

# Riemann'sche Geometrie

Die Mitarbeiter von <http://mitschriebwiki.nomeata.de/>

7. August 2018



# Inhaltsverzeichnis

<b>I. Inhaltsverzeichnis</b>	<b>2</b>
<b>II. Vorwort</b>	<b>5</b>
<b>1. Mannigfaltigkeiten</b>	<b>7</b>
1.1. Differenzierbare Mannigfaltigkeiten . . . . .	7
1.2. Differenzierbare Abbildungen . . . . .	11
1.3. Tangentialvektoren und -räume . . . . .	12
1.4. Tangentialabbildungen . . . . .	15
1.5. Tangentialvektoren an Kurven . . . . .	17
1.6. Untermannigfaltigkeiten und spezielle differenzierbare Abbildungen . . . . .	18
1.7. Tangentialbündel und Vektorfelder . . . . .	20
<b>2. Riemann'sche Metriken</b>	<b>25</b>
2.1. Definition einer Riemann'schen Metrik und Struktur . . . . .	25
2.2. Beispiele und Konstruktionen . . . . .	26
2.2.1. $n$ -dimensionaler Euklidischer Raum . . . . .	26
2.2.2. $n$ -dimensionale hyperbolische Räume . . . . .	26
2.2.3. Konstruktion von neuen Riemann'schen Mannigfaltigkeiten aus gegebenen . . . . .	26
2.2.4. Riemann'sche Produkte . . . . .	27
2.3. Existenz von Riemann'schen Metriken . . . . .	28
2.4. Erste Anwendung von Riemann'schen Metriken: Länge von Kurven . . . . .	30
<b>3. Affine Zusammenhänge und Parallelverschiebung</b>	<b>31</b>
3.1. Motivation . . . . .	31
3.2. Affine Zusammenhänge . . . . .	31
3.3. Der Levi-Civita-Zusammenhang . . . . .	33
<b>4. Geodätische Linien</b>	<b>37</b>
4.1. Definition von Geodätischen . . . . .	37
4.2. Lokale Darstellung und Differentialgleichung für Geodätische . . . . .	37
4.3. Das Geodätische Vektorfeld auf $TM$ . . . . .	38
4.4. Die Exponential-Abbildung . . . . .	39
4.5. Minimaleigenschaft von Geodätischen . . . . .	41
<b>5. Krümmung</b>	<b>47</b>
5.1. Der Riemann'sche Krümmungstensor . . . . .	47
5.2. Schnittkrümmung . . . . .	49
5.3. Ricci-Krümmung . . . . .	51
<b>6. Jacobi-Felder (Verbindung Geometrie–Krümmung)</b>	<b>53</b>
6.1. Jacobi-Gleichung . . . . .	53
6.2. Jacobi-Felder und Schnittkrümmung . . . . .	57

<b>7. Riemann'sche Mannigfaltigkeiten als metrische Räume</b>	<b>59</b>
7.1. Schnittpunkt einer vollständigen Riemann'schen Mannigfaltigkeit . . . . .	64
7.2. Volumenberechnung mit dem Zerlegungs-Satz . . . . .	68
<b>A. Satz um Satz (hüpft der Has)</b>	<b>71</b>
<b>B. Stichwortverzeichnis</b>	<b>71</b>