

Angabe 1

Untertitel

Daniel Graf, Dimitrie Diez, Arne Schöntag, Peter Müller

Contents

1	Einführung	2
2	Messexperiment	2
3	Überprüfung auf Normalverteilung	2
3.1	In der Ebene	2
3.1.1	Grafische Überprüfung	2
3.1.2	Rechnerische Überprüfung	4
3.2	Beim Treppenaufstieg	4
3.2.1	Grafische Überprüfung	4
3.2.2	Rechnerische Überprüfung	5
3.3	Beim Treppenabstieg	6
3.4	Grafische Überprüfung	6
3.5	Rechnerische Überprüfung	8
4	Modell	8
5	Lineare Regression	8
5.1	Prüfung auf eine Abhängigkeit	8
5.2	Mehrere Abhängigkeiten	8
5.3	Konditionierung	8
6	Ergebnisse	8
7	Ermitteltes Modell	8
8	Vergleich mit Daten aus 2012	8
8.1	Überprüfung auf Normalverteilung	8
8.2	Lineare Regression	8
8.3	Vergleich	8
9	Verbund von alten und neuen Daten	8

1 Einführung

2 Messexperiment

3 Überprüfung auf Normalverteilung

Um zu überprüfen, ob die erhobenen Daten normalverteilt sind, können eine Vielzahl verschiedener Methoden angewandt werden. Für eine aussagekräftige Beurteilung beschränkt sich diese Arbeit auf zwei grafische und drei rechnerische Methoden. Als grafische Verfahren werden ein Histogramm und ein Quantil-Quantil-Diagramm erstellt. Im Anschluss erfolgt die rechnerische Überprüfung mittels Shapiro-Wilk-, Cramér-von-Mises- und Anderson-Darling-Test. Aus den gemessenen Zeiten werden die Geschwindigkeiten der einzelnen Probanden ermittelt und für erwähnten Testverfahren herangezogen. Die Geschwindigkeiten in der Ebene, beim Treppenaufstieg sowie beim Treppenabstieg werden jeweils gesondert betrachtet.

3.1 In der Ebene

Bei der Betrachtung der einzelnen Messergebnisse fällt auf, dass ein Proband deutlich langsamer als die restlichen Probanden gegangen ist. Trotz dessen werden alle Messdaten berücksichtigt, da anzunehmen ist, dass es immer Personen gibt, die langsamer oder schneller als die Mehrheit gehen. Es ist jedoch anzumerken, dass bei einem Versuch mit nur einer geringen Anzahl von Probanden, solche Ausreisser eventuell eine signifikante Abweichung verursachen.

3.1.1 Grafische Überprüfung

In Abbildung 1 wird die Verteilung der Geschwindigkeiten einer Normalverteilungskurve gegenübergestellt. Für die Berechnung der Normalverteilungskurve wurden Erwartungswert und Standardabweichung der Ergebnisse ermittelt. Der Erwartungswert beträgt $1,48 \frac{m}{s}$ und die Standardabweichung $0,144 \frac{m}{s}$. Das Histogramm bildet relative Häufigkeiten ab. Es fällt auf, dass eine deutliche Häufung der Ergebnisse in den Bereich des Maximums der Normalverteilungskurve fällt. Dies ist ein Anzeichen für eine Normalverteilung der Ergebnisse. Allerdings befinden sich auch an den Rändern der Normalverteilungskurve noch kleinere Häufungen der Ergebnisse. Somit kann aus dem Histogramm kein eindeutiger Rückschluss auf eine Normalverteilung der Geschwindigkeiten gezogen werden. Grundsätzlich ist die Darstellung des Histogramms

stark von der gewählten Anzahl an Klassen abhängig und ist gerade bei kleineren Messreihen nicht aussagekräftig.

