Численное исследование уравненения Бонгоф-фера – Ван дер Поля.

Оглавление

Постановка задачи

Дано:

$$x' = -a(\frac{x^3}{3} - x) + ay$$

$$y' = -x - by + c$$

$$x(0) = 2, \quad y(0) = 0$$

Здесь $1 \leq a \leq 10^3$, $0 < c < 1$.

Задача:
Провести исследование поведения решений в зависимости от значений «большого» параметра a.

Методы решения

При решении данной задачи были реалезованы 4 метода: тут надо чет красивое написать Для поиска первообразных было выбрано два численных метода: *явный метод Рунге-Кутты 5го порядка* и *неявный метод Рунге-Кутты 4го порядка*.ы

Явный метод Эйлера

Имеем отрезок времени $[T_0, T_{\text{fin}}]$. Разобьем его точками $t_0, t_1, \ldots, t_{\text{n}}$, где $t_1 = T_0$ и $t_n = T_{\text{fin}}$. $\varnothing_i = t_i - t_{i-1}$ Для каждой i-ой точки найдем (x_{i}, y_{i}) $(0 \leqslant i \leqslant n)$. Имеем

$$\frac{x_i - x_{i-1}}{\tau_i} = x(x_{i-1}, y_{i-1}) \quad \text{и} \quad \frac{y_i - y_{i-1}}{\tau_i} = y(x_{i-1}, y_{i-1}) \quad (1 \leqslant i \leqslant n)$$

Получим системы:

$$\text{x}_i = \begin{cases} x_0 & \text{, при i} = 0 \\ x(x_{i-1}, y_{i-1})\tau_i + x_{i-1} & \text{, иначе} \end{cases}$$

и

$$y_i = \begin{cases} y_0 & \text{, при i} = 0 \\ y(x_{i-1}, y_{i-1})\tau_i + y_{i-1} & \text{, иначе} \end{cases}$$

Применение его к данной задаче.

$$\text{x}_i = \begin{cases} 2 & \text{, при i} = 0 \\ (-a(\frac{x_{i-1}^3}{3} - x_{i-1}) + ay_{i-1})\tau_i + x_{i-1} & \text{, иначе} \end{cases}$$

и

$$y_i = \begin{cases} 0 & \text{, при i = 0} \\ (-x_{i-1} - by_{i-1} + c)\tau_i + y_{i-1} & \text{, иначе} \end{cases}$$

По этим значениям и будем строить график.