

Angabe 1

Untertitel

Daniel Graf, Dimitrie Diez, Arne Schöntag, Peter Müller

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	2
2	Messexperiment	2
3	Überprüfung auf Normalverteilung	2
3.1	In der Ebene	3
3.1.1	Grafische Überprüfung	3
3.1.2	Rechnerische Überprüfung	3
3.2	Beim Treppenaufstieg	5
3.2.1	Grafische Überprüfung	5
3.2.2	Rechnerische Überprüfung	7
3.3	Beim Treppenabstieg	7
3.3.1	Grafische Überprüfung	8
3.4	Rechnerische Überprüfung	9
4	Modell	9
5	Lineare Regression 2017	9
5.1	Prüfung auf eine einfache Abhängigkeit	9
5.1.1	Wunschgeschwindigkeit in der Ebene	10
5.1.2	Körpergröße	15
5.1.3	Rundennummer	15
5.2	Mehrere Abhängigkeiten	20
5.2.1	Ebenengeschwindigkeit und Größe	20
5.2.2	Ebenengeschwindigkeit, Größe und Rundennummer	23
5.3	Konditionierung	24
6	Ergebnisse	24
7	Ermitteltes Modell	24

8	Lineare Regression 2012	24
8.1	Prüfung auf eine einfache Abhängigkeit	24
8.1.1	Wunschgeschwindigkeit in der Ebene	24
8.1.2	Körpergröße	29
8.1.3	Rundennummer	31
8.2	Mehrere Abhängigkeiten	33
8.2.1	Ebenengeschwindigkeit und Größe	33
8.2.2	Ebenengeschwindigkeit, Größe und Rundennummer	36
8.3	Vergleich mit Daten aus 2017	36
9	Verbund von alten und neuen Daten	37
10	Fazit	37

1 Einführung

2 Messexperiment

Das Messexperiment wurde am 05.04.2017 im Lichthof der Hochschule München (Lothstraße 64) durchgeführt. Es nahmen 22 Probanden im Alter von 20 – 29 Jahren teil. Das Experiment bestand aus drei Teilen.

Zunächst wurde die Wunschgeschwindigkeit in der Ebene gemessen. Hierfür ging jeder Proband eine markierte Strecke von 27,3m ab und stoppte die hierfür benötigte Zeit. Anschließend wurde dieser Vorgang zweimal wiederholt und die entsprechende Rundennummer vermerkt. Im zweiten Teil erfolgte die Messung der benötigten Zeit für einen Treppenaufstieg. Die Treppenlänge betrug 9m. Jeder Proband führte den Vorgang dreimal durch und vermerkte die benötigte Zeit und die entsprechende Rundennummer. Analog hierzu wurde im dritten Teil des Experiments die Zeit beim Treppenabstieg gemessen.

Neben den gemessenen Zeiten in jeder Runde, dem Alter und der Körpergröße ist auch das Geschlecht jedes Probanden bekannt. Weitere Informationen sind in der beiliegenden Versuchsbeschreibung Choreographie_Treppengeschwindigkeit_2017 aufgeführt. In den folgenden Kapiteln erfolgt die Auswertung der ermittelten Messwerte.

3 Überprüfung auf Normalverteilung

Um zu überprüfen, ob die erhobenen Daten normalverteilt sind, kann eine Vielzahl verschiedener Methoden angewandt werden. Für eine aussagekräftige Beurteilung beschränkt sich diese Arbeit auf zwei grafische und drei rechnerische Methoden. Als grafische Verfahren werden ein Histogramm und ein Quantil-Quantil-Diagramm erstellt. Im Anschluss erfolgt die rechnerische Überprüfung mittels Shapiro-Wilk-, Cramér-von-Mises-

und Anderson-Darling-Test. Aus den gemessenen Zeiten werden die Geschwindigkeiten der einzelnen Probanden ermittelt und für die erwähnten Testverfahren herangezogen. Die Geschwindigkeiten in der Ebene, beim Treppenaufstieg sowie beim Treppenabstieg werden jeweils gesondert betrachtet.

3.1 In der Ebene

Vor der Analyse muss geprüft werden, ob alle Daten plausibel sind, oder ob bestimmte Daten von der Analyse ausgeschlossen werden müssen. Bei der Betrachtung der einzelnen Messergebnisse fällt auf, dass ein Proband deutlich langsamer als die restlichen Probanden gegangen ist. Trotz dessen werden alle Messdaten berücksichtigt, da anzunehmen ist, dass es immer Personen gibt, die langsamer oder schneller als die Mehrheit gehen. Es ist jedoch anzumerken, dass bei einem Versuch mit nur einer geringen Anzahl von Probanden, solche Ausreißer eventuell eine signifikante Abweichung verursachen.

3.1.1 Grafische Überprüfung

In Abbildung 1 wird die Verteilung der Geschwindigkeiten einer Normalverteilungskurve gegenübergestellt. Für die Berechnung der Normalverteilungskurve wurden Erwartungswert und Standardabweichung der Ergebnisse ermittelt. Der Erwartungswert beträgt $1,48 \frac{m}{s}$ und die Standardabweichung $0,144 \frac{m}{s}$. Das Histogramm bildet relative Häufigkeiten ab. Es fällt auf, dass eine deutliche Häufung der Ergebnisse in den Bereich des Maximums der Normalverteilungskurve fällt. Dies ist ein Anzeichen für eine Normalverteilung der Ergebnisse. Allerdings befinden sich auch an den Rändern der Normalverteilungskurve noch kleinere Häufungen der Ergebnisse. Somit kann aus dem Histogramm kein eindeutiger Rückschluss auf eine Normalverteilung der Geschwindigkeiten gezogen werden. Grundsätzlich ist die Darstellung des Histogramms stark von der gewählten Anzahl an Klassen abhängig und ist gerade bei kleineren Messreihen nicht aussagekräftig.

Abbildung 2 veranschaulicht die Verteilung der Geschwindigkeiten in einem Quantil-Quantil Diagramm. In diesem Diagramm sind die gemessenen Geschwindigkeiten gegenüber der Normalverteilung abgebildet. Da sich die Mehrheit der geplotteten Punkte auf oder in unmittelbarer Nähe der Diagonalen befindet, spricht dieses Diagramm für eine Normalverteilung der Geschwindigkeiten. Für eine aussagekräftigere Beurteilung wird diese Thematik im Folgenden mit rechnerischen Tests überprüft.

3.1.2 Rechnerische Überprüfung

Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse von mehreren Anpassungstests. Dabei werden die Messdaten auf Normalverteilung getestet. Exemplarisch werden im Folgenden Shapiro-Wilk-, Cramér-von-Mises- und Anderson-Darling-Test näher betrachtet und analysiert.

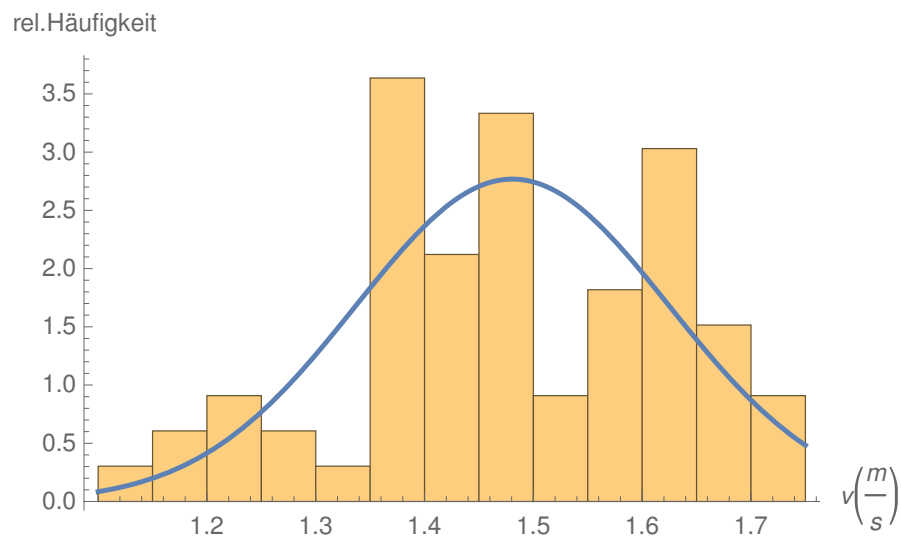


Abbildung 1: Histogramm der Geschwindigkeiten in der Ebene im Vergleich zur Normalverteilung

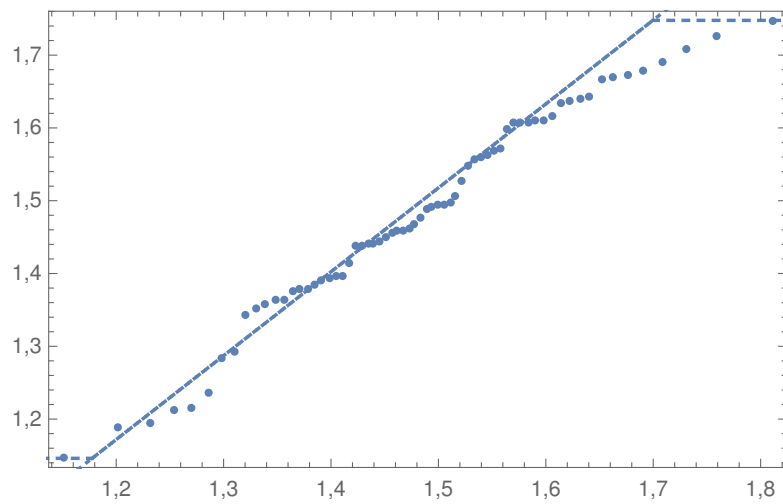


Abbildung 2: Quantil-Quantil-Diagramm der Geschwindigkeiten in der Ebene in $\frac{m}{s}$

	Statistic	P-Value
Anderson-Darling	0.426988	0.821001
Baringhaus-Henze	0.269634	0.785711
Cramér-von Mises	0.0560719	0.838694
Jarque-Bera ALM	1.57313	0.376383
Mardia Combined	1.57313	0.376383
Mardia Kurtosis	-0.879486	0.379138
Mardia Skewness	0.82605	0.363417
Pearson χ^2	14.6667	0.144695
Shapiro-Wilk	0.975506	0.215767

Tabelle 1: Anpassungstests zur Überprüfung der gemessenen Geschwindigkeiten in der Ebene auf Normalverteilung

Laut dem Shapiro-Wilk-Test wird die Nullhypothese "Die Geschwindigkeiten sind normalverteilt" nicht verworfen, da der P-Wert das Signifikanzniveau von 0,05 überschreitet. Auch der Cramér-von-Mises-Test ergibt einen P-Wert von 0,84 und ist somit ebenfalls deutlich über dem Signifikanzniveau. Analog hierzu liefert der Anderson-Darling-Test einen weiteren Nachweis für die Normalverteilung der Geschwindigkeiten, da der P-Wert von 0,82 die 0,05 des Signifikanzniveaus ebenfalls überschreitet. (Der Anderson-Darling-Test gilt als aussagekräftigster statistischer Test)

Betrachtet man abschließend alle ermittelten Ergebnisse, kann man davon ausgehen, dass die Geschwindigkeiten der Probanden in der Ebene normalverteilt sind.

3.2 Beim Treppenaufstieg

3.2.1 Grafische Überprüfung

Bei der Betrachtung der Messergebnisse für den Treppenaufstieg fällt auf, dass vier Probanden stets mit höherer Geschwindigkeit gehen als die restlichen Probanden. Dieses Verhalten wiederholt sich über alle Runden. Aufgrund der geringen Anzahl an Messwerten fällt dies bei der Auswertung stark ins Gewicht.