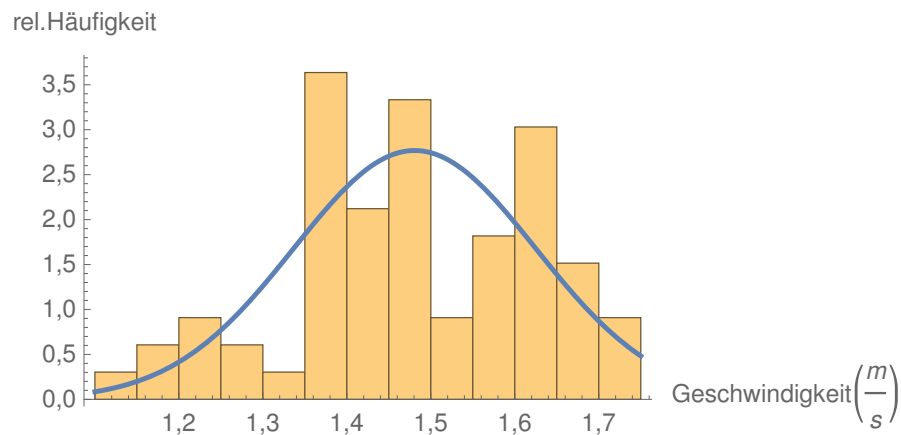


Figure 1: Histogramm der Geschwindigkeiten in der Ebene im Vergleich zur Normalverteilung

Abbildung 2 veranschaulicht die Verteilung der Geschwindigkeiten in einem Quantil-Quantil Diagramm. In diesem Diagramm sind die gemessenen Geschwindigkeiten gegenüber der Normalverteilung aufgetragen. Da sich die Mehrheit der geplotteten Punkte auf oder in unmittelbarer Nähe der Diagonalen befinden, spricht dieses Diagramm für eine Normalverteilung der Geschwindigkeiten. Für eine aussagekräftigere Beurteilung wird diese Thematik im Folgenden mit rechnerischen Tests überprüft.

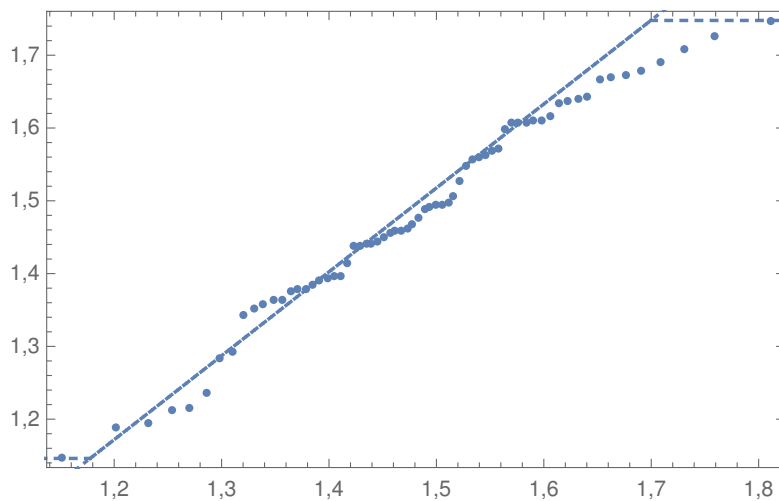


Figure 2: Quantil-Quantil-Diagramm der Geschwindigkeiten in der Ebene in $\frac{m}{s}$

	Statistic	P-Value
Anderson-Darling	0.426988	0.821001
Baringhaus-Henze	0.269634	0.785711
Cramér-von Mises	0.0560719	0.838694
Jarque-Bera ALM	1.57313	0.376383
Mardia Combined	1.57313	0.376383
Mardia Kurtosis	-0.879486	0.379138
Mardia Skewness	0.82605	0.363417
Pearson χ^2	14.6667	0.144695
Shapiro-Wilk	0.975506	0.215767

Table 1: Anpassungstests zur Überprüfung der gemessenen Geschwindigkeiten in der Ebene auf Normalverteilung

3.1.2 Rechnerische Überprüfung

Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse von mehreren Anpassungstests. Dabei werden die Messdaten auf Normalverteilung getestet. Exemplarisch werden im Folgenden Shapiro-Wilk-, Cramér-von-Mises- und Anderson-Darling-Test näher betrachtet und analysiert.

