

Automatex

Arnaud Meistermann

14 février 2021

Table des matières

1	Algèbre	2
1.1	Équation et inéquation du 1er degré	2
1.2	Ensemble solution d'une inéquation	2
1.3	Tableau de signe du produit de 2 fonctions affines	3
1.4	Tableau de signe du quotient de 2 fonctions affines	3
1.5	Inéquation produit de 2 fonctions affines	3
1.6	Inéquation quotient de 2 fonctions affines	4
1.7	Tableau de signe d'une fonction	4
1.8	Résolution d'un système par substitution	4
1.9	Résolution d'un système par combinaison linéaire	5
1.10	Résolution d'équation du second degré	5
2	automatex_ana	6

Chapitre 1

Algèbre

Pour pouvoir utiliser ces fonctions, il faut avoir écrire `\include{automatex_format}` et `\include{automatex_alg}` après `\begin{document}`

1.1 Équation et inéquation du 1er degré

`equation_degre1(gauche,droite,symbole)` permet de résoudre des équations et inéquations du premier degré. La fonction renvoie une liste. Le premier élément correspond à la résolution et le deuxième à l'ensemble solution.

Exemple 1 : `equation_degre1("5x+3","x+2","=")[0]` et `[1]`

$$5x + 3 = x + 2$$

$$\Leftrightarrow 5x - x = 2 - 3$$

$$\Leftrightarrow 4x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$$

$$\text{L'ensemble solution est } S = \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$$

Exemple 2 : `equation_degre1("1t+3","5t-1",">=")[0]` et `[1]`

$$t + 3 \geq 5t - 1$$

$$\Leftrightarrow t - 5t \geq -1 - 3$$

$$\Leftrightarrow -4t \geq -4$$

$$\Leftrightarrow t \leq \frac{-4}{-4}$$

$$\Leftrightarrow t \leq 1$$

$$\text{L'ensemble solution est } S =]-\infty, 1]$$

1.2 Ensemble solution d'une inéquation

`sol_ineq(ineq)` renvoie une liste dont la première valeur est la phrase "*l'ensemble solution de l'inéquation...est* " et la deuxième valeur est l'ensemble solution.

Exemple 1 : `sol_ineq("5x+1>x+2")[0]` et `[1]`

$$\text{L'ensemble solution de } 5x + 1 > x + 2 \text{ est } \left] \frac{1}{4}, +\infty \right[$$

Exemple 2 : `sol_ineq("x^2+3x+1>x-2")[0]` et `[1]`

$$\text{L'ensemble solution de } x^2 + 3x + 1 > x - 2 \text{ est }]-\infty, -\sqrt{2} - 1[\cup]-1 + \sqrt{2}, +\infty[$$

1.3 Tableau de signe du produit de 2 fonctions affines

`tableau_signe_produit(f1,f2)` permet de tracer le tableau de signe du produit de deux fonctions affines f1 et f2

Exemple : `tableau_signe_produit("5x-2","-2x+3")`

x	$-\infty$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$5x - 2$	-	0	+	+
$-2x + 3$	+	+	0	-
$(5x - 2)(-2x + 3)$	-	0	+	-

1.4 Tableau de signe du quotient de 2 fonctions affines

`tableau_signe_quotient(f1,f2)` permet de tracer le tableau de signe du quotient de deux fonctions affines f1 et f2

Exemple : `tableau_signe_quotient("5x-2","-2x+3")`

x	$-\infty$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$5x - 2$	-	0	+	+
$-2x + 3$	+	+	0	-
$\frac{5x - 2}{-2x + 3}$	-	0	+	-

1.5 Inéquation produit de 2 fonctions affines

`ineq_produit(f1,f2,symbole)` permet de résoudre les inéquation produit nul de deux fonctions affines à l'aide d'un tableau de signe.

