

Théorie des graphes et optimisation combinatoire

Projet 2018-2019

Daniel Tuyttens
Jan Gmys



Objectifs

❖ Principe

- ❖ Si possible un nouveau projet chaque année

❖ Challenge

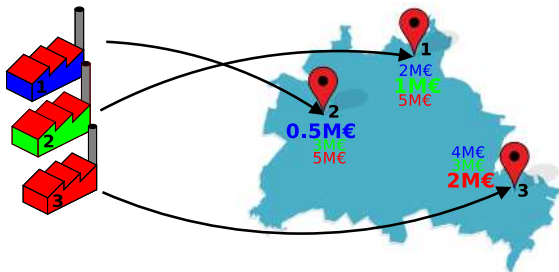
- ❖ Challenge (oui) \Leftrightarrow recherche (diversité des méthodes)
- ❖ Compétition (non)
- ❖ Présentation "orale" = échange d'informations

❖ Projet

- ❖ Utilisation d'une méthode vue en cours
- ❖ Langage de programmation au choix
- ❖ Temps de résolution limité à 1 minute

Problème d'affectation ...

...linéaire



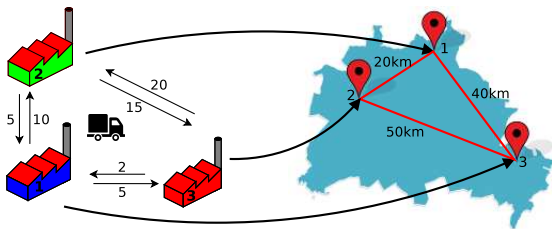
$$\text{coût} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = 0.5 + 1 + 2 = 3.5$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0.5 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \\ 5 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$LAP : \min_{\pi \in S_n} \sum_i^n c_{i\pi(i)}$$

Problème d'affectation ...

...quadratique



$$\text{coût} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = 10 \cdot 40 + 5 \cdot 50 + 5 \cdot 40 + 15 \cdot 20 + 2 \cdot 50 + 20 \cdot 20$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 5 \\ 5 & 0 & 15 \\ 2 & 20 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 20 & 40 \\ 20 & 0 & 50 \\ 40 & 50 & 0 \end{pmatrix}$$

$$QAP : \min_{\pi \in S_n} \sum_i \sum_j f_{ij} d_{\sigma(i)\sigma(j)}$$

Problème d'affectation quadratique : Definition

QAP (formulation "problème de permutation")

$$\begin{cases} \min \sum_i \sum_j f_{ij} d_{\pi(i)\pi(j)} \\ \pi \in S_n \end{cases}$$

QAP (formulation "programme quadratique 0-1")

$$\begin{cases} \min \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l f_{ij} d_{kl} x_{ik} x_{jl} \\ \text{s.t. } \sum_i x_{ij} = 1, \sum_j x_{ij} = 1, x_{ij} \in \{0, 1\} \end{cases}$$

Exemple de jeu de données - Entrées

```
1 12 //<-- taille de l'instance
3 0 1 2 3 1 2 3 4 2 3 4 5 //<-- matrice des distances
  1 0 1 2 2 1 2 3 3 2 3 4
  2 1 0 1 3 2 1 2 4 3 2 3
5  3 2 1 0 4 3 2 1 5 4 3 2
  1 2 3 4 0 1 2 3 1 2 3 4
  2 1 2 3 1 0 1 2 2 1 2 3
  3 2 1 2 2 1 0 1 3 2 1 2
  4 3 2 1 3 2 1 0 4 3 2 1
11 2 3 4 5 1 2 3 4 0 1 2 3
   3 2 3 4 2 1 2 3 1 0 1 2
13 4 3 2 3 3 2 1 2 2 1 0 1
   5 4 3 2 4 3 2 1 3 2 1 0
15
16 0  5  2  4  1  0  0  6  2  1  1  1 //<-- matrice des flux
17 5  0  3  0  2  2  2  0  4  5  0  0
   2  3  0  0  0  0  0  5  5  2  2  2
19 4  0  0  0  5  2  2 10  0  0  5  5
   1  2  0  5  0 10  0  0  0  5  1  1
21 0  2  0  2 10  0  5  1  1  5  4  0
   0  2  0  2  0  5  0 10  5  2  3  3
23 6  0  5 10  0  1 10  0  0  0  5  0
   2  4  5  0  0  1  5  0  0  0 10 10
25 1  5  2  0  5  5  2  0  0  0  5  0
   1  0  2  5  1  4  3  5 10  5  0  2
27 1  0  2  5  1  0  3  0 10  0  2  0
```

