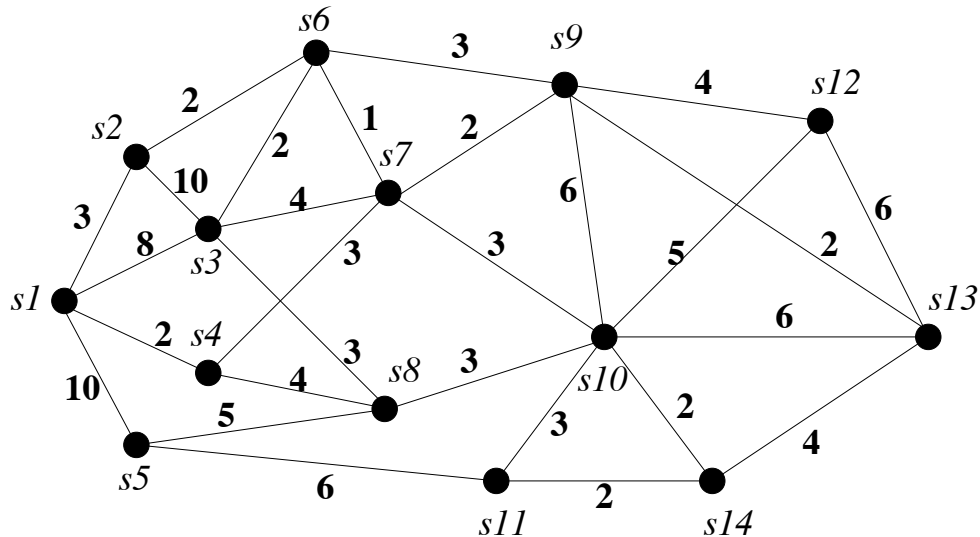
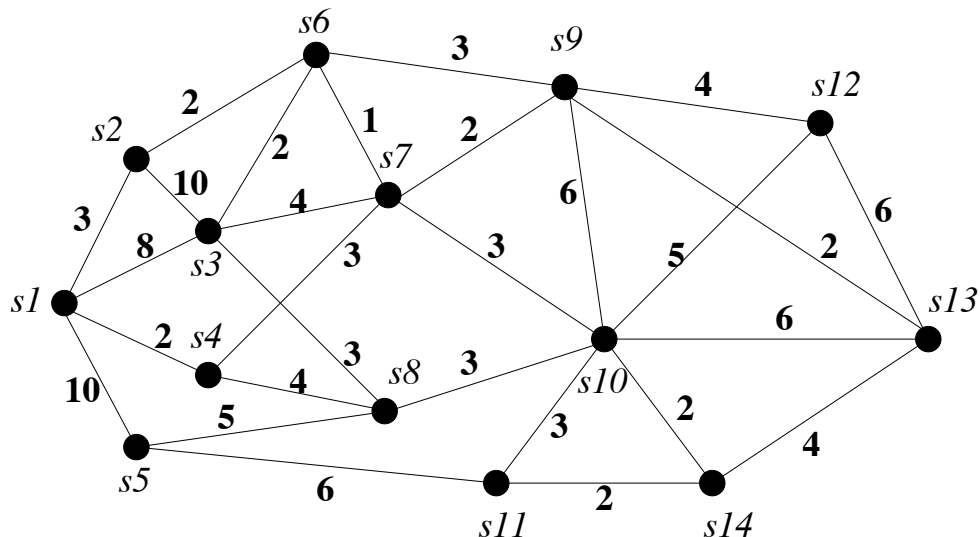


Arbres couvrants de poids minimum

1. Rappeler l'algorithme de Prim et l'appliquer au graphe ci-dessous, avec le sommet de départ $s1$:



2. Rappeler l'algorithme de Kruskal et l'appliquer au même graphe :



3. Un algorithme :
 - (a) Montrer que l'algorithme suivant n'est pas valide pour calculer un arbre couvrant de poids minimum :
 - Prendre un sommet arbitraire.
 - A chaque étape, pour le sommet courant u , ajouter à l'arbre l'arête incidente à u de poids minimum, soit $\{u, v\}$. Le sommet v devient le sommet courant.

- (b) En ajoutant une règle qui interdit la création de cycles, l'algorithme devient-il valide ?
4. Composants connexes
- (a) En utilisant les ensembles disjoints vus pour l'implémentation de l'algorithme de Kruskal, écrire un algorithme qui calcule les composants connexes d'un graphe.
- (b) Proposer un algorithme pour détecter si un graphe contient un cycle.
5. Soit $G = (V, E)$ un graphe non orienté connexe. Soit w une fonction de pondération des arêtes telle que tous les poids sont différents deux à deux. Montrer que G a un unique arbre couvrant de poids minimum.
6. Montrer que l'algorithme suivant calcule un arbre couvrant de poids minimum d'un graphe de n sommets :
- prendre l'ensemble de toutes les arêtes,
 - à chaque étape, supprimer l'arête de poids maximal qui ne déconnecte pas le graphe,
 - jusqu'à ce qu'il reste $n - 1$ arêtes.