Laut dem Shapiro-Wilk-Test wird die Nullhypothese "Die Geschwindigkeiten sind normalverteilt" nicht verworfen, da der P-Wert das Signifikanzniveau von 0,05 überschreitet. Auch der Cramér-von-Mises-Test ergibt einen P-Wert von 0,84 und ist somit ebenfalls deutlich über dem Signifikanzniveau. Analog hierzu liefert der Anderson-Darling-Test einen weiteren Nachweis für die Normalverteilung der Geschwindigkeiten, da der P-Wert von 0,82 die 0,05 des Signifikanzniveaus ebenfalls überschreitet. (Der Anderson-Darling-Test gilt als aussagekräftigster Statistischer Test)

Betrachtet man abschließend alle ermittelten Ergebnisse, kann man davon ausgehen, dass die Geschwindigkeiten der Probanden in der Ebene normalverteilt sind.

3.2 Beim Treppenaufstieg

3.2.1 Grafische Überprüfung

Bei der Betrachtung der Messergebnisse für den Treppenaufstieg fällt auf, dass vier Probanden stets mit höherer Geschwindigkeit gehen, als die restlichen Probanden. Dieses Verhalten wiederholt sich über alle Runden. Aufgrund der geringen Anzahl an Messwerten, fällt dies bei der Auswertung stark ins Gewicht.

Für die weitere Überprüfung auf Normalverteilung werden zwei Auswertungen durchgeführt. Eine Auswertung erfolgt über alle Messreihen hinweg. Die betroffenen Probanden haben beim Aufstieg immer mehrere Treppen übersprungen. Es ist nicht auszuschließen,

dass es in der Bevölkerung einen Anteil von Menschen gibt, die dieses Verhalten grundsätzlich aufweisen. Anschließend wird eine Auswertung durchgeführt, bei welcher die Ausreisser ausgeschlossen werden, da die Möglichkeit besteht, dass es sich um eine Anomalie oder um Sabotage handelt.

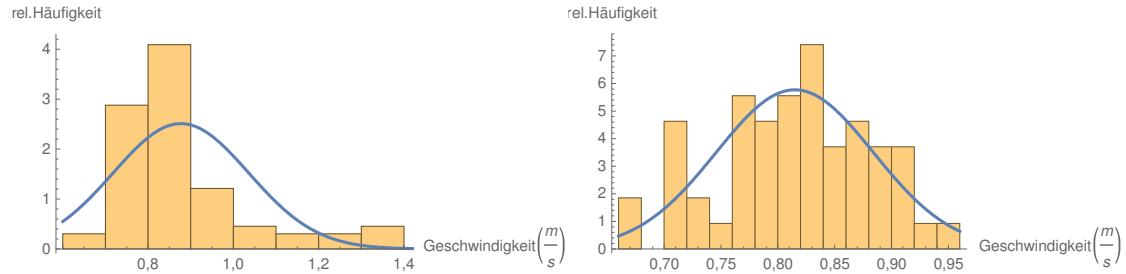


Figure 3: Histogramm der Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg mit Ausreißern im Vergleich zur Normalverteilung

Figure 4: Histogramm der Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg ohne Ausreißer im Vergleich zur Normalverteilung

Das Histogramm in der Abbildung 3 deutet auf eine rechtsschiefe Verteilung der Geschwindigkeiten hin. Dies stellt ein Indiz gegen eine Normalverteilung der Messwerte dar. Im Gegensatz dazu weist das Histogramm in Abbildung 4 eine symmetrische Verteilung auf. Daher ist anzunehmen, dass die Messwerte ohne Ausreißer normalverteilt sind. Aber wie bereits erwähnt, sind Histogramme nur bedingt Aussagekräftig. Eine genauere grafische Betrachtung erfolgt über ein Quantil-Quantil-Diagramm.