Für die weitere Überprüfung auf Normalverteilung werden zwei Auswertungen durchgeführt. Eine Auswertung erfolgt über alle Messreihen hinweg. Die betroffenen Probanden haben beim Aufstieg immer mehrere Treppen übersprungen. Es ist nicht auszuschließen, dass es in der Bevölkerung einen Anteil von Menschen gibt, die dieses Verhalten grundsätzlich aufweisen. Anschließend wird eine Auswertung durchgeführt, bei welcher die Ausreißer ausgeschlossen werden, da die Möglichkeit besteht, dass es sich um eine Anomalie oder um Sabotage handelt.

Das Histogramm in der Abbildung 3 deutet auf eine rechtsschiefe Verteilung der Geschwindigkeiten hin. Dies stellt ein Indiz gegen eine Normalverteilung der Messwerte dar. Im

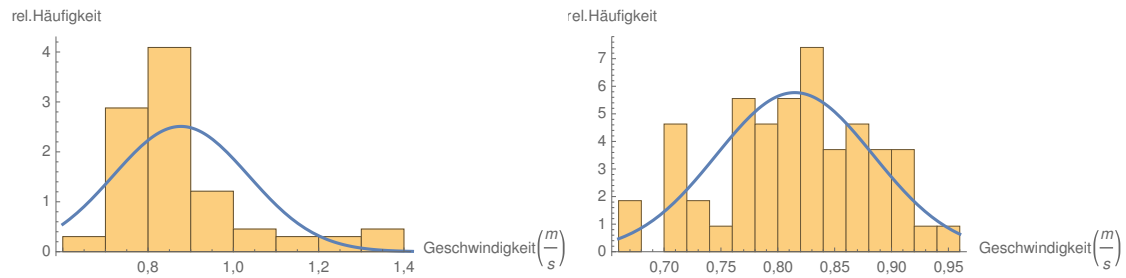


Abbildung 3: Histogramm der Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg mit Ausreißern im Vergleich zur Normalverteilung

Abbildung 4: Histogramm der Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg ohne Ausreißer im Vergleich zur Normalverteilung

Gegensatz dazu weist das Histogramm in Abbildung 4 eine symmetrische Verteilung auf. Daher ist anzunehmen, dass die Messwerte ohne Ausreißer normalverteilt sind. Aber wie bereits erwähnt, sind Histogramme nur bedingt aussagekräftig. Eine genauere grafische Betrachtung erfolgt über ein Quantil-Quantil-Diagramm.

In Abbildung 5 ist deutlich eine Abweichung von der Normalverteilung zu sehen, da einige Werte weit von der Diagonalen entfernt sind. Dies ist auf die erwähnten vier Probanden zurückzuführen. Im Gegensatz dazu deutet die Abbildung 6 auf eine Normalverteilung hin, da alle Quantile auf oder in unmittelbarer Nähe der Diagonalen liegen.

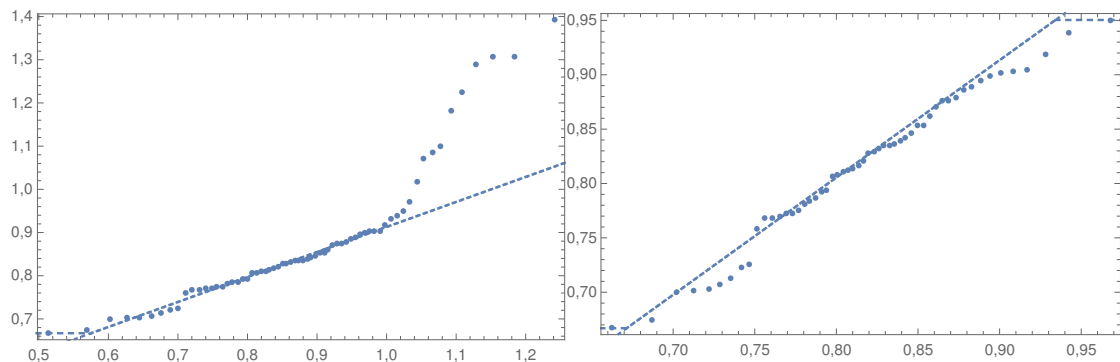


Abbildung 5: Quantil-Quantil-Diagramm der Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg mit Ausreißern in $\frac{m}{s}$

Abbildung 6: Quantil-Quantil-Diagramm der Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg ohne Ausreißer in $\frac{m}{s}$

	Statistic	P-Value		Statistic	P-Value
Anderson-Darling	0.33829	0.90645	Anderson-Darling	3.67396	0.0126832
Baringhaus-Henze	0.213705	0.858651	Baringhaus-Henze	4.53865	0.000403182
Cramér-von Mises	0.0421682	0.921661	Cramér-von Mises	0.638786	0.0179638
Jarque-Bera ALM	1.31475	0.440072	Jarque-Bera ALM	45.2212	0.000864057
Mardia Combined	1.31475	0.440072	Mardia Combined	45.2212	0.000864057
Mardia Kurtosis	-0.891517	0.372652	Mardia Kurtosis	3.44345	0.000574336
Mardia Skewness	0.553342	0.456956	Mardia Skewness	26.5574	2.55817*10 ⁻⁷
Pearson χ^2	12.2963	0.197116	Pearson χ^2	25.	0.00534551
Shapiro-Wilk	0.977864	0.414303	Shapiro-Wilk	0.835009	4.31299*10 ⁻⁷

Tabelle 2: Anpassungstests zur Überprüfung der gemessenen Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg ohne Ausreissern auf Normalverteilung

Tabelle 3: Anpassungstests zur Überprüfung der gemessenen Geschwindigkeiten beim Treppenaufstieg mit Ausreissern auf Normalverteilung

3.2.2 Rechnerische Überprüfung

Die Anpassungstests zeigen, dass die Geschwindigkeiten bei einem Treppenaufstieg nicht normalverteilt sind, wenn man die Ausreißer mitberücksichtigt. Die Tabelle 3 zeigt, dass bei einem Cramér-von Mises Test ein p-Wert von nur 0,018 erreicht wird, welcher somit deutlich geringer als das Signifikanzniveau von 0,05 ist. Werden die Ausreißer nicht mitberücksichtigt, so ergibt der Cramér-von Mises Test einen p-Wert von 0,92, wie in Tabelle 2 zu sehen. Auch der Anderson-Darling Test liegt weit über dem Signifikanzniveau. Die rechnerische Überprüfung bestätigt somit das Ergebnis der grafischen Analyse. Wie bereits erwähnt, sind die Ausreißer immer von denselben vier Probanden verursacht worden. Diese haben beim Aufsteigen der Treppen in jeder Runde mehrere Stufen übersprungen. Die Vermutung liegt nahe, dass es eine Gruppe von Menschen gibt, die beim Aufsteigen der Treppen grundsätzlich schneller gehen. Eine genaue Untersuchung ist mit einer deutlich größeren Anzahl der Probanden notwendig.

3.3 Beim Treppenabstieg

Bei der Messung zum Abstieg von der Treppe gibt es wenig besondere Fälle. Die gemessenen Daten weisen nur wenige unregelmäßige Ausreißer aus. Diese werden erwartungsgemäß geringen Einfluss haben. Beim Treppenaufstieg wurden signifikante Unterschiede durch die Ausreißer festgestellt. Deswegen werden analog zum Aufstieg beim Abstieg auch zwei Analysen durchgeführt.

3.3.1 Grafische Überprüfung

Ein Vergleich der Histogramme in den Abbildungen 7 und 8 zeigt, dass die Ausreißer nur einen geringen Unterschied verursachen. In den Abbildungen ist jeweils eine Normalverteilungskurve dargestellt. Es zeigt sich, dass eine Normalverteilung nicht genau erkennbar ist.

Beim Betrachten des Quantil-Quantil-Diagramms in Abbildung 9 und 10, zeigt sich ebenfalls, dass der Unterschied der gesamten Daten und der bereinigten Daten sehr gering und mit bloßem Auge nicht zu erkennen ist. Aus den beiden Diagrammen wird deutlich, dass es sich bei beiden Fällen um eine Normalverteilung handelt, da der P-Wert in beiden Fällen über dem Signifikanzniveau von 0,05 liegt.

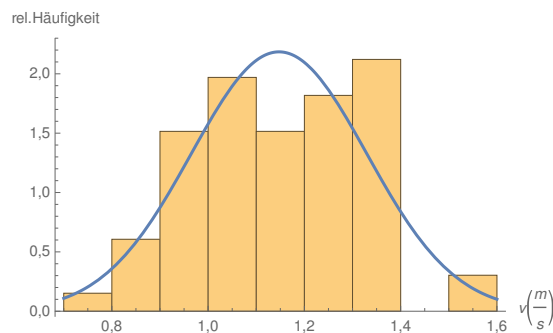


Abbildung 7: Histogramm der Geschwindigkeiten beim Treppenabstieg mit Ausreißern im Vergleich zur Normalverteilung

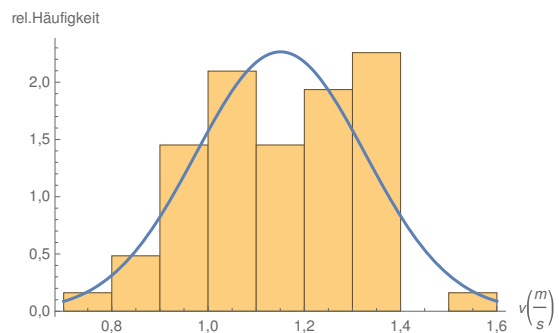


Abbildung 8: Histogramm der Geschwindigkeiten beim Treppenabstieg ohne Ausreißer im Vergleich zur Normalverteilung

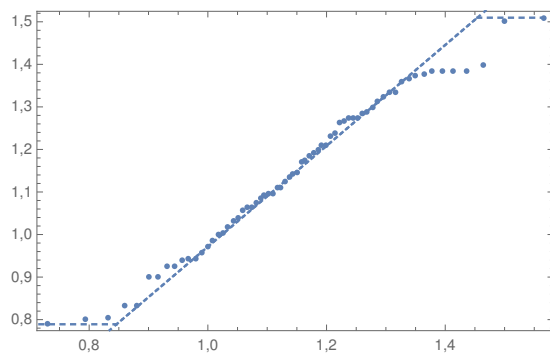


Abbildung 9: Quantil-Quantil-Diagramm der Geschwindigkeiten beim Treppenabstieg mit Ausreißern in $\frac{m}{s}$

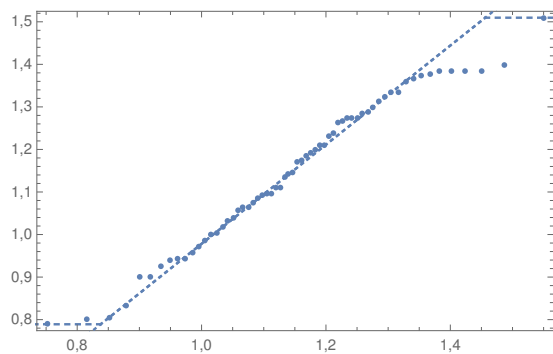


Abbildung 10: Quantil-Quantil-Diagramm der Geschwindigkeiten beim Treppenabstieg ohne Ausreißer in $\frac{m}{s}$

	Statistic	P-Value		Statistic	P-Value
Anderson-Darling	0.440903	0.806782	Anderson-Darling	0.54237	0.70308
Baringhaus-Henze	0.420106	0.556077	Baringhaus-Henze	0.484286	0.455989
Cramér-von Mises	0.0609776	0.807822	Cramér-von Mises	0.0788816	0.698349
Jarque-Bera ALM	2.23559	0.247476	Jarque-Bera ALM	1.99557	0.277317
Mardia Combined	2.23559	0.247476	Mardia Combined	1.99557	0.277317
Mardia Kurtosis	-1.43247	0.152009	Mardia Kurtosis	-1.32774	0.184265
Mardia Skewness	0.156589	0.692316	Mardia Skewness	0.190686	0.662346
Pearson χ^2	10.3333	0.411752	Pearson χ^2	6.37037	0.702354
Shapiro-Wilk	0.974316	0.186898	Shapiro-Wilk	0.969539	0.183952

Tabelle 4: Anpassungstests zur Überprüfung der gemessenen Geschwindigkeiten beim Treppenabstieg mit Ausreißern auf Normalverteilung

Tabelle 5: Anpassungstests zur Überprüfung der gemessenen Geschwindigkeiten beim Treppenabstieg ohne Ausreißern auf Normalverteilung

3.4 Rechnerische Überprüfung

Die rechnerische Überprüfung bestätigt die Analyse des Quantil-Quantil-Diagramms. Wie in Tabelle 4 und Tabelle 5 zu sehen, liegt in beiden Fällen eine Normalverteilung vor. Es ist zu bemerken, dass ein Anpassungstest anhand der Daten mit Ausreißern einen größeren p-Wert erzielt.