Exemple : `ineq_produit("5x-2","-2x+3",>)`

$$5x - 2 > 0 \Leftrightarrow 5x > 0 + 2 \Leftrightarrow 5x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{5}$$

$$3 - 2x > 0 \Leftrightarrow -2x > 0 - 3 \Leftrightarrow -2x > -3 \Leftrightarrow x < \frac{-3}{-2} \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$$

On obtient ainsi le tableau suivant :

x	$-\infty$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$5x - 2$	-	0	+	+
$-2x + 3$	+	+	0	-
$(5x - 2)(-2x + 3)$	-	0	+	-

L'ensemble solution de $(3 - 2x)(5x - 2) > 0$ est $\left] \frac{2}{5}, \frac{3}{2} \right[$

1.6 Inéquation quotient de 2 fonctions affines

`ineq_quotient(f1,f2,symbole)` permet de résoudre les inéquation quotient nul de deux fonctions affines à l'aide d'un tableau de signe.

Exemple : `ineq_quotient("5x-2", "-2x+3", "<=")`

$$5x - 2 > 0 \Leftrightarrow 5x > 0 + 2 \Leftrightarrow 5x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{5}$$

$$3 - 2x > 0 \Leftrightarrow -2x > 0 - 3 \Leftrightarrow -2x > -3 \Leftrightarrow x < \frac{-3}{-2} \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$$

On obtient ainsi le tableau suivant :

x	$-\infty$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$5x - 2$	-	0	+	+
$-2x + 3$	+	+	0	-
$\frac{5x - 2}{-2x + 3}$	-	0	+	-

L'ensemble solution de $\frac{5x - 2}{3 - 2x} \leq 0$ est $\left] -\infty, \frac{2}{5} \right] \cup \left] \frac{3}{2}, +\infty \right[$

1.7 Tableau de signe d'une fonction

`tabsigne(f,a,b)` permet de tracer le tableau de signe de la fonction f sur l'intervalle $]a;b[$

Exemple 1 : `tabsigne("e^x-2", -10, 10)`

x	-10	$\ln(2)$	10
$f(x)$	-	0	+

Exemple 2 : `tabsigne("x^3", -oo, +oo)`

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

1.8 Résolution d'un système par substitution

`systeme_substi(x,y,a1,b1,c1,a2,b2,c2)` permet de résoudre le système $\begin{cases} a1.x + b1.y = c1 \\ a2.x + b2.y = c2 \end{cases}$ en utilisant la méthode par substitution.

Exemple : `systeme_substi("a", "b", 2, 3, 4, -4, 1, 5)`

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2a + 3b = 4 \\ -4a + b = 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 14a + 15 = 4 \\ b = 4a + 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{11}{14} \\ b = \frac{13}{7} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3(4a + 5) = 4 \\ b = 4a + 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{11}{14} \\ b = 4a + 5 \end{cases} &S = \left\{ \left(-\frac{11}{14}; \frac{13}{7} \right) \right\} \end{aligned}$$

1.9 Résolution d'un système par combinaison linéaire

`systeme_combi(x,y,a1,b1,c1,a2,b2,c2)` permet de résoudre le système en utilisant la méthode par combinaison linéaire. $\begin{cases} a1.x + b1.y = c1 \\ a2.x + b2.y = c2 \end{cases}$

Exemple : `systeme_combi("x", "y", 2, 3, 4, -4, 1, 5)`

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -4x + y = 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x = -\frac{11}{14} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{13}{7} \\ x = -\frac{11}{14} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -12x + 3y = 15 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3y - \frac{11}{7} = 4 \\ x = -\frac{11}{14} \end{cases} &S = \left\{ \left(-\frac{11}{14}; \frac{13}{7} \right) \right\} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 14x = -11 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{11}{14} \\ 3y = \frac{13}{7} \end{cases} \end{aligned}$$

1.10 Résolution d'équation du second degré

`eq_trinome(p,ensemble)` permet de résoudre une équation du second degré en calculant le discriminant. Si `ensemble='R'`, on travaille dans \mathbb{R} et si `ensemble='C'`, on travaille dans \mathbb{C}

Exemple 1 : `eq_trinome("2*x^2+3x+1", "R")`

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1$$

$\Delta > 0$ donc l'équation $2x^2 + 3x + 1 = 0$ admet deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - \sqrt{1}}{2 \times 2} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + \sqrt{1}}{2 \times 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Exemple 2 : `eq_trinome("x^2+x+1", "C")`

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3$$

$\Delta < 0$ donc l'équation $z^2 + z + 1 = 0$ admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{-b - i\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2 \times 1} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{et } z_2 = \overline{z_1} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$$

Chapitre 2

automatex_ana