Abdullah Barhoum, Linus Helfmann, Arne Rolf, Linus Ververs

Lösungen zur Exercise 3

Künstliche Intelligenz

Exercise 6: Truth Tables

Use a truth table to prove that $\neg p$ is a logical consequence of the set $q \vee r, q \Rightarrow \neg p, \neg(r \wedge p)$.

p	q	r	$q \vee p$	$q \Rightarrow \neg p$	$\neg(r \wedge p)$	$\{...\}$	$\{...\} \Rightarrow \neg p$
0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1

Exercise 7: SLD

Give SLD-resolution refutations for the following sets of clauses:

a) $\{P1\}, \{P2\}, \{P3\}, \{P4\}, \{\neg P1, \neg P2, P6\}, \{\neg P3, \neg P4, P7\}, \{\neg P6, \neg P7, P8\}, \{\neg P8\}$

$$\underline{\{\neg P8\}, \{\neg P6, \neg P7, P8\}}$$

$$\underline{\{\neg P6, \neg P7\}, \{\neg P1, \neg P2, P6\}}$$

$$\underline{\{\neg P1, \neg P2, \neg P7\}, \{P2\}}$$

$$\underline{\{\neg P1, \neg P7\}, \{P1\}}$$

$$\underline{\{\neg P7\}, \{\neg P3, \neg P4, P7\}}$$

$$\underline{\{\neg P3, \neg P4\}, \{P3\}}$$

$$\underline{\{\neg P4\}, \{P4\}}$$

$$\{\}$$

b) $\{\neg P2, P3\}, \{\neg P3, P4\}, \{\neg P4, P5\}, \{P3\}, \{P1\}, \{P2\}, \{\neg P1\}, \{\neg P3, P6\}, \{\neg P3, P7\}, \{\neg P3, P8\}$

$$\underline{\{\neg P1\}, \{P1\}}$$

$$\{\}$$

Exercise 8: DPLL I

Are the following formulas satisfiable? Use the DPLL procedure:
a) $(\neg a \vee b) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (\neg e \vee \neg f) \wedge (f \vee \neg e \vee \neg b)$

$[]$	$(\neg a \vee b) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (\neg e \vee \neg f) \wedge (f \vee \neg e \vee \neg b)$	| Pure-Literal $\neg a$
$[\neg a]$	$(\neg c \vee d) \wedge (\neg e \vee \neg f) \wedge (f \vee \neg e \vee \neg b)$	| Pure-Literal $\neg c$
$[\neg a, \neg c]$	$(\neg e \vee \neg f) \wedge (f \vee \neg e \vee \neg b)$	| Split $\neg e$
$[\neg a, \neg c, \neg c]$	$\emptyset$	

b) $(p \vee q \vee r \vee s) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee s) \wedge (p \vee \neg q \vee r \vee s) \wedge (q \vee \neg r \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee \neg r \vee s) \wedge (\neg p \vee \neg s) \wedge (p \vee \neg q)$ Split s

$[s]$	$(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (q \vee \neg r) \wedge (\neg p) \wedge (p \vee \neg q)$	|Unitprop $\neg p$
$[s, \neg p]$	$(q \vee \neg r) \wedge (\neg q)$	|Unitprop $\neg q$
$[s, \neg p, \neg q]$	$(\neg r)$	|Unitprop $\neg r$
$[s, \neg p, \neg q, \neg r]$	$\emptyset$	

Exercise 9: DPLL II

Can you present a formula that well illustrates the worst case.

Der aufwändigste Fall, ist wenn man nie Pure-Literal/Unit-Propagation anwenden kann, sondern nur Split mit Backtrack und keine Lösung funktioniert, sodass man alle ausprobieren muss.
Für n Variablen, erstelle man also alle Teilformeln der Länge n wo alle Variablen vorkommen mit allen kombinationen von direkt/negiert. Dadurch erhält man 2^n teilformeln und die Formel ist nicht erfüllbar.
Wenn man eine beliebige Formel entfernt, dann ist die Gesamtformel erfüllbar mit der negation der entfernten Formel als Belegung.

Exercise 10: Pythagoreans Triple Problem

Find out and explain how the pythagoreans triple problem was represented in SAT by Heule and colleagues.

F_n repräsentiert das Problem die Zahlen $1...n$ so mit 2 Farben einzufärben, dass es kein einfarbiges Pythagoreisches Tripel gibt. Um dieses Problem in SAT abzubilden, werden die Variablen $x_i \in \{1...n\}$, die durch ihre Belegung (True/False) repräsentieren, wie die entsprechende Zahl i eingefärbt wird. Heißt: True entspricht Farbe 1 und False Farbe 2. Für jedes Pthagoreisches Tripel (a, b, c) mit $a^2 + b^2 = c^2$ ergeben sich folgende Klauseln:

$$(x_a \vee x_b \vee x_c) \wedge (\neg x_a \vee \neg x_b \vee \neg x_c)$$

All diese Klauseln zusammen ergeben das zu F_n äquivalente SAT-Problem.