In Abbildung 5 ist deutlich eine Abweichung von der Normalverteilung zu sehen, da einige Werte weit von der Diagonalen entfernt sind. Dies ist auf die erwähnten vier Probanden zurückzuführen. Im Gegensatz dazu deutet die Abbildung 6 auf eine Normalverteilung hin, da alle Quantile auf oder in unmittelbarer Nähe der Diagonalen liegen.

3.2.2 Rechnerische Überprüfung

Die Anpassungstests zeigen, dass die Geschwindigkeiten bei einem Treppenaufstieg nicht normalverteilt sind, wenn man die Ausreißer mitberücksichtigt. Die Tabelle 3 zeigt, dass bei einem Cramér-von Mises Test ein p-Wert von nur 0,018 erreicht wird, welcher somit deutlich geringer als das Signifikanzniveau von 0,05 ist. Werden die Ausreißer nicht mitberücksichtigt, so ergibt der Cramér-von Mises Test einen p-Wert von 0,92. Auch der Anderson-Darling Test liegt weit über dem Signifikanzniveau. Die rechnerische Überprüfung bestätigt somit das Ergebnis der grafischen Analyse. Wie bereits erwähnt, sind die Ausreißer immer von den selben vier Probanden verursacht worden. Diese haben beim Aufsteigen der Treppen in jeder Runde mehrere Stufen übersprungen. Die Vermutung liegt nahe, dass es eine Gruppe von Menschen gibt, die beim Aufsteigen der Treppen grundsätzlich schneller gehen. Eine genaue Untersuchung ist mit einer deutlich

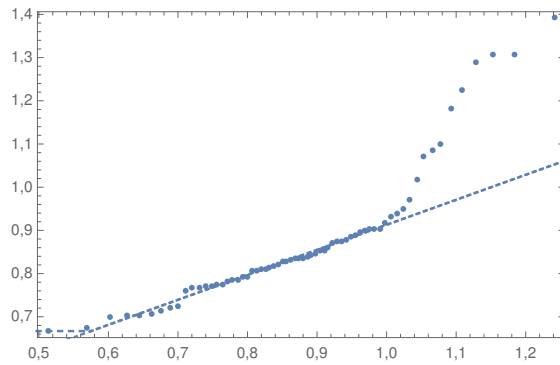


Figure 5: Quantil-Quantil-Diagramm der Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg mit Ausreißern in $\frac{m}{s}$

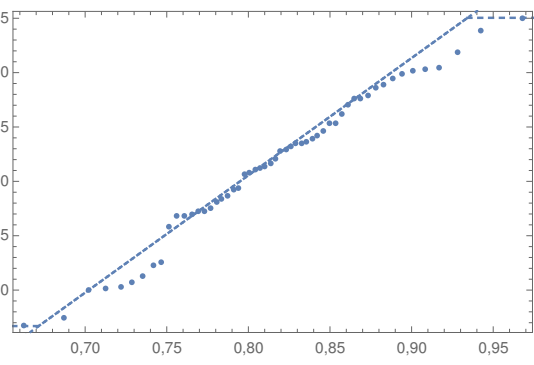


Figure 6: Quantil-Quantil-Diagramm der Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg ohne Ausreißer in $\frac{m}{s}$

größeren Anzahl der Probanden notwendig.

3.3 Beim Treppenabstieg

3.4 Grafische Überprüfung

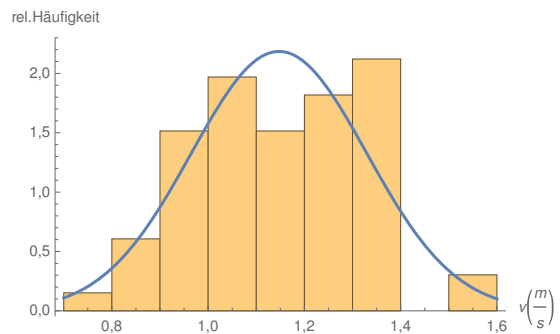


Figure 7: Histogramm der Geschwindigkeiten beim Treppenabstieg mit Ausreißern im Vergleich zur Normalverteilung