4 Modell

5 Lineare Regression 2017

Um Hinweise auf einen möglichen Zusammenhang der Treppengeschwindigkeit mit weiteren durch das Messexperiment ermittelten Größen zu finden, wird eine lineare Regression angewandt.

Die hier betrachteten Größen sind Wunschgeschwindigkeit (in der Ebene), Körpergröße und Rundenummer. Es wird gesondert die Treppengeschwindigkeit aufwärts und abwärts betrachtet. Zunächst wird nur auf eine Abhängigkeit überprüft, danach die Abhängigkeit von mehreren kombinierten Größen. Die Zusammenhänge werden bezüglich ihrer Plausibilität bewertet.

5.1 Prüfung auf eine einfache Abhängigkeit

Hier werden sechs Gleichungen mittels linearer Regression ermittelt:

$$v_{auf}(v_{ebene}) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene}$$

$$v_{ab}(v_{ebene}) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene}$$

$$v_{auf}(groesse) = \beta_0 + \beta_1 groesse$$

$$v_{ab}(groesse) = \beta_0 + \beta_1 groesse$$

$$v_{auf}(runde) = \beta_0 + \beta_1 runde$$

$$v_{ab}(runde) = \beta_0 + \beta_1 runde$$

5.1.1 Wunschgeschwindigkeit in der Ebene

Für die Abhängigkeit Wunschgeschwindigkeit in der Ebene wurde der Zusammenhang wie in den Formeln für die Treppengeschwindigkeit aufwärts (1) und abwärts (2) ermittelt.

$$v_{auf}(v_{ebene}) = 0.294389 + 0.393467 v_{ebene} \quad (1)$$

$$v_{ab}(v_{ebene}) = 0.475883 + 0.453419 v_{ebene} \quad (2)$$

Beide Steigungen sind positiv. Hat ein Proband eine schnellere Wunschgeschwindigkeit in der Ebene, verhält er sich auch schneller auf der Treppe. Die Abbildungen 11 und 12 stellen dies grafisch dar.

In Abbildung 11 sind wieder deutlich die schon in der Betrachtung zur Normalverteilung erwähnten Ausreißer zu erkennen. Deshalb wurde die lineare Regression für den gefilterten Messdatensatz (nur Datensätze ohne Bemerkung) durchgeführt. Es ergeben sich neue Formeln für die Treppengeschwindigkeit aufwärts (3) und abwärts (4). Dazu gehören Abbildungen 13 und 14. Die Ausreißer wurden in der Regression hier nicht verwendet, sind aber hervorgehoben eingezeichnet. Bei der Treppengeschwindigkeit aufwärts sind es deutlich mehr Ausreißer und sie fallen alle in den schnelleren Bereich. Die Regressionsgerade für die Daten ohne Ausreißer liegt dementsprechend etwas weiter unter (langsamer) im Vergleich zu Abbildung 11. Bei Abbildung 14 sind es nur vier Ausreißer. Sie sind auch stärker gestreut. Die Regressionsgerade für den Zusammenhang zur Geschwindigkeit abwärts wird nicht besonders von dem Weglassen der Ausreißer beeinflusst. Die Ausreißer werden in den weiteren Regressionen nicht genauer betrachtet. Alle Abbildungen und Plausibilisierungstests dazu sind aber als Dateien angelegt.

$$v'_{auf}(v_{ebene}) = 0.332577 + 0.325892 v_{ebene} \quad (3)$$

$$v'_{ab}(v_{ebene}) = 0.440848 + 0.478525 v_{ebene} \quad (4)$$

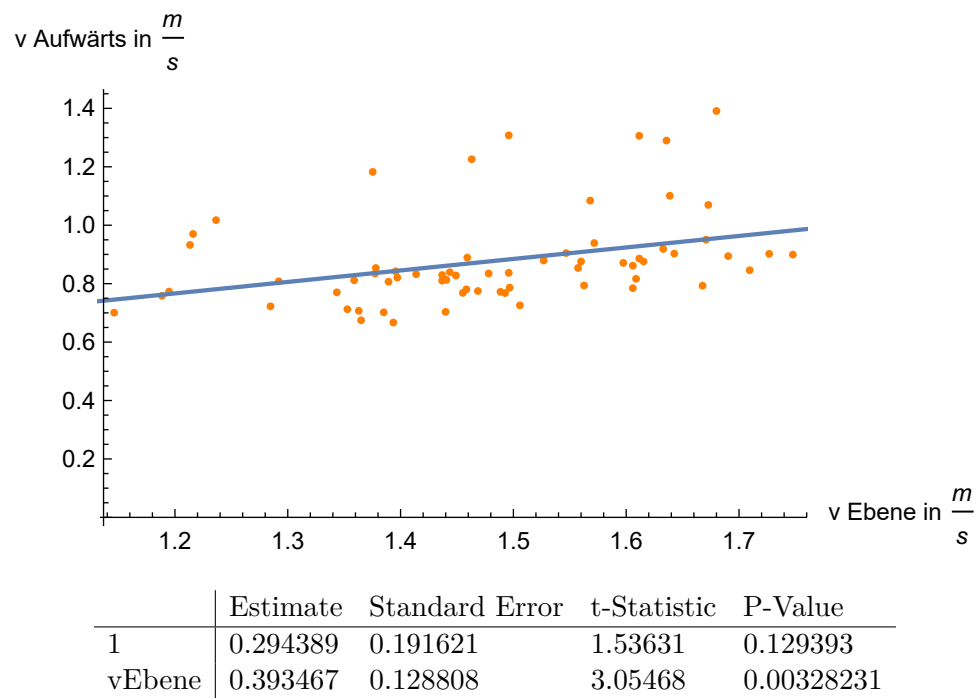


Abbildung 11: Abhängigkeit Wunschgeschwindigkeit in der Ebene zur Treppengeschwindigkeit aufwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

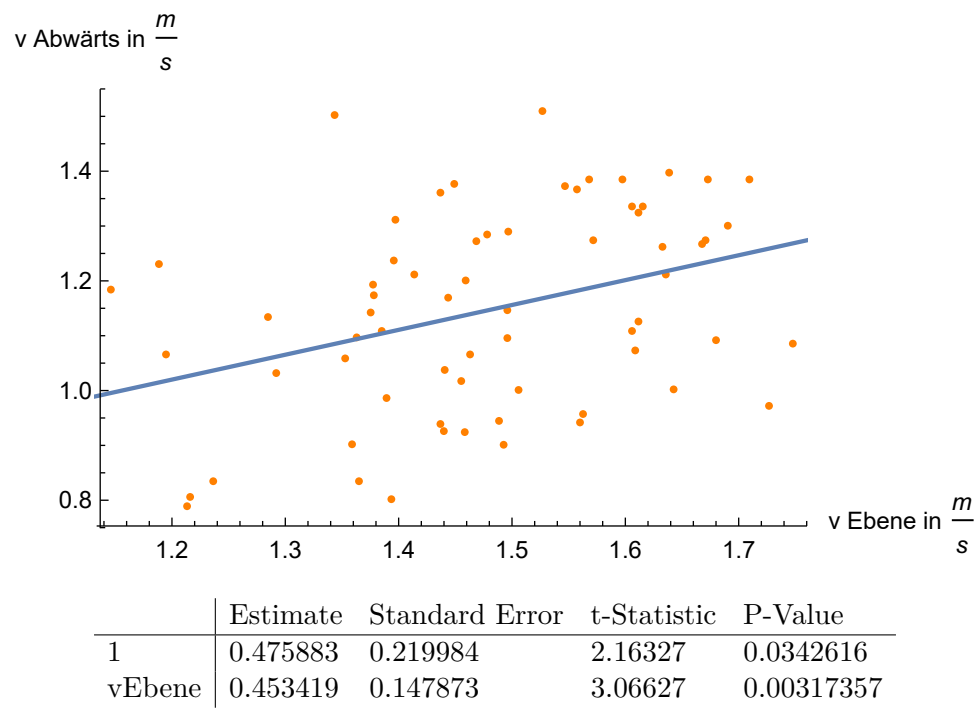


Abbildung 12: Abhängigkeit Wunschgeschwindigkeit in der Ebene zur Treppengeschwindigkeit abwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

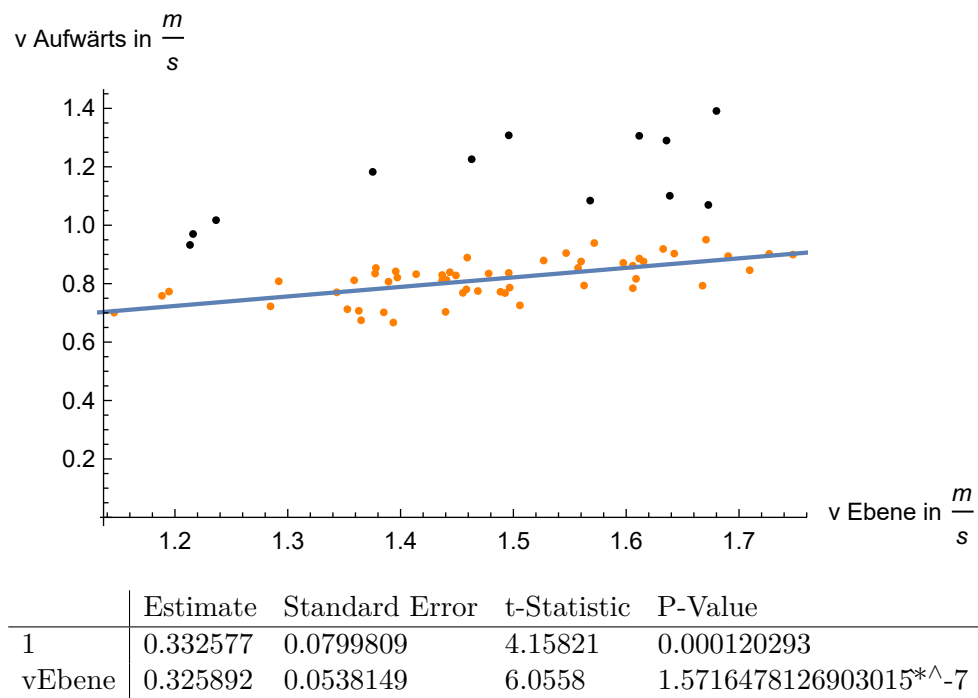


Abbildung 13: Abhängigkeit Wunschgeschwindigkeit in der Ebene zur Treppengeschwindigkeit aufwärts. Gefilterte Messdaten (orange) und Ausreißer (schwarz) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

