

Exercise 6: Truth Tables

Use a truth table to prove that  $\neg p$  is a logical consequence of the set  $q \vee r, q \Rightarrow \neg p, \neg(r \wedge p)$ .

p	q	r	$q \vee p$	$q \Rightarrow \neg p$	$\neg(r \wedge p)$	$\{...\}$	$\{...\} \Rightarrow \neg p$
0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1

Exercise 7: SLD

Give SLD-resolution refutations for the following sets of clauses:

- a)  $\{P1\}, \{P2\}, \{P3\}, \{P4\}, \{\neg P1, \neg P2, P6\}, \{\neg P3, \neg P4, P7\},$   
 $\{\neg P6, \neg P7, P8\}, \{\neg P8\}$

$$\begin{array}{c}
 \{\neg P8\}, \{\neg P6, \neg P7, P8\} \\
 \hline
 \{\neg P6, \neg P7\}, \{\neg P1, \neg P2, P6\} \\
 \hline
 \{\neg P1, \neg P2, \neg P7\}, \{P2\} \\
 \hline
 \{\neg P1, \neg P7\}, \{P1\} \\
 \hline
 \{\neg P7\}, \{\neg P3, \neg P4, P7\} \\
 \hline
 \{\neg P3, \neg P4\}, \{P3\} \\
 \hline
 \{\neg P4\}, \{P4\} \\
 \hline
 \{\}
 \end{array}$$

- b)  $\{\neg P2, P3\}, \{\neg P3, P4\}, \{\neg P4, P5\}, \{P3\}, \{P1\}, \{P2\}, \{\neg P1\},$   
 $\{\neg P3, P6\}, \{\neg P3, P7\}, \{\neg P3, P8\}$

$$\begin{array}{c}
 \{\neg P1\}, \{P1\} \\
 \hline
 \{\}
 \end{array}$$

### Exercise 8: DPLL I

Are the following formulas satisfiable? Use the DPLL procedure:

a)  $(\neg a \vee b) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (\neg e \vee \neg f) \wedge (f \vee \neg e \vee \neg b)$

$[]$	$(\neg a \vee b) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (\neg e \vee \neg f) \wedge (f \vee \neg e \vee \neg b)$	Pure-Literal $\neg a$
$[\neg a]$	$(\neg c \vee d) \wedge (\neg e \vee \neg f) \wedge (f \vee \neg e \vee \neg b)$	Pure-Literal $\neg c$
$[\neg a, \neg c]$	$(\neg e \vee \neg f) \wedge (f \vee \neg e \vee \neg b)$	Split $\neg e$
$[\neg a, \neg c, \neg e]$	$\emptyset$	

b)  $(p \vee q \vee r \vee s) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee s) \wedge (p \vee \neg q \vee r \vee s) \wedge (q \vee \neg r \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee \neg r \vee s) \wedge (\neg p \vee \neg s) \wedge (p \vee \neg q)$  Split  $s$

$[s]$	$(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (q \vee \neg r) \wedge (\neg p) \wedge (p \vee \neg q)$	Unitprop $\neg p$
$[s, \neg p]$	$(q \vee \neg r) \wedge (\neg q)$	Unitprop $\neg q$
$[s, \neg p, \neg q]$	$(\neg r)$	Unitprop $\neg r$
$[s, \neg p, \neg q, \neg r]$	$\emptyset$	

### Exercise 9: DPLL II

Can you present a formula that well illustrates the worst case.

Der Worst Case, ist wenn man nie PureLiteral/Unit-Propagation anwenden kann, sondern nur Split mit Backtrack.

Für  $n$  Variablen, erstelle alle Teilformeln der Länge  $n$  wo alle Variablen vorkommen mit allen kombinationen von und/oder. Dadurch gibt es  $k \dots$

### Exercise 10: Pythagoreans Triple Problem

Find out and explain how the pythagoreans triple problem was represented in SAT by Heule and colleagues.

$F_n$  repräsentiert das Problem die Zahlen  $1 \dots n$  so mit 2 Farben einzufärben,

dass es kein einfarbiges Pythagoreisches Tripel gibt. Um dieses Problem in SAT abzubilden, werden die Variablen  $x_i \in \{1 \dots n\}$ , die durch ihre Belegung (True/False) repräsentieren, wie die entsprechende Zahl  $i$  eingefärbt wird. Heißt: True entspricht Farbe 1 und False Farbe 2. Für jedes Pythagoreische Tripel  $(a, b, c)$  mit  $a^2 + b^2 = c^2$  ergeben sich folgende Klauseln:

$$(x_a \vee x_b \vee x_c) \wedge (\neg x_a \vee \neg x_b \vee \neg x_c)$$

All diese Klauseln zusammen ergeben das zu  $F_n$  äquivalente SAT-Problem.