

# Anhang A.

## Satz um Satz (hüpft der Has)

1.1. Rechenregeln zur Norm . . . . .	7
1.2. Offene und abgeschlossene Mengen . . . . .	9
2.1. Konvergenz . . . . .	11
2.2. Häufungswerte und konvergente Folgen . . . . .	12
2.3. Überdeckungen . . . . .	12
3.1. Grenzwerte vektorwertiger Funktionen . . . . .	15
3.2. Stetigkeit vektorwertiger Funktionen . . . . .	16
3.3. Funktionen auf beschränkten und abgeschlossenen Intervallen . . . . .	17
3.4. Fortsetzungssatz von Tietze . . . . .	17
3.5. Lineare Funktionen und Untervektorräume von $\mathbb{R}^n$ . . . . .	18
3.6. Eigenschaften des Abstands zwischen Vektor und Menge . . . . .	18
4.1. Satz von Schwarz . . . . .	21
4.2. Folgerung . . . . .	21
5.1. Differenzierbarkeit und Stetigkeit . . . . .	24
5.2. Stetigkeit aller partiellen Ableitungen . . . . .	25
5.4. Kettenregel . . . . .	26
5.5. Injektivität und Dimensionsgleichheit . . . . .	28
6.1. Der Mittelwertsatz . . . . .	29
6.3. Bedingung für Lipschitzstetigkeit . . . . .	30
6.4. Linearität . . . . .	30
6.5. Richtungsableitungen . . . . .	31
6.6. Der Satz von Taylor . . . . .	32
7.1. Regeln zu definiten Matrizen und quadratischen Formen . . . . .	36

7.2. Störung von definiten Matrizen . . . . .	36
8.1. Nullstelle des Gradienten . . . . .	39
8.2. Definitheit und Extremwerte . . . . .	39
9.2. Stetigkeit der Umkehrfunktion . . . . .	41
9.3. Der Umkehrsatz . . . . .	41
10.1. Satz über implizit definierte Funktionen . . . . .	45
11.1. Multiplikationenregel von Lagrange . . . . .	49
12.1. Rektifizierbarkeit und Beschränkte Variation . . . . .	53
12.2. Summe von Wegen . . . . .	54
12.3. Eigenschaften der Weglängenfunktion . . . . .	54
12.4. Rechenregeln für Integrale im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	55
12.5. Eigenschaften stetig differenzierbarer Wege . . . . .	55
12.6. Rektifizierbarkeit von Wegsummen . . . . .	57
12.7. Eigenschaften der Parametertransformation . . . . .	57
13.1. Rechnen mit Wegintegralen . . . . .	59
13.2. Rechnen mit Integralen bezgl. der Weglänge . . . . .	60
13.3. Stetige Differenzierbarkeit der Aneinanderhängung . . . . .	61
14.1. Hauptsatz der mehrdimensionalen Integralrechnung . . . . .	63
14.3. Wegunabhängigkeit, Existenz von Stammfunktionen . . . . .	64
14.4. Integrabilitätsbedingungen . . . . .	65
14.5. Kriterium zur Existenz von Stammfunktionen . . . . .	66
15.1. Integral über Normalbereiche im $\mathbb{R}^2$ . . . . .	67
15.2. Integral über Normalbereiche im $\mathbb{R}^3$ . . . . .	69
15.3. Eigenschaften von Integralen über Normalbereiche . . . . .	70
16.1. Produkte und Quotienten von Folgen . . . . .	71
16.2. Eigenschaften von Exponentialfunktion, Cosinus und Sinus . . . . .	73
16.3. Konvergenz von Potenzreihen . . . . .	74
17.1. Eigenschaften von Folgen in normierten Räumen . . . . .	78
17.2. Banachscher Fixpunktsatz . . . . .	79

19.1. Lösung einer homogenen linearen Dgl 1. Ordnung . . . . .	85
19.2. Eindeutige Lösung eines Anfangswertproblems . . . . .	85
19.3. Lösungen . . . . .	87
20.1. Lösungen . . . . .	89
21.1. Integralgleichung zur Lösbarkeit eines Anfangswertproblems . . . . .	93
21.2. Satz über die $\alpha$ -Norm . . . . .	94
21.3. EuE-Satz von Picard-Lindelöf (Version I) . . . . .	95
21.4. EuE-Satz von Picard-Lindelöf (Version II) . . . . .	97
21.5. EuE-Satz von Picard-Lindelöf (Version III) . . . . .	97
21.6. Eindeutigkeit einer nicht fortsetzbaren Lösung . . . . .	98
21.7. Kriterium für lokale LB . . . . .	98
22.1. Lösungen . . . . .	99
22.3. Lösungsmenge als Vektorraum . . . . .	101
22.4. Zusammenhang FS, FM und Wronskideterminante . . . . .	102
22.5. Spezielle Lösung . . . . .	103
24.1. Lösungen . . . . .	109
24.2. Lösungsmenge als Vektorraum . . . . .	110
24.3. Spezielle Lösung . . . . .	111