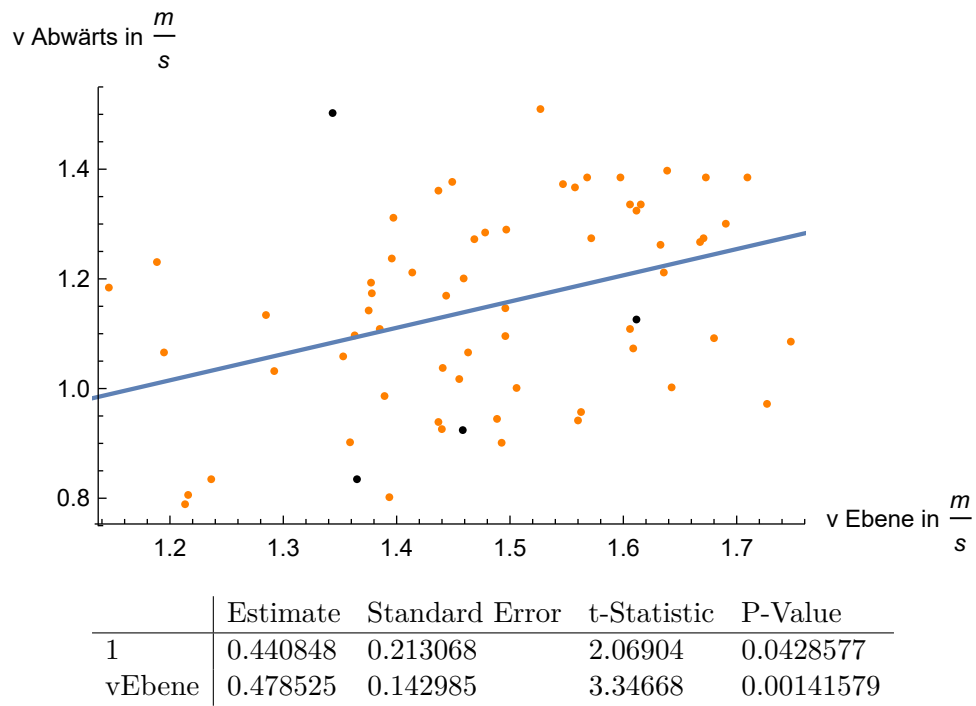


Abbildung 14: Abhängigkeit Wunschgeschwindigkeit in der Ebene zur Treppengeschwindigkeit abwärts. Gefilterte Messdaten (orange) und Ausreißer (schwarz) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

Für die Plausibilisierung der Regression wird die Nullhypothese $H_0 : \beta_1 = 0$ aufgestellt. Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$. Die Ergebnisse des Tests sind in Abbildung 11 zu sehen. Signifikanz liegt vor, weil $p < \alpha$. Man verwirft die Nullhypothese. Kein Einfluss von v_{ebene} auf v_{auf} wäre unplausibel, wenn auch nicht ausgeschlossen.

Die Nullhypothese und das Signifikanzniveau sind für alle folgenden Regressionen gleich. Die Ergebnisse für den Abstieg sind in Abbildung 12 zu sehen. Signifikanz liegt vor, weil $p < \alpha$. Man verwirft die Nullhypothese. Kein Einfluss von v_{ebene} auf v_{ab} wäre unplausibel, wenn auch nicht ausgeschlossen.

5.1.2 Körpergröße

Für die Abhängigkeit Körpergröße wurde der Zusammenhang (5) und (6) ermittelt.

$$v_{auf}(groesse) = 0.133389 + 0.00419914groesse \quad (5)$$

$$v_{ab}(groesse) = 1.59558 - 0.00253145groesse \quad (6)$$

In den Abbildungen 15 und 16 ist zu sehen, dass nach dem Modell größere Personen leicht schneller Treppen besteigen, aber beim herabsteigen etwas langsamer als kleinere Personen sind.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Aufstieg (Abbildung 15): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von $groesse$ auf v_{auf} ist plausibel.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Abstieg (Abbildung 16): Signifikanz liegt vor, weil $p > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von $groesse$ auf v_{ab} ist plausibel.

5.1.3 Rundennummer

Für die Abhängigkeit Rundennummer wurde der Zusammenhang (7) und (8) ermittelt.

$$v_{auf}(runde) = 0.890435 - 0.00670795runde \quad (7)$$

$$v_{ab}(runde) = 1.14614 + 0.000574582runde \quad (8)$$

In den Abbildungen 17 und 18 ist zu sehen, dass sich nach dem Modell die Treppengeschwindigkeit bei Änderung der Runde fast nicht ändert.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Aufstieg (Abbildung 17): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von $runde$ auf v_{auf} ist plausibel.

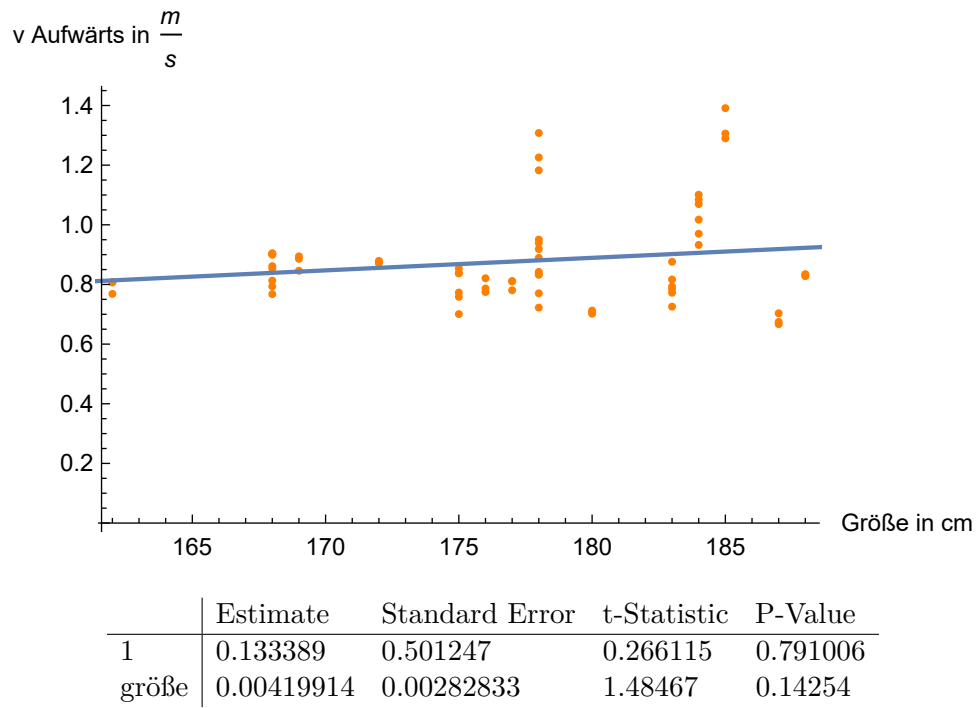


Abbildung 15: Abhängigkeit Körpergröße zur Treppengeschwindigkeit aufwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

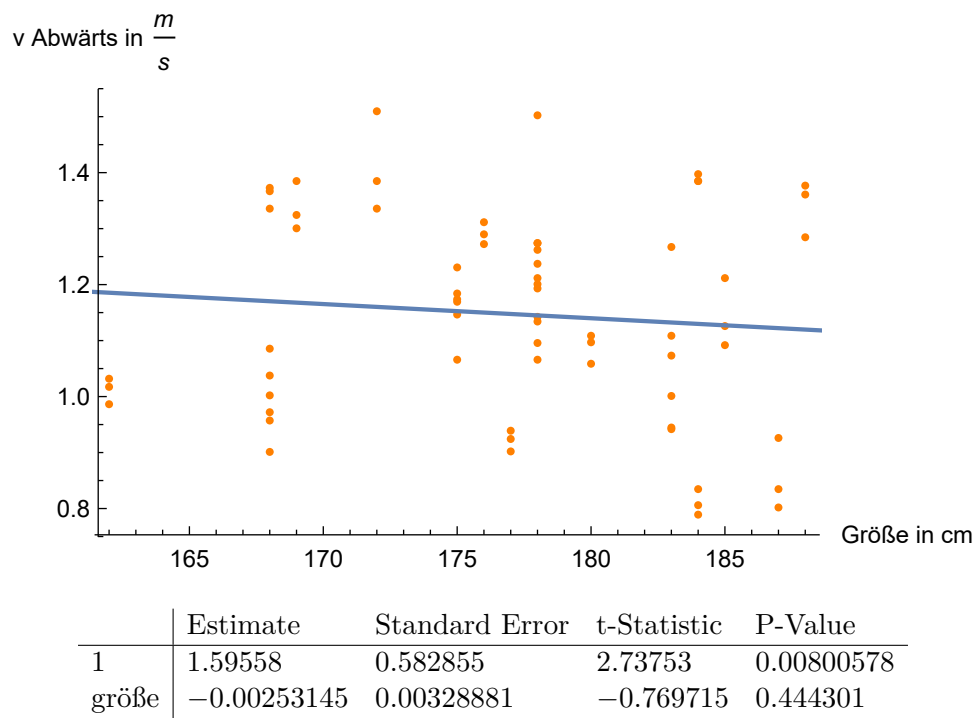


Abbildung 16: Abhängigkeit Körpergröße zur Treppengeschwindigkeit abwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

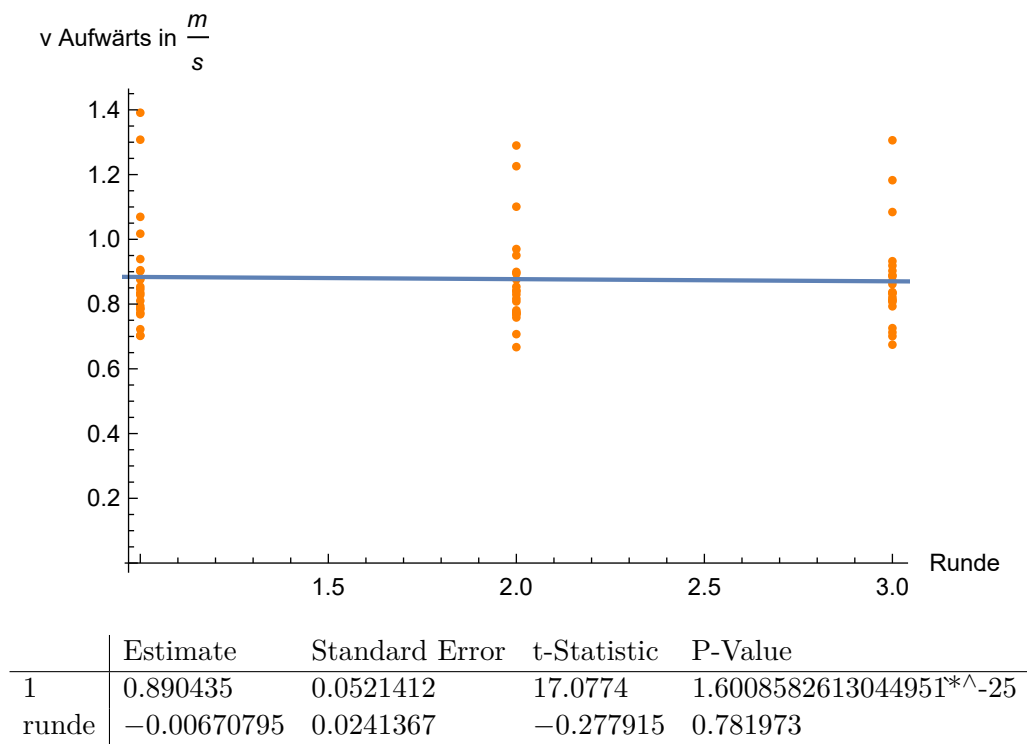


Abbildung 17: Abhängigkeit Rundenummer zur Treppengeschwindigkeit aufwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

