Dieses Dokument erhebt keinen Anspruch auf Richtig- oder Vollständigkeit!
Alle Angaben also ohne Gewähr!

1 Syntax der Prädikatenlogik

1.1 Terme

Variablen	X, Y, Z oder X_1, X_2, X_3, ...
Konstanten	a, b, c oder a_1, a_2, a_3, ...
Funktionssymbole	f, g, h oder f_1, f_2, f_3, ...
	Sind $t_1, \ldots, t_n$ Terme, dann auch $f(t_1, \ldots, t_n)$.

1.2 Formeln

Prädikatensymbole	P, Q, R oder bspw. P_1, Q_2, R_5, ...
	Sind $t_1, \ldots, t_n$ Terme, dann ist auch $P(t_1, \ldots, t_n)$ eine atomare Formel.
	Beispiele: $(F \wedge G)$, $(F \vee G)$, $\forall xF$, $\exists xF$, $\neg F$

2 Semantik der Prädikatenlogik

2.1 Struktur

$$\mathcal{A}(\mathcal{U}_\mathcal{A}, \mathcal{I}_\mathcal{A})$$

$\mathcal{U}_\mathcal{A}$ nichtleere Menge (Universum)

$\mathcal{I}_\mathcal{A}$ eine Abbildung die

- jedem Prädikatensymbol ein Prädikat
- jedem Funktionssymbol eine Funktion
- jeder Variablen X ein Element der Grundmenge $\mathcal{U}_\mathcal{A}$

zuordnet.

Falls $\mathcal{I}_\mathcal{A}$ für alle Symbole in F definiert ist so „passt“ $\mathcal{A}$ zu F. Ist F eine Formel und $\mathcal{A}$ passt zu F dann sei

1. Falls F die Form $F = P(t_1, \ldots, t_k)$ mit Termen $t_1, \ldots, t_k$, so ist
$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls } ((\mathcal{A}(t_1), \ldots, \mathcal{A}(t_k)) \in P^\mathcal{A}) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
2. Falls „$F = \neg G$“ hat, so ist
$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \mathcal{A}(G) = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
3. Falls „$F = (G \begin{smallmatrix} \wedge \\ \vee \end{smallmatrix} H)$“ so ist
$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \mathcal{A}(G) = 1 \begin{smallmatrix} \text{und} \\ \text{oder} \end{smallmatrix} \mathcal{A}(H) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
4. Falls „$F = \forall xG$“ so ist
$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls für alle } d \in \mathcal{U}_\mathcal{A} \text{ gilt } \mathcal{A}_{[x/d]}(G) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
5. Falls „$F = \exists xG$“ so ist
$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls es ein } d \in \mathcal{U}_\mathcal{A} \text{ gibt, mit } \mathcal{A}_{[x/d]}(G) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$