# Stichwortverzeichnis

- Äquivalenz, 57
- Überdeckungssatz von Heine-Borel, 13
- abgeschlossen
  - Kugel, 9
  - Menge, 9
- Abgeschlossenheit, 78
- Ableitung, 24
  - partielle, 20
- Abschluss, 9
- Abstand
  - zwischen Vektor und Menge, 18
  - zwischen zwei Vektoren, 7
- Aneinanderhängung, 61
- Anfangspunkt, 53
- Anfangswertproblem, 84, 93, 99, 109
  - Lösung, 84
- Banachraum, 79
- Berührungspunkt, 9
- Beschränktheit, 78
  - einer Funktion, 17
  - einer Menge, 8
- Betrag
  - komplexer, 71
- Bogen, 53
- Bogenmaß, 56
- Bolzano-Weierstraß, 11
- Cauchy
  - Kriterium, 11
- Cauchy-
  - Folge, 78
  - Schwarzsche Ungleichung, 7
- charakteristisch
  - Polynom, 113
- charakteristisches Polynom, 105
- Cosinus, 72
- Cramersche Regel, 41
- CSU, 7
- Differentialgleichung
  - explizite, 83
  - gewöhnliche, 83
  - homogene, 85, 113
  - homogene (n-ter Ordnung), 109
  - inhomogene, 85, 115
  - inhomogene (n-ter Ordnung), 109
  - Lösung, 83
  - lineare (1.Ordnung), 85
  - lineare (n-ter Ordnung), 109
  - mit getrennten Veränderlichen, 89
  - System von, 93
- Differenzierbarkeit, 23
  - einer  $n \times n$ -Matrix, 102
  - partielle, 20
  - stückweise stetige, 56
- Divergenz, 72, 78
- Eigenwerte, 36
- eindeutige Lösung, 84
- Einschränkung einer Funktion, 49
- Endpunkt, 53
- euklidische Norm, 77
- Existenz und Eindeutigkeit, 95
- explizite Differentialgleichung, 83
- Exponentialfunktion, 72
- Flächeninhalt, 67
- Folge der sukzessiven Approximationen, 79
- Fortsetzbarkeit, 98
- Fundamental-
  - Matrix, 102
  - System, 102, 110
- Funktionalmatrix, 23
- Gebiet, 29
- geometrische Reihe, 72
- getrennte Veränderliche
  - Differentialgleichung mit, 89
- gewöhnliche Differentialgleichung, 83
- Glattheit, 56
  - stückweise, 56
- gleichmäßige Konvergenz, 78

- Gradient, 20
- Grenzwert, 11, 78
- Häufungspunkt, 9
- Hülle
  - lineare, 106
- Hesse-Matrix, 35
- homogen
  - Differentialgleichung, 85, 113
  - Differentialgleichung n-ter Ordnung, 109
  - System von Differentialgleichungen, 99
- Indefinitheit, 35
- inhomogen
  - Differentialgleichung, 85, 115
  - Differentialgleichung n-ter Ordnung, 109
  - System von Differentialgleichungen, 99
- Innenprodukt, 7
- innerer Punkt, 8
- Inneres einer Menge, 8
- Integrabilitätsbedingungen, 65
- Inverser Weg, 53
- Jacobi-Matrix, 23
- komplex
  - Betrag, 71
  - Exponentialfunktion, 72
  - Kosinus, 72
  - Sinus, 72
- Kontraktion, 79
- Konvergenz, 11, 72, 78
  - gleichmäßige, 78
- Konvergenzradius, 74
- Konvexität, 29
- Kosinus, 72
- Länge, 7, 53
- Lösung
  - eindeutige, 84
  - einer Differentialgleichung, 83
  - eines Anfangswertproblems, 84
- Lösungs-
  - Matrix, 102
  - System, 102
- Limes, 11, 78
- linear
  - Differentialgleichung (1. Ordnung), 85
  - Differentialgleichung n-ter Ordnung, 109
  - Hülle, 106
  - System von Differentialgleichungen, 99
- Lipschitz-Bedingung, 94
  - lokale, 94
- lokal
  - Extremum, 39
  - Extremum unter einer Nebenbedingung, 49
  - Lipschitz-Bedingung, 94
  - Maximum, 39
  - Minimum, 39
- Matrix-Vektorprodukt, 8
- Multiplikator, 49
- Negativdefinitheit, 35
- Norm, 7, 77
  - euklidische, 77
- Normalbereich, 67, 69
- normierter Raum, 77
- nullfache Nullstelle, 115
- Nullstelle
  - nullfache, 115
- offene Kugel, 8
- Offenheit, 78
- Parameter-
  - Darstellung, 57
  - Intervall, 53
  - Transformation, 57
- partiell
  - Ableitung, 20
  - Differenzierbarkeit, 20
- Polynom
  - charakteristisches, 105, 113
- Positivdefinitheit, 35
- Potenzreihe, 74
- quadratische Form, 35
- Rand, 9
- Randpunkt, 9
- Raum
  - normierter, 77
  - vollständiger, 79
- Reihe
  - geometrische, 72
  - unendliche, 72
- Rektifizierbarkeit, 53
- Richtung, 30
- Richtungs-
  - Ableitung, 30

- Vektor, 30
- Sinus, 72
- Skalarprodukt, 7
- Störfunktion, 85
- stückweise
  - Glattheit, 56
  - stetige Differenzierbarkeit, 56
- Stammfunktion, 63
- stationärer Punkt, 39
- Sternförmigkeit, 65
- Stetigkeit, 16
  - auf einem Intervall, 16
  - gleichmäßige, 16
  - Lipschitz-, 16
- Streckenzug, 29
- sukzessive Approximationen
  - Folge der, 79
- Summe von Wegen, 54
- System von Differentialgleichungen, 93
  - homogenes, 99
  - inhomogenes, 99
  - lineares, 99
- Teilfolge, 11
- Umgebung, 8
- Umordnung, 11
- unendliche Reihe, 72
- Variation der Konstanten, 86
- vektorwertige Funktion, 15
- Verbindungsstrecke, 29
- vollständiger Raum, 79
- Volumen, 69
- Weg-, 53
  - inverser, 53
  - Längenfunktion, 54
  - unabhängig, 64
- Winkelmaß, 56
- Wronskideterminante, 102, 110