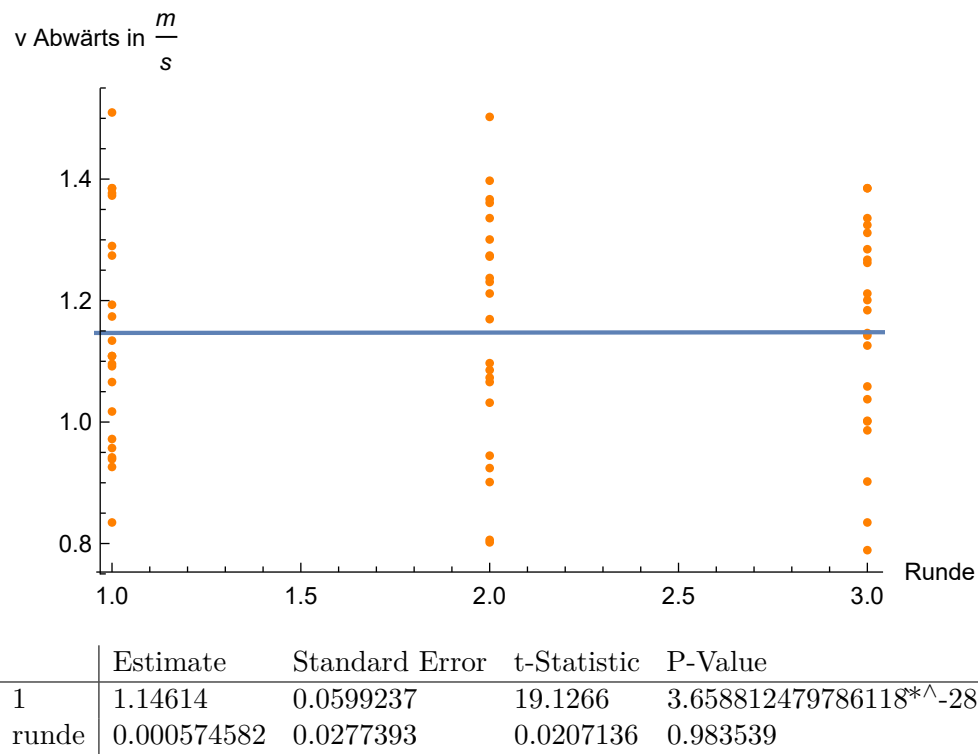


Abbildung 18: Abhängigkeit Rundennummer zur Treppengeschwindigkeit abwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Abstieg (Abbildung 18): Signifikanz liegt vor, weil $p > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von *runde* auf v_{ab} ist plausibel.

5.2 Mehrere Abhängigkeiten

Hier werden weitere vier lineare Gleichungen mit mehreren Parametern ermittelt.

$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene} + \beta_2 groesse$$

$$v_{ab}(v_{ebene}, groesse) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene} + \beta_2 groesse$$

$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse, runde) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene} + \beta_2 groesse + \beta_3 runde$$

$$v_{ab}(v_{ebene}, groesse, runde) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene} + \beta_2 groesse + \beta_3 runde$$

Für die Plausibilisierung der Regression wird die Nullhypothese $H_0 : \beta_1 = 0 \vee \beta_2 = 0$ bzw. $H_0 : \beta_1 = 0 \vee \beta_2 = 0 \vee \beta_3 = 0$ aufgestellt.

5.2.1 Ebenengeschwindigkeit und Größe

Für die Abhängigkeiten Wunschgeschwindigkeit in der Ebene und Körpergröße wurde der Zusammenhang (9) und (10) ermittelt.

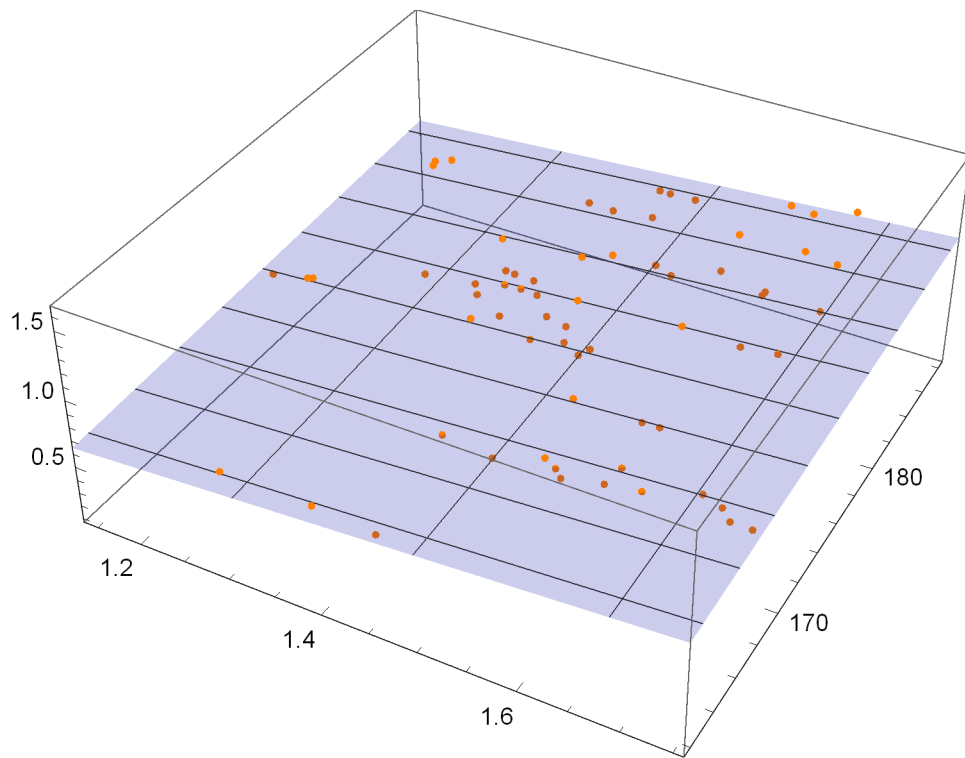
$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse) = -0.691667 + 0.425116 v_{ebene} + 0.00530344 groesse \quad (9)$$

$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse) = 0.731523 + 0.445214 v_{ebene} + -0.00137494 groesse \quad (10)$$

In den Abbildungen 19 und 20 ist zu sehen, dass ein größerer Proband mit schnellerer Ebenengeschwindigkeit auch eine schnellere Treppengeschwindigkeit aufwärts erreicht. Eine schnellere Treppengeschwindigkeit abwärts wird durch einen Proband mit schnellerer Ebenengeschwindigkeit und kleinerer Größe erreicht. Eine Änderung von $50cm$ in der Größe wirkt sich auf das Besteigen aufwärts mit ca. $0.25m/s$ und abwärts mit ca. $0.05m/s$ aus.

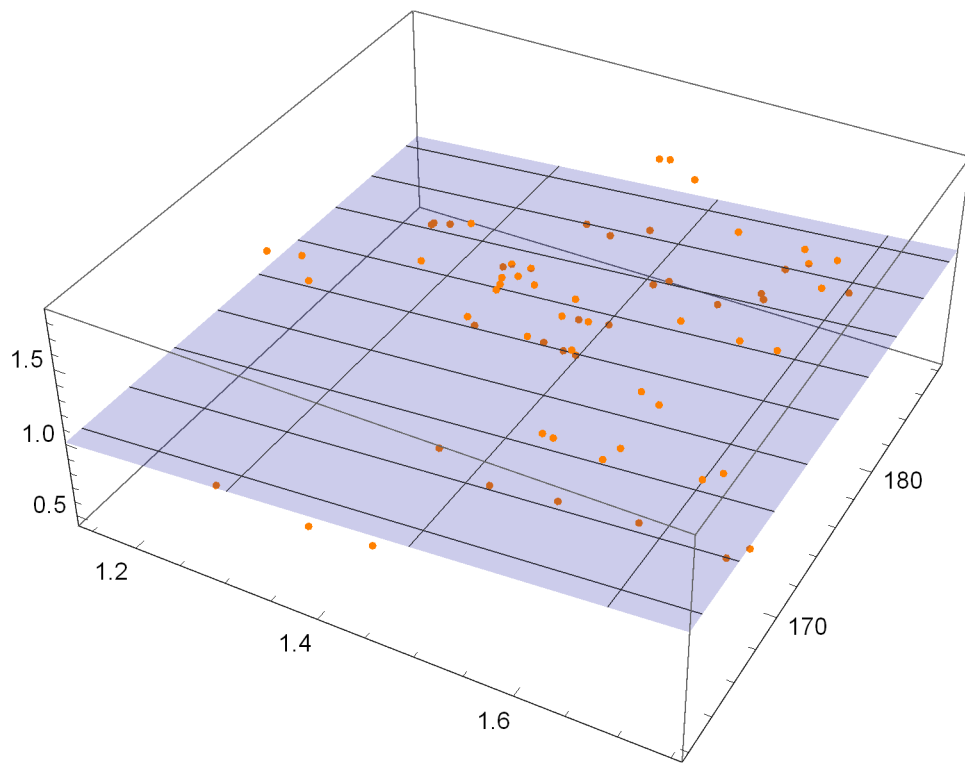
Ergebnisse der Plausibilisierung für den Aufstieg (Abbildung 19): Signifikanz liegt vor, weil beide $p < \alpha$. Man lehnt die Nullhypothese ab. Kein Einfluss von v_{ebene} und $groesse$ auf v_{auf} ist unplausibel.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Abstieg (Abbildung 20): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p_{\beta_2} > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von v_{ebene} und $groesse$ auf v_{ab} ist plausibel.



	Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
1	-0.691667	0.526543	-1.3136	0.193745
vEbene	0.425116	0.126864	3.35095	0.0013649
größe	0.00530344	0.00264683	2.00369	0.0494078

Abbildung 19: Abhängigkeiten Ebenengeschwindigkeit und Größe zur Treppengeschwindigkeit aufwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsebene (blau).



	Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
1	0.731523	0.622489	1.17516	0.244354
vEbene	0.445214	0.149981	2.96846	0.00422828
größe	-0.00137494	0.00312913	-0.439401	0.661875

Abbildung 20: Abhängigkeiten Ebenengeschwindigkeit und Größe zur Treppengeschwindigkeit abwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsebene (blau).

	Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
1	-0.68569	0.534068	-1.2839	0.203954
vEbene	0.424337	0.128109	3.31231	0.00154696
größe	0.00530141	0.00266795	1.98707	0.0513371
runde	-0.00223211	0.0222654	-0.10025	0.920469

Abbildung 21: Abhängigkeiten Ebenengeschwindigkeit, Größe und Runde zur Treppengeschwindigkeit aufwärts.

	Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
1	0.717358	0.631231	1.13644	0.260145
vEbene	0.447061	0.151416	2.95254	0.00444651
größe	-0.00137015	0.00315333	-0.434507	0.665429
runde	0.00529011	0.0263161	0.201022	0.84134

Abbildung 22: Abhängigkeiten Ebenengeschwindigkeit, Größe und Runde zur Treppengeschwindigkeit abwärts.

5.2.2 Ebenengeschwindigkeit, Größe und Rundennummer

Für die Abhängigkeiten Wunschgeschwindigkeit in der Ebene, Körpergröße und Rundennummer wurde der Zusammenhang (11) und (12) ermittelt.

$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse, runde) = -0.68569 + 0.424337v_{ebene} + 0.00530141groesse + -0.00223211runde \quad (11)$$

$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse, runde) = 0.717358 + 0.447061v_{ebene} + -0.00137015groesse + 0.00529011runde \quad (12)$$

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Aufstieg (Abbildung 21): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p_{\beta_2} > \alpha$ und $p_{\beta_3} > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Abstieg (Abbildung 22): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p_{\beta_2} > \alpha$ und $p_{\beta_3} > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an.

5.3 Konditionierung

6 Ergebnisse

7 Ermitteltes Modell

8 Lineare Regression 2012

Hier werden analog zu 2017 die Messdaten aus dem Experiment von 2012 mit linearer Regression betrachtet.