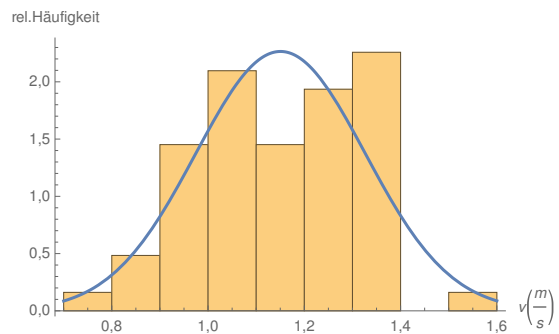


Figure 8: Histogramm der Geschwindigkeiten beim Treppenabstieg ohne Ausreißer im Vergleich zur Normalverteilung

	Statistic	P-Value		Statistic	P-Value
Anderson-Darling	0.33829	0.90645	Anderson-Darling	3.67396	0.0126832
Baringhaus-Henze	0.213705	0.858651	Baringhaus-Henze	4.53865	0.000403182
Cramér-von Mises	0.0421682	0.921661	Cramér-von Mises	0.638786	0.0179638
Jarque-Bera ALM	1.31475	0.440072	Jarque-Bera ALM	45.2212	0.000864057
Mardia Combined	1.31475	0.440072	Mardia Combined	45.2212	0.000864057
Mardia Kurtosis	-0.891517	0.372652	Mardia Kurtosis	3.44345	0.000574336
Mardia Skewness	0.553342	0.456956	Mardia Skewness	26.5574	2.55817*10 ⁻⁷
Pearson χ^2	12.2963	0.197116	Pearson χ^2	25.	0.00534551
Shapiro-Wilk	0.977864	0.414303	Shapiro-Wilk	0.835009	4.31299*10 ⁻⁷

Table 2: Anpassungstests zur Überprüfung der gemessenen Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg ohne Ausreisser auf Normalverteilung

Table 3: Anpassungstests zur Überprüfung der gemessenen Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg mit Ausreissern auf Normalverteilung

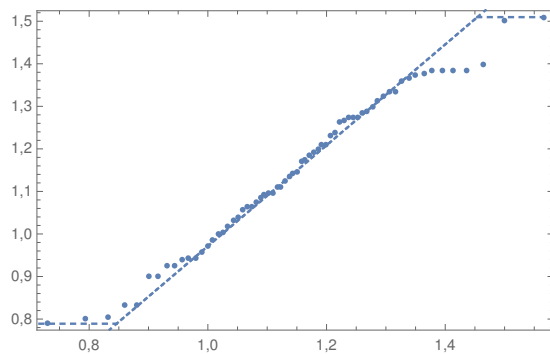


Figure 9: Quantil-Quantil-Diagramm der Geschwindigkeiten beim Treppenabstieg mit Ausreissern in $\frac{m}{s}$

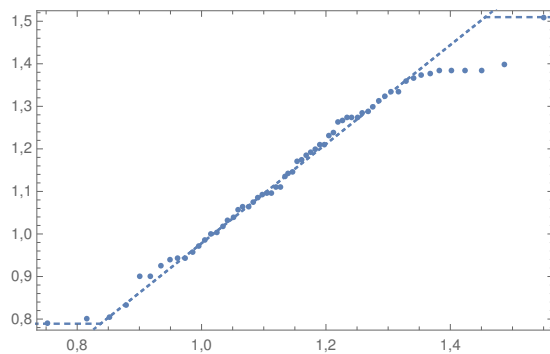


Figure 10: Quantil-Quantil-Diagramm der Geschwindigkeiten beim Treppenabstieg ohne Ausreisser in $\frac{m}{s}$

3.5 Rechnerische Überprüfung

4 Modell

5 Lineare Regression

5.1 Prüfung auf eine Abhängigkeit

5.2 Mehrere Abhängigkeiten

5.3 Konditionierung

6 Ergebnisse

7 Ermitteltes Modell

8 Vergleich mit Daten aus 2012

8.1 Überprüfung auf Normalverteilung

8.2 Lineare Regression

8.3 Vergleich

9 Verbund von alten und neuen Daten

10 Fazit