

TD3 : Ordres et ordonnancement

1 Le problème central de l'ordonnancement

La réalisation d'un projet demande un certain nombre de tâches. Chaque tâche est caractérisée par sa durée et par le fait qu'elle utilise les résultats d'un certain ensemble d'autres tâches. Voici comme exemple un projet de construction d'un pavillon :

Code		Durée	tâches antérieures
A	maçonnerie	7	-
B	charpente toiture	3	A
C	toiture	1	B
D	installations sanitaires et électriques	8	A
E	façade	2	D, C
F	fenêtres	1	D, C
G	aménagement jardin	1	D, C
H	plafonnage	3	F
J	mise en peinture	2	H
K	emménagement	1	E, G, J

1. Donner une modélisation de ce problème en termes de graphes. En déduire des conditions particulières sur le graphe obtenu.
2. Proposer un ordre d'exécution des tâches, compatible avec les contraintes entre tâches, en supposant que tous ces travaux sont effectués par un même ouvrier.
3. Calculer le temps minimum que nécessite la réalisation du projet, en supposant que l'on dispose d'un nombre arbitraire d'ouvriers qualifiés. Pour chaque tâche, donner sa date de début au plus tôt.
4. Pour chaque tâche, donner la date de début au plus tard sans que la durée du projet en soit affectée.
5. Quelles sont les tâches critiques du projet?

2 Ordres partiels

1. Rappeler la définition d'une relation d'ordre partiel strict.
2. Quelle condition doit satisfaire un graphe représentant ce type de relation?
3. Soit $G = (V, A)$ un graphe orienté sans circuit. Calculer la *fermeture transitive* de G , i.e. le graphe G_{tr} ayant les mêmes sommets que G et tel que (xy) est un arc de G_{tr} si et seulement si il existe un chemin de x à y dans G .
4. Remarquer que G_{tr} est le graphe d'une relation d'ordre.