j et γ_j vérifient des équations non linéaires et sont approximables en calculant l'aire de O_j sur $[t_j, t_{j+1}]$ puis en cherchant numériquement la racine d'une fonction. On vérifie ce modèle sur les données du set, dont voici un exemple :



Ainsi, dans le cas d'un input rectangle, les paramètres à estimer sont :

$$(\alpha_1, \dots, \alpha_K, \gamma_1, \dots, \gamma_K).$$

Chaque couple (α_j, γ_j) est à priori une fonction de :

$$(\alpha_1, \dots, \alpha_{j-1}), (\gamma_1, \dots, \gamma_{j-1}), (t_1, \dots, t_K), (I_1, \dots, I_K).$$

Remarque : la forme de l'output est classique, il s'agit, sur chaque intervalle, de la réponse à un échelon d'un système d'ordre un

2.2 Input sinusoïdal

Pour un input sinusoïdal, l'input I est exactement de la forme, pour $t \geq t_0$ où $t_0 = \inf\{t : I(t) \neq 0\}$:

$$I(t) = \cos\left(\frac{\pi}{T_{env}}(t + (T_{env}/4 - t_0))\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi}{T_i}(t + (T_{env}/4 - t_0))\right),$$

où :

$$\begin{cases} T_{env} \text{ est la durée de l'enveloppe de l'input} \\ T_{in} \text{ est la période de l'input à l'intérieur de l'enveloppe} \end{cases}$$

T_{env} et T_{in} sont observables sur l'input. Tracé de ce modèle un peu plus bas.

Dans ce cas, l'output subit : un décalage vertical (offset), une atténuation et une dilatation de sa période. En premier modèle j'ai essayé ça :

$$O(t) = \text{offset} + \alpha \cos\left(\frac{\pi}{T_{env}}(t + (T_{env}/4 - t_0))\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{out}}(t + (T_{env}/4 - t_0))\right),$$

où :

$$\begin{cases} T_{out} \text{ est la période de l'output à l'intérieur de l'enveloppe} \\ \alpha \in [-1, 1] \text{ est l'atténuation et l'inversion} \end{cases}$$

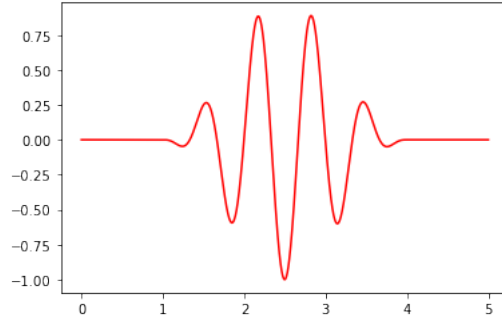


Figure 1: Input 3 suivant modèle

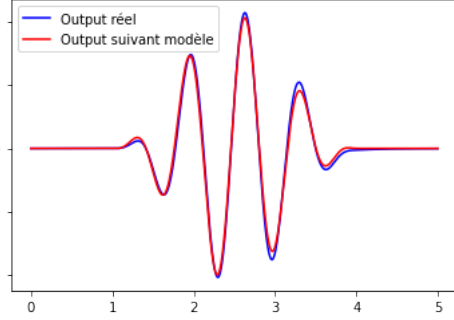


Figure 2: Input 3, Output 1, RMSE = 1.556e-4

Voici un exemple de ce modèle, dans lequel j'ai préalablement calculé T_{out} et α :

On constate sur la seconde figure, que l'output réel subit un shrink qui n'est en fait pas constant, pareil pour sa période. En mesurant ça on remarque en effet une "période" décroissante dans l'output (on ne peut plus vraiment parler de période du coup...) et un shrink qui varie lui aussi. Voici les valeurs pour l'exemple précédent :

- Changements de signes de l'input :

$$[1.00, 1.334, 1.667, 2.001, 2.334, 2.667, 3.001, 3.334, 3.667],$$

on a une période fixe d'environ 0.333. (En fait c'est la demi période mais flemme de l'écrire à chaque fois)

- Changements de signes de l'output :

$$[1.001, 1.413, 1.776, 2.120, 2.461, 2.802, 3.145, 3.498],$$

Soit les écarts temporels suivants :

$$[0.412, 0.363, 0.344, 0.341, 0.341, 0.343, 0.353],$$

On retrouve d'ailleurs souvent ce schémas de décroissance puis croissance de la "période"

Un modèle plus fin de l'output serait de faire dépendre α et T_{out} du temps. Par exemple, notons t_1, \dots, t_K les instants auxquels l'output (moins son offset) change de signe, on définit :

$$T_j := t_{j+1} - t_j \text{ et } \alpha_j = \text{le shrink mesuré à l'extremum sur } [t_j, t_{j+1}],$$

Et si $t \in [t_j, t_{j+1}]$:

$$T(t) = \frac{t_{j+1} - t}{T_{j+1} - T_j} T_j + \frac{t - t_j}{T_{j+1} - T_j} T_{j+1},$$

$$\alpha(t) = \frac{t_{j+1} - t}{\alpha_{j+1} - \alpha_j} \alpha_j + \frac{t - t_j}{\alpha_{j+1} - \alpha_j} \alpha_{j+1}.$$

Avec ce modèle et des T_j , α_j pas optimaux, on obtient une meilleure approximation de l'output :

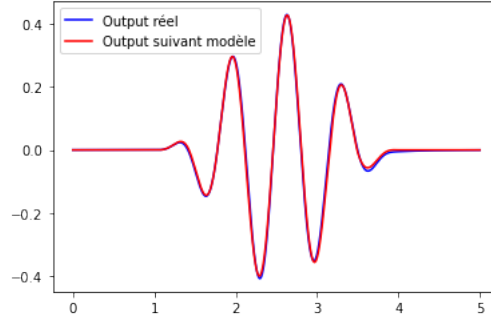


Figure 3: Input 3, Output 1, RMSE = 6.936e-5

L'erreur est plus de 2 fois plus petite.

On devrait certainement commencer par essayer avec le modèle 1 et passer au 2eme si on s'en sort bien. Cela dit, je ne pense pas que le modèle 2 sinusoïdal soit plus compliqué que le modèle rectangulaire...

2.3 Bruit

Je n'ai pas cherché de modèle pour le bruit encore.

3 Prédiction

Connaissant les modèles temporels exacts ou presque des outputs la prédiction se décompose en deux étapes :

- Prédire la nature de l'input : Rectangle, sinusoïde, bruit
- Prédire les paramètres

3.1 Classification de l'input

Ce problème est simple si les signaux sont comme ceux qui nous ont été donnés, avec des phases de durée grande par rapport au pas, sinon ça peut être compliqué. En mesurant les valeurs, on remarque des transitions de phases dans les signaux rectangulaires, d'une durée de 10 pas à peu près, si les périodes s'approchent de cette valeur ça devient difficile de distinguer sinusoïdes de rectangles. D'un autre côté, avec des périodes aussi faibles, dans les deux cas l'output est quasiment nul (un peu comme dans le cas du bruit). Doit-on supposer que c'est un problème simple ou bien construire un prédicteur et l'entraîner sur des signaux rectangulaire/sinusoïdaux/bruits générés aléatoirement ?

3.2 Prédiction des paramètres

Dans les cas paramétriques (rectangle, sinusoïde), il s'agit d'un problème de regression des paramètres de l'output en fonction de ceux de l'input. Je n'ai pas encore fait d'analyse descriptive de ces paramètres en fonctions des autres, je pense qu'il faudrait le faire, peut-être qu'un modèle simple de regression suffit ?