

Drievoudige integralen, deel 2

Oefeningen op drievoudige integralen in cilinder- en bolcoördinaten

Oefening 1

Bewijs dat het volume van een bol met straal R gegeven wordt door:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Oefening 2

Deel 1

Bereken het massatraagheidsmoment om de z -as van het homogene voorwerp met massa $M=2\text{kg}$ dat begrensd wordt door de paraboloid met vergelijking $10 - 3(x^2 + y^2) - z = 0$ en het XY -vlak. Maak zeker een figuur!
Maak gebruik van Jupyter/Python!

Deel 2

Stel nu dat je een homogeen voorwerp hebt waarvan de bovenkant in cilindercoördinaten beschreven wordt door $z = H - ar^2$, de hoogte van het voorwerp is H en de straal van het grondvlak (XY -vlak) is R . Merk op dat a niet gegeven is. Het voorwerp is homogeen met massa M . Stel de formule op voor het massatraagheidsmoment I_z rond de z -as (de centrale symmetrie-as van het voorwerp) in

functie van M en R . (Gebruik Jupyter/Python, controleer de berekening eventueel met de hand).