Listing 1 – nug12.dat

Exemple de jeu de données - Sorties

- ❖ En sortie, le programme doit afficher la/les meilleures solutions trouvées et les coûts associés.
- ❖ Pour comparaison, des fichiers `.sln` contiennent des solutions et coûts (souvent optimales)

```
1 19 17212548 //<-- taille et coût  
9 10 7 18 14 19 13 17 6 11 4 5 12 8 15 16 1 2 3 //<-- solution (optimale)
```

Listing 2 – els19.sln

Jeux de données test

Opt.	Inst.	Taille	Commentaire
578	nug12	12	D=Manhattan distance dans une grille, ≥ 4 optima
11098	chr18a	18	matrices d'adjacence : D=arbre pondéré/F=graphe complet
388214	tai15a	15	matrices "aléatoires" symmetriques
51765268	tai15b	15	matrices "aléatoires" asymmetriques
17212548	els19	19	D=distances entre services d'un hôpital, F=flux de patients
5426670	bur26a	26	D=vitesse d'écriture, F=frequence de paires de lettres
88900	kra32	32	"real-world data" utilisé dans la conception d'un hôpital
6124	nug30	30	Sol. exacte ('02) : 650 CPUs \times 1 semaine (B&B)
?	sko42	42	Gap= $\frac{Sol. - LB}{Sol.} = 3.0\%$, $15332 < f(\pi^*) < 15812$
?	tai150b	150	Gap= 15.2%, $17853840 < f(\pi^*) < 21044752$

Fichiers disponibles sur Moodle "Optimisation combinatoire" - Challenge 2018/2019.

Groupes

Groupe no.				
1	Palgen	Riahi	Soyez	
2	Dachy	Huylenbroeck	Josse	
3	Delfosse	Dheur	Amezian	
4	Bostyn	Caudron	Giudice	Sneessens
5	Daniels	De Cooman	Deghorain	
6	Bernard	Bougard	Dalne	
7	Itaiem	Kalpers	Poissonnier	Stassin
8	Bahaj	Staquet	Weber	Xie
9	Constant	Gilles	Lepape	
10	Essafsyfy	Mahieu	Maomy	

Planning

Mardi 11/12, am	Aud. 23	TP1 (au lieu de cours)
Jeudi 13/12, am	Aud. 25	TP2 (au lieu de cours)
Vendredi 14/12, pm	Aud. 05	TP3
Jeudi 20/12, am	Aud. 23	TP4 (au lieu de cours)
Jeudi 20/12, pm	Aud. 05	TP5 - Présentation, Challenge

Presentation

Challenge sur trois jeux de données non connus.

Presentation orale	± 5 minutes
Challenge	8 minutes (3×1 minute tps execution)
Questions	5 minutes
Σ	<u>18 minutes</u>

Delivrables

- ❖ Rapport = Slides
- ❖ Code source
- ❖ Résultats = Output des 3 challenges

Les 3 livrables seront envoyés par mail après la présentation.

Cotation

- ❖ Fiche ECTS : "Examen écrit 80%/Projet(oral) 20%"
- ❖ Examen écrit : cohérence des réponses
- ❖ Cotation du projet :
 - ❖ présentation orale
 - ❖ réponses (individuelles) aux questions
 - ❖ démarche et intérêt pour le projet
 - ❖ Originalité (méthode choisie, implémentation, tests, argumentation, ...)
 - ❖ Challenges (valeurs obtenues, respect des contraintes, ...)
 - ❖ **un jugement pas uniquement basé sur les réponses finales**
 - ❖ Échecs rares