

Численное исследование уравнения Бонгоффера – Ван дер Поля.

Оглавление

Постановка задачи

Методы решения

Постановка задачи

$$x' = -a\left(\frac{x^3}{3} - x\right) + ay$$

$$y' = -x - by + c$$

$$x(0) = 2, \quad y(0) = 0$$

Здесь $1 \leq a \leq 10^3$, $0 < c < 1$. Провести исследование поведения решений в зависимости от значений «большого» параметра a .

Методы решения

При решении данной задачи были реализованы 4 метода: тут надо чет красивое написать Для поиска первообразных было выбрано два численных метода: *явный метод Рунге-Кутты 5го порядка* и *неявный метод Рунге-Кутты 4го порядка*.

Явный метод Эйлера

Имеем отрезок времени $[T_0, T_{\text{fin}}]$. Разобьем его точками t_0, t_1, \dots, t_n , где $t_1 = T_0$ и $t_n = T_{\text{fin}}$. $\tau_i = t_i - t_{i-1}$ Для каждой i -ой точки найдем (x_i, y_i) ($0 \leq i \leq n$). Имеем

$$\frac{x_i - x_{i-1}}{\tau_i} = x(x_{i-1}, y_{i-1}) \quad \text{и} \quad \frac{y_i - y_{i-1}}{\tau_i} = y(x_{i-1}, y_{i-1}) \quad (1 \leq i \leq n)$$

Получим системы:

$$x_i = \begin{cases} x_0 & , \text{ при } i = 0 \\ x(x_{i-1}, y_{i-1}) * \tau_i + x_{i-1} & , \text{ иначе} \end{cases}$$

и

$$y_i = \begin{cases} y_0 & , \text{ при } i = 0 \\ y(x_{i-1}, y_{i-1}) * \tau_i + y_{i-1} & , \text{ иначе} \end{cases}$$

Применение его к данной задаче.

$$x_i = \begin{cases} 2 & , \text{ при } i = 0 \\ (-a(\frac{x_{i-1}^3}{3} - x_{i-1}) + ay_{i-1}) * \tau_i + x_{i-1} & , \text{ иначе} \end{cases}$$

и

$$y_i = \begin{cases} 0 & , \text{ при } i = 0 \\ (-x_{i-1} - by_{i-1} + c) * \tau_i + y_{i-1} & , \text{ иначе} \end{cases}$$