8.1 Prüfung auf eine einfache Abhängigkeit

Hier werden sechs Gleichungen mittels linearer Regression ermittelt:

$$v_{auf}(v_{ebene}) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene}$$

$$v_{ab}(v_{ebene}) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene}$$

$$v_{auf}(groesse) = \beta_0 + \beta_1 groesse$$

$$v_{ab}(groesse) = \beta_0 + \beta_1 groesse$$

$$v_{auf}(runde) = \beta_0 + \beta_1 runde$$

$$v_{ab}(runde) = \beta_0 + \beta_1 runde$$

8.1.1 Wunschgeschwindigkeit in der Ebene

Für die Abhängigkeit Wunschgeschwindigkeit in der Ebene wurde der Zusammenhang wie in den Formeln für die Treppengeschwindigkeit aufwärts (13) und abwärts (14) ermittelt.

$$v_{auf}(v_{ebene}) = -2.13306 + 1.92532 v_{ebene} \quad (13)$$

$$v_{ab}(v_{ebene}) = -1.05942 + 1.28244 v_{ebene} \quad (14)$$

Beide Steigungen sind positiv. Hat ein Proband eine schnellere Wunschgeschwindigkeit in der Ebene, verhält er sich auch schneller auf der Treppe. Die Abbildungen 23 und 24 stellen dies grafisch dar.

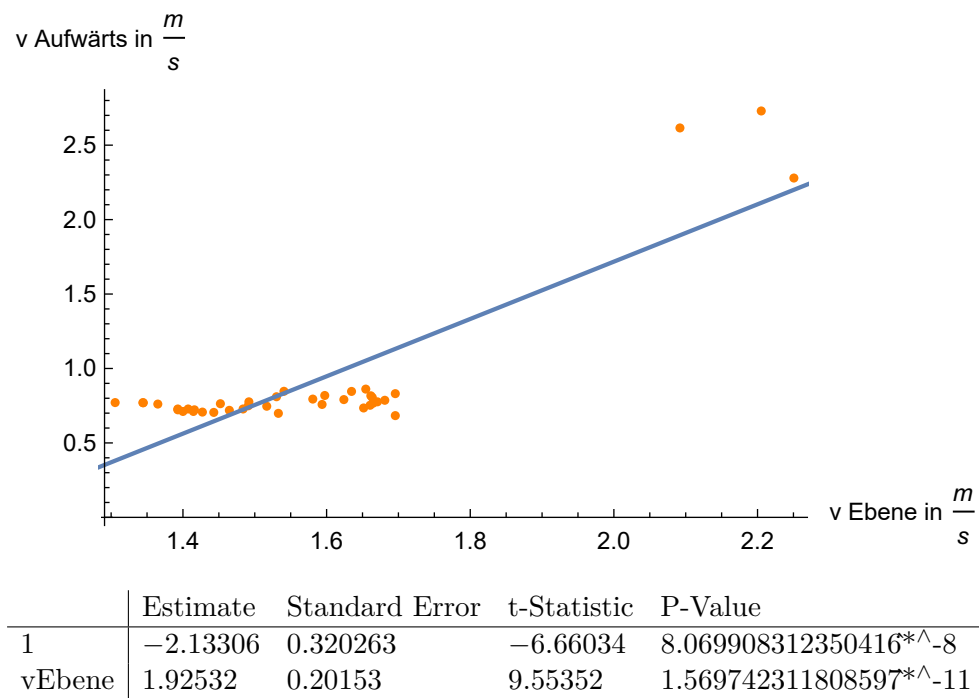


Abbildung 23: Abhängigkeit Wunschgeschwindigkeit in der Ebene zur Treppengeschwindigkeit aufwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

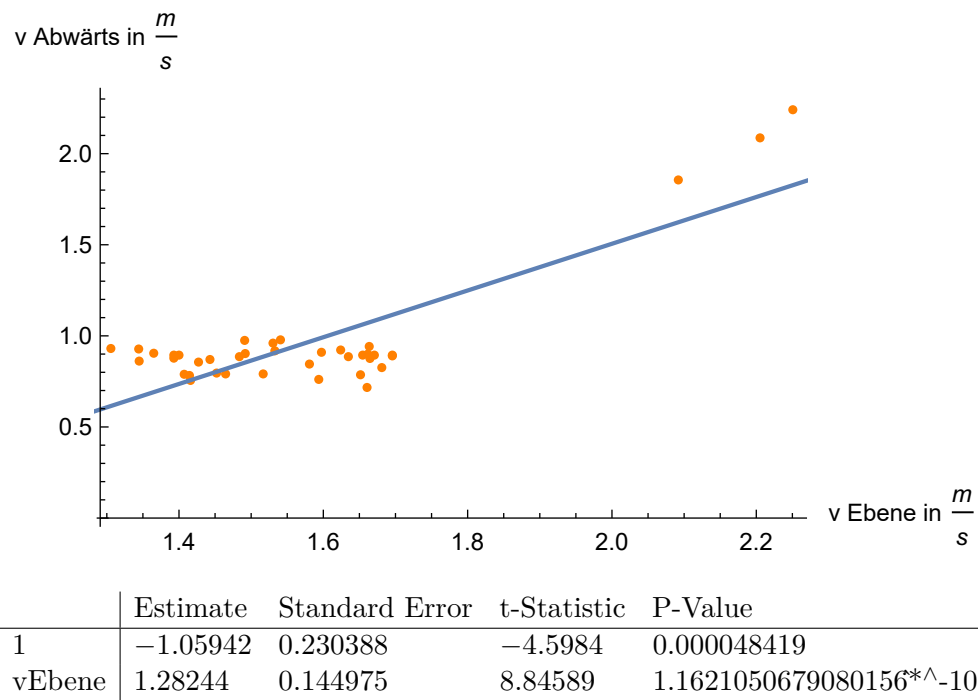


Abbildung 24: Abhängigkeit Wunschgeschwindigkeit in der Ebene zur Treppengeschwindigkeit abwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

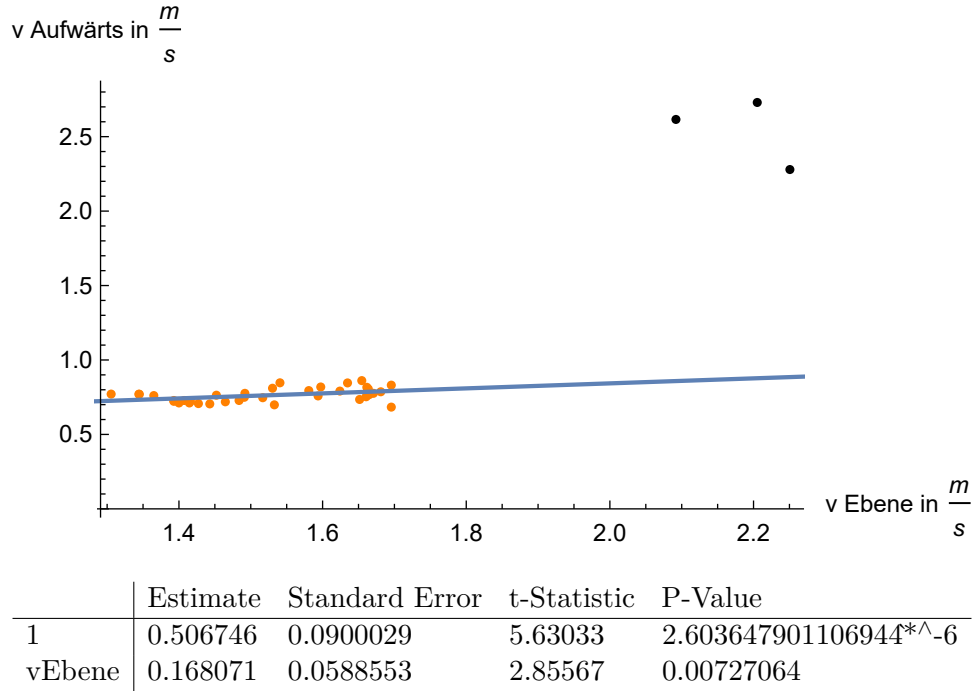


Abbildung 25: Abhängigkeit Wunschgeschwindigkeit in der Ebene zur Treppengeschwindigkeit aufwärts. Gefilterte Messdaten (orange) und Ausreißer (schwarz) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

In Abbildung 23 sind wieder Ausreißer zu erkennen. In 2012 sind die Ausreißer (Datensätze mit Bemerkung) viel stärker ausgeprägt. Es ergeben sich neue Formeln für die Treppengeschwindigkeit aufwärts (15) und abwärts (16). Dazu gehören Abbildungen 25 und 26. Zur Vergleichbarkeit wurden aber dennoch in den weiteren Regressionen alle Daten (mit Ausreißern) verwendet.

$$v'_{auf}(v_{ebene}) = 0.506746 + 0.168071v_{ebene} \quad (15)$$

$$v'_{ab}(v_{ebene}) = 0.875577 - 0.00429171v_{ebene} \quad (16)$$

Für die Plausibilisierung der Regression wird die Nullhypothese $H_0 : \beta_1 = 0$ aufgestellt. Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$. Die Ergebnisse des Tests sind in Abbildung 23 zu sehen. Signifikanz liegt vor, weil $p < \alpha$. Man verwirft die Nullhypothese. Kein Einfluss von v_{ebene} auf v_{auf} wäre unplausibel, wenn auch nicht ausgeschlossen.

Die Nullhypothese und das Signifikanzniveau sind für alle folgenden Regressionen gleich. Die Ergebnisse für den Abstieg sind in Abbildung 24 zu sehen. Signifikanz liegt vor, weil $p < \alpha$. Man verwirft die Nullhypothese. Kein Einfluss von v_{ebene} auf v_{ab} wäre unplausibel, wenn auch nicht ausgeschlossen.

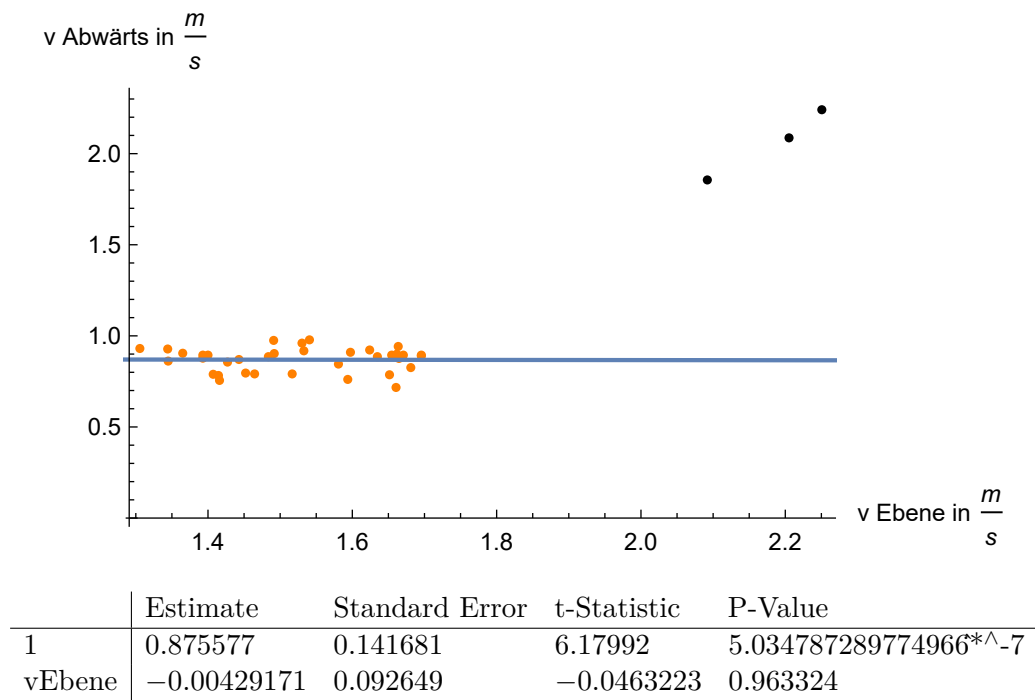


Abbildung 26: Abhängigkeit Wunschgeschwindigkeit in der Ebene zur Treppengeschwindigkeit abwärts. Gefilterte Messdaten (orange) und Ausreißer (schwarz) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

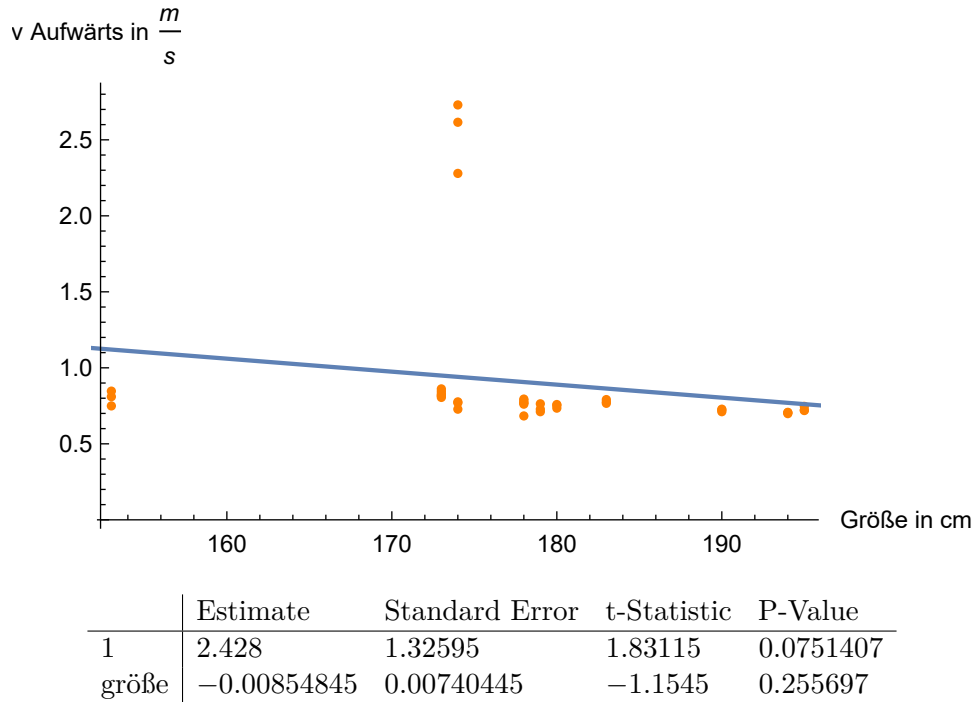


Abbildung 27: Abhängigkeit Körpergröße zur Treppengeschwindigkeit aufwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

8.1.2 Körpergröße

Für die Abhängigkeit Körpergröße wurde der Zusammenhang (17) und (18) ermittelt.

$$v_{auf}(groesse) = 2.428 - 0.00854845groesse \quad (17)$$

$$v_{ab}(groesse) = 2.20944 - 0.00698501groesse \quad (18)$$

In den Abbildungen 27 und 28 ist zu sehen, dass sich nach dem Modell größere Personen egal ob aufwärts oder abwärts langsamer auf der Treppe bewegen.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Aufstieg (Abbildung 27): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von *groesse* auf v_{auf} ist plausibel.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Abstieg (Abbildung 28): Signifikanz liegt vor, weil $p > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von *groesse* auf v_{ab} ist plausibel.

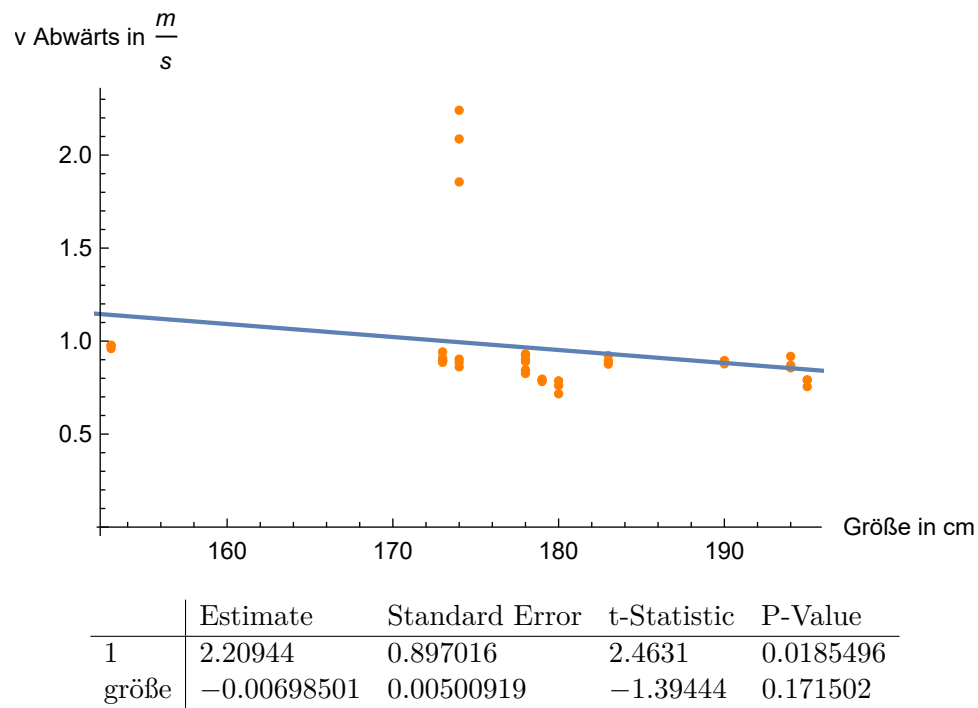


Abbildung 28: Abhängigkeit Körpergröße zur Treppengeschwindigkeit abwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

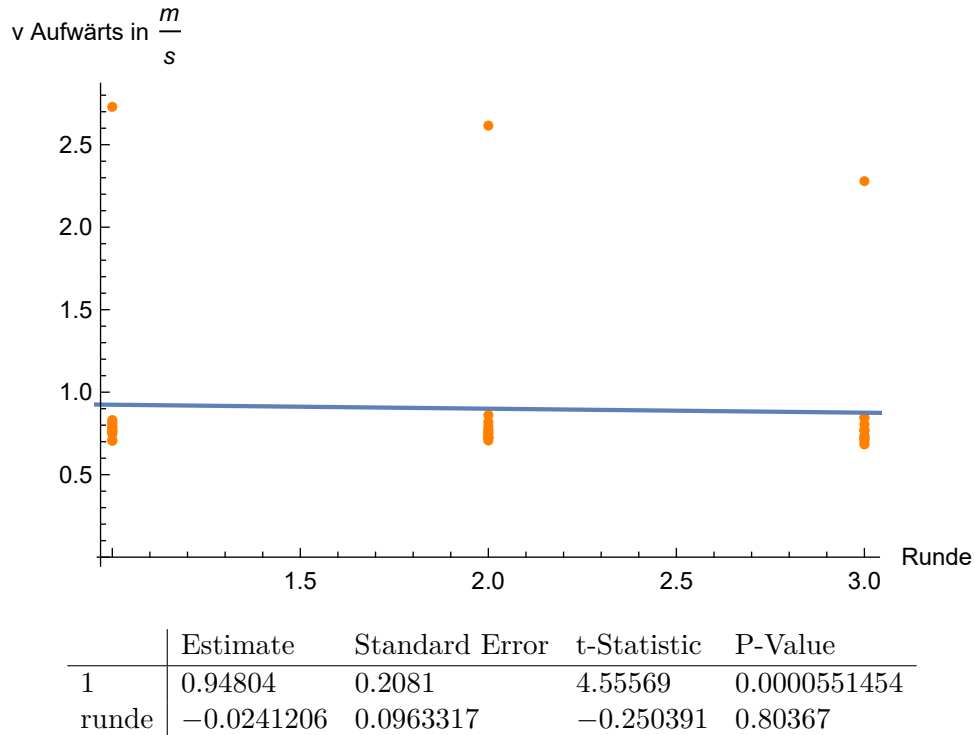


Abbildung 29: Abhängigkeit Rundennummer zur Treppengeschwindigkeit aufwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

8.1.3 Rundennummer

Für die Abhängigkeit Rundennummer wurde der Zusammenhang (19) und (20) ermittelt.

$$v_{auf}(runde) = 0.940079 - 0.0241206runde \quad (19)$$

$$v_{ab}(runde) = 0.940079 + 0.0103279runde \quad (20)$$

In den Abbildungen 29 und 30 ist zu sehen, dass sich nach dem Modell die Treppengeschwindigkeit bei Änderung der Runde fast nicht ändert.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Aufstieg (Abbildung 29): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von $runde$ auf v_{auf} ist plausibel.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Abstieg (Abbildung 30): Signifikanz liegt vor, weil $p > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von $runde$ auf v_{ab} ist plausibel.

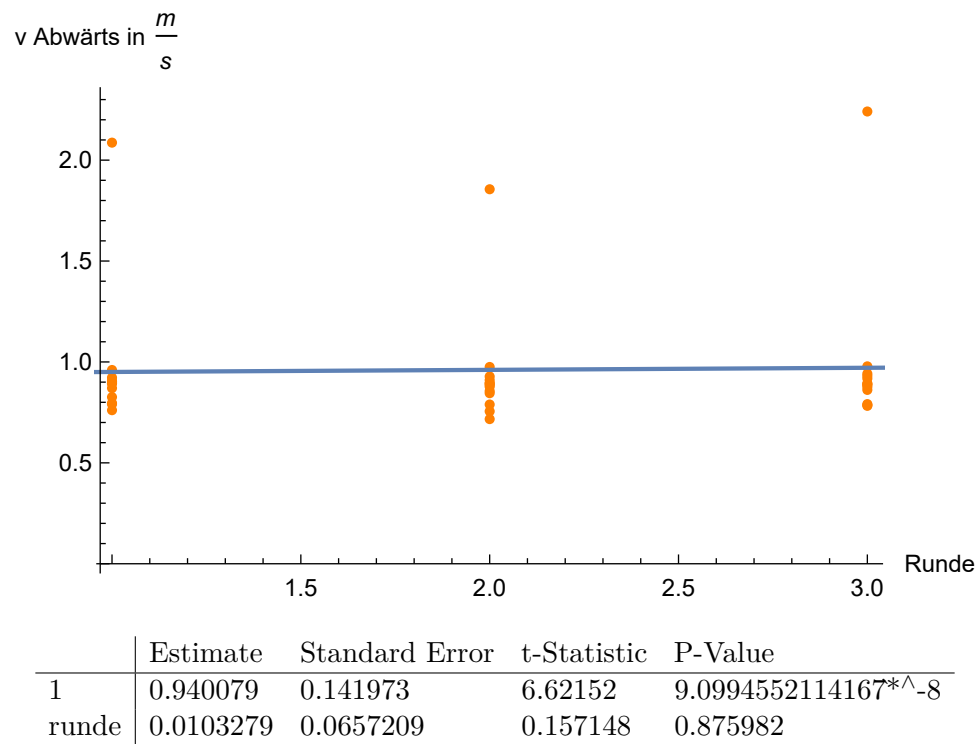


Abbildung 30: Abhängigkeit Rundennummer zur Treppengeschwindigkeit abwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsgerade (blau).

8.2 Mehrere Abhängigkeiten

Hier werden weitere vier lineare Gleichungen mit mehreren Parametern ermittelt.

$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene} + \beta_2 groesse$$

$$v_{ab}(v_{ebene}, groesse) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene} + \beta_2 groesse$$

$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse, runde) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene} + \beta_2 groesse + \beta_3 runde$$

$$v_{ab}(v_{ebene}, groesse, runde) = \beta_0 + \beta_1 v_{ebene} + \beta_2 groesse + \beta_3 runde$$

Für die Plausibilisierung der Regression wird die Nullhypothese $H_0 : \beta_1 = 0 \vee \beta_2 = 0$ bzw. $H_0 : \beta_1 = 0 \vee \beta_2 = 0 \vee \beta_3 = 0$ aufgestellt.

8.2.1 Ebenengeschwindigkeit und Größe

Für die Abhängigkeiten Wunschgeschwindigkeit in der Ebene und Körpergröße wurde der Zusammenhang (21) und (22) ermittelt.

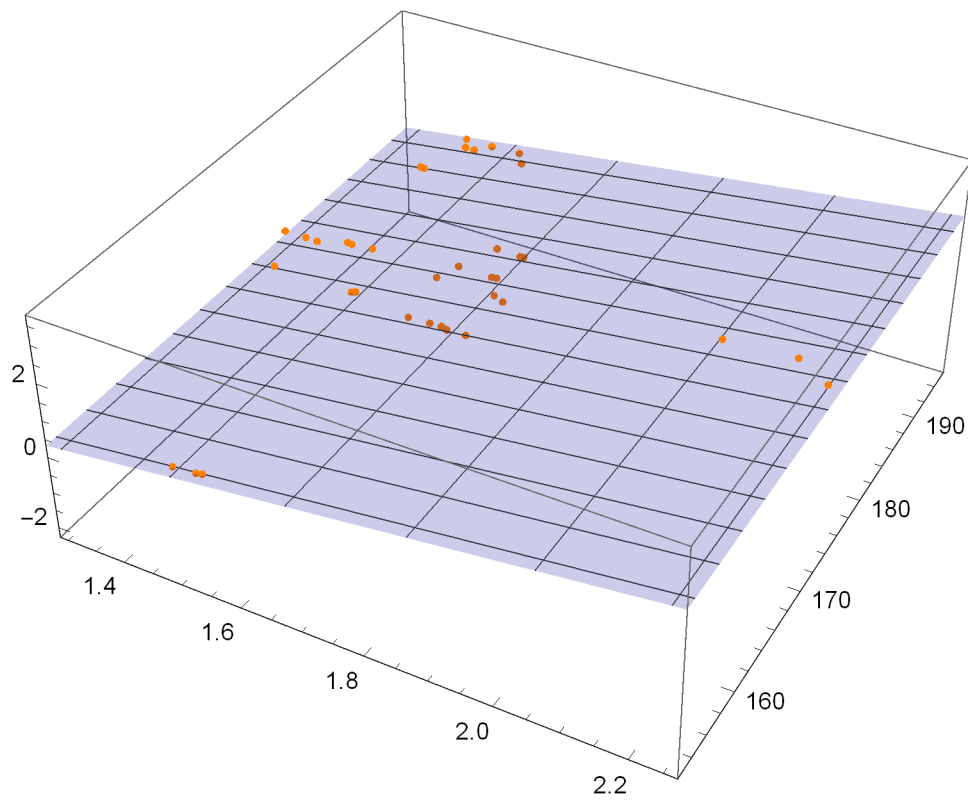
$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse) = -2.238127 + 1.93153v_{ebene} + 0.000532946groesse \quad (21)$$

$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse) = -0.860154 + 1.27065v_{ebene} + -0.00101083groesse \quad (22)$$

In den Abbildungen 31 und 32 ist zu sehen, dass ein größerer Proband mit schnellerer Ebenengeschwindigkeit auch eine schnellere Treppengeschwindigkeit aufwärts erreicht. Eine schnellere Treppengeschwindigkeit abwärts wird durch einen Proband mit schnellerer Ebenengeschwindigkeit und kleinerer Größe erreicht. Eine Änderung von 50cm in der Größe wirkt sich auf das Besteigen aufwärts mit ca. 0.025m/s und abwärts mit ca. 0.05m/s aus.

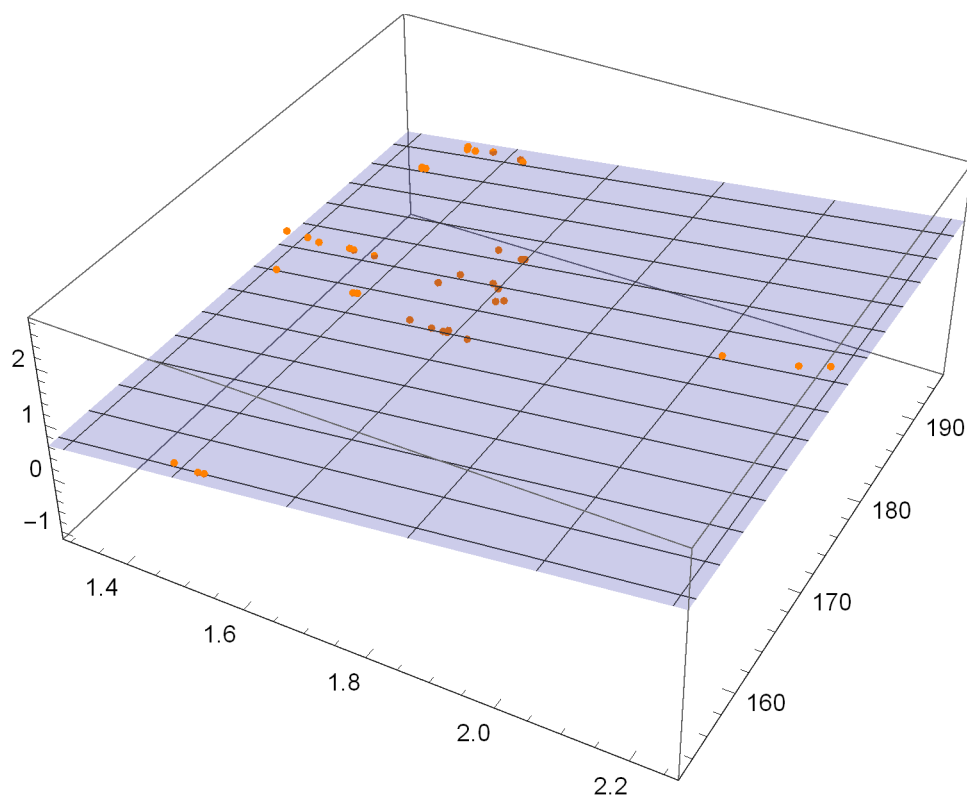
Ergebnisse der Plausibilisierung für den Aufstieg (Abbildung 31): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p_{\beta_2} > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von v_{ebene} und $groesse$ auf v_{auf} ist plausibel.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Abstieg (Abbildung 32): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p_{\beta_2} > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an. Kein Einfluss von v_{ebene} und $groesse$ auf v_{ab} ist plausibel.



	Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
1	-2.23812	0.892961	-2.5064	0.0168532
vEbene	1.93153	0.210102	9.1933	5.593268164880159* ⁻¹¹
größe	0.000532946	0.00421995	0.126292	0.900203

Abbildung 31: Abhängigkeiten Ebenengeschwindigkeit und Größe zur Treppengeschwindigkeit aufwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsebene (blau).



	Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
1	−0.860154	0.641524	−1.3408	0.188386
vEbene	1.27065	0.150942	8.41815	4.997281571852699* ^{−10}
größe	−0.00101083	0.00303171	−0.33342	0.740752

Abbildung 32: Abhängigkeiten Ebenengeschwindigkeit und Größe zur Treppengeschwindigkeit abwärts. Messdaten (orange) mit ermittelter Regressionsebene (blau).

	Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
1	−2.20269	0.911611	−2.41626	0.0210343
vEbene	1.93049	0.212819	9.07104	1.0195983818002858 [*] -10
größe	0.000528021	0.004274	0.123543	0.902384
runde	−0.0164501	0.0531628	−0.309428	0.758831

Abbildung 33: Abhängigkeiten Ebenengeschwindigkeit, Größe und Runde zur Treppengeschwindigkeit aufwärts.

	Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
1	−0.893281	0.654301	−1.36525	0.180888
vEbene	1.27163	0.152749	8.32501	8.139962234647844 [*] -10
größe	−0.00100623	0.00306762	−0.328015	0.744854
runde	0.0153806	0.0381571	0.403085	0.689337

Abbildung 34: Abhängigkeiten Ebenengeschwindigkeit, Größe und Runde zur Treppengeschwindigkeit abwärts.

8.2.2 Ebenengeschwindigkeit, Größe und Rundennummer

Für die Abhängigkeiten Wunschgeschwindigkeit in der Ebene, Körpergröße und Rundennummer wurde der Zusammenhang (23) und (24) ermittelt.

$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse, runde) = -2.20269 + 1.93049v_{ebene} + 0.000528021groesse - 0.0164501runde \quad (23)$$

$$v_{auf}(v_{ebene}, groesse, runde) = -0.893281 + 1.27163v_{ebene} - 0.00100623groesse + 0.0153806runde \quad (24)$$

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Aufstieg (Abbildung 33): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p_{\beta_2} > \alpha$ und $p_{\beta_3} > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an.

Ergebnisse der Plausibilisierung für den Abstieg (Abbildung 34): Signifikanz liegt nicht vor, weil $p_{\beta_2} > \alpha$ und $p_{\beta_3} > \alpha$. Man nimmt die Nullhypothese an.

8.3 Vergleich mit Daten aus 2017

Vergleicht man die Ergebnisse der Plausibilisierungen der Regressionen fällt sofort auf, das grundsätzlich für beide Jahre nur die Abhängigkeit zur freien Wunschgeschwindigkeit

2017	2012	Modell
✓	✓	$v_{auf}(v_{ebene})$
✓	✓	$v_{ab}(v_{ebene})$
		$v_{auf}(groesse)$
		$v_{ab}(groesse)$
		$v_{auf}(runde)$
		$v_{ab}(runde)$
✓		$v_{auf}(v_{ebene}, groesse)$
		$v_{ab}(v_{ebene}, groesse)$
		$v_{auf}(v_{ebene}, groesse, runde)$
		$v_{ab}(v_{ebene}, groesse, runde)$

Abbildung 35: Liste aller betrachteten Regressionsmodelle und ob sie für den Datensatz aus dem jeweiligen Jahr plausibel sind.

	2017	2012
v_{auf}	$0.393467v_{ebene}$	$1.92532v_{ebene}$
v_{ab}	$0.453419v_{ebene}$	$1.28244v_{ebene}$

Abbildung 36: Steigung für die Ebenengeschwindigkeit aus den beiden Modellen von 2017 und 2012.

in der Ebene als plausibel bestimmt wurde (siehe Abbildung 35). Nur das Modell für die Aufwärtsgeschwindigkeit berechnet durch Ebenengeschwindigkeit und Größe ist zusätzlich im Jahr 2017 plausibel. Diese Übereinstimmung ist auch zu erwarten, da ja beide Messexperimente gleich spezifiziert waren.

Der Unterschied im Modell mit der Größe ist durch das Eintreten eines Fehlers bei einem der beiden Hypothesentests, die Ausreißer, zu geringe Datenmenge oder sogar Unterschiede beider Experimente zu erklären.

Für die nicht sofort widerlegten Modelle basierend nur auf der Ebenengeschwindigkeit ist noch von Interesse, ob die Koeffizienten ähnlich sind. In Abbildung 36 ist zu sehen, dass die Steigungen zwar beide positiv sind, aber die Stärke unterschiedlich ist. Dies ist auf die extremen Ausreißer im Jahr 2012 zurückzuführen.

9 Verbund von alten und neuen Daten

10